

数学分析第十周作业

will

2023 年 2 月 24 日

题目 1. 习题 12.5-1

解. 记 $A_k = A \cap [-k, k]^n$, 则由 ∂A_k 为零测集知:

$\bigcup_{k=1}^{+\infty} \partial A_k$ 为零测集.

于是 $\partial A \subset \bigcup_{k=1}^{+\infty} \partial A_k$ 为零测集.

题目 2. 习题 12.5-2

证明. f 有界, 不妨设 $|f| \leq M$

$\int_{B_\varepsilon(p)} |f| \leq M \cdot V(B_\varepsilon)$ 有界.

又 f 在 $A - B_\varepsilon(p)$ 上可积, 则在 A 上可积, 且

$$\int_A f = \int_{A - B_\varepsilon(p)} f + \int_{B_\varepsilon(p)} f$$

而 $\left| \int_{B_\varepsilon(p)} f \right| \leq M \cdot V(B_\varepsilon)$, 于是:

$$\int_A f = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_{A - B_\varepsilon(p)} f$$

从而得到原题结论. □

题目 2 的注记. 即得易见平凡, 仿照上例显然. 留作习题答案略, 读者自证不难. 反之亦然同理, 推论自然成立. 略去过程 Q.E.D., 由上可知证毕.