

# 数学分析第十周作业

will

2023 年 2 月 24 日

## 题目 1. 习题 12.5-1

解. 记  $A_k = A \cap [-k, k]^n$ , 则由  $\partial A_k$  为零测集知:

$\bigcup_{k=1}^{+\infty} \partial A_k$  为零测集.

于是  $\partial A \subset \bigcup_{k=1}^{+\infty} \partial A_k$  为零测集.

## 题目 2. 习题 12.5-2

证明.  $f$  有界, 不妨设  $|f| \leq M$

$\int_{B_\varepsilon(p)} |f| \leq M \cdot V(B_\varepsilon)$  有界.

又  $f$  在  $A - B_\varepsilon(p)$  上可积, 则在  $A$  上可积, 且

$$\int_A f = \int_{A - B_\varepsilon(p)} f + \int_{B_\varepsilon(p)} f$$

而  $\left| \int_{B_\varepsilon(p)} f \right| \leq M \cdot V(B_\varepsilon)$ , 于是:

$$\int_A f = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_{A - B_\varepsilon(p)} f$$

从而得到原题结论. □

**题目 2 的注记.** 即得易见平凡, 仿照上例显然. 留作习题答案略, 读者自证不难. 反之亦然同理, 推论自然成立. 略去过程 Q.E.D., 由上可知证毕.