

• Tabu pretraga

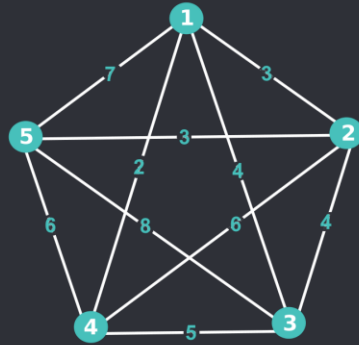
Seminarski rad u okviru kursa Računarska Inteligencija

Matematički fakultet,
Univerzitet u Beogradu

● Problem trgovačkog putnika

Neka je zadat skup C od n gradova i rastojanje $d_{ij} \in \mathbb{N}$ za svaki par gradova, $i, j = 1, \dots, n$. Pronađi putanju S^* kojom bi trgovački putnik trebalo da se kreće takvu da poseti svaki grad tačno jedanput i da se vrati u onaj iz kog je krenuo, a da tom prilikom pređe najkraći put.

Rešenje problema grubom pretragom je složenosti $O(n!)$



$$D = \begin{pmatrix} 0 & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & 0 & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

• Kodiranje rešenja i funkcija cilja

Rešenje S je niz od n brojeva, gde svaki broj predstavlja jedan grad iz skupa C . Ovaj niz je u stvari putanja kojom bi trgovački putnik trebalo da se kreće

$$S = \boxed{1 \mid 2 \mid 3 \mid \dots \mid n}$$

Prvi grad u nizu je onaj iz kog kreće i u koji se vraća na kraju

Funkciju cilja f računamo kao zbir rastojanja između svaka dva grada trenutnog rešenja.

$$f(S) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n-1} d_{S[i]S[j]} + d_{S[n]S[1]}$$

● Inicijalno rešenje



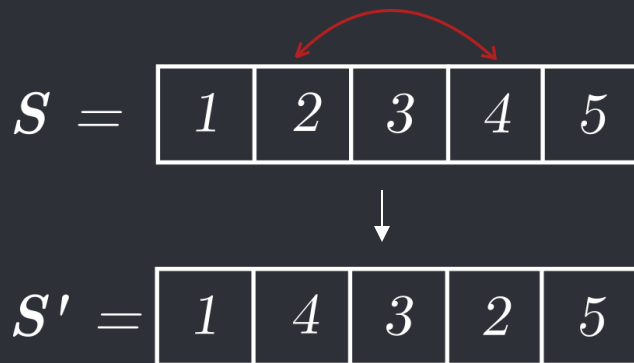
Moguće je generisati nasumični niz brojeva od 1 do n , ali želimo da nam inicijalno rešenje bude dovoljno kvalitetno.

Algoritam najbližeg suseda je pohlepna procedura koja trazi najbliži neposećen grad trenutnom. Pretraga kreće iz grada označen brojem 1.

Složenost ove procedure je $O(n^2)$

- Okolina i potezi

○ Potez ili **pomeraj** može biti npr. zamena neka dva grada trenutne putanje.



Okolina rešenja je tada skup svih rešenja koja mogu da se dobiju primenom jedne zamene neka dva grada.

• Tabu lista

Lokalna pretraga ima tendenciju da se zaglavi u lokalnim optimumima. Iz ovih razloga tabu pretraga uvodi koncept **tabu poteza** kojim se sprečava ciklično korišćenje istih poteza, a samim tim i zaglavljivanje u lokalnim optimumima.

U slučaju TSP, rešenje ka kome je napravljen potez se proglašava tabuom.

- **Tabu lista** – struktura u kojoj se čuvaju tabu potezi
- **Tabu aktivno rešenje** - rešenje koje je trenutno u tabu listi
- **Tabu period** – vreme (broj iteracija) za koje rešenje ostaje tabu aktivno
 - ▣ statički - unapred odabrani broj koji se ne menja tokom izvršavanja
 - ▣ dinamički - broj iz unapred odabranog niza ili intervala koji može da se podešava tokom izvršavanja

$$\tilde{N}(S) = N(S) \setminus \mathcal{T}$$

Modifikovana okolina rešenja S

● Kriterijum aspiracije

○ Ponekad nema smisla zabranjivati određene poteze. Ukoliko je jedan potez postao tabu aktivan u nekoj iteraciji i i ukoliko je i dalje tabu aktivan u iteraciji $i + k$, a istovremeno popravljja vrednost funkcije cilja, onda praktično gubimo jedno dobro rešenje.

Kriterijum aspiracije dozvoljava pomeranje u rešenja koja su trenutno tabu aktivna ukoliko je ono kvalitetnije od trenutno najboljeg.

● Intenzifikacija

○ Strategija koja ima za cilj da dodatno poboljša kvalitet već pronađenih dobrih rešenja.

- Srednjoročna memorija – struktura u kojoj se čuva određeni broj najboljih pronađenih rešenja tokom pretrage

Nakon pretrage pokušavamo da dodatno modifikujemo elitna rešenja kako bismo eventualno pronašli bolje.

• Diverzifikacija

Usmeravamo pretragu ka retko posećenim regionima prostora pretrage i proveravamo deo van granica okoline nekog rešenja kako bismo bili sigurni da smo pretragu što detaljnije izvršili.

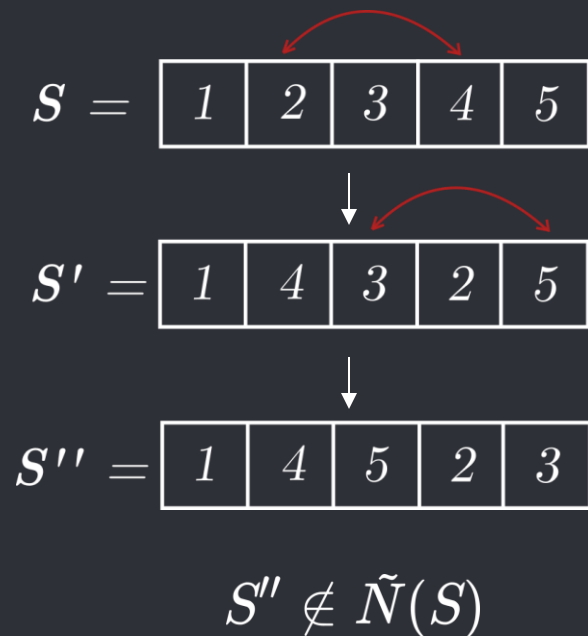
- **Dugoročna memorija** - čuva frekvencije napravljenih poteza, dodeljujemo penale često posećenim rešenjima

$$f' = f + d \cdot frequency_{ij}$$

↳ koeficijent diverzifikacije

• Diverzifikacija (nastavak)

Možemo i da uzimamo u obzir rešenja koja nisu u okolini trenutnog.



● Pseudokod

Inicijalizacija rešenja;

Postavi vrednost najboljeg rešenja na vrednost inicijalnog;

dok nije ispunjen kriterijum zaustavljanja:

Modifikuj trenutno rešenje S uzimanjem najboljeg rešenja S'
iz njegove okoline uz primenu kriterijuma aspiracije i diverzifikacije;

Zabeleži napravljeni potez u tabu listu;

ako je novo rešenje bolje od trenutno najboljeg:

Postavi najbolje rešenje na novo;

Zabeleži rešenje u srednjoročnu memoriju;

Intenzifikacija;

vрати najbolje rešenje S^* i njegovu vrednost f^*

Rezultati

Naziv skupa	n	Prosečno vreme izvršavanja (s)		Najbolje poznato rešenje	Najbolje pronađeno rešenje		Razlika (%)	
		Lokalna pretraga	Tabu pretraga		Lokalna pretraga	Tabu pretraga	Lokalna pretraga	Tabu pretraga
five_d	5	0.002241	0.007322	19	19	19	0	0
p01_d	15	0.044450	0.098533	291	291	291	0	0
gr17	17	0.063184	0.132200	2085	2085	2085	0	0
ulysses22	22	0.376645	0.623500	7013	7639	7013	8.926280	0
att48	48	3.418413	5.080123	10628	12221	11608	14.988709	9.220926
berlin52	52	4.202848	6.402325	7542	8614	8227	14.213736	9.082471
bier127	127	60.491724	86.536863	118282	124804	124804	5.513941	5.513941
gr202	202	247.913220	323.226017	40160	43700	45342	8.814741	12.903386

● Dalje unapređivanje

- Popravljanje složenosti pretrage novog rešenja iz okoline trenutnog
 - Trenutna vremenska složenost je jednaka veličini okoline puta složenost izračunavanja vrednosti funkcije cilja

Veličina okoline: $\sum_{k=1}^{n-1} k = \frac{n(n-1)}{2}$ što povlači vremensku složenost $O(n^2)$

Vremenska složenost izračunavanja funkcije cilja: $O(n)$

Ukupna složenost: $O(n^3)$

- Popravljanje kvaliteta rešenja korišćenjem dinamičkog tabu perioda i različitih strategija intenzifikacije I diverzifikacije

● Literatura

- Fred Glover, Manuel Laguna - *Tabu Search*, Springer Science+Business Media New York, 1997.
- Michel Gendreau, Jean-Yves Potvin - *Handbook of Metaheuristics* (Third edition), Springer International Publishing AG, 2019.
- Michael Hahsler, Kurt Hornik - *TSP - Infrastructure for the Traveling Salesperson Problem*, <https://epub.wu.ac.at/3990/1/TSP.pdf>
- Shane N. Hall - *A Group Theoretic Tabu Search Approach to The Traveling Salesman Problem*, Air Force Institute of Technology, 2000.
<https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a378321.pdf>