

# Materialfluss in Logistiksystemen

Dieter Arnold • Kai Furmans

# Materialfluss in Logistiksystemen

6., erweiterte Auflage



Springer

em. Professor Dr.-Ing. Dr. h.c. Dieter Arnold  
Inst. f. Fördertechnik und Logistiksysteme  
Universität Karlsruhe  
Gotthard-Franz-Str. 8  
76128 Karlsruhe  
dieter.arnold@ifl.uka.de

Professor Dr.-Ing. Kai Furmans  
Inst. f. Fördertechnik und Logistiksysteme  
Universität Karlsruhe  
Gotthard-Franz-Str. 8  
76128 Karlsruhe  
kai.furmans@ifl.uka.de

ISBN 978-3-642-01404-8

e-ISBN 978-3-642-01405-5

DOI 10.1007/978-3-642-01405-5

Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006, 2009

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funk-sendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

*Einbandentwurf:* WMXDesign GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media ([www.springer.com](http://www.springer.com))

# Vorwort

## Vorwort zur 6. Auflage

*Jeder will lange leben,  
aber keiner will alt werden.*

*(Jonathan Swift)*

Weil das Zitat des irischen Skeptikers prinzipiell auch für ein Fachbuch gilt, haben die Autoren an der 6.ten Auflage eine Rundum-Verjüngungskur durchgeführt.

Die gravierendste Veränderung des fachlichen Inhalts ist die Aufnahme des Kapitels 8 „Informationsflüsse in Logistiksystemen“. In diesem Kapitel wird in komprimierter Form dargestellt, was zur Durchführung der Materialflussprozesse in Logistiksystemen an Informations-, Identifikations- und Kommunikationstechnik erforderlich ist. Die diesbezüglichen theoretischen Grundlagen aus den Bereichen der Informatik, der Nachrichtentechnik und der Optoelektronik muss ein wissenshungriger Leser der umfangreichen, einschlägigen Fachliteratur entnehmen, weil die Aufnahme des dazu nötigen Wissens den Umfang des Buches sprengen würde. Zum Verständnis der logistikrelevanten Anwendungen sind die Inhalte des Kapitels 8 jedoch völlig ausreichend.

Neben zahlreichen anderen, kleineren Korrekturen wurde bei der Überarbeitung des Kapitels 3.4 „Materialflussmatrizen“ der Tripelalgorithmus in Abschnitt 3.4.3 berichtigt. Im Abschnitt 4.12 ist eine deutlichere Darstellung der „Faltung von Vektoren“ gewählt worden. Darüber hinaus wurden alle Texte, auch die in Grafiken enthaltenen, der neuen deutschen Rechtschreibung angepasst.

Der Umfang des Buches ist mit der Aufnahme des Kapitels 8 „natürlich“ gewachsen; das bringt, im Sinn des obigen Zitats, ein langes Leben so mit sich! Die Herstellkosten werden damit leider nicht niedriger, aber wir hoffen, dass mit den Inseraten honorierter Unternehmen dennoch ein studentenfreundlicher Verkaufspreis möglich ist; darum gilt diesen Unternehmen unser ganz besonderer Dank.

Zu danken haben wir für die zahlreichen konstruktiven Hinweise von Studierenden, von praktizierenden Logistikern und von einigen lehrenden Kollegen. Unser Dank gilt auch den vielen Mitarbeitern des Instituts für Fertigkeitstechnik und Logistiksysteme (IFL) der Universität Karlsruhe, die mit großem Einsatz an der Bearbeitung dieser 6. Auflage mitgewirkt haben. Wiederum war die Zusammenarbeit mit dem Springer-Verlag traditionell angenehm und effizient, wofür wir uns ganz herzlich bei Herrn Lehnert und seinem Team bedanken.

Karlsruhe, im Januar 2009

*D. Arnold*

*K. Furmans*

### **Vorwort zur 5. Auflage**

Mit der 5. Auflage wurde das kleine Kapitel „Sortieren“ neu aufgenommen, um eine wichtige Funktion von Materialflusssystemen zu behandeln. Für die bereits in Kapitel 2 behandelten Grundelemente von Sortiersystemen wird im neuen Kapitel 6 gezeigt, wie durch Kombination der Grundelemente auch komplexere Funktionen realisiert werden können.

Das bereits angekündigte Erscheinen des Buches „Informationsfluss in Logistiksystemen“ verzögert sich leider durch unerwartete Veränderungen in der Autorenschaft. Darüber hinaus sind die Arbeiten an dem Werk durch die schnelle Entwicklung in der Informationstechnik und ihren Anwendungen in Logistiksystemen umfangreicher als zunächst angenommen.

Karlsruhe, im Juli 2006

*D. Arnold*

*K. Furmans*

### **Vorwort zur 1. Auflage**

Freunde aus der Zeit meiner Industrietätigkeit, Studenten und Mitarbeiter haben mich ermuntert, dieses Buch zu schreiben. Darin ist das *Basiswissen* zusammengefasst, das man im Studium zum besseren Verständnis der Materialflussprozesse benötigt. Dem in der Praxis tätigen Ingenieur soll damit eine Hilfe beim Lösen von Materialflussproblemen geboten werden.

Der Titel *Materialflusslehre* wurde aus einer meiner Vorlesungen übernommen, die ich seit 1987 an der Universität Karlsruhe für Studenten des Maschinenbaus, der Produktionstechnik und des Wirtschaftsingenieurwesens halte. Die Materialflusslehre hat zum Ziel, für stark vernetzte, vielgestaltige Materialflusssysteme einfache Modelle anzubieten, die geeignet sind, das reale Systemverhalten mit ausreichender Genauigkeit abzubilden, zu analysieren und zu bewerten. Gleichzeitig will sie zum selbständigen Entwickeln solcher Modelle hinführen. Die Beschäftigung mit den technischen Ausführun-

gen der Materialflusssysteme, also die eigentliche Materialflusstechnik, muß dazu nicht im Detail behandelt werden – und würde in dem Buch auch keinen Platz mehr finden. Aus eigener langjähriger Erfahrung im fördertechnischen Anlagenbau weiß ich jedoch sehr gut, dass bei entsprechender Industrietätigkeit der Anfänger wie von selbst das Wissen um technische Details aufnimmt, während Defizite im Basiswissen nur mit großer Anstrengung auszugleichen sind.

Der Versuch, den Leser auf dem kürzesten Weg zum Wesentlichen hinzuführen, bedingt gelegentlich eine Abkehr vom traditionellen, hierarchischen Aufbau eines Lehrbuches, so z. B. in den Kapiteln 3.5 (Verteilungen) und 6.6 (Simulation), wenn Anwendungsbeispiele der Theorie vorangestellt sind. Mit den am Ende eines jeden Hauptkapitels gegebenen Literaturempfehlungen werden Quellen zur Verbreiterung und zur Vertiefung des Wissens genannt. Bei der Auswahl galt der Grundsatz: so viel wie nötig, so wenig wie möglich!

Den meisten meiner derzeitigen und einigen meiner früheren wissenschaftlichen Mitarbeiter habe ich zu danken für Anregungen und konstruktive Kritik. Allen voran Herrn Dr.-Ing. Kai Furmans, der mir in vielen interessanten Diskussionen Aufmerksamkeit und Zeit geschenkt hat. Von ihm stammen zahlreiche substantielle Verbesserungen und Ergänzungen. Herr Dipl. Wirtsch.-Ing. Bernd Rall hat meine teils chaotischen Textvorgaben mit bewunderungswerter Ausdauer in einen wohlgeordneten LATEX-Text umgewandelt und dabei viele Verbesserungen des Inhalts und der Form vorgenommen. Herr Dipl.-Ing. Ulrich Naudascher gab mir bei der Ausarbeitung des siebten Kapitels wichtige Impulse. Die Bilder wurden von Herrn Tobias Biedenkopf gezeichnet. Herzlichen Dank Ihnen und allen andern, hier nicht namentlich genannten, die zum Entstehen des Buches beigetragen haben. Nachdem Herr Schmitt vom Vieweg-Verlag in freundlichem Entgegenkommen nun lange genug gewartet hat, wird die Arbeit als beendet erklärt – keineswegs vollkommen und gewiss verbesserungsfähig. Für Fachleute ist das allerdings keine neue Erfahrung, denn:

... So eine Arbeit wird eigentlich nie fertig,  
man muss sie für fertig erklären,  
wenn man nach Zeit und Umständen das Möglichste getan hat.

Goethe (Italienische Reise, 16.3.1787)

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einführung und Überblick</b>	1
1.1 Der Materialfluss in Produktion und Vertrieb	1
1.2 Aufgaben der Materialflusslehre	1
1.3 Typisches Beispiel eines Materialflusssystems	4
<b>2. Grundelemente der Materialflusssysteme</b>	11
2.1 Förderstrecken	11
2.1.1 Durchsatz	11
2.1.2 Grenzdurchsatz, Auslastungsgrad	13
2.1.3 Taktzeit	13
2.1.4 Zwischenankunftszeit	14
2.1.5 Erwartungswert stetig verteilter Zwischenankunftszeiten	17
2.1.6 Praktische Ermittlung des Erwartungswerts	17
2.1.7 Streuung der Zwischenankunftszeiten	19
2.2 Verzweigungen	21
2.2.1 Teilstetige Verzweigungen für zwei Richtungen	23
2.2.2 Teilstetige Verzweigungen für beliebig viele Richtungen	25
2.2.3 Unstetige Verzweigungen für zwei und mehr Richtungen	25
2.2.4 Partieller Grenzdurchsatz der stetigen und der unstetigen Richtungen	26
2.2.5 Stetige Verzweigungen für zwei Richtungen	28
2.2.6 Stetige Verzweigungen für beliebig viele Richtungen	32
2.3 Zusammenführungen	33
2.3.1 Abfertigungsregeln für die Zusammenführungen	34
2.3.2 Die Zeitlücken im Hauptstrom	35
2.3.3 Durchsatzbedingungen der Zusammenführungen mit Vorfahrt	37
2.4 Universelles Materialflusselement	42
2.5 Literaturempfehlungen zu Kapitel 2	46
<b>3. Abbildung von Materialflusssystemen in Modellen</b>	47
3.1 Modellarten	47
3.2 Flussdiagramme, Groblayout	49
3.3 Graphen	51

3.3.1	Struktur .....	51
3.3.2	Pfeil- und Knotenbewertung .....	53
3.4	Materialflussmatrizen .....	53
3.4.1	Adjazenzmatrix .....	53
3.4.2	Bewertungsmatrix .....	54
3.4.3	„Kürzeste-Wege“-Matrix .....	55
3.4.4	Belastungsmatrix .....	65
3.4.5	Transportmatrix .....	68
3.4.6	Leerfahrtenmatrix .....	70
3.4.7	Benutzung der Matrizen zur Bestimmung der Förder- mittelanzahl .....	78
3.5	Verteilungen zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Materialflussprozessen .....	81
3.5.1	Diskrete Verteilungen .....	82
3.5.2	Stetige Verteilungen .....	88
3.5.3	Stetige Gleichverteilung .....	88
3.5.4	Exponentialverteilung .....	90
3.5.5	Erlangverteilung .....	91
3.5.6	Normalverteilung .....	93
3.6	Statistische Schätz- und Prüfmethode zur Beurteilung des stochastischen Verhaltens von Materialflussprozessen .....	94
3.6.1	Punktschätzung .....	94
3.6.2	Bereichsschätzung .....	95
3.6.3	Vertrauensbereich der Varianz .....	101
3.6.4	Testen von Hypothesen .....	101
3.7	Literaturempfehlungen zu Kapitel 3 .....	109
4.	<b>Warten und Bedienen im Materialfluss</b> .....	111
4.1	Wartesystem-Modelle .....	112
4.2	Das $M M 1$ -Modell .....	115
4.3	Das $D D 1$ -Modell .....	123
4.4	Das $M D 1$ -Modell .....	124
4.5	Das $M E_k 1$ -Modell .....	124
4.6	Das $M G 1$ -Modell .....	125
4.7	Das $G G 1$ -Modell .....	128
4.8	Das $M M m$ -Modell .....	130
4.9	Geschlossene Systeme am Beispiel des $M M 1 K$ -Systems ....	132
4.10	Vernetzte Wartesysteme .....	134
4.10.1	Berechnung von Kennwerten für offene Netzwerke mit Exponentialverteilungen .....	136
4.10.2	Berechnung von Kennwerten für geschlossene Netz- werke mit exponentialverteilten Bedienzeiten .....	139
4.10.3	Die Mittelwertanalyse .....	141
4.11	Beispiel zur Anwendung von elementaren Wartesystemen ....	145
4.12	Zeitdiskrete Modelle von Materialflusselementen .....	148



4.13	Exkurs: Zufällige Irrfahrt und Leiterhöhenverteilung . . . . .	156
4.14	Zeitdiskrete G G 1-Wartesysteme als zufällige Irrfahrt . . . . .	158
4.14.1	Berechnung der Warte- und Brachzeitverteilung . . . . .	159
4.14.2	Bestimmung der Zwischenabgangszeit . . . . .	163
4.14.3	Bestimmung der Verweilzeit einer Fördereinheit . . . . .	169
4.14.4	Bestimmung der Verteilung der Zahl von Förderein- heiten im System im Ankunftsmoment . . . . .	169
4.15	Literaturempfehlungen zu Kapitel 4 . . . . .	171
<b>5.</b>	<b>Lagern und Kommissionieren . . . . .</b>	<b>173</b>
5.1	Lagerbestand . . . . .	173
5.2	Lagerkapazität und Füllungsgrad . . . . .	176
5.2.1	Lagerdimensionierung bei normalverteilten Artikelbe- ständen . . . . .	179
5.2.2	Lagerdimensionierung bei beliebig verteilten Artikel- beständen . . . . .	182
5.3	Lagerbauarten . . . . .	189
5.4	Zugriffszeit . . . . .	196
5.5	Einzel- und Doppelspiel . . . . .	197
5.6	Mittlere Spielzeit der Einzelspiele . . . . .	202
5.7	Mittlere Spielzeit der Doppelspiele . . . . .	208
5.8	Mittlere Spielzeiten in Abhängigkeit von der Lage des Über- gabeplatzes . . . . .	211
5.9	Kommissionieren . . . . .	212
5.9.1	Drei Grundkonzepte für Kommissioniersysteme . . . . .	213
5.9.2	Die Kommissionierzeit . . . . .	217
5.10	Literaturempfehlungen zu Kapitel 5 . . . . .	224
<b>6.</b>	<b>Sortieren . . . . .</b>	<b>225</b>
6.1	Der Materialfluss des Sortierprozesses . . . . .	225
6.2	Sortieren in Logistikprozessen . . . . .	226
6.3	Grenzdurchsatz, betrieblicher Durchsatz . . . . .	227
6.4	Literaturempfehlungen zu Kapitel 6 . . . . .	231
<b>7.</b>	<b>Planung von Materialflusssystemen . . . . .</b>	<b>233</b>
7.1	Aufnahme des Ist-Zustands . . . . .	234
7.1.1	Parameter der Ist-Aufnahme . . . . .	235
7.1.2	Ablaufstudien . . . . .	242
7.1.3	Belastungsstudien . . . . .	244
7.1.4	Kostenstudien . . . . .	250
7.1.5	Darstellung des Ist-Zustands . . . . .	251
7.1.6	Wertstromanalyse . . . . .	259
7.2	Planungsstufen . . . . .	269
7.2.1	Grobplanung . . . . .	271
7.2.2	Idealplanung . . . . .	273

7.2.3	Realplanung .....	274
7.2.4	Detailplanung .....	274
7.3	Beurteilung von Planungsvarianten .....	275
7.3.1	Nutzwertanalysen .....	275
7.3.2	Wirtschaftlichkeitsanalysen .....	284
7.3.3	Risikoanalysen .....	286
7.4	Layoutplanung .....	289
7.4.1	Das Optimierungsproblem .....	289
7.4.2	Das Dreieck-Verfahren .....	291
7.4.3	Rechnergestützte Layoutplanungsverfahren .....	294
7.4.4	Ein vektorbasiertes Layoutplanungsverfahren .....	297
7.5	Verfügbarkeit .....	301
7.5.1	Definition und Bestimmungsgrößen der Verfügbarkeit .	302
7.5.2	Verbesserung der Verfügbarkeit von Systemen durch die Anordnung ihrer Elemente .....	305
7.5.3	Die Problematik des Nachweises der Verfügbarkeit ....	307
7.6	Simulation .....	309
7.6.1	Simulation der Arbeitsweise eines Regalbediengeräts im Hochregallager .....	310
7.6.2	Simulation eines Warteprozesses .....	312
7.6.3	Simulation vernetzter Materialflusssysteme in der Pla- nungsphase .....	315
7.6.4	Charakteristische Arbeitsphasen und typische Proble- me bei der Durchführung einer Simulation .....	317
7.6.5	Analyse der Simulationsergebnisse .....	322
7.7	Literaturempfehlungen zu Kapitel 7 .....	327
<b>8.</b>	<b>Informationsflüsse in Logistiksystemen .....</b>	<b>329</b>
8.1	Informations-Prozessketten, Kommunikationsnetze .....	329
8.2	Kommunikationsmodell .....	330
8.3	Informationsmanagement .....	333
8.4	Identifikationssysteme .....	335
8.5	Strichcode-Datenträger .....	339
8.5.1	Codearten und Codekennzeichen .....	339
8.5.2	Lesegeräte für Strichcode-Datenträger .....	345
8.6	Identifikationssysteme mit zweidimensionalen Datenträgern ..	354
8.6.1	Allgemeines .....	354
8.6.2	Dotcode .....	355
8.6.3	Dotcode 1 .....	357
8.6.4	USD-5 .....	358
8.7	Identifikationssysteme mit elektronischen Datenträgern .....	358
8.7.1	Historie .....	359
8.7.2	Festcodierte Datenträger .....	360
8.7.3	Programmierbare Datenträger .....	361
8.7.4	Lese-Programmiereinheit .....	363

8.7.5	Auswerteeinheit .....	367
8.7.6	Einsatz- und Auswahlkriterien .....	367
8.8	Sprachverarbeitende Systeme im Informationsfluss .....	371
8.8.1	Klassifizierung der sprachverarbeitenden Systeme .....	372
8.8.2	Einzelworterkennung .....	375
8.8.3	Spracherkennung in Materialfluss-Prozessen .....	379
8.9	Identifikationssysteme in der Materialflussteuerung .....	380
8.9.1	Zentrale Materialflussteuerung .....	381
8.9.2	Dezentrale Materialflussteuerung .....	382
8.9.3	Selbstorganisierende Systeme .....	383
8.10	Literaturempfehlungen zu Kapitel 8 .....	384
<b>Literaturverzeichnis .....</b>		<b>387</b>
<b>Sachverzeichnis .....</b>		<b>395</b>

# 1. Einführung und Überblick

## 1.1 Der Materialfluss in Produktion und Vertrieb

Die einzelnen Schritte der Produktion und des Vertriebs von Konsum- und Investitionsgütern sind in einer *Vorgangsfolge* nach technischen und organisatorischen Regeln miteinander verbunden. Alle wesentlichen *technischen Vorgänge* lassen sich unter folgenden Oberbegriffen einordnen: *Bearbeiten, Montieren, Prüfen, Handhaben, Fördern (Transportieren), Lagern (Speichern, Puffern), Sammeln, Verteilen, Sortieren, Verpacken*. Unter vereinfachenden Annahmen bildet eine solche Vorgangsfolge einen Produktions- oder Logistikprozess im Gesamten oder in Teilen quasi als Fließprozess ab. So können z.B. die Zeit-Mengen-Relationen des im Prozess fließenden Materials auf einfache Weise untersucht werden. Material steht hier als Oberbegriff für Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe, für angearbeitete und fertige Teile, für Baugruppen und Produkte aller Art, die noch einen Ortswechsel erlauben.

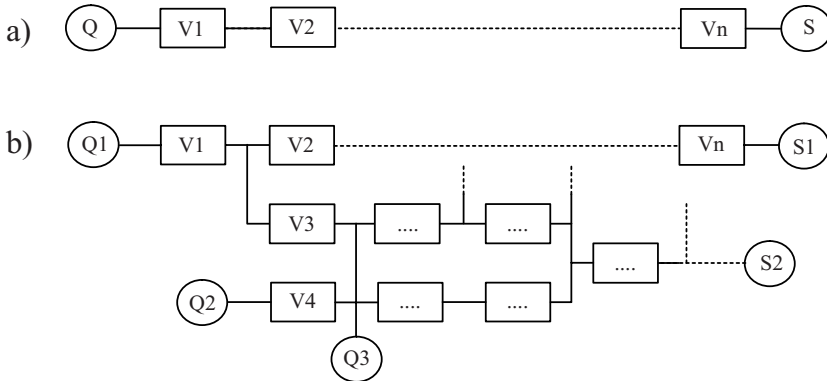
Ein Materialfluss im Sinne der hier vorgestellten *Materialflusslehre* bezieht sich auf diskrete Objekte, also in der Sprache der Fördertechnik auf Stückgüter, die sich in regelmäßigen oder in unregelmäßigen zeitlichen Abständen über Transportwege oder Förderstrecken bewegen. Auch kontinuierliche Massen- und Volumenströme von Schüttgütern, Flüssigkeiten und Gasen lassen sich mittels geeigneter Behälter diskretisieren und können auf diese Weise wie Stückgut behandelt werden.

Der Gebrauch des Wortes „Fluss“ darf nicht darüber hinwegtäuschen, dass das Material sich während des weitaus größten Teils der Zeit geplant oder ungeplant irgendwo im Prozess „in Ruhe“ befindet. In Wirklichkeit handelt es sich also um einen häufig *stockenden Fluss*. Abgesehen von produktionstechnisch bedingten oder organisatorisch erwünschten Wartezeiten sind generell in allen Materialflussprozessen die kürzestmöglichen Durchlaufzeiten bei geringsten Beständen anzustreben. Die Methoden und Verfahren der Materialflusslehre können u.a. angewendet werden, um dieses Ziel zu erreichen.

## 1.2 Aufgaben der Materialflusslehre

Im einfachsten Fall ist der unter 1.1 beschriebene *Fließprozess* durch einen Materialfluss mit nur einer einzigen Fließlinie, also ausschließlich aus seriellen

Verbindungen der beteiligten Vorgänge, darstellbar (siehe **Bild 1.1a**). Dies ist beispielsweise die Struktur der *Transferstraße*, die mit zunehmender Zahl der Produktvarianten und mit Rückgang der Stückzahlen schließlich unwirtschaftlich wurde.



**Abb. 1.1.** Fließlinienstruktur (a) und Netzwerkstruktur (b) in Materialflusssystemen mit Quellen (Q), Senken (S) und Vorgängen (V)

Der überwiegende Teil heutiger Materialflusssysteme stellt sich als *Netzwerk* dar (siehe **Bild 1.1b**), weil die Vorgänge teilweise seriell und teilweise parallel angeordnet sind. Dies begründet sich aus der Notwendigkeit, dass z.B. verschiedenes Material in wechselnder Reihenfolge denselben Vorgang beansprucht oder dass gleiches Material alternativ verschiedene Vorgänge durchlaufen kann. Je höher die *Flexibilität*, umso höher ist der Grad der Vernetzung und umso schwieriger die theoretische Behandlung des Prozesses.

Im Rahmen der Materialflusslehre werden die real sehr komplexen Materialflussprozesse in stark vereinfachten Modellen dargestellt und damit Lösungen praktischer Probleme gesucht. Die Übertragung der gefundenen Lösungen in die Realität setzt qualitativ und quantitativ geeignete Modellierungen voraus. So fordern die Netzwerkstrukturen beispielsweise unter anderem *Vorfahrtsregelungen* unter Beachtung der Prioritäten des Materials und des Fassungsvermögens von *Warteräumen* im Netzwerk. Spätestens hier zeigt sich, dass die Beschäftigung mit den physischen Aspekten eines Materialflusssystems allein nicht ausreicht; der Informationsfluss ist genauso wichtig! Die *Lokalisierung* und die *Identifikation* stehen dabei im Vordergrund, also die Information, *wo sich welches Material aktuell befindet*. Zusammen mit den *Zielinformationen* kann die Steuerung dann den gewünschten Materialfluss mittels verschiedener Akteure des Materialflusssystems (Förderer, Heber, Greifer, etc.) erzeugen.

Eine wichtige Aufgabe der Materialflusslehre ist die Bestimmung des (Material)-*Durchsatzes* an kritischen Stellen des Materialflusssystems. Dazu

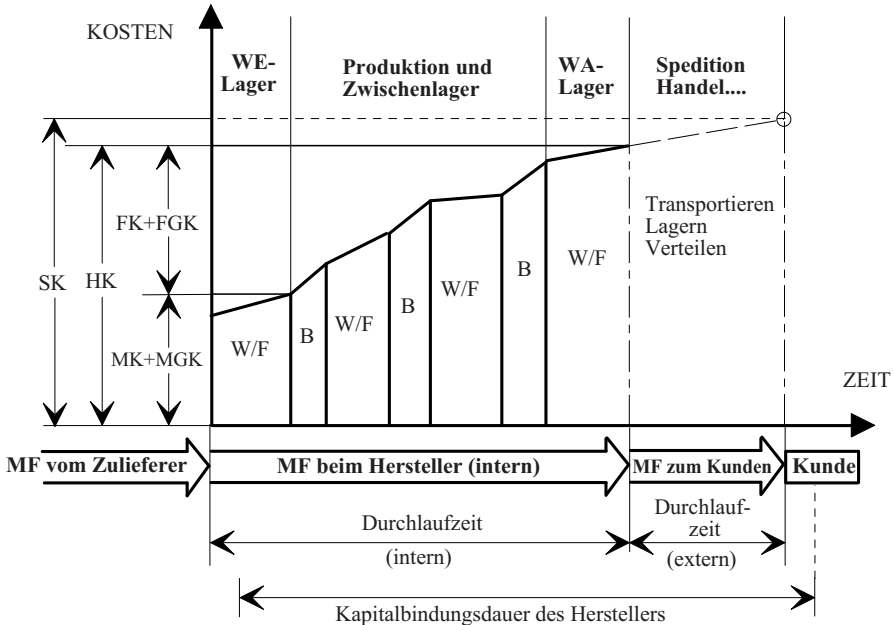
hat man neben den in der Steuerung festgelegten Strategien das Verhältnis zwischen dem betrieblich wahrscheinlichen Durchsatz und dem technisch maximal möglichen Durchsatz (*Grenzdurchsatz*) zu beachten. Der betriebliche Durchsatz – insbesondere von flexiblen Anlagen – kann aber nicht wie der technische Grenzdurchsatz als konstanter Wert angegeben werden. Mithilfe einfacher mathematischer Verteilungsfunktionen kommt man jedoch zu einer praxisnahen Beschreibung des betrieblichen Durchsatzes. Bei ausgeführten Anlagen hilft die systematisch durchgeführte Analyse des Ist-Zustandes, diese Verteilungsfunktion aus empirischen Häufigkeitsverteilungen zu finden.

Es ist generell unrealistisch, Durchsätze oder Wartezeiten unter der Annahme störungsfreier technischer Einrichtungen zu prognostizieren. Daraus entsteht die Notwendigkeit, sich mit Fragen der *Zuverlässigkeit* und *Verfügbarkeit* von Materialflusssystemen zu beschäftigen.

Da der betriebliche Durchsatz und das Störungsgeschehen von stochastischer Natur sind, resultieren auch unter sonst konstanten Bedingungen im Netzwerk eines Materialflusssystems wechselnde Füllzustände der Warteräume. Die *Warteschlangentheorie* liefert die analytischen Ansätze zur Abschätzung der *eingeschwungenen Zustände*. Das dynamische Geschehen der Zustandsänderungen, das Füllen und Leeren der Warteräume, kann mithilfe der *ereignisorientierten stochastischen Simulation* untersucht werden. Für die Suche nach *kürzesten Wegen* oder *optimalen Rundreisen* durch das Netzwerk werden Standardalgorithmen aus dem Bereich des Operations Research angewandt.

Insgesamt sind die Verfahren der Materialflusslehre sehr gut geeignet, um konzeptionelle Fragestellungen und deren Kostenwirksamkeit in Verbindung mit den aktuellen Forderungen nach *kürzeren Durchlaufzeiten* und *niedrigeren Beständen* in der Produktion und im Vertrieb zu bearbeiten (siehe **Bild 1.2**). Diese und andere typische Aufgaben der Materialflusslehre erfordern nur geringe Beschäftigung mit den technischen Details der Materialflusssysteme. Normalerweise genügen als *technische Daten* die *Hauptabmessungen* von Förderstrecken, Lager- und Warteräumen und von bewegten Objekten (Fördereinheiten, Lagereinheiten) sowie die *Geschwindigkeiten* und *Beschleunigungen* bewegter Geräte und Geräteteile. Dafür gewinnen Fragen der Gesamtplanung und organisatorische Fragen an Bedeutung.

Tiefer in die konzeptionellen *technischen* Details einzudringen, ist Aufgabe der *Materialflusstechnik*; diese setzt sich z.B. mit der Auswahl von Trag- und Triebwerken, der Ermittlung von Antriebsleistungen, dem Erstellen maßstäblicher Aufstellungspläne und der detaillierten Entwicklung von Steuerungskonzepten auseinander. Die Entwicklung und die Konstruktion der förder- und lagertechnischen Geräte (z.B. Regalbediengeräte, Flurförderzeuge, Rollen- und Kettenförderer, etc.) bleiben nach wie vor Aufgaben der klassischen *Fördertechnik*.



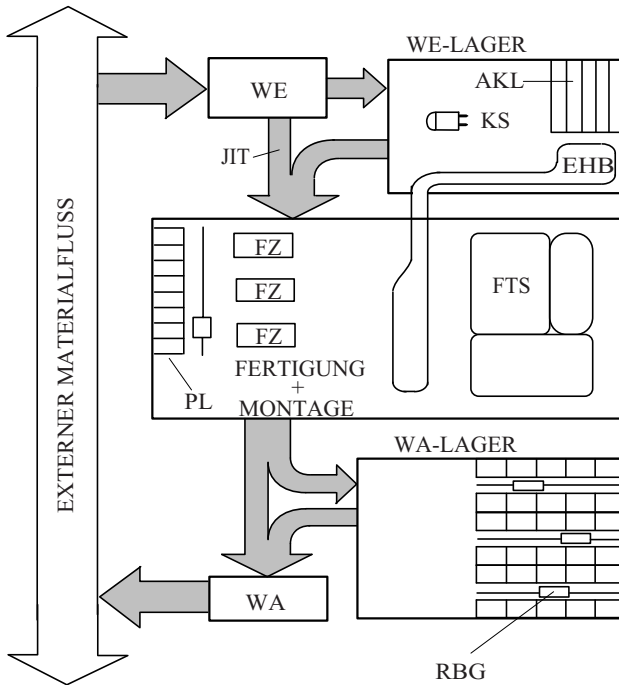
**Abb. 1.2.** Die Entwicklung der Kosten im Materialfluss

(Abkürzungen: B = Bearbeiten, F = Fördern, FGK = Fertigungsgemeinkosten, FK = Fertigungskosten, HK = Herstellkosten, MF = Materialfluss, MGK = Materialgemeinkosten, MK = Materialkosten, SK = Selbstkosten, W = Warten, WA = Warenausgang, WE = Wareneingang)

### 1.3 Typisches Beispiel eines Materialflusssystems

In den folgenden Kapiteln wird gelegentlich auf die verschiedenen Bereiche eines fabrikinternen Materialflusssystems nach **Bild 1.3** zurückgegriffen. Es zeigt in grober Darstellung den physischen Teil des Materialflusssystems einer Fabrik vom Wareneingang (WE) bis zum Warenausgang (WA).

Je nach Art und Umfang der Produktion werden auf einem realen Fabrikgelände Wareneingang und Warenausgang unmittelbar benachbart sein, wenn die Anschlüsse zum externen Materialfluss im Straßen- oder Bahnnetz dies erfordern. Ebenso wird man statt der beiden Lagerbereiche für eingehendes Material (WE-Lager) und für Fertigprodukte (WA-Lager) aus den verschiedensten Gründen (häufig nur aufgrund der historischen Entwicklung!) mehrere, über das Fabrikgelände verteilte Lagerbereiche finden. Der eigentliche Kernbereich der Produktion steht im Beispiel mit einer mechanischen Fertigung, dem Produktionslager (PL) (als Ausweichpuffer) und dem Montagebereich stellvertretend für komplexe reale Strukturen. Die sequenzgerechte Anlieferung von Zukaufteilen (Just-in-Time) betrifft beispielhaft den Fertigungsbereich (für gelieferte Rohteile oder angearbeitete Teile) und den



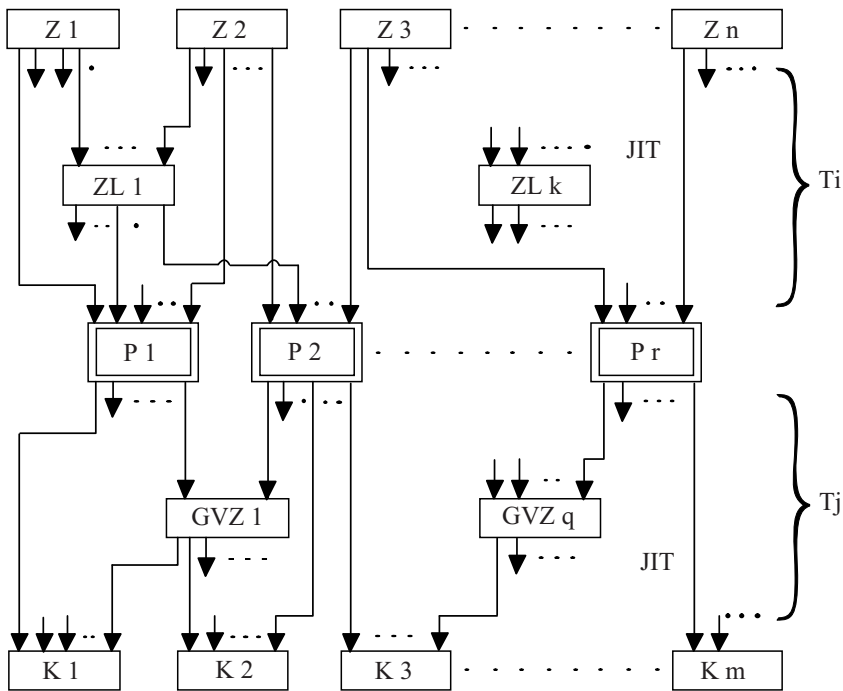
**Abb. 1.3.** Darstellung der Bereiche eines fabrikinternen Materialflusssystems (Abkürzungen: AKL = automatisches Kleinteilelager, EHB = Elektrohängebahn, FTS = Fahrerloses Transportsystem, FZ = Fertigungszelle, JIT = „Just-in-Time“, KS = Kommissionierstapler, PL = Produktionslager, RBG = Regalbediengerät, WA = Warenausgang, WE = Wareneingang )

Montagebereich (für gelieferte Baugruppen, beispielsweise Pumpen, Motoren, etc.).

Der Materialfluss zwischen den verschiedenen Fabrikbereichen soll, wie noch immer am häufigsten anzutreffen, mit fahrerbedienten Flurförderzeugen (z.B. Staplern) erfolgen. Der Mensch bietet nach wie vor die höchste Flexibilität und kann an vielen Stellen durch automatische Anlagen nicht wirtschaftlich ersetzt werden. Innerhalb der Produktions- und Lagerbereiche sind beispielhaft automatische Förderanlagen installiert: ein fahrerloses Transportsystem (FTS) im Montagebereich, Rollen- und Kettenförderer im Fertigungsbereich sowie in der Vorzone des WA-Lagers. Den Materialfluss im WA-Lager leisten automatische, schienengeführte Regalbediengeräte (RBG), auch Regalförderzeuge (RFZ) genannt, im WE-Lager jedoch wegen der größeren Flexibilität fahrerbediente Kommissionierstapler (KS). Im Bereich des WE-Lagers befindet sich ferner ein automatisches Kleinteilelager (AKL), das die Aufgabe der Kommissionierung von Kleinteilen übernimmt. Für den Transport der Kleinteile zum Montagebereich ist eine Elektrohängebahn (EHB) installiert.

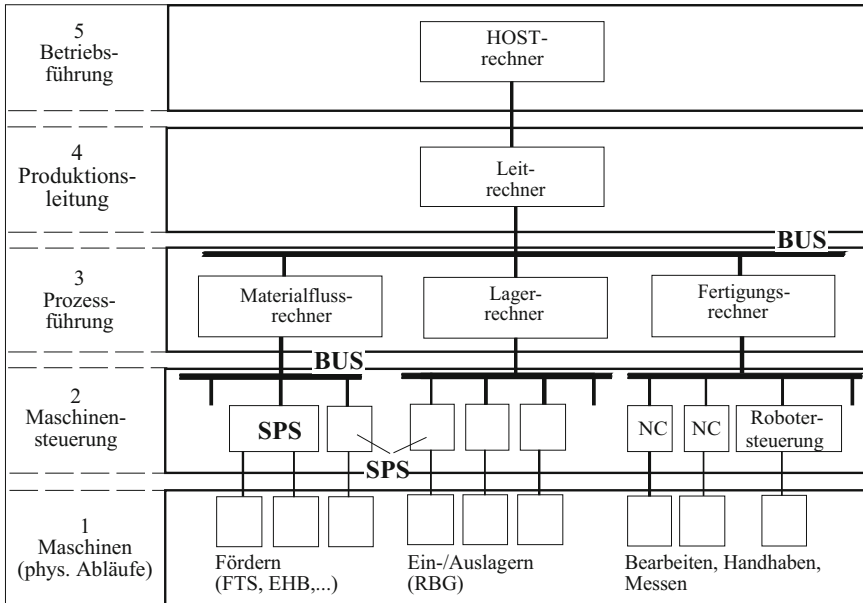


Wareneingang (WE) und Warenausgang (WA) bilden die Schnittstellen zur Umwelt im *Materialfluss dieses Produktionsprozesses*. Hier schließt der externe *Materialfluss der Vertriebsprozesse* an, also die Warenverteilung in sog. Logistik-Ketten von den Zulieferern und zu den Kunden. Obwohl sich die Transport-, Umschlag- und *Lagertechniken* im externen Materialfluss von denen innerbetrieblicher Materialflusssysteme ebenso unterscheiden wie die Organisationsformen und Informationstechniken, gelten im Prinzip die gleichen Strukturen vernetzter Fließprozesse (siehe **Bild 1.4**). Dies erlaubt die Anwendung der Verfahren für den innerbetrieblichen Materialfluss auch auf die externen Materialflusssysteme der Logistik. Erschwerend kommt jedoch hinzu, dass der Materialfluss außerhalb der Fabrik Straßen- und Schienennetze und gegebenenfalls die Luft- und Wasserwege benutzen muss. Für realistische Materialflussplanungen in Logistiksystemen gibt es vielfältige Restriktionen. Konzepte mit längerfristiger Lebensdauer müssen neben den technischen Aspekten die ökonomischen, politischen, kulturellen, sozialen und ökologischen Entwicklungen beachten.



**Abb. 1.4.** Verzweigter externer Materialfluss in sog. *Logistik-Ketten* mit mehreren Zulieferern (Z), Zulieferlagern (ZL), Produktherstellern (P), Güterverteilzentren (GVZ), Kunden (K) und Transportunternehmen (T), JIT = „Just-in-Time“

Material- und Informationsflüsse in einem integrierten Materialflusssystem gemäß Bild 1.3 müssen über Rechner verknüpft werden, die lokal miteinander kommunizieren. Dazu ist es zweckmäßig, die Aufgaben auf mehrere Ebenen zu verteilen und jede Ebene nur die für ihre Aufgaben relevanten Daten mit den entsprechenden Anforderungen (z.B. Echtzeitbetrieb oder Dateitransfer) bearbeiten zu lassen. Dieses hierarchische Grundschemata ist in vielen automatischen Anlagen verwirklicht; **Bild 1.5** zeigt eine solche Struktur.



**Abb. 1.5.** Verteilung der Steuerungsaufgaben in einem Materialflusssystem auf mehrere Ebenen

Zwischen der *ersten* und der *zweiten Ebene* werden Anweisungen für Antriebe und Aktoren, Sensorsignale und Messwerte vor Ort in Echtzeitbetrieb ausgetauscht. Speicherprogrammierbare Steuerungen (SPS) der Förder- und Lagergeräte, spezielle Robotersteuerungen und numerische Steuerungen (NC) der Fertigungseinrichtungen übernehmen neben der eigentlichen Steuerung der Antriebe zunehmend auch Aufgaben wie Beobachten, Rechnen, Regeln und Kommunizieren – Aufgaben, die früher auf einer der höheren Ebenen von Prozessrechnern bearbeitet wurden.

Auf der Ebene *Prozessführung* werden z.B. Lagerplätze verwaltet, Materialflüsse gesteuert, Fertigungseinrichtungen geführt und NC-Programme verwaltet. Auf der Ebene *Produktionsleitung* erfolgt die Ablaufplanung für die Produktion und damit auch für den Materialfluss. Hier werden z.B. Fer-

tigungsaufträge verwaltet und in die Feinplanung aufgenommen, Arbeitsanweisungen ausgegeben und Rückmeldungen aus dem Produktionsprozess ausgewertet. Somit kann die vierte Ebene u.a. als Auskunftssystem für Auslastungen, Störungen und Daten der Materialflussverfolgung dienen.

Der *fünften Ebene* sind die *Planungs- und Dispositionsaufgaben* der Betriebsführung zugeordnet; wie z.B. die Kapazitätsplanung, die Materialdisposition sowie die Verwaltung der Stammdaten und der Kundenaufträge. Während die Planungs- und Dispositionsaufgaben auf Großrechnern *off line* durchgeführt werden, müssen die eigentlichen *Operationsaufgaben*, also in jedem Fall von der dritten Ebene abwärts, im Echtzeitbetrieb *on line* bearbeitet werden.

Voraussetzung für die offene Kommunikation innerhalb und zwischen den Ebenen bei einer nach Bild 1.5 hierarchisch gegliederten Aufgabenverteilung sind abgestimmte Schnittstellen und einheitliche Datenprotokolle. Die Integrationsfähigkeit über alle Ebenen und die Kostenkonsequenzen sind im Einzelfall sorgfältig zu prüfen.

Ein optimaler Informationsfluss in Logistik-Ketten gemäß Bild 1.4 erfordert zusätzlich überbetriebliche Kommunikationsnetze. Nur so können die Vorteile des bestandsarmen Materialflusses mit kurzen Vertriebszeiten im Sinne des Supply Chain Managements (SCM) realisiert werden.

Wie bereits unter Abschnitt 1.2 gesagt, ist die Kenntnis technischer Details zur Lösung der Aufgaben der Materialflusslehre nicht erforderlich. Insofern mag die kurze Beschreibung der förder-, lager- und steuerungstechnischen Einrichtungen als Einleitung für die folgenden Betrachtungen genügen.

In **Bild 1.6** ist das Materialflussschema für das Materialflusssystem aus Bild 1.3 als vereinfachtes *Flussdiagramm* dargestellt. Daran lässt sich zeigen, dass der Materialfluss immer in die Grundfunktionen *Fördern*, *Verzweigen* (*Verteilen*), *Zusammenführen* (*Sammeln*), *Warten*, *Bedienen* zerlegt werden kann. Unter Bedienen soll im einzelnen verstanden werden: Bearbeiten, Handhaben, Montieren, Übernahme oder Übergabe vor Lagerbereichen, etc.

Durch Verbinden von einfachen Förderstrecken mit unterschiedlichen Elementen zum Verteilen und Zusammenführen können bereits in sich geschlossene Bereiche des Bildes 1.3 als Lager-, Fertigungs- oder Montagesysteme abgebildet werden, womit dann ein netzartiges Materialflusssystem entsteht, wie es in Bild 1.6 dargestellt ist.

Eine entsprechende Zerlegung in die Grundfunktionen kann auch für komplexere Vorgänge wie Kommissionieren oder Sortieren vorgenommen werden. Darum orientiert sich die Behandlung der Materialflusslehre in diesem Buch stets an den oben genannten Grundfunktionen. Die mechanischen Elemente für das Fördern, Verteilen und Zusammenführen weisen sehr viele Gemeinsamkeiten auf und werden deshalb in Kapitel 2 als sog. *Grundelemente* der Materialflusssysteme unter weitgehend gleichen Voraussetzungen behandelt.



## 2. Grundelemente der Materialflusssysteme

### 2.1 Förderstrecken

#### 2.1.1 Durchsatz

Auf einer Förderstrecke der Länge  $l$  bewegen sich Fördereinheiten (FE) unbehindert mit der Geschwindigkeit  $v$  von einer Quelle (Q) zu einer Senke (S). Man stellt sich vor, dass die Fördereinheiten von der Quelle „erzeugt“ werden, unabhängig davon, ob dies ihr wirklicher Entstehungsort ist. Durch gezielte Schnitte – mit Quellen bzw. Senken an den Schnittstellen – kann ein vernetztes Materialflusssystem in einfache Förderstrecken zerlegt werden. Die Förderstrecken sind dabei nicht an eine bestimmte Raumlage gebunden; exakt horizontale oder vertikale Richtungen sind jedoch häufig vorkommende Sonderfälle.

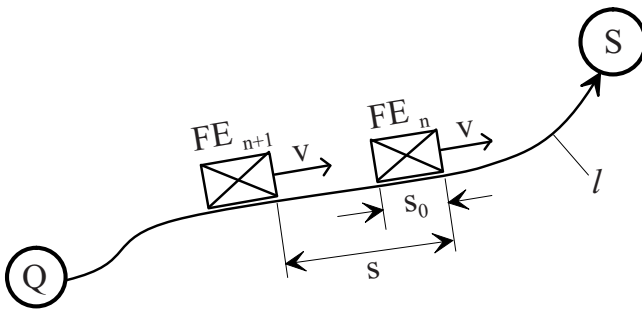


Abb. 2.1. Fördereinheiten (FE) auf einer Förderstrecke der Länge  $l$

Für die Durchsatzbetrachtung ist es zunächst unerheblich, nach welchem technischen Prinzip die Fördereinheiten bewegt werden; wichtig ist nur die Kenntnis ihres Geschwindigkeit-Zeit-Verhaltens. Sogenannte *aktive Förderstrecken* (z.B. Rollenbahn oder Bandförderer) zeichnen sich durch eine konstante Fördergeschwindigkeit  $v$  und ein stetig arbeitendes Fördermittel aus. Unstetig arbeitende Fördermittel (z.B. fahrerbediente oder fahrerlose Flurfördergeräte oder Elektrohängebahnen) verkehren auf passiven Förderstrecken (Fahrwege oder Schienen) in der Regel nicht mit konstanter Geschwindigkeit;

Anfahr- und Bremsvorgänge, reduzierte Geschwindigkeit in Kurven usw. sind zu berücksichtigen. Doch auch hier wird man die ersten Durchsatzbetrachtungen unter der Annahme einer konstanten, mittleren Fahrgeschwindigkeit anstellen.

Den *Durchsatz* einer Förderstrecke berechnet man somit im einfachsten Fall aus der Geschwindigkeit  $v$  und dem Abstand  $s$  der Fördereinheiten zu:

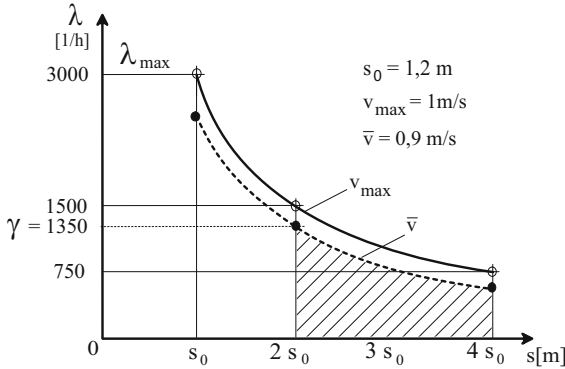
$$\lambda = \frac{v}{s} \quad \left[ \frac{1}{ZE} \right] \quad (2.1)$$

( $s$  ist der Abstand zwischen den *gleichen* Punkten jeweils zweier aufeinanderfolgender FE, vgl. Bild 2.1)

Der maximale Durchsatz

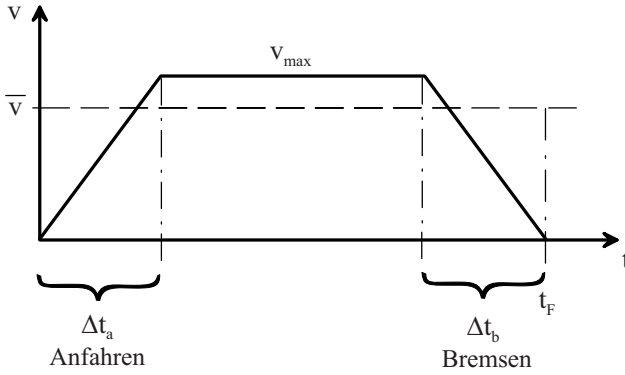
$$\lambda_{max} = \frac{v}{s_0} \quad (2.2)$$

wird erreicht, wenn die Fördereinheiten lückenlos, einander berührend, die Förderstrecke passieren. Aus verschiedenen Gründen ist dies aber nur sehr selten möglich. Sicherheitsabstände zur Schonung der Fördereinheiten oder steuerungstechnische Restriktionen mindern den Durchsatz.



**Abb. 2.2.** Durchsatz  $\lambda$  von Fördereinheiten auf einer Förderstrecke in Abhängigkeit vom Abstand  $s$  und der Geschwindigkeit  $v$

Für variable Abstände  $s$  liefert Gleichung (2.1) die in **Bild 2.2** dargestellten Hyperbel-Äste. Das Anfahren der Fördereinheiten am Anfang und das Abbremsen am Ende der Förderstrecke wird durch die Verminderung der Geschwindigkeit von  $v_{max} = 1 \text{ m/s}$  auf eine fiktive mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v} = 0,9 \text{ m/s}$  berücksichtigt. Dabei wird jeweils ein linearer Geschwindigkeit- Zeit-Verlauf während der Beschleunigungs- und der Bremsphase angenommen (siehe **Bild 2.3**). Wenn die Förderstrecke lang genug ist, kann man den Einfluss des Anfahrens und Bremsens vernachlässigen und während der gesamten Fahrtzeit  $t_F$  mit  $v = v_{max}$  rechnen.



**Abb. 2.3.** Typischer Geschwindigkeit-Zeit-Verlauf für die Bewegung von Förder-einheiten in Materialflusssystemen

### 2.1.2 Grenzdurchsatz, Auslastungsgrad

Wie bisher dargelegt, ist der Durchsatz einer Förderstrecke begrenzt. Wenn z.B. in Bild 2.2 die Bedingungen  $s \geq s_{max} = 2s_0$  und  $\bar{v} \leq 0,9 \text{ m/s}$  gelten, so kann der Durchsatz den Wert  $\lambda = 1350 \text{ 1/h}$  nicht überschreiten. Wir nennen diesen, aus technischen Gründen größtmöglichen Durchsatz den *Grenzdurchsatz* und bezeichnen ihn mit dem griechischen Buchstaben  $\gamma$ .

In Bild 2.2 bleibt für den tatsächlich im Betrieb nutzbaren Durchsatz somit nur noch das Feld rechts der Geraden  $s_{min} = 2s_0$  unter dem Hyperbel-Ast für  $\bar{v}$ . Im praktischen Betrieb muss die Bedingung

$$\lambda \leq \gamma \quad (2.3)$$

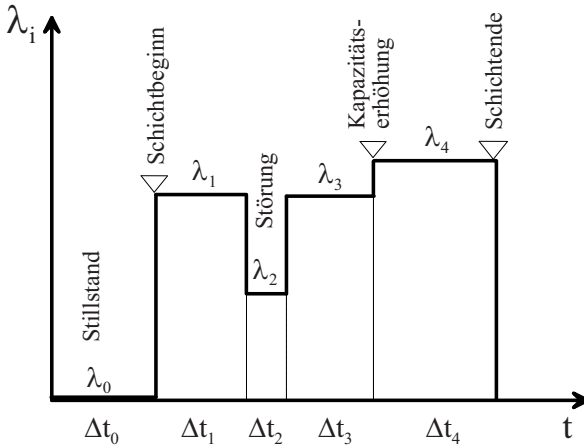
stets erfüllt sein. Wird der *betriebliche Durchsatz*  $\lambda$  kleiner als der *Grenzdurchsatz*  $\gamma$ , so ist die Förderstrecke nicht vollständig ausgelastet. Dies beschreibt man durch Angabe des *Auslastungsgrades*  $\rho$ . Es gilt:

$$\rho = \frac{\lambda}{\gamma} \leq 1 \quad (2.4)$$

### 2.1.3 Taktzeit

Unter der Voraussetzung eines regelmäßigen „Liefer“-Taktes der Quelle in Bild 2.1 sind auf der Förderstrecke  $z = l/s$  Fördereinheiten in gleichen Abständen  $s$  unterwegs. Mit der Förderzeit (oder Fahrtzeit)  $t_F$  einer Fördereinheit von der Quelle zur Senke liefert Gleichung (2.1) den Durchsatz als Kehrwert der Taktzeit  $T$ :

$$\lambda = \frac{l/t_F}{l/z} = \frac{1}{t_F/z} = \frac{1}{T} \quad (2.5)$$



**Abb. 2.4.** Diskret verteilter Durchsatz  $\lambda_i$  während verschiedener Phasen eines Produktionsprozesses

Echte Taktprozesse findet man jedoch im Materialfluss des Vertriebs nie und im Materialfluss der Produktion immer seltener (siehe Erläuterungen unter Abschnitt 1.2). Es ist zwar prinzipiell möglich, den Durchsatz jeweils als Mittelwert für kürzere Zeitintervalle anzugeben (siehe **Bild 2.4**), doch ist dieses Vorgehen nur dann sinnvoll, wenn es sich tatsächlich um diskret verteilte Durchsätze  $\lambda_i$  handelt, deren Sprünge aus determinierten Arbeitsphasen des Betriebs erklärbar sind (z.B. Pausen, Kapazitätserhöhung etc.). Falls jedoch die Abstände  $s$  zufällig (stochastisch) beliebige Werte annehmen können, verliert die diskrete Verteilung der  $\lambda_i$  ihren Sinn. Dann ist es für weitere analytische Betrachtungen besser, den Materialfluss durch die sogenannten *Zwischenankunftszeiten* zu beschreiben.

#### 2.1.4 Zwischenankunftszeit

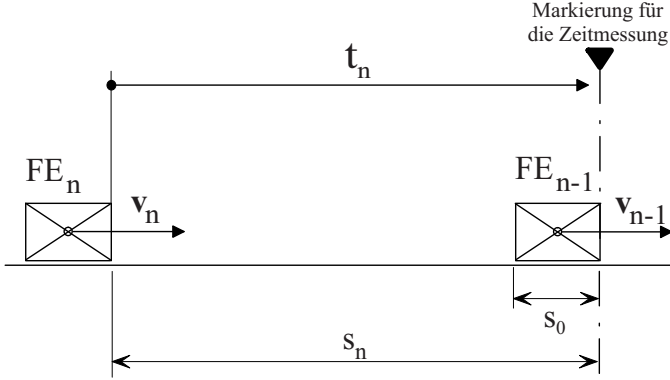
Die Zwischenankunftszeit  $t_n$  ist in **Bild 2.5** erklärt als die Zeitspanne zwischen Ankunft der (n-1)-ten und der n-ten Fördereinheit an einer beliebigen festen Markierung auf der Förderstrecke. Alle folgenden Betrachtungen gelten unter der Voraussetzung gleicher und konstanter Geschwindigkeiten aller Fördereinheiten, d.h.  $v_i = konst.$ , also insbesondere  $v_{n-1} = v_n = konst.$  Im allgemeinen Falle kann die Zwischenankunftszeit jeden beliebigen Wert  $t$  mit  $t_0 \leq t < \infty$  annehmen. Da die Länge der Fördereinheiten  $s_0 > 0$  ist, muss stets  $t_0 > 0$  sein. Um die bekannten mathematischen Verteilungsfunktionen benutzen zu können, wird jedoch als zulässiger Bereich für die Zwischenankunftszeit definiert:

$$0 \leq t \leq \infty \quad (2.6)$$

Eine praktische Bedeutung haben die gegen Null oder Unendlich gehenden Werte allerdings nicht.

Die Zwischenankunftszeit kann somit als eine stetige Zufallsgröße aufgefasst und als solche theoretisch behandelt werden. Insbesondere ist ihre





**Abb. 2.5.** Zur Definition der Zwischenankunftszeit

Verteilung durch die *Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion*  $f(t)$  und durch die *Verteilungsfunktion*  $F(t)$  quantifizierbar. Der typische Verlauf einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist in **Bild 2.6 a** dargestellt. Für den Definitionsbereich der Zwischenankunftszeit nach (2.6) kann die *Wahrscheinlichkeitsdichte* die Werte

$$0 \leq f(t) \leq \infty \quad (2.7)$$

annehmen. Gleichzeitig muss die Normierungsbedingung

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1 \quad (2.8)$$

erfüllt sein, d.h. das Flächenintegral unter der Kurve in Bild 2.6 a) muss stets den Wert Eins liefern.

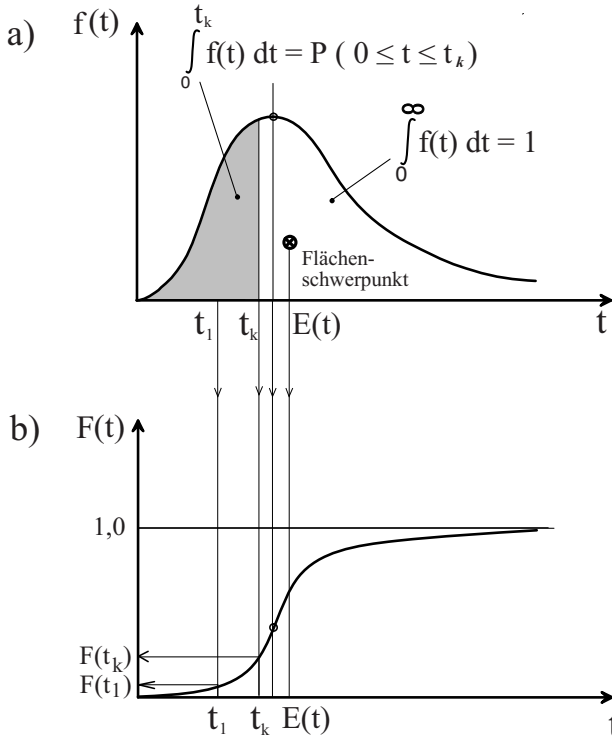
Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Zwischenankunftszeit mit einem Wert  $0 \leq t \leq t_k$  entspricht dem Integral der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von  $t = 0$  bis  $t = t_k$ . Man schreibt für die *Wahrscheinlichkeit*  $P$  (Probability):

$$P(0 \leq t \leq t_k) = \int_0^{t_k} f(t) dt = F(t_k) \quad (2.9)$$

Häufiger als die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion wird die sogenannte *Verteilungsfunktion*  $F(t)$  benutzt, mit der sich die Verteilung der Zwischenankunftszeit noch einfacher quantifizieren lässt. Die Verteilungsfunktion  $F(t)$  entsteht durch Integration der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Ihr möglicher Wertebereich ist:

$$0 \leq F(t) \leq 1 \quad (2.10)$$

In **Bild 2.6 b**) entspricht somit der Funktionswert  $F(t_k)$  dem Integral nach Gleichung (2.9). Mithilfe der Verteilungsfunktion kann die *Wahrscheinlichkeit*



**Abb. 2.6.** Darstellung stetiger Verteilungen der Zwischenankunftszeit mittels

a) Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f(t)$  und

b) Verteilungsfunktion  $F(t)$

für das Auftreten einer Zwischenankunftszeit im Bereich  $t_1 < t \leq t_k$  als Differenz der Funktionswerte  $F(t_1)$  und  $F(t_k)$  sehr einfach angegeben werden. Man schreibt für die Wahrscheinlichkeit:

$$P(t_1 < t \leq t_k) = F(t_k) - F(t_1) \quad (2.11)$$

Aus Gleichung (2.11) wird u.a. deutlich, dass die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten einer Zwischenankunftszeit von genau  $t_i$  gleich Null ist (es ist  $P(t_i) = F(t_i) - F(t_i) = 0$ ). Dieser Sachverhalt gilt allgemein für alle *stetigen Zufallsvariablen* (z.B. Zeit- und Wegmessung). Im Gegensatz dazu kann man für jede Ausprägung einer *diskreten Zufallsvariablen* (z.B. Stückzahl) auch eine konkrete Wahrscheinlichkeit angeben. Die Zwischenankunftszeit ist ihrer Natur nach eine stetige Größe, die man aber durch Einführen von Zeitintervallen (z.B. Sekunden-/ Minutentakte) diskretisieren kann.

### 2.1.5 Erwartungswert stetig verteilter Zwischenankunftszeiten

Von praktischer Bedeutung für die Durchsatzbetrachtungen von Förderstrecken in Materialflusssystemen ist neben der Frage nach der Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von Zwischenankunftszeiten in bestimmten Zeitbereichen insbesondere die Frage, welchen mittleren Wert aus den möglichen Zwischenankunftszeiten man zu erwarten hat. Dieser sogenannte *Erwartungswert*  $E(t)$  kann aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f(t)$  wie folgt ermittelt werden:

$$E(t) = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad (2.12)$$

Der Erwartungswert als gewichtetes Mittel aller möglichen Zwischenankunftszeiten entspricht der Abszisse des Flächenschwerpunkts der Fläche unter der Kurve  $f(t)$ .

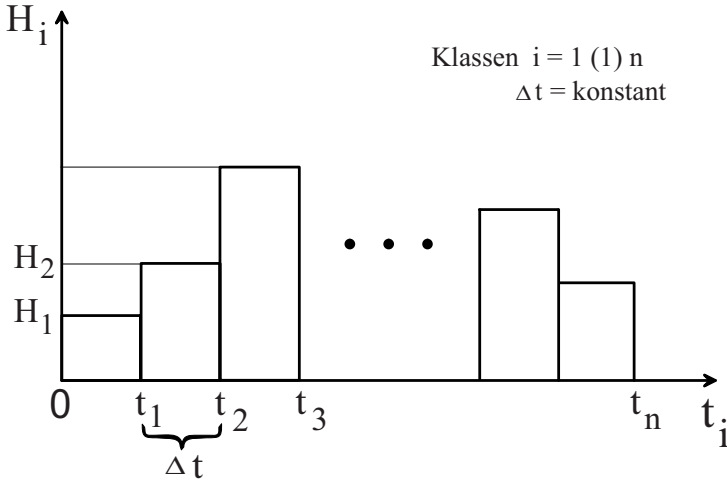
*Anmerkung:* In der Statistik wird  $E(t)$  auch „erstes Moment“ von  $f(t)$  genannt. Aus Bild 2.6 wird sofort erkennbar, dass bei unsymmetrischem Verlauf der Kurve  $f(t)$  der Erwartungswert nicht unter dem Kurvenmaximum liegt und dass er nicht mit dem Wendepunkt der Verteilungsfunktion zusammenfällt (sofern diese überhaupt einen Wendepunkt besitzt). Der Abszissenwert unter dem Maximum der Kurve  $f(t)$  und damit auch der Abszissenwert des Wendepunktes der Kurve  $F(t)$  wird *Modalwert* genannt (modus = der Häufigste). Daneben wird gelegentlich noch der sogenannte *Medianwert* oder *Zentralwert* angegeben; er halbiert die nach der Größe der Einzelwerte geordnete Reihe aller Werte und ist folglich nur für diskrete Verteilungen angebar.

### 2.1.6 Praktische Ermittlung des Erwartungswerts

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f(t)$  und die Verteilungsfunktion  $F(t)$  der Zwischenankunftszeit sind in ihrer mathematischen Form für ausgeführte Materialflusssysteme normalerweise zunächst nicht bekannt. Durch Messungen kann ermittelt werden, mit welchen Häufigkeiten die Zwischenankunftszeiten in vorgegebene Zeitintervalle fallen. Man erhält als Näherung eine *diskrete* Verteilung der in Wirklichkeit *stetig* verteilten Zwischenankunftszeiten. Als Ergebnis können die absoluten Häufigkeiten  $H_i$  z.B. in Form eines Histogrammes gemäß **Bild 2.7** dargestellt werden; dabei gilt für die *relativen Häufigkeiten*:

$$h_i = \frac{H_i}{\sum_{i=1}^n H_i} \quad \text{mit} \quad 0 \leq h_i \leq 1 \quad (2.13)$$

Unter der Voraussetzung, dass das in Bild 2.7 dargestellte Messergebnis *repräsentativ* ist für die Grundgesamtheit der Zwischenankunftszeiten – und nur dann ist die weitere Verwendung sinnvoll – können die empirisch ermittelten relativen Häufigkeiten  $h_i$  mit den tatsächlichen, aber unbekannten *Wahrscheinlichkeiten*  $p_i$  gleichgesetzt werden:



**Abb. 2.7.** Beispiel für absolute Häufigkeiten gemessener Zwischenankunftszeiten in  $n$  Zeitklassen der Breite  $\Delta t$

$$p_i \approx h_i \quad \text{mit} \quad 0 \leq p_i \leq 1 \quad (2.14)$$

Dabei bedeutet:

$$p_i = P(t_{i-1} < t \leq t_i) \quad (2.15)$$

Die  $p_i$  sind Elemente eines Wahrscheinlichkeitsvektors mit der Summe Eins:

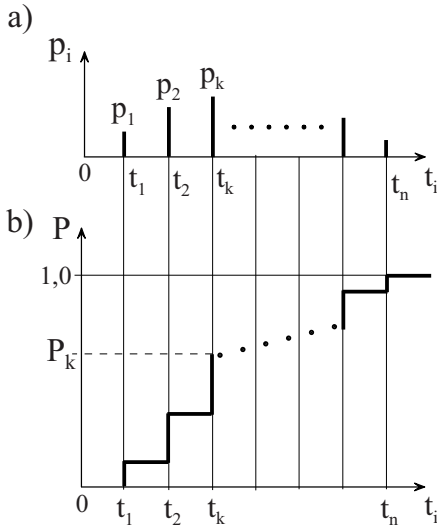
$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad \text{für } i = 1(1)n^1 \quad (2.16)$$

Ordnet man in einer grafischen Darstellung die Zahlenwerte für  $p_i$  z.B. an der rechten Intervallgrenze den gemessenen Zwischenankunftszeiten zu, so kommt man zu grafischen Darstellungen gemäß **Bild 2.8**, die in ihren Aussagen den stetigen Verteilungen aus Bild 2.6 entsprechen.

Die Gleichung (2.8) entspricht bei diskreten Verteilungen der Gleichung (2.16). Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Zwischenankunftszeit mit dem Wert  $0 \leq t \leq t_k$ , für stetige Verteilungen mit Gleichung (2.9) angegeben, wird für die diskrete Verteilung analog zur Integration aus der Summation ermittelt; man schreibt jetzt für die Wahrscheinlichkeit:

$$P(0 \leq t \leq t_k) = \sum_{i=1}^k p_i \quad (2.17)$$

<sup>1</sup> Die Schreibweise  $i = 1(1)n$  entspricht der ganzzahligen Erhöhung der Laufvariable  $i$  von 1 bis  $n$ . Ebenso gebräuchlich ist auch die Schreibweise  $i = 1, 2, \dots, n$ .



**Abb. 2.8.** Darstellung diskreter Verteilungen der Zwischenankunftszeit mittels

a) Wahrscheinlichkeitsvektorelementen  
b) Verteilungsfunktion

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Zwischenankunftszeit im Bereich  $t_1 < t \leq t_k$  kann auch für die diskrete Verteilung als Differenz der Funktionswerte  $F(t)$  unmittelbar aus Gleichung (2.11) bestimmt werden. Schließlich ist der Erwartungswert der diskreten Verteilung analog zu Gleichung (2.12):

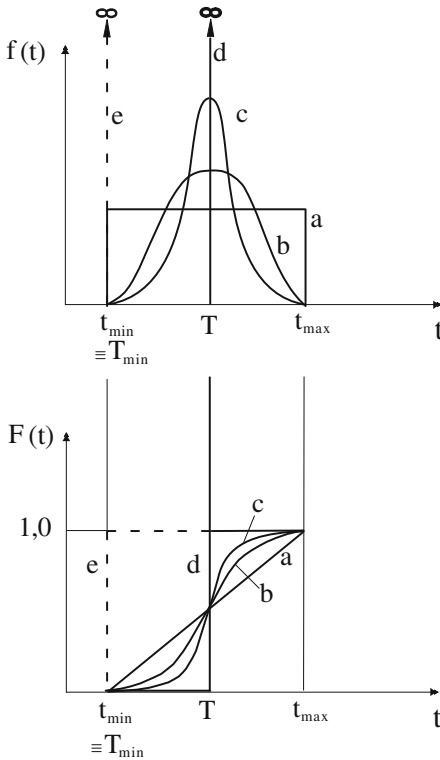
$$E(t) = \sum_{i=1}^n t_i p_i \quad (2.18)$$

In diesem Abschnitt wurden *diskrete Verteilungen* der Zwischenankunftszeit als die in der Praxis messbaren Näherungen *stetiger Verteilungen* eingeführt. Gelegentlich ändern sich die Werte der Zwischenankunftszeiten tatsächlich sprunghaft, beispielsweise wenn sie ganzzahlig in den Zeiteinheiten „Tag“, „Woche“ oder „Monat“ angegeben werden. Dazu ein Beispiel: Es sollen die *Zeitabstände* der am Wareneingang (WE) in **Bild 1.3** ankommenden Lkws erfasst werden: Das Ergebnis kann ein Histogramm in der Art von Bild 2.7 mit den Zeitintervallen  $\Delta t = 1$  Tag und  $n = 7$  Klassen (inkl. Sonntag) sein. In diesem konkreten Beispiel besteht (wie bei vielen weiteren Materialfluss-Überlegungen) an einer exakten Bestimmung der Ankunfts*uhrzeiten* der Lkws gar kein Interesse!

### 2.1.7 Streuung der Zwischenankunftszeiten

Der theoretisch zulässige *Bereich* für die Zahlenwerte der Zwischenankunftszeit ist mit der Bedingung (2.6) angegeben. Die in der Wirklichkeit beobachtbaren Zwischenankunftszeiten umfassen jedoch nicht die gesamte Intervallbreite, sondern sind mehr oder weniger stark um den Erwartungswert

konzentriert. Deshalb ist in **Bild 2.9** der theoretisch zulässige Bereich der Zwischenankunftszeit nach (2.6) eingeschränkt auf einen *praktisch möglichen* Bereich  $t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$  mit  $t_{\min} = s_{\min}/v$  (siehe Abschnitt 2.1.1) und mit  $t_{\max} < \infty$  als dem im praktischen Betrieb noch tolerierbaren oberen Grenzwert.



**Abb. 2.9.** Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen und Verteilungsfunktionen für unterschiedlich streuende Zwischenankunftszeiten

Kommt es innerhalb einer Zeitklasse zu keiner Häufung der Zwischenankunftszeiten, so kann man diese als gleichverteilt bezeichnen. Der Gleichverteilung – in Linie (a) dargestellt – kommt, wie später noch gezeigt wird, eine besondere Bedeutung im Materialfluss zu. Oft findet man eine Situation vor, in der sich die Zwischenankunftszeiten um bestimmte Werte häufen. Die Kurven (b) und (c) stellen zwei dieser Verteilungsformen dar, wobei (c) die geringere Streuung der Zwischenankunftszeiten um den Erwartungswert aufweist. Bei Linienzug (d) ist die Streuung zu Null geworden; alle beobachtbaren Zwischenankunftszeiten entsprechen in diesem Fall exakt dem Erwartungswert  $E(t)$ . Bei (d) und (e) handelt es sich offenbar um *Taktprozesse* mit der unter 2.1.3 beschriebenen *Taktzeit*  $T$ , wobei  $T$  eine beliebige Taktzeit im Bereich  $t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$  ist, während  $T_0 = t_0$  die *kürzeste Taktzeit* ist, aus der man den Grenzdurchsatz  $\gamma$  (siehe Abschnitt 2.1.2) bestimmt. Nur für  $T_0$

kann nach Gleichung (2.4) der Auslastungsgrad  $\rho = 1$  sein. Bei allen Taktzeiten  $T > T_0$  und bei allen Verteilungen der Form (a), (b), (c) und (d) mit Erwartungswerten  $E(t) > T_0$  ist der Auslastungsgrad  $\rho < 1$ .

Bereits aus praktischem Interesse an einem hohen Auslastungsgrad will man die Streuung der Zwischenankunftszeiten quantifizieren. Dazu geeignet ist die sogenannte Varianz oder Dispersion als bekanntester Streuungsparameter der Statistik:

$$Var(t) = E[t - E(t)]^2 \quad (2.19)$$

Die Varianz ist der Erwartungswert des Quadrats der Abweichungen vom Mittelwert. Für *stetige Verteilungen* ist die Varianz definiert als

$$Var(t) = \int_0^{\infty} (t - E(t))^2 f(t) dt \quad (2.20)$$

für *diskrete Verteilungen* errechnet sie sich zu

$$Var(t) = \sum_{i=1}^n (t_i - E(t))^2 p_i \quad (2.21)$$

Häufig wird auch die *Standardabweichung*  $\sigma$  als Streuungsparameter angegeben:

$$\sigma(t) = \sqrt{Var(t)} \quad (2.22)$$

Um Verteilungen mit unterschiedlichen Erwartungswerten bzgl. der Streuung zu vergleichen, eignet sich die relative Standardabweichung, der sogenannte *Variationskoeffizient*  $v$ :

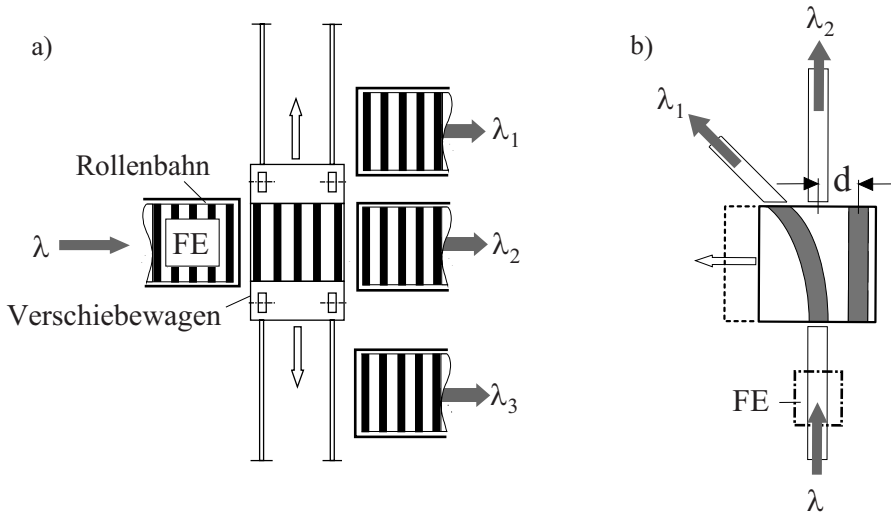
$$v(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} \quad (2.23)$$

Das Geschehen auf der Förderstrecke (nach Bild 2.1) kann nun mit Mitteln der Statistik als Verteilung der Zwischenankunftszeiten beschrieben werden; es ist gekennzeichnet durch:

- den Erwartungswert  $E(t)$
- einen der Streuungsparameter  $Var(t)$ ,  $\sigma(t)$  oder  $v(t)$

## 2.2 Verzweigungen

In dem Flussdiagramm aus Bild 1.6 ist bereits dargestellt, wie mithilfe von *Verzweigungen* (V) der Materialfluss einer Förderstrecke in mehrere Richtungen verteilt wird. Die Verzweigungen oder Verteiler lassen sich in Anlehnung an die Unterteilung in aktive und passive Förderstrecken ebenso

**Abb. 2.10.**

a) Verschiebewagen als Beispiel einer *aktiven* Verzweigung

b) EHB-Weiche als Beispiel einer *passiven* Verzweigung

klassifizieren in *aktive Verzweigungen*, wie z.B. Verschiebewagen, welche mit eigenem Antrieb Fördereinheiten weiterbewegen können, und in *passive Verzweigungen*, wie z.B. Weichen im Schienensystem einer Elektrohängebahn (EHB) oder einfach Verzweigungen der Stapler-Fahrwege.

Während diese Unterscheidung auf die Berechnung des *Grenzdurchsatzes* der Förderstrecken keinen Einfluss hatte, wird sie sich auf den Grenzdurchsatz der Verzweigungen auswirken. In **Bild 2.10** ist ein Verschiebewagen als Beispiel einer aktiven und die Weiche einer Elektrohängebahn (EHB) als Beispiel einer passiven Verzweigung dargestellt. Allein aus der Betrachtung des Bildes wird ohne weiteres klar, dass bei a) der *partielle* Grenzdurchsatz in den Richtungen (1), (2) und (3) wegen der verschieden langen Fahrwege des Verschiebewagens unterschiedlich sein muss. Dagegen ist der Grenzdurchsatz in Bild 2.10 b) in den Richtungen (1) und (2) ungefähr gleich, wenn alle Fördereinheiten die Verzweigung mit gleicher Geschwindigkeit und in gleichen Abständen durchfahren. Gemäß der Bedingung (2.3) muss folglich auch der betrieblich nutzbare gesamte Durchsatz  $\lambda$  im Falle a) davon abhängig sein, in welchem Verhältnis die Richtungen (1), (2) und (3) genutzt werden.

Für die einmal eingestellte Richtung (2) können die Fördereinheiten bei stillstehendem Verschiebewagen *stetig abgefertigt* werden. Dagegen muss für die Richtungen (1) und (3) im Falle a) der Verschiebewagen jeweils Fahrbewegungen machen, d.h. die Abfertigung in diesen Richtungen erfolgt *unstetig*. Nach dieser Unterscheidung können die Verzweigungen in drei Gruppen eingeordnet werden.

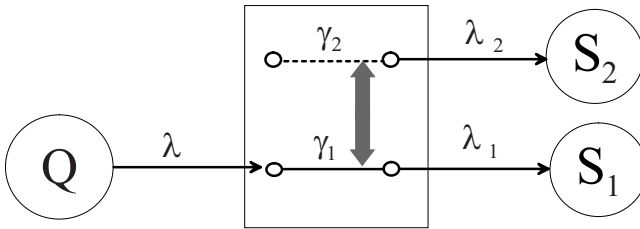


- Wenn in allen Richtungen stetige Abfertigung möglich ist, sprechen wir von *stetigen Verzweigungen*.
- Wenn in einigen Richtungen stetige und in anderen Richtungen unstetige Abfertigung möglich ist, sprechen wir von *teilstetigen Verzweigungen*.
- Wenn in allen Richtungen nur die unstetige Abfertigung möglich ist, sprechen wir von *unstetigen Verzweigungen*.

Demnach ist die EHB-Weiche in Bild 2.10 b) eine *stetige* Verzweigung und der Verschiebewagen eine *teilstetige* mit einer stetigen und zwei unstetigen Richtungen. Wir untersuchen nun die Durchsatzbedingungen für *teilstetige*, *unstetige* und *stetige* Verzweigungen an einfachen Fällen.

### 2.2.1 Teilstetige Verzweigungen für zwei Richtungen

In **Bild 2.11** ist das Prinzip einer teilstetigen Verzweigung für zwei Richtungen in Anlehnung an Bild 2.10 a) symbolisch dargestellt. Anstelle des Verschiebewagens in der Ebene kann man sich z.B. auch eine Hubeinrichtung für den Wechsel zwischen übereinander liegenden Richtungen denken.



**Abb. 2.11.** Teilstetige Verzweigung mit einer stetigen (1) und einer unstetigen (2) Durchsatzrichtung

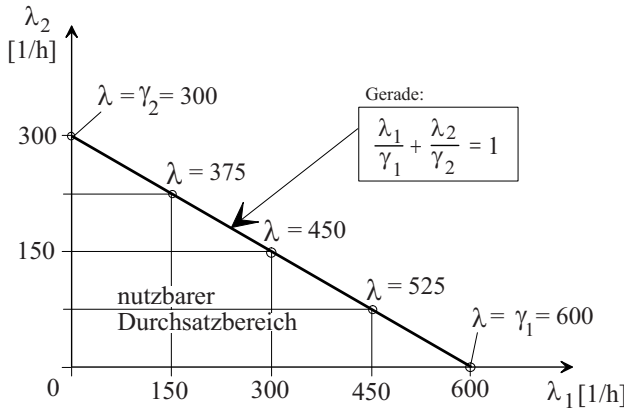
Nach den Erklärungen in Abschnitt 2.2 gilt für die Grenzdurchsätze (auf deren Berechnung wird in Abschnitt 2.2.4 ausführlich eingegangen):

$$\gamma_2 < \gamma_1 \quad (2.24)$$

Ferner muss für die betrieblichen Durchsätze gelten:

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \quad (2.25)$$

Der gesamte betriebliche Durchsatz  $\lambda$  ist jedoch nicht konstant, falls sich die Aufteilung zwischen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  ändert. Dies ist am einfachsten mithilfe eines Durchsatzdiagrammes entsprechend **Bild 2.12** erklärbar. Darin wird an einem Zahlenbeispiel gezeigt, wie bei zunehmendem Anteil der Durchsatzrichtung (2) an der Nutzung der insgesamt erreichbare Durchsatz  $\lambda$  der Verzweigung sinkt.



**Abb. 2.12.** Durchsatzdiagramm einer teilstetigen Verzweigung gemäß Bild 2.11

In den extremen Situationen, d.h. bei alleiniger Nutzung der Durchsatzrichtungen (1) oder (2), kann  $\lambda$  höchstens den Wert des jeweiligen Grenzdurchsatzes  $\gamma_1$  oder  $\gamma_2$  annehmen. Für die kombinierte Nutzung beider Richtungen gilt:

$$\gamma_2 \leq \lambda \leq \gamma_1 \quad (2.26)$$

Die möglichen Betriebspunkte liegen entsprechend dem Verhältnis der genutzten Richtungen in einem Bereich, der sich aus den Auslastungsgraden bestimmen lässt. Gemäß Gleichung (2.4) muss für jede der beiden Richtungen einzeln gelten:

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\gamma_1} \leq 1 \quad (2.27)$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\gamma_2} \leq 1 \quad (2.28)$$

und *gleichzeitig* kann auch die Auslastung der gesamten Verzweigung nicht größer als Eins werden:

$$\rho_1 + \rho_2 = \rho \leq 1 \quad (2.29)$$

So findet man als *Durchsatzbedingung*:

$$\frac{\lambda_1}{\gamma_1} + \frac{\lambda_2}{\gamma_2} \leq 1 \quad (2.30)$$

Die Ungleichung (2.30) beschreibt den betrieblich nutzbaren Bereich mit der Grenzbedingung:

$$\frac{\lambda_1}{\gamma_1} + \frac{\lambda_2}{\gamma_2} = 1 \quad (2.31)$$

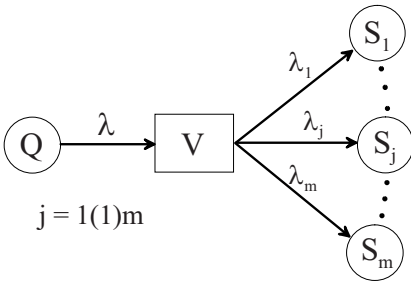
Wird die Verzweigung in Richtung (1) mit  $\rho_1$  genutzt, so bleibt für die andere Richtung höchstens noch:

$$\rho_2 = 1 - \rho_1 \quad (2.32)$$

Dies ist aus dem Durchsatzdiagramm ersichtlich.

### 2.2.2 Teilstetige Verzweigungen für beliebig viele Richtungen

Die Verzweigung nach **Bild 2.13** als Verallgemeinerung des Bildes 2.11 teilt den Materialfluss  $\lambda$  in  $m$  Richtungen auf.



**Abb. 2.13.** Allgemeine Verzweigung

Für jede Richtung  $j$  gilt die Durchsatzbedingung:

$$\rho_j = \frac{\lambda_j}{\gamma_j} \leq 1 \quad \text{mit} \quad j = 1(1)m \quad (2.33)$$

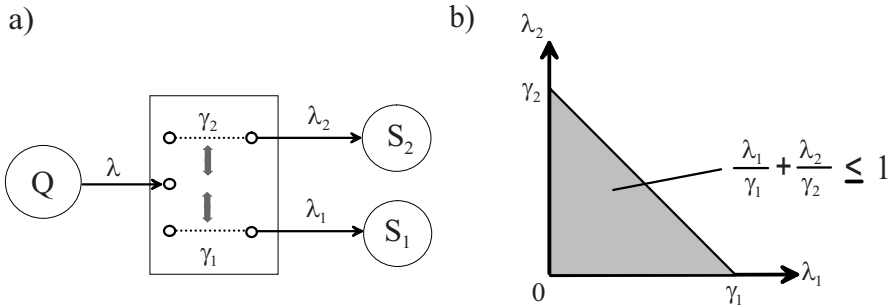
Gleichzeitig muss als Durchsatzbedingung der gesamten Verzweigung gelten:

$$\sum_{j=1}^m \frac{\lambda_j}{\gamma_j} = \sum_{j=1}^m \rho_j \leq 1 \quad (2.34)$$

### 2.2.3 Unstetige Verzweigungen für zwei und mehr Richtungen

Verschiebt man in der Verzweigung nach Bild 2.11 die Richtung (1) so, dass es keine stetige Durchsatzrichtung mehr gibt – wie dies in **Bild 2.14 a** dargestellt ist – so wird der Grenzdurchsatz  $\gamma_1$  reduziert. In vielen technischen Anwendungen ist  $\gamma_1 = \gamma_2$ . Im Durchsatzdiagramm (**Bild 2.14 b**) sind dann Abszissen- und Ordinatenabschnitte gleich. Dies ist aber keineswegs zwingend, z.B. dann nicht, wenn die Verschiebewege unterschiedlich lang sind.

Somit ist die *unstetige* Verzweigung lediglich ein Sonderfall der allgemeinen *teilstetigen* Verzweigung. Daher bleiben alle Bedingungen und Gleichungen der Abschnitte 2.2.1 und 2.2.2 auch für unstetige Verzweigungen gültig.



**Abb. 2.14.** Unstetige Verzweigung für zwei Durchsatzrichtungen

a) Prinzip

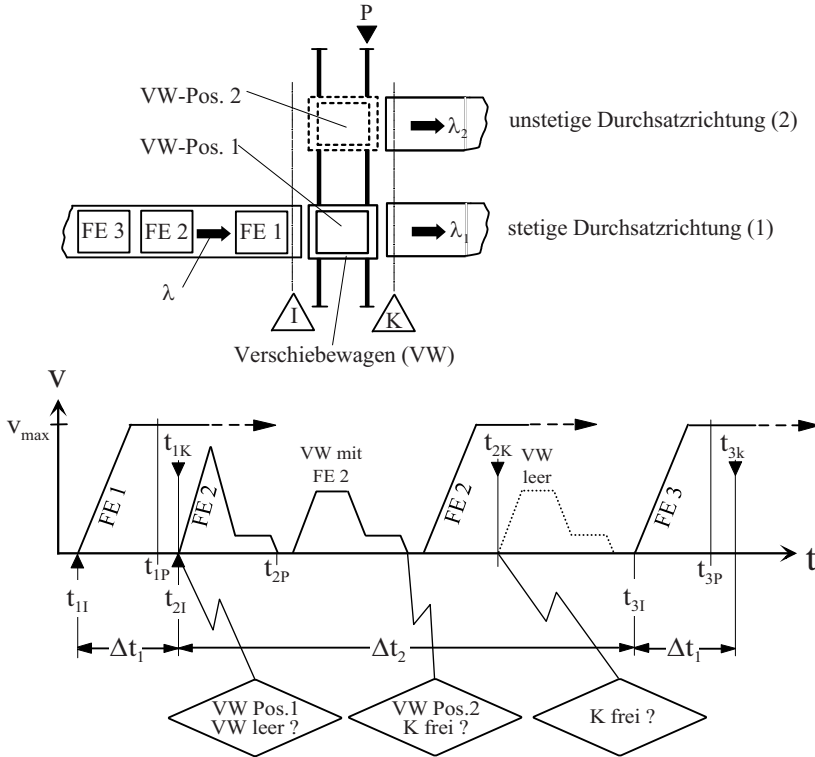
b) Durchsatzdiagramm

### 2.2.4 Partieller Grenzdurchsatz der stetigen und der unstetigen Richtungen

Für den Grenzdurchsatz in Richtung (2) der Verzweigung nach Bild 2.11 sind die von Fördereinheit und Verschiebewagen benötigten Zeitanteile relevant; die Berechnung erfolgt im Wesentlichen aus deren Geschwindigkeit-Zeit-Verhalten, aus deren jeweils zwischen den Systemgrenzen zurückzulegenden Wegen und aus den von der Steuerung benötigten Zeiten für die Kontrolle von Positionen, von Zuständen (belegt/frei) sowie aus (allgemeinen) Schaltzeiten. In **Bild 2.15** ist dazu ein Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm für die Fördereinheiten und für den Verschiebewagen dargestellt. Die Phasen „Anfahren“ und „Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit“ entsprechen der (typischen) Darstellung aus Bild 2.3. Die Bremsphase ist, der Praxis entsprechend, um einen Schleichfahrt-Anteil für das genaue Positionieren der Fördereinheiten und des Verschiebewagens ergänzt.

Geht man davon aus, dass die Fördereinheiten nur im Stillstand identifiziert werden können, so verläuft die Abfertigung einer Fördereinheit für Richtung (1) wie folgt: Anhalten zur Identifikation am *Identifikationspunkt* (I-Punkt), Beschleunigung auf  $v_{max}$  und konstante Weiterfahrt. Der Verschiebewagen ist frei, wenn die Fördereinheit den *Kontrollpunkt* (K-Punkt) passiert hat.

Die nachfolgende Fördereinheit für Richtung (2) kann nun auf den in Übernahmeposition stehenden und als „frei“ erkannten Verschiebewagen auffahren, der dann in die Übergabeposition der Richtung (2) fährt und die Fördereinheit dort abgibt. Nachdem die Fördereinheit den Kontrollpunkt passiert hat, darf der leere Verschiebewagen wieder in die Übernahmeposition zurückkehren. Erst jetzt ist der Zyklus beendet, und eine nächste Fördereinheit darf die Systemgrenze bei (I) passieren, um entweder wieder in Richtung (2) oder aber in der stetigen Richtung (1) weitergefördert zu werden.



**Abb. 2.15.** Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm für Fördereinheiten (FE) und Verschiebewagen (VW) an einer Verzweigung nach Abb. 2.11

Die partiellen Grenzdurchsätze  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  berechnet man aus der Zeit  $\Delta t_1$  bzw.  $\Delta t_2$ , die eine Fördereinheit für das Durchfahren der Verzweigung zwischen den Systemgrenzen (I) und (K) benötigt. Wie man erkennt, ist die Zeit  $\Delta t_2$  für die unstetige Durchsatzrichtung wegen des Hin- und Zurückfahrens des Verschiebewagens wesentlich länger als die Zeit  $\Delta t_1$  für die stetige Durchsatzrichtung. Darum ist der partielle Grenzdurchsatz in Richtung (2) wesentlich kleiner als in Richtung (1). Es gilt:

$$\gamma_1 = \frac{1}{\Delta t_1} \quad \gamma_2 = \frac{1}{\Delta t_2} \quad \gamma_2 \ll \gamma_1 \quad (2.35)$$

Durch entsprechende Gestaltung der Mechanik, der Antriebstechnik und der Steuerung kann der partielle Grenzdurchsatz  $\gamma_2$  verbessert werden und damit, wie in Abschnitt 2.2.1 bereits ausführlich dargelegt, die Voraussetzung für einen höheren betrieblichen Durchsatz geschaffen werden. Zu beachten ist jedoch, dass zulässige *Grenzen der Beschleunigung* nicht überschritten werden, so dass die Fördereinheiten auf dem Verschiebewagen oder auf den

Förderstrecken nicht rutschen, und dass die Mindestzeiten zur *Sicherheit der Umschaltvorgänge* eingehalten werden.

### 2.2.5 Stetige Verzweigungen für zwei Richtungen

Wir kommen jetzt zurück auf die in Bild 2.10 b) vorgestellte EHB-Weiche. Diese passive Verzweigung wird von *aktiven* Fördereinheiten, den elektrisch angetriebenen, an einer Schiene hängenden Wagen, durchfahren. In der gezeichneten Stellung der Weiche fahren die Wagen (Fördereinheiten) in Richtung (1). Nach Verschiebung der Weiche um die Distanz  $d$  ist die Richtung (2) eingestellt.

Für die partiellen Grenzdurchsätze der beiden Richtungen soll gelten:

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma \quad (2.36)$$

Der Grenzdurchsatz wird nach Abschnitt 2.2 analog zu dem einer einfachen Förderstrecke berechnet. Hierfür muss jedoch die Steuerung so frühzeitig die Weiche stellen, dass die Fördereinheit vor der Verzweigung nicht mehr anhalten muss.

Die Zeit, die bei Richtungswechseln für die Verschiebung der Weiche um die Distanz  $d$  benötigt wird, wirkt sich mindernd auf den Gesamtdurchsatz  $\lambda$  der stetigen Verzweigung aus. Die *Durchsatzbedingung* (2.30) muss daher für stetige Verzweigungen um einen Term erweitert werden, der dies berücksichtigt<sup>2</sup>. Dazu werden die Schaltfrequenz  $\nu$  [ $\frac{1}{ZE}$ ] und die Schaltzeit  $t_s$  [ $ZE$ ] eingeführt. Die Schaltzeit  $t_s$  ist definiert als die Zeit für den (einmaligen) Wechsel von der eingestellten Richtung zu einer anderen Richtung, also die Zeit für die Verschiebung  $d$ . Daraus ergibt sich die Schaltfrequenz  $\nu$  als die Anzahl der Richtungswechsel (Schaltungen) pro Zeitintervall (d.h. hin- und zurückschalten entspricht zwei Schaltvorgängen).

Damit ist die *Durchsatzbedingung* für *stetige* Verzweigungen mit *zwei* Richtungen:

$$\frac{\lambda_1}{\gamma_1} + \frac{\lambda_2}{\gamma_2} + \nu t_s \leq 1 \quad (2.37)$$

Analog zu (2.29) darf man auch schreiben:

$$\rho_1 + \rho_2 + \rho_s \leq 1 \quad (2.38)$$

$$\text{mit } \rho_s = \nu t_s \quad (2.39)$$

Darin ist  $\rho_s$  der Verlustanteil für die Schaltvorgänge. Man erkennt die Aufgabe,  $\rho_s$  zu minimieren. Wenn (2.36) zutrifft, gilt speziell:

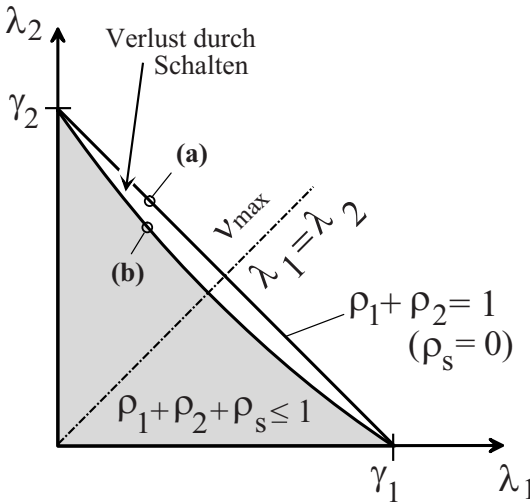
<sup>2</sup> Für unstetige und teilstetige Verzweigungen sind die Schaltzeiten bereits in der Berechnung ihrer partiellen Grenzdurchsätze berücksichtigt (siehe Abschnitt 2.2.4).

$$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\gamma} + \nu t_s \leq 1 \quad (2.40)$$

als Durchsatzbedingung einer *symmetrischen* stetigen Verzweigung für zwei Richtungen.

Das Durchsatzdiagramm für eine stetige Verzweigung mit zwei Richtungen wird entscheidend bestimmt vom schaltungsbedingten Verlustanteil  $\rho_s$ . Könnte man theoretisch die Schaltungen mit  $t_s = 0$  durchführen, so wäre  $\rho_s = 0$ , und der nutzbare Bereich der Verzweigung in **Bild 2.16** würde, analog zu Bild 2.12, begrenzt sein von der Geraden (a) mit:

$$\rho_1 + \rho_2 = 1 \quad (\text{mit } \rho_s = 0) \quad (2.41)$$



**Abb. 2.16.** Durchsatzdiagramm einer stetigen Verzweigung für zwei Richtungen  
(a) ohne Durchsatzverluste  
(b) mit Durchsatzverlusten durch Schaltungen

Ein Verlustanteil  $\rho_s = 0$  kann aber real nur dann erreicht werden, wenn  $\nu = 0$  ist. Dann ließe sich das Durchsatzdiagramm auf einen Punkt  $[\lambda_1 = \gamma_1, \lambda_2 = 0]$  auf der Abszisse und auf einen Punkt  $[\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \gamma_2]$  auf der Ordinate reduzieren, weil keine einzige von der einmal eingestellten Richtung abweichende Schaltung mehr ausführbar wäre. Üblicherweise sind jedoch  $\nu > 0$  und  $t_s > 0$ , wobei die Zeiten  $t_s$  konstant und die Frequenzen  $\nu$  veränderlich sind.

Die Richtungswechsel können entweder vorgegeben (determiniert) sein, z.B. dem Produktionsplan entsprechend, oder sie stellen sich zufällig (stochastisch) ein, entsprechend dem nicht determinierten Eintreffen von Förder-einheiten für die eine oder für die andere Richtung. Die beiden Fälle führen -

wie nachfolgend gezeigt wird – zu prinzipiell verschiedenen Betriebsbereichen im Durchsatzdiagramm.

### Stochastischer Richtungswechsel

Dieser Fall kommt in Materialflusssystemen, insbesondere in flexiblen, sehr häufig vor (siehe Abschnitt 1.2). Die für die Richtungen (1) und (2) in Bild 2.10 b) bestimmten Fördereinheiten sollen nach der folgenden Überlegung in zufälliger Folge an der Verzweigung ankommen, und beide Richtungen sind als gleichberechtigt (ohne Priorität) anzusehen.

Es sei:

$$P_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda} \quad \text{die Wahrscheinlichkeit, dass eine Fördereinheit für die Richtung (1) bestimmt ist} \quad (2.42)$$

$$P_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda} \quad \text{die Wahrscheinlichkeit, dass eine Fördereinheit für die Richtung (2) bestimmt ist} \quad (2.43)$$

$$P_{2/1} \quad \text{die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen einer Fördereinheit für Richtung (2), wenn zuvor eine für Richtung (1) eingetroffen war} \quad (2.44)$$

$$P_{1/2} \quad \text{die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen einer Fördereinheit für Richtung (1), wenn zuvor eine für Richtung (2) eingetroffen war} \quad (2.45)$$

Die *Wahrscheinlichkeit für Schaltungen* ist formal:

$$P_s = P_1 \cdot P_{2/1} + P_2 \cdot P_{1/2} \quad (2.46)$$

Unterstellt man *Unabhängigkeit* der Ereignisse, dann gilt für die bedingten Wahrscheinlichkeiten

$$P_{1/2} = P_1 \quad \text{und} \quad P_{2/1} = P_2 \quad (2.47)$$

und damit für die Wahrscheinlichkeit der Schaltungen:

$$P_s = P_1 \cdot P_2 + P_2 \cdot P_1 = 2 \cdot P_1 \cdot P_2 \quad (2.48)$$

Mit (2.42) und (2.43) ist die Wahrscheinlichkeit für Schaltungen gemäß (2.48):

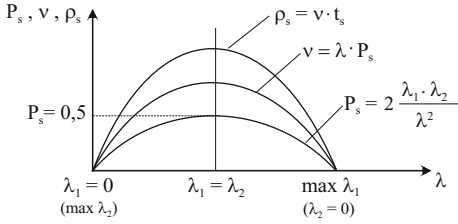
$$P_s = 2 \cdot \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda^2} \quad (2.49)$$

und die *erwartete Frequenz der Schaltungen*:

$$\nu = \nu_{1,2} + \nu_{2,1} = \lambda \cdot P_s = 2 \cdot \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda} \quad (2.50)$$

wobei  $\nu_{1,2}$  die Schaltfrequenz von Richtung (1) nach Richtung (2) und  $\nu_{2,1}$  die Schaltfrequenz von (2) nach (1) ist.





**Abb. 2.17.** Schaltwahrscheinlichkeit bei wechselnden Durchsatzverhältnissen  
( $t_s = \text{konst.}$ ,  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \approx \text{konst.}$ )

Mit Gleichung (2.49) kann die Schalt-Wahrscheinlichkeit in **Bild 2.17** grafisch dargestellt werden; ihr größter Wert  $P_s = 0,5$  wird für  $\lambda_1 = \lambda_2$  erreicht. Für alle davon abweichenden Verhältnisse  $\lambda_1/\lambda_2$  wird  $P_s$  kleiner und strebt gegen Null.

Die Frequenz  $\nu$  der Schaltungen und der Verlustanteil  $\rho_s$  nach Gleichung (2.39) zeigen Kurvenbilder gleicher Tendenz. Entsprechend stellt sich der *betrieblich nutzbare Durchsatzbereich* der stetigen Verzweigung bei stochastischen Richtungswechseln in Bild 2.16 unter der Kurve (b) dar.

### Determinierter Richtungswechsel

Im einfachsten Fall wird nach einem vorgegebenen Zeittakt ( $\nu = \text{konst.}$ ) zwischen den Verzweigungsrichtungen umgeschaltet. Dazu dürfen die Förder-einheiten keine individuellen Ziele haben. Die Aufgabe kann lediglich darin bestehen, sie auf die beiden Richtungen zu verteilen, z.B. um gleichberechtigte parallele Arbeitsstationen zu beschicken. **Bild 2.18** zeigt ein Durchsatzdiagramm für diesen Fall. Bei konstanter Schaltzeit  $t_s$  wird für zunehmende Schaltfrequenz  $\nu$  der Verlustanteil  $\rho_s$  immer größer und beansprucht einen immer höheren Anteil vom Durchsatzvermögen der Verzweigung. Der Grenzdurchsatz reduziert sich dabei gemäß:

$$\gamma_{\text{reduziert}} = \gamma (1 - \nu t_s) \quad (2.51)$$

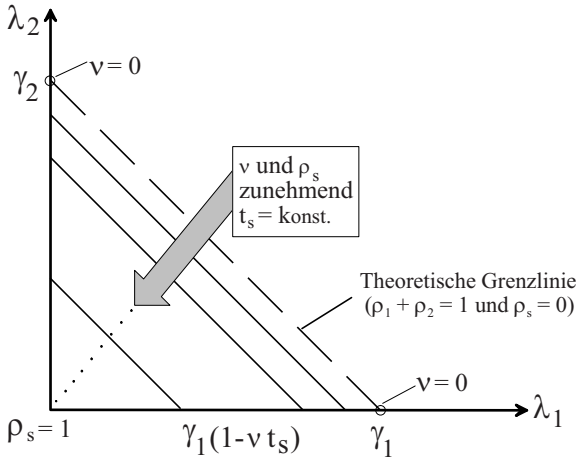
Weitere Formen deterministischer Richtungswechsel sind denkbar und in Durchsatzdiagrammen darstellbar.

### Beispiel

Nach einer Pkw-Endmontage treffen  $\lambda = 60 \text{ 1/h}$  Autos in zwei verschiedenen Typen vor einer *stetigen* Verzweigung ein. Wie hoch ist die wahrscheinliche Schaltfrequenz der Verzweigung, wenn die beiden Typen durchschnittlich im Stückzahl-Verhältnis 2:1 produziert werden?

Es ist

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 40 \text{ [1/h]}; \quad \lambda_2 = 20 \text{ [1/h]} \\ \Rightarrow P_s &= \frac{2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda^2} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 20}{60^2} = \frac{4}{9} \end{aligned}$$



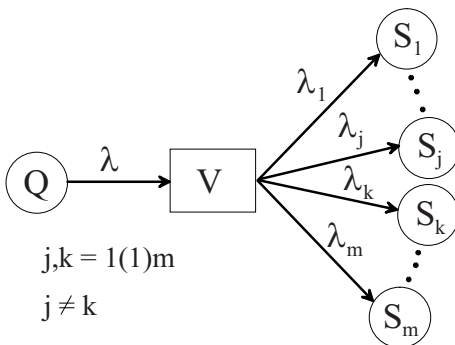
**Abb. 2.18.** Durchsatzdiagramm einer stetigen Verzweigung mit deterministischem Richtungswechsel für  $0 \leq \nu \leq \nu_{max}$

nach Gleichung (2.50) ist:

$$\Rightarrow \nu = \lambda \cdot P_s = \frac{2 \cdot 40 \cdot 20}{60} \cong 26,7 [1/h]$$

### 2.2.6 Stetige Verzweigungen für beliebig viele Richtungen

Die bisherigen Betrachtungen behalten auch bei stetigen Verzweigungen für beliebig viele Richtungen in gewissen Grenzen ihre Gültigkeit; so entspricht **Bild 2.19** im Prinzip dem Bild 2.13, und die Durchsatzbedingung (2.33) gilt auch für jede einzelne Richtung  $j$  der allgemeinen stetigen Verzweigung. Da jedoch nun die Schaltzeiten zwischen je zwei verschiedenen Richtungen  $k$  und  $j$  mit ( $k \neq j$ ) sehr unterschiedlich sein können, muss für jeden möglichen Richtungswechsel der entsprechende Schaltverlust  $t_{s_{j,k}}$  einzeln bestimmt werden.



**Abb. 2.19.** Allgemeine (stetige) Verzweigung

Für den stochastischen Wechsel von Richtung (j) zu Richtung (k) ist die Schaltwahrscheinlichkeit:

$$P_{s_{j,k}} = \frac{\lambda_j \lambda_k}{\lambda^2} \quad (2.52)$$

und die erwartete Frequenz der Schaltungen von (j) nach (k):

$$\nu_{j,k} = \lambda \cdot P_{s_{j,k}} = \frac{\lambda_j \lambda_k}{\lambda} \quad (2.53)$$

Die Durchsatzbedingung (2.37) muss für das ganze Verzweigungselement dementsprechend erweitert werden zu:

$$\sum_{j=1}^m \frac{\lambda_j}{\gamma_j} + \sum_{j,k=1}^m \nu_{j,k} t_{s_{j,k}} \leq 1 \quad (\text{mit } j \neq k) \quad (2.54)$$

oder

$$\sum_{j=1}^m \rho_j + \sum_{j,k=1}^m \rho_{s_{j,k}} \leq 1 \quad (\text{mit } j \neq k) \quad (2.55)$$

Die Gleichung (2.54) bzw. (2.55) kann als *Durchsatzbedingung in allgemeiner Form* für alle Arten von Verzweigungen gelten. Bei teilstetigen und unstetigen Verzweigungen ist die Schaltzeit bereits in den partiellen Grenzdurchsätzen berücksichtigt, deshalb ist in diesen Fällen in (2.55) für alle  $(j, k)$   $\rho_{s_{j,k}} = 0$  zu setzen.

## 2.3 Zusammenführungen

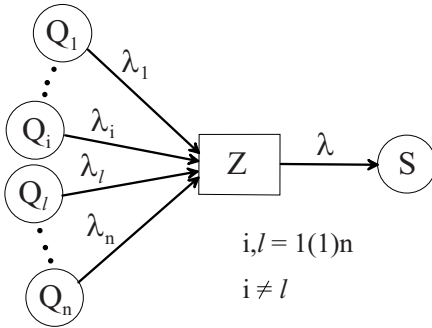
*Zusammenführungen* oder *Sammler* unterscheiden sich technisch nur unwesentlich von den Verzweigungen, denn auch hier werden aus der Zusammenfassung unstetiger und stetiger Durchsatzrichtungen Elemente gebildet, die dann als Ganzes stetig, teilstetig oder unstetig arbeiten.

Die Durchsatzbetrachtungen aus Abschnitt 2.2 können auch für Zusammenführungen angewendet werden. Entsprechend gilt die *Durchsatzbedingung für jede der n möglichen Richtungen* (Bezeichnungen siehe **Bild 2.20**):

$$\frac{\lambda_i}{\gamma_i} = \rho_i \leq 1 \quad (2.56)$$

und zunächst ebenso die *Durchsatzbedingung für das Element als Ganzes*:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\gamma_i} + \sum_{i,l}^n \nu_{i,l} t_{s_{i,l}} \leq 1 \quad (\text{mit } i \neq l) \quad (2.57)$$



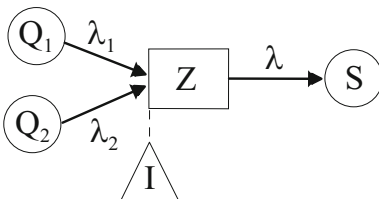
**Abb. 2.20.** Allgemeine Zusammenführung

Anzumerken ist, dass Gleichung (2.57) in Anlehnung an (2.54) die allgemein gültige Form der Durchsatzbedingung für die *stetige* Zusammenführung ist, wobei wiederum der Term mit den Schaltzeiten  $t_s$  für die *unstetigen* und für die *teilstetigen* Elemente verschwindet, weil die entsprechenden Zeiten dort bereits bei der Berechnung der partiellen Grenzdurchsätze berücksichtigt werden.

Der entscheidende Unterschied zwischen Verzweigungen und Zusammenführungen besteht in dem Abfertigungsprinzip: Während bei den *Verzweigungen* die ankommenden Fördereinheiten des Stromes  $\lambda$  ausschließlich in der vorgegebenen Reihenfolge ihrer Ankunft in die verschiedenen Richtungen weitergeleitet werden, können bei den *Zusammenführungen* die aus verschiedenen Richtungen ankommenden Fördereinheiten nach gewissen *Regeln* mit unterschiedlicher Priorität abgefertigt werden. Mit einer geeigneten Abfertigungsstrategie wird es dadurch möglich, den schaltungsbedingten Durchsatzverlust der Zusammenführung zu verringern.

### 2.3.1 Abfertigungsregeln für die Zusammenführungen

Nachfolgend werden die Auswirkungen der Abfertigungsstrategie auf den Gesamtdurchsatz an der einfachsten Zusammenführung aus zwei Richtungen untersucht. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Fördereinheiten aus jeder Quelle  $Q_1$  und  $Q_2$  (in Bild 2.21) in zufälliger Folge am Identifikationspunkt (I-Punkt) vor der Zusammenführung eintreffen und die Ankünfte  $\lambda_1$  aus Richtung (1) und  $\lambda_2$  aus Richtung (2) statistisch unabhängig sind.



**Abb. 2.21.** Zusammenführung aus zwei Richtungen

### Abfertigung ohne Prioritäten

Wenn die Teilströme  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  gleichberechtigt sind, werden die Fördereinheiten im „Reißverschluss-Prinzip“ nach der Regel „first come, first served“ zum Gesamtdurchsatz  $\lambda$  zusammengeführt. Dann gilt die bekannte Durchsatzbedingung:

$$\frac{\lambda_1}{\gamma_1} + \frac{\lambda_2}{\gamma_2} + \nu t_s \leq 1 \quad (2.58)$$

mit der Frequenz:

$$\nu = \lambda P_s \quad (2.59)$$

gemäß Abschnitt 2.2.5.

### Abfertigung bei eingeschränkter Vorfahrt

Wird einer der beiden Teilströme  $\lambda_1, \lambda_2$  zum Hauptstrom  $\lambda_H$  erklärt, so wird der andere zum Nebenstrom  $\lambda_N$ . Die Regel „*eingeschränkte Vorfahrt*“ besagt, dass Fördereinheiten aus  $\lambda_N$  nicht abgefertigt werden dürfen, wenn am I-Punkt eine Fördereinheit aus  $\lambda_H$  wartet! Falls die Zeitlücken aus den Richtungen (1) und (2) groß genug sind, wird man kaum eine Abweichung von der Abfertigung nach 2.3.1 feststellen. Bei sehr kurzen Zwischenankunftszeiten in der Richtung des Hauptstroms kann es jedoch in der Richtung des Nebenstroms zu großen Staus kommen, und  $\lambda_N$  wird dann sehr klein.

### Abfertigung bei absoluter Vorfahrt

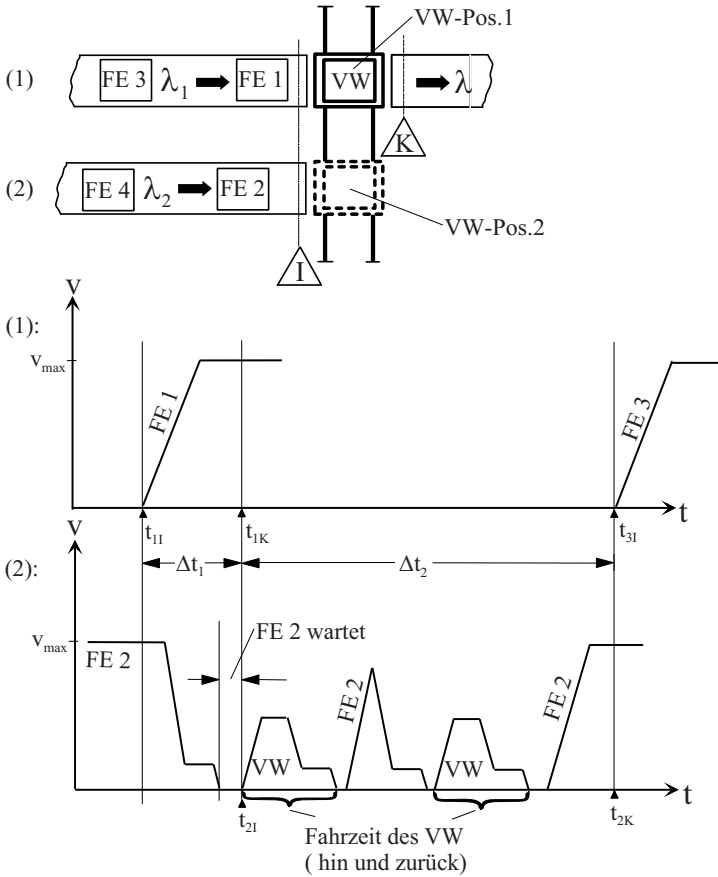
Nach dieser Regel dürfen Fördereinheiten aus  $\lambda_N$  nur dann abgefertigt werden, wenn dabei keine Fördereinheiten aus  $\lambda_H$  behindert werden; d.h. die Verteilung der Zwischenankunftszeiten im Hauptstrom muss Zeitlücken aufweisen, die lang genug sind, um das Einschleusen von Fördereinheiten aus  $\lambda_N$  in  $\lambda_H$  zu ermöglichen.

#### 2.3.2 Die Zeitlücken im Hauptstrom

Um die Voraussetzungen der Regeln aus 2.3.1 und ihre Auswirkungen auf den Durchsatz zu untersuchen, müssen wir uns nun mit den Zeitlücken  $\Delta t_L$  im Hauptstrom  $\lambda_H$  beschäftigen. In **Bild 2.22** ist für eine *teilstetige Zusammenführung* das Geschwindigkeit-Zeit-Verhalten der Fördereinheiten und des Verschiebewagens in Anlehnung an Bild 2.15 dargestellt.

Geht man davon aus, dass die Fördereinheiten nur im Stillstand identifiziert werden können, so verläuft die Abfertigung der Fördereinheiten (FE) wie folgt:

1. FE 1 hält zur Identifikation am I-Punkt an, wird dann auf  $v_{max}$  beschleunigt und fährt anschließend mit konstanter Geschwindigkeit weiter.



**Abb. 2.22.** Zeitlücken bei der Zusammenführung

2. Der Verschiebewagen wird frei, wenn FE 1 (zum Zeitpunkt  $t_{1K}$ ) den K-Punkt passiert. Bis dahin muss FE 2 am I-Punkt warten ( $t_{2I} = t_{1K}$ ).
3. Der Verschiebewagen fährt zu Position 2 und nimmt FE 2 auf, fährt zurück zu Position 1 und setzt die Fördereinheit dort ab.
4. Sobald FE 2 den K-Punkt passiert hat, kann die nächste Fördereinheit (FE 3) die Systemgrenze bei (I) überschreiten ( $t_{3I} = t_{2K}$ ).

Für das Passieren der Zusammenführung benötigt eine Fördereinheit aus Richtung (1) die Zeit  $\Delta t_1$ ; daraus errechnet sich der partielle Grenzdurchsatz der *stetigen* Durchsatzrichtung zu:

$$\gamma_1 = \frac{1}{\Delta t_1} \quad (2.60)$$

Dagegen beansprucht der Durchsatz aus Richtung (2) alleine die Zeit  $\Delta t_2$ , aus der sich der partielle Grenzdurchsatz der *unstetigen* Durchsatzrichtung ergibt:

$$\gamma_2 = \frac{1}{\Delta t_2} \quad (2.61)$$

Erklärt man die Richtung (1) zur Vorfahrt-Richtung und damit  $\lambda_1 = \lambda_H$  zum Hauptstrom, so fordern die Regeln aus 2.3.1 für den Durchsatz des Nebenstroms  $\lambda_N$  im Hauptstrom *Zeitlücken* der Größe:

$$\Delta t_L \geq \begin{cases} \Delta t_1 & \text{für eingeschränkte Vorfahrt} \\ \Delta t_1 + \Delta t_2 & \text{für absolute Vorfahrt} \end{cases} \quad (2.62)$$

Für

$$\Delta t_L < \Delta t_1 \quad (2.63)$$

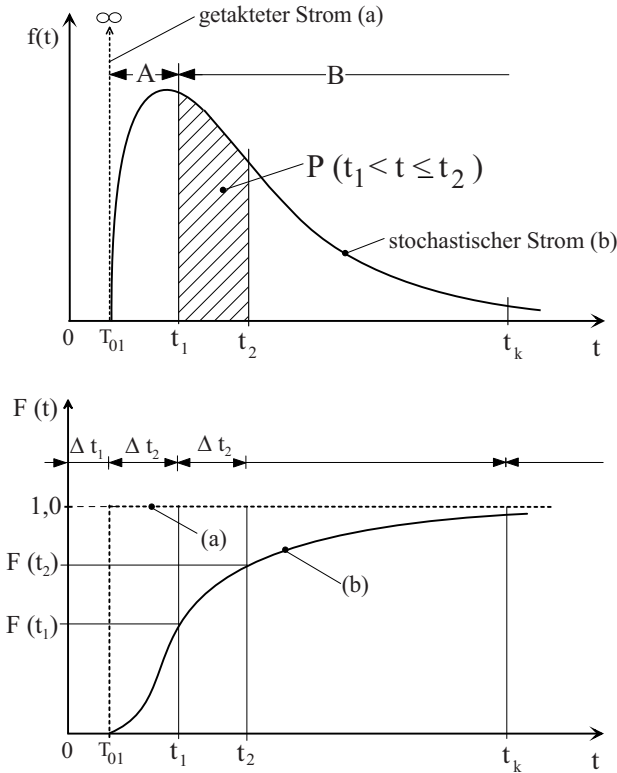
könnte danach nie eine Fördereinheit aus dem Nebenstrom abgefertigt werden. Abfertigung aus dem Nebenstrom wäre dann nur nach der Regel „Abfertigung ohne Prioritäten“ möglich.

*Anmerkung:* Die Zeitlücke  $\Delta t_L$  ist wie die Zwischenankunftszeit  $t$  definiert als Zeitspanne zwischen den *gleichen* Punkten je zweier Fördereinheiten (siehe Bild 2.5). Falls die Taktzeit der im Hauptstrom ankommenden Fördereinheiten kleiner als  $\Delta t_1$  wird, kommt es in Richtung (1) zu einem nicht mehr auflösbaren Stau und in Richtung (2) zur völligen Blockierung mit  $\lambda_N = 0$ . Die auf der einfachen Förderstrecke realisierbare kürzeste Taktzeit  $T_0$  muss also in Kombination mit Zusammenführungen bzw. Verzweigungen erheblich länger sein.

### 2.3.3 Durchsatzbedingungen der Zusammenführungen mit Vorfahrt

Für stochastische Zwischenankunftszeiten der Fördereinheiten im Hauptstrom ( $\lambda_1 = \lambda_H$ ) der Zusammenführung aus Bild 2.22 sind in **Bild 2.23** die Wahrscheinlichkeitsdichte-Funktion  $f(t)$  und die Verteilungsfunktion  $F(t)$  dargestellt. Gemäß der Bedingung (2.62) markieren die Zeitspannen  $\Delta t_1$  und  $\Delta t_2$  Bereiche mit Zeitlücken  $\Delta t_L$ , die für Abfertigungen mit eingeschränkter oder mit absoluter Vorfahrt geeignet sind.

Die kürzeste Taktzeit  $T_{01}$  kann nicht kleiner sein als  $\Delta t_1$ . In den Bereichen (A) und (B) ist die Abfertigung von Fördereinheiten aus dem Nebenstrom unter Einhaltung der Regel „eingeschränkte Vorfahrt des Hauptstroms“ möglich. Abfertigungen aus dem Nebenstrom unter Einhaltung der Regel „absolute Vorfahrt des Hauptstroms“ sind nur im Bereich (B) durchführbar; dazu muss im Hauptstrom die Zwischenankunftszeit  $t > t_1 = \Delta t_1 + \Delta t_2$  (siehe Bild 2.23) sein.



**Abb. 2.23.**  $f(t)$  und  $F(t)$  der Zeitlücken bei getaktetem (a) bzw. stochastischem (b) Hauptstrom  $\lambda_H$  einer Zusammenführung gemäß Bild 2.22

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Zeitlücken der Größe  $\Delta t_L \geq t_1$  ist:

$$P(t > t_1) = 1 - F(t_1) \quad (2.64)$$

Bei absoluter Vorfahrt entspricht dies der Wahrscheinlichkeit für die Abfertigung von *mindestens einer* Fördereinheit aus dem Nebenstrom (d.h. einer oder auch mehrer Fördereinheiten). Die Wahrscheinlichkeit für die Abfertigung von *genau einer* Fördereinheit aus dem Nebenstrom, also die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Zeitlücke  $\Delta t_L$  mit

$$(\Delta t_1 + \Delta t_2) < \Delta t_L \leq (\Delta t_1 + 2\Delta t_2) \quad (2.65)$$

$$\Leftrightarrow t_1 < t_L \leq t_2$$

ist

$$P(t_1 < t \leq t_2) = F(t_2) - F(t_1) \quad (2.66)$$



Demnach ist die Wahrscheinlichkeit für die Abfertigung von *genau*  $k$  Fördereinheiten aus dem Nebenstrom

$$P_k = F(t_{k+1}) - F(t_k) \quad (2.67)$$

oder aus der Wahrscheinlichkeitsdichte-Funktion berechnet:

$$P_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(t) dt \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } t_k &= \Delta t_1 + k \Delta t_2 \\ t_{k+1} &= \Delta t_1 + (k+1) \Delta t_2 \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit der Abfertigung von Fördereinheiten aus dem Nebenstrom steigt, wenn für den Hauptstrom nur die eingeschränkte Vorfahrt beansprucht wird (siehe Regel aus Abschnitt 2.3.1).

Für exponentialverteilte Zwischenankunftszeiten, auf die in Abschnitt 3.5 noch näher eingegangen wird, und absolute Vorfahrt ist das Integral (2.68) gelöst. Damit ist der Erwartungswert  $E(k)$  für die Abfertigung von Fördereinheiten aus dem Nebenstrom analytisch berechenbar.

Es ist nach Gudehus (1976):

$$E(k) = k_0 + e^{-\beta} \frac{e^{-k_0 \alpha}}{e^\alpha - 1} \quad (2.69)$$

mit:

$$k_0 = \frac{T_{01} - (\Delta t_1 + t_s)}{\Delta t_2}$$

$$\alpha = \frac{\lambda_1 \gamma_1}{(\gamma_1 - \lambda_1) \gamma_2}$$

$$\beta = \alpha \gamma_2 (t_s + \Delta t_1 - T_{01})$$

$$T_{01} = \text{kürzeste Taktzeit}$$

$$\Delta t_1, \Delta t_2 = \text{Durchlaufzeit der stetigen, bzw. der unstetigen Durchsatzrichtung}$$

$$t_s = \text{Schaltzeit für stetige Elemente}$$

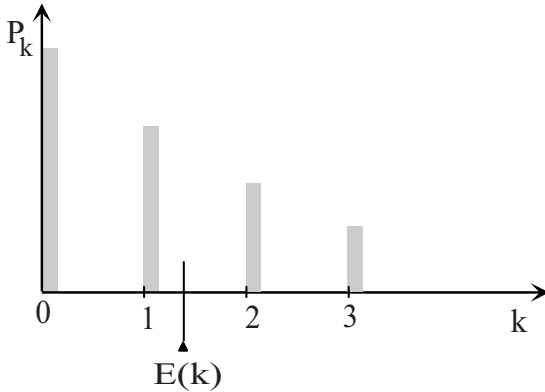
$$\lambda_1 = \text{Durchsatz}$$

$$\gamma_1, \gamma_2 = \text{Grenzdurchsätze}$$

Aus empirisch ermittelten Verteilungsfunktionen (gemäß Bild 2.8) können *diskrete* Werte für  $P_k$  gefunden und gemäß **Bild 2.24** dargestellt werden.

In praxi gehen die  $P_k$ -Werte für größere  $k$  schnell gegen Null. Der Erwartungswert

$$E(k) = \sum_{k=0}^{\infty} k P_k \quad (2.70)$$



**Abb. 2.24.** Diskrete Verteilung der Wahrscheinlichkeit für die Abfertigung von jeweils  $k$  Fördereinheiten aus dem Nebenstrom einer Zusammenführung

für die absolute Vorfahrt ist meist sehr klein.

Da im Hauptstrom  $\lambda_H = \lambda_1$  pro Zeiteinheit eine dem Durchsatz  $\lambda_1$  entsprechende Anzahl von Zeitlücken  $\Delta t_L$  unterschiedlicher Länge entsteht, ist die zu erwartende Anzahl von Fördereinheiten, die aus dem Nebenstrom abgefertigt werden können:

$$\lambda_N \leq \lambda_H E(k) \quad (2.71)$$

Es liegt nun am tatsächlichen Betriebsaufkommen, ob diese Bedingung voll genutzt wird. Der Hauptstrom ist damit quasi zu einem „Taktgeber“ für den Nebenstrom geworden.

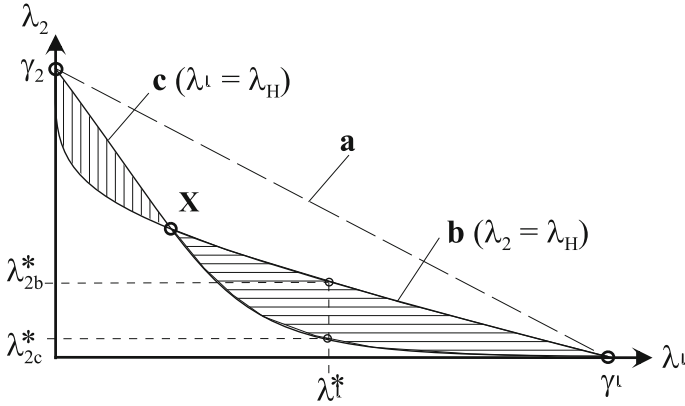
In der Praxis stellt sich die Frage, ob es günstiger ist, den größeren oder den kleineren der beiden Durchsätze  $\lambda_1, \lambda_2$  zum Hauptstrom, und damit zum „Taktgeber“, zu erklären. Man stellt fest, dass in weiten Bereichen für  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  der größere Gesamtdurchsatz  $\lambda$  einer Zusammenführung erreicht wird, wenn man dem jeweils kleineren der beiden Teilströme die Vorfahrt gibt. Dies lässt sich mithilfe des Durchsatzdiagrammes (siehe Bild 2.25) erläutern.

In **Bild 2.25** ist beispielhaft das Durchsatzdiagramm für eine teilstetige Zusammenführung gemäß Bild 2.22 dargestellt.

Die Grenzlinie (a) gilt für gleichberechtigte Teilströme  $\lambda_1, \lambda_2$ , d.h. für die Abfertigung ohne Prioritäten.

Die Kurve (b) gilt, wenn der kleinere Teilstrom (hier  $\lambda_2$ ) absolute Vorfahrt vor dem größeren Teilstrom hat. Im Punkt  $(0, \gamma_2)$  besitzt diese Kurve eine senkrechte Tangente, da bei sehr hohem Durchsatz in Vorfahrtsrichtung (2) die Wahrscheinlichkeit einer ausreichend großen Zeitlücke (um Fördereinheiten aus Richtung (1) einzuschleusen) nahezu gleich Null ist. Analog gilt die Kurve (c) für die absolute Vorfahrt des größeren Teilstroms (hier  $\lambda_1$ ); sie besitzt eine waagrechte Tangente im Punkt  $(\gamma_1, 0)$ .

Weil die Richtung mit dem kleineren partiellen Grenzdurchsatz (hier  $\gamma_2$ ) die höheren Wahrscheinlichkeiten  $P_k$  aufweist, Zeitlücken  $\Delta t_L$  zu treffen, die zur Abfertigung der Fördereinheiten aus der anderen Richtung ausreichen,



**Abb. 2.25.** Durchsatzdiagramm für eine teilstetige oder unstetige Zusammenführung mit

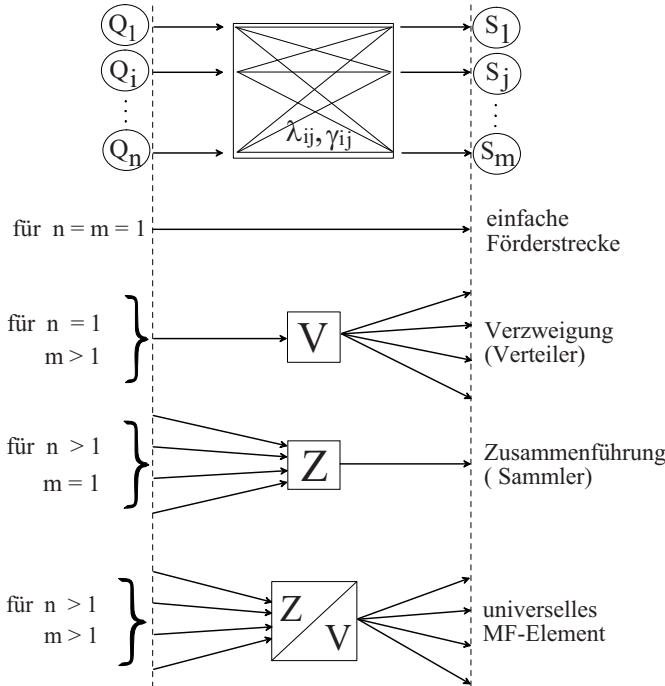
- a) gleichberechtigten Strömen
- b) absoluter Vorfahrt in Richtung (2)
- c) absoluter Vorfahrt in Richtung (1)

ist der Durchsatz-Verlust insgesamt kleiner. Man erkennt das deutlich aus dem Vergleich der beiden Kurven (b) und (c), insbesondere an den Bereichen der schraffierten Flächen und für den Durchsatzwert  $\lambda_1^*$ , der für  $\lambda_2 = \lambda_H$  den Durchsatz im Nebenstrom  $\lambda_N = \lambda_{2b}^*$  zulässt, während für  $\lambda_1 = \lambda_H$  nur  $\lambda_N = \lambda_{2c}^*$  realisierbar ist.

Optimal wäre es, dem Verhältnis der betrieblichen Durchsätze entsprechend, im Punkt X die Vorfahrtsstrategie zu wechseln, d.h. im linken Bereich des Diagramms  $\lambda_1 = \lambda_H$  und im rechten Bereich  $\lambda_2 = \lambda_H$  festzulegen. Dazu ist eine entsprechende Steuerung erforderlich, die den jeweiligen Zustand im Materialfluss erfasst und die beste Strategie wählt.

## 2.4 Universelles Materialflusselement

In den Abschnitten 2.1 bis 2.3 wurden die Grundfunktionen Fördern, Verzweigen, Zusammenführen jeweils gesondert betrachtet. Wir können jetzt zusammenfassend ein universelles Materialflusselement (auch Komplexknoten genannt) definieren, das die drei Grundfunktionen in sich vereint (siehe **Bild 2.26**).



**Abb. 2.26.** Universelles Materialflusselement mit den Grundfunktionen Fördern, Verzweigen, Zusammenführen

Der Durchsatz für das universelle Element ist in allgemeiner Form:  
(meist ist  $\lambda \neq \text{konst.}!$ )

$$\lambda = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_{ij} \quad (2.72)$$

Mit den partiellen Grenzdurchsätzen  $\gamma_{ij}$  und den betrieblichen Durchsätzen  $\lambda_{ij}$  gilt für die Auslastungsgrade:

$$\rho_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\gamma_{ij}} \leq 1 \quad (2.73)$$

Die Durchsatzbedingung des universellen Materialflusselements ist:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\lambda_{ij}}{\gamma_{ij}} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \nu_{ij} t_{s_{ij}} \leq 1 \quad (2.74)$$

wobei für unstetige und teilstetige Elemente  $t_s = 0$  ist.

Für das universelle Materialflusselement gibt es viele praktische Anwendungen, z.B. *Verschiebewagen* oder *Hubeinrichtungen*, die mehrere nebeneinander- oder übereinanderliegende Förderstrecken miteinander verbinden und so die Funktionen *Zusammenführen* und *Verzweigen* realisieren.

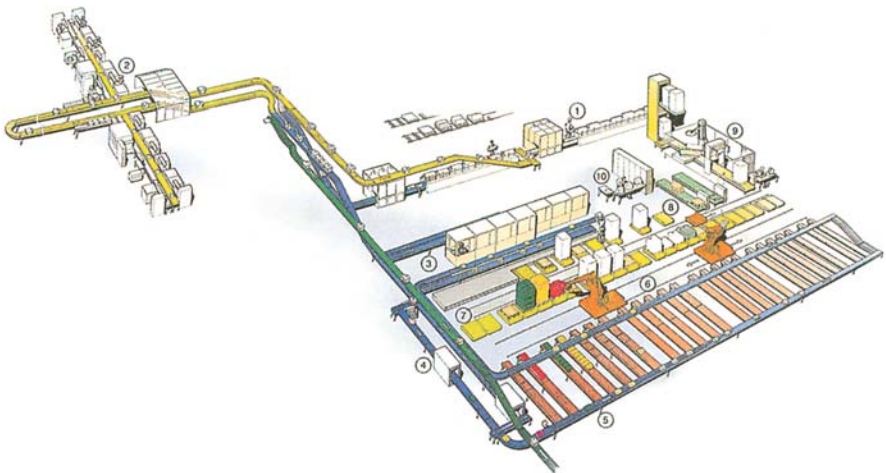


**Abb. 2.27.** Verschiebewagen mit Roboter als praktisches Beispiel für ein universelles Materialflusselement (Quelle: Vanderlande Industries GmbH)

Der in **Bild 2.27** gezeigte *Verschiebewagen mit Roboter* erfüllt ebenfalls die Funktionen des universellen Materialflusselements. Auf mehreren separaten Förderstrecken sortenrein zugeführte Kartons (linke Bildseite) werden vom Sauggreifer des Roboters erfasst und auf Paletten versandfertig gestapelt (rechte Bildseite). Die für das Zusammenführen und Verzweigen

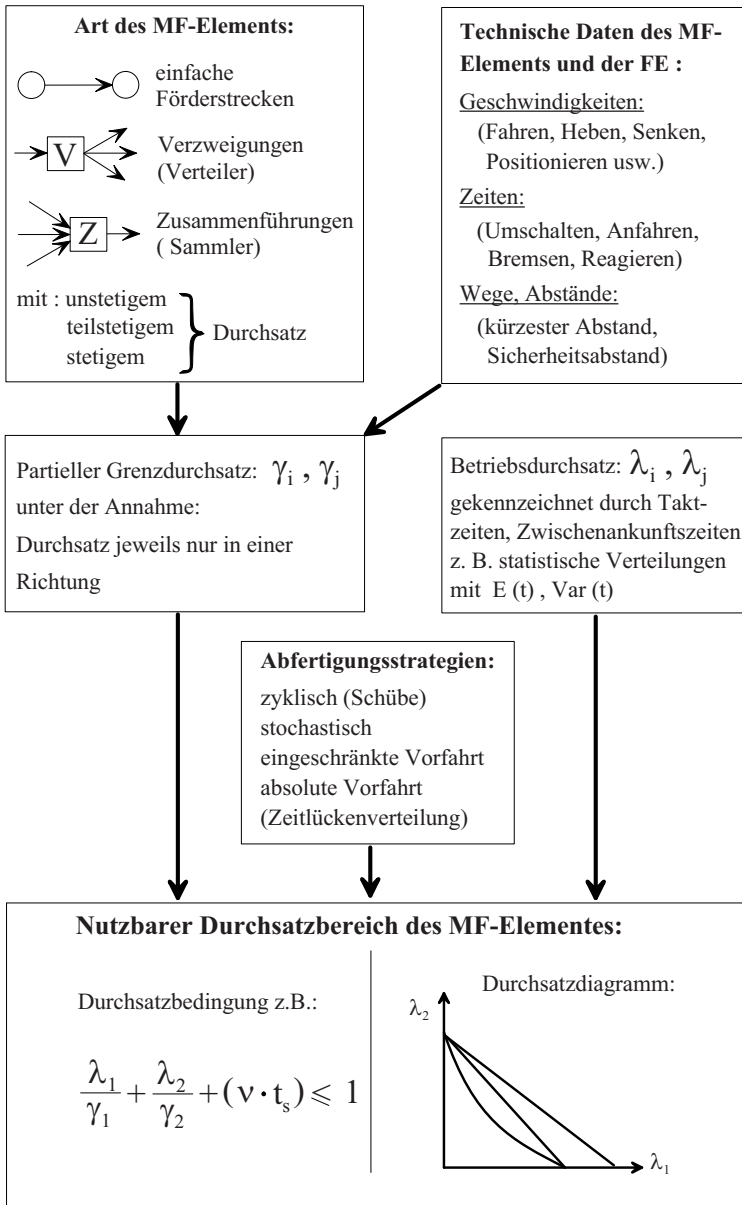
maßgeblichen *partiellen Grenzdurchsätze* berechnet man aus den Roboterbewegungen, soweit sie nicht während der Fahrt des Verschiebewagens durchgeführt werden.

In **Bild 2.28** ist eine Gesamtdarstellung dieser Anlage wiedergegeben. Man erkennt – ohne in Details zu gehen – neben den Förderstrecken für Kartons und Paletten mehrere Verzweigungen und Zusammenführungen. Ferner geht aus der Bilderklärung hervor, dass im Materialfluss Maschinen integriert sind, die nicht primär Materialflussfunktionen haben. Diese für Materialflusssysteme typische Situation ist zu beachten, wenn man z.B. den Durchsatz realer Systeme nach den in diesem Kapitel durchgeführten Überlegungen ermittelt.



**Abb. 2.28.** Gesamtdarstellung der Materialflussanlage aus Bild 2.27  
 Legende: Zufuhr Kartons und Kartonfaltmaschine (1), Montagezellen (2), Testzone (3), Kartonschließmaschine (4), Sortier- und Positionierzone mit Pufferbahnen (5), Palettierroboter (6), Palettenformationsplätze (7), Antransport und Lagerung von Leerpalletten (8), Schrumpffolienwickelstraße mit Etagenförderer (9), Systemsteuerung (10) (Quelle: Vanderlande Industries GmbH)

In der Übersicht **Bild 2.29** sind abschließend die Schritte zur Berechnung des Durchsatzes für alle Grundelemente der Materialflusssysteme zusammengefasst.



**Abb. 2.29.** Schritte zur Berechnung des Durchsatzes der Grundelemente von Materialflusssystemen

## 2.5 Literaturempfehlungen zu Kapitel 2

Eine systematische, analytische Behandlung aller Grundelemente der Materialflusssysteme hat erstmals Gudehus durchgeführt und in seinem Buch „Transportsysteme für leichtes Stückgut“ Gudehus (1977b) veröffentlicht. Das Buch – leider seit vielen Jahren vergriffen – ist im Wesentlichen eine Zusammenfassung mehrerer Einzelveröffentlichungen. Dem interessierten Leser bietet sich die Möglichkeit des vertieften Studiums anhand des umfassenden Werkes von Gudehus (1999).

Großeschallau stellt in seiner Habilitationsschrift „Materialflussrechnung“ (1984) u.a. die auf Gudehus zurückgehende analytische Behandlung der Grundelemente ausführlich dar. Daneben sind wichtige Kapitel seiner Arbeit der Warteschlangentheorie und der Simulation gewidmet.

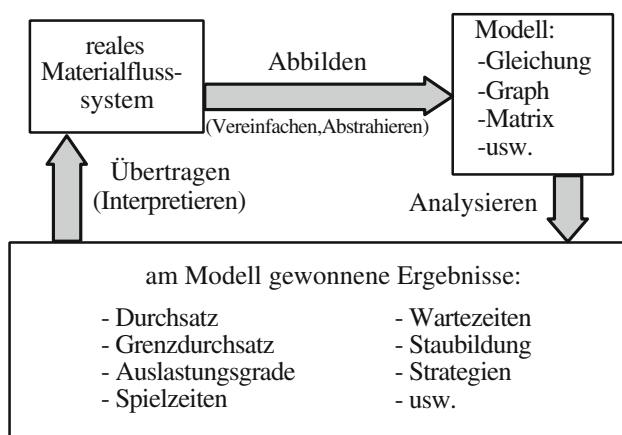
Als Nachschlagewerk für die Grundlagen der hier verwendeten beschreibenden Statistik wird das Buch „Statistik“ von Hartung (1998) empfohlen.



# 3. Abbildung von Materialflusssystemen in Modellen

## 3.1 Modellarten

Eine der häufigsten kreativen Aufgaben des Ingenieurs besteht darin, die mit wissenschaftlichen Methoden meist nicht exakt abzubildende Realität mittels Abstraktionen und Vereinfachungen in sogenannten *Modellen* darzustellen. Zur Modellierung werden zunächst Flussdiagramme, Graphen, Tabellen, Block- und Wirkschaltbilder verwendet. Aus der Analyse der Zustände und Zustandsänderungen von Prozessen können Erkenntnisse über die funktionalen Zusammenhänge gewonnen werden. Mit den Methoden der *technischen Systemtheorie* werden daraus mathematische Modelle generiert, die den Prozess in gewissen Grenzen nachbilden und sein Verhalten analysierbar und prognostizierbar machen. Dieses Verfahren ist in der Regel *deduktiv*, d.h. unter Verwendung anerkannter *Axiome* werden am Modell nachprüfbare *Prognosen* des Systemverhaltens „deduziert“. Die am Modell abgeleiteten Untersuchungsergebnisse und -erkenntnisse dürfen allerdings nur mit geeigneter *Interpretation* auf die Realität zurückübertragen werden.



**Abb. 3.1.** Die Arbeit mit Materialfluss-Modellen

In **Bild 3.1** wird das generelle Arbeiten mit Modellen auf die Materialflusslehre übertragen und an einigen Begriffen der Materialflusslehre er-

klärt. Bei bekannter Struktur des Materialflusses besteht der Vorgang *Abbilden* meist in einer *quantitativen* Darstellung, z.B. in Form des Durchsatzes oder der Zwischenankunftszeiten (siehe auch Kapitel 2). Mit Kenntnis der Strategien (z.B. Vorfahrtsregeln) und der *statischen Elemente* (z.B. Förderstrecken, Verzweigungen, Zusammenführungen) können die Fördereinheiten in ihrem *dynamischen* Verhalten abgebildet werden.

Ein Materialflusssystem mit komplizierter oder noch nicht endgültig festgelegter Struktur (z.B. in der Planungsphase) wird man in der Regel zunächst als *qualitatives* Schema abbilden (z.B. in Form eines Flussdiagramms wie in Bild 1.6). Durch die Übertragung in Graphen und Matrizen kommt man zu quantitativen Darstellungen, wie in diesem Kapitel noch gezeigt wird.

Der Vorgang *Analysieren* bezieht sich auf qualitative und auf quantitative Bewertungen. Die quantitative Bewertung kann entweder mathematisch exakt, also mit *analytischen Methoden*, oder in Form von *Simulationen* (gewissermaßen als „mathematisches Experiment“) durchgeführt werden. Bei der Simulation werden die Zustandsänderungen numerisch schrittweise im Rechner nachgebildet. Nach einer als ausreichend angesehenen Rechenzeit wird der Vorgang beendet und aus den Ergebnisdarstellungen auf die Realität geschlossen (siehe Abschnitt 7.6).

Wie auch in anderen technischen Prozessen, können die *realen Zustandsänderungen* der Materialflusssysteme im ganzen oder in Teilbereichen *determiniert* oder *stochastisch* und gleichzeitig *kontinuierlich* oder *diskontinuierlich* verlaufen. In **Bild 3.2** sind die vier möglichen Kombinationen mit kurzen Hinweisen auf ihre Bedeutung für die Materialflusslehre dargestellt.

	determiniert (nach Plan)	stochastisch (zufällig)
kontinuierlich (stetig)	in MF-Systemen selten (Schwingungsvorgänge)	z.B.: - Zwischenankunftszeiten - Wartezeiten - Bedienzeiten
diskontinuierlich (diskret, sprunghaft)	z.B.: - Stückzahlen in regelmäßigen Taktprozessen - Distanzen in Graphen	z.B.: - Abfertigungen bei Vorfahrtregelung - Zustandsfolge bei der "ereignisorientierten" Simulation

**Abb. 3.2.** Kombination verschiedener Arten *realer* Zustandsänderungen in Materialflusssystemen

Der Unterschied zwischen kontinuierlichen (stetigen) und diskontinuierlichen (diskreten) Zustandsänderungen ist am Beispiel der stetig oder diskret verteilten Zwischenankunftszeiten in Abschnitt 2.1.4 bereits dargestellt worden. Dort wurde bei der praktischen Ermittlung der Zwischenankunftszeit (siehe Abschnitt 2.1.6) ohne ausdrücklichen Hinweis schon klar, dass konti-

nuierliche und diskontinuierliche Modelle im Prinzip äquivalent sind.<sup>1</sup> Für die praktische Anwendung heißt das, dass man die in der Realität kontinuierlich verlaufenden Zustandsänderungen im Modell auch diskontinuierlich (diskret) abbilden darf, wenn man so einfacher, schneller oder besser zu Ergebnissen kommen kann und die Ergebnisse dabei nicht verfälscht werden. Für den kreativen Vorgang der Modellbildung ist es allein wichtig, dass der Ingenieur mit vertretbarem Aufwand eine ausreichende Aussagekraft seines Modells erreicht.

In einem *deterministischen System* verlaufen alle Zustandsänderungen „nach Plan“: Gleiche Werte der System-Eingangsgroßen bewirken stets gleiche, exakt vorhersagbare Ausgangswerte. Aber bereits eine einzige Zufallsvariable muss zu einem *stochastischen System* führen, weil gleiche Eingangswerte nun verschiedene (zufallsbedingte) Ausgangswerte bewirken. Materialflusssysteme modellieren wir dann so, dass z.B. jedem Zeitpunkt, zu dem ein Eingangswert existieren kann, ein Wertevorrat zugeordnet wird, aus dem ein aktueller Wert zufällig ausgewählt wird (so z.B. bei der Simulation).

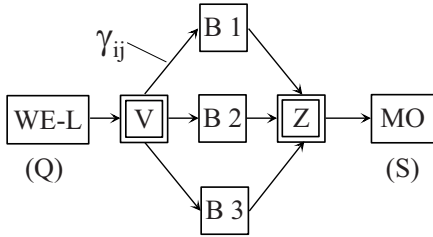
Was als stochastisches Verhalten erscheint, ist häufig nicht tatsächlich zufällig, sondern unterliegt so komplizierten Gesetzmäßigkeiten, dass eine exakte Berechnung nicht möglich oder viel zu aufwändig ist. Hinzu kommt, dass selbst technische Prozesse, deren Verhalten eigentlich determiniert ist, durch Störungseinflüsse in stochastische Prozesse übergehen. Aus diesen Gründen wird in der Materialflusslehre (wie auch in anderen Gebieten) häufig *stochastisches Verhalten* einzelner Elemente unterstellt und somit *stochastische Modelle statt komplizierter deterministischer Modelle* angesetzt. Also ist auch hier dem Ingenieur die Wahl eines geeigneten Modells überlassen – unter Beachtung der richtigen Interpretation bei der Übertragung der Modellerkenntnisse auf die Realität.

## 3.2 Flussdiagramme, Groblayout

In **Bild 3.3** ist ein Teilbereich der Fertigung aus dem Flussdiagramm Bild 1.6, zwischen dem Wareneingangslager als Quelle (Q) und dem Montagebereich als Senke (S), dargestellt. Das Material, in diesem Falle Rohteile aus dem Wareneingangslager, wird auf drei Bearbeitungszentren (B1, B2, B3) verteilt und nach Abschluss der Bearbeitung in den Montagebereich übergeben.

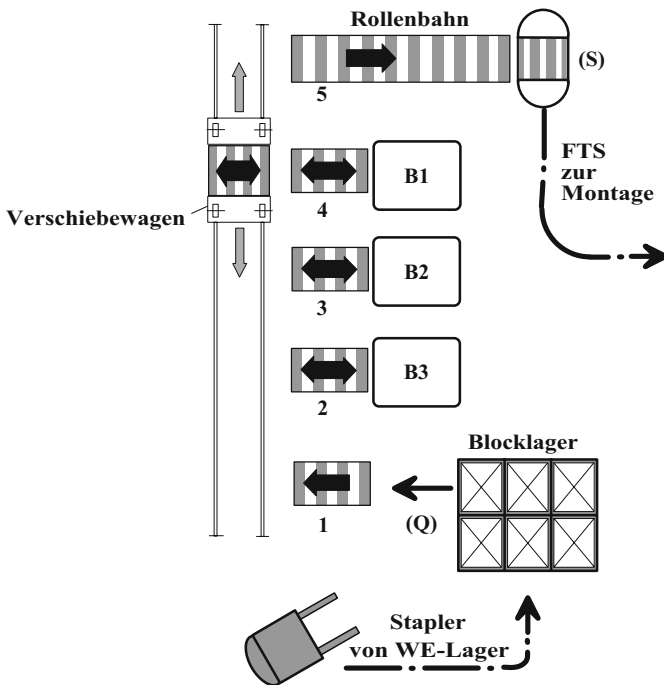
Über Grenzdurchsätze  $\gamma_{ij}$ , Strategien der Zusammenführung usw., können aus dieser Darstellung noch keine Angaben gemacht werden. Dazu muss zumindest eine grobe Vorstellung von der technischen Realisierung bestehen, z.B. in Form eines Groblayouts wie in **Bild 3.4** gezeigt: Hier bringt ein Stapler die Rohteile in stapelbaren Behältern vom WE-Lager zu einem kleinen Blocklager neben dem Beschickplatz (1), den man sich beispielsweise als

<sup>1</sup> Mathematische Begründung: das zum Fourier-Theorem inverse Wiensche Theorem, also eine stetige Funktion, die aus der Überlagerung mehrerer diskreter Funktionen entsteht.



**Abb. 3.3.** Teilbereich der Fertigung aus Bild 1.6  
(WE-L = Wareneingangslager, B1, B2, B3 = Bearbeitungszentren, MO = Montagebereich)

Aufspannplatz der Rohteile auf Werkstückpaletten denken kann, die dann automatisch gefördert und gemäß Arbeitsplan auf die Bearbeitungszentren verteilt werden. Der Verschiebewagen übernimmt die Verteilung und die Zusammenführung der Werkstückpaletten in den Richtungen (1) bis (5). Er ist ein unstetiges Materialflusselement (nach Abschnitt 2.2), dessen partielle Grenzdurchsätze  $\gamma_{ij}$  berechnet werden können, wenn die Geschwindigkeiten, die Fahrwege und die Verlustzeiten beim Schalten usw. bekannt sind.



**Abb. 3.4.** Groblayout zu Bild 3.3

Nachdem am Groblayout die für die Fragestellungen der Materialflusslehre wichtigen Fakten geklärt wurden, kehren wir zu einer Form der Abbildung

des Materialflusssystems zurück, die alle wichtigen Informationen in einer sehr einfachen Darstellung enthält: dem *Graph*.

## 3.3 Graphen

### 3.3.1 Struktur

In Anlehnung an Domschke (1995) besteht ein Graph

$$G(V, E) \quad (3.1)$$

aus einer Menge  $V$  von *Knoten* (engl. vertex):

$$V = \{1, 2, \dots, i, j, \dots, n\} \quad (3.2)$$

und einer Menge  $E$  von *Kanten* (engl. edge) oder *Pfeilen*, sowie einer auf  $E$  definierten Inzidenzabbildung, die jedem Element aus  $E$  genau ein Knotenpaar  $(i, j)$  aus  $V$  zuordnet.

Handelt es sich dabei um ein *nicht geordnetes* Paar, d.h. kommt es nicht auf die Reihenfolge an und ist  $(i, j)$  gleichbedeutend mit  $(j, i)$ , so ist  $G$  ein *ungerichteter Graph*, und man bezeichnet die Elemente von  $E$  als *Kanten*  $k_i$ :

$$E = \{k_1, k_2, \dots, k_m\} \quad (3.3)$$

Für eine Kante, die die beiden Knoten  $(i)$  und  $(j)$  miteinander verbindet, wird die verkürzte Schreibweise  $k = [i, j]$  verwendet.

Ist das durch die Inzidenzabbildung zugewiesene Paar von Knoten *geordnet*, so ist  $G$  ein *gerichteter Graph* oder *Digraph* (engl. directed), und man bezeichnet die Elemente von  $E$  als *gerichtete Kanten* oder *Pfeile*  $p_i$ :

$$E = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} \quad (3.4)$$

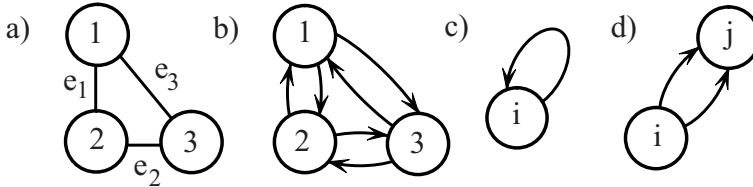
Ein Pfeil, der von Knoten  $(i)$  ausgeht und in Knoten  $(j)$  einmündet, wird mit  $p = < i, j >$  bezeichnet.

Sind in einem Graphen alle Knoten miteinander durch Kanten verbunden, so handelt es sich um einen sogenannten vollständigen (ungerichteten) Graphen; die Zahl der Kanten ist dann:

$$m = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \quad (3.5)$$

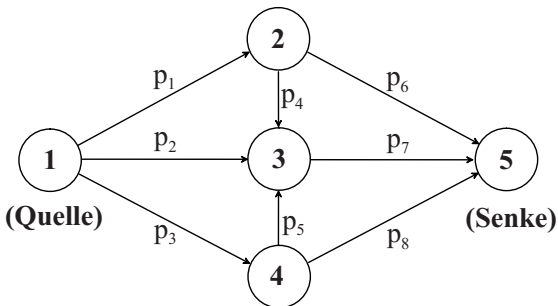
Für einen *vollständigen Digraphen* ohne *Schlingen* und ohne *Parallelpfeile*<sup>2</sup> (siehe **Bild 3.5**) ist die Zahl der Pfeile:

$$m = n(n-1) \quad (3.6)$$

**Abb. 3.5.**

- a) Vollständiger Graph  $m = n = 3$   
 b) Vollständiger Digraph  $n=3, m=6$   
 c) Schlinge  
 d) Parallelpfeil

Zur Abbildung von Materialflusssystemen werden stets *gerichtete* Graphen verwendet. In **Bild 3.6** ist die *Struktur* des Materialflusssystems aus Bild 3.4 als *Graph* dargestellt.

**Abb. 3.6.** Graph für das Groblayout nach Bild 3.4

Man erkennt, dass es sich hier nicht um einen *vollständigen Graphen* handelt, weil es keine Kanten zwischen den Knoten (1) und (5) und zwischen den Knoten (2) und (4) gibt (die unmittelbare Quelle-Senke-Verbindung an den Bearbeitungszentren vorbei würde in dem Produktionssystem keinen Sinn ergeben, und es wird festgelegt, dass Verbindungen zwischen (2) und (4) in diesem Beispiel nicht in der Bearbeitungsfolge vorkommen). Erst recht handelt es sich nicht um einen vollständigen Digraphen, weil es nie mehr als einen Pfeil zwischen den Knoten gibt. Das entspricht *einer* definierten Richtung, wie sie in Materialflusssystemen fast immer selbstverständlich ist. Um zu *quantitativen* Aussagen in diesem Modell zu kommen, müssen die Pfeile und Knoten noch bewertet werden.

<sup>2</sup> Ein Graph mit parallelen Kanten heißt Multi-Graph, ein Graph mit parallelen Pfeilen heißt Multi-Digraph. Beide haben in der Materialflusslehre keine praktische Bedeutung.

### 3.3.2 Pfeil- und Knotenbewertung

Als Bewertung können den Pfeilen  $p_1$  bis  $p_8$  z.B. zugeordnet werden:

- die Grenzdurchsätze  $\gamma_{ij}$
- die betrieblichen Durchsätze  $\lambda_{ij}$
- die Entfernungen zwischen den Knoten  $(i)$  und  $(j)$
- die Erwartungswerte der Zwischenankunftszeiten  $E(t_{ij})$
- allgemeine Bewertungselemente  $c_{ij}$   
(in der Graphentheorie *Kosten* genannt)

Damit kann die Bezeichnung nach 3.3.1 für den Graphen erweitert werden zu:

$$G(V, E, c) \quad (3.7)$$

Eine solche Liste in datenverarbeitungsgerechter Form führt zu den im nächsten Abschnitt vorgestellten Materialflussmatrizen.

Werden auch den Knoten  $(i)$ ,  $(j)$  Werte zugeordnet, z.B. die Kapazitäten  $\alpha$  der Bearbeitungszentren, so verlängert sich die Liste zur Quantifizierung des Graphen auf:

$$G(V, E, c, \alpha) \quad (3.8)$$

## 3.4 Materialflussmatrizen

### 3.4.1 Adjazenzmatrix

Mit der Adjazenzmatrix  $A(G)$  (**Bild 3.7**) werden Struktur und Flussrichtung für den Graphen aus Bild 3.6 in einem Zahlenschema festgehalten. Adjazent bedeutet soviel wie „benachbart“; die Adjazenzmatrix speichert gewissermaßen die „Nachbarschaftsbeziehungen“ der Knoten im Graphen. Ihre Elemente werden demnach wie folgt definiert:

$$a_{ij} := \begin{cases} 1 & \text{falls ein Pfeil } < i, j > \text{ existiert} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.9)$$

Es muss gelten

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} = m \quad (3.10)$$

d.h. die Anzahl der Elemente  $a_{ij}$  der Adjazenzmatrix ist gleich der Anzahl der Pfeile.

Aus einer Adjazenzmatrix lassen sich – ohne auf den dazugehörigen Graphen zu achten – wichtige Informationen über das derart modellierte Materialflusssystem ablesen; z.B. aus Bild 3.7:

		nach				
von	$\begin{smallmatrix} i \backslash j \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5
	1	0	1	1	1	0
	2	0	0	1	0	1
	3	0	0	0	0	1
	4	0	0	1	0	1
	5	0	0	0	0	0

**Abb. 3.7.** Adjazenzmatrix  $A(G)$  für den Graphen aus Bild 3.6

- Knoten (1) ist ausschließlich *Quelle*, denn von (1) aus führen nur Pfeile zu anderen Knoten hin, jedoch weist kein Pfeil auf (1); darum sind alle Elemente  $a_{i1}$  in Spalte  $j = 1$  gleich Null.
- Knoten (5) ist ausschließlich *Senke*, da in Zeile  $i = 5$  alle Elemente  $a_{5j}$  gleich Null sind.
- Knoten (3) ist eine *Zusammenführung*. Dies geht hervor aus der Spalte  $j = 3$  und der Zeile  $i = 3$ .
- Der Graph hat keine Schlingen, weil alle Diagonalelemente  $a_{ij}$  (mit  $i = j$ ) gleich Null sind.
- Das Element  $a_{43} = 1$  zeigt an, dass es sich hier *nicht* um einen *topologisch sortierten Digraphen* handelt. Sonst dürften nur Elemente  $a_{ij} = 1$  ( $i < j$ ) *oberhalb* der Diagonalen existieren und die Adjazenzmatrix besäße eine Dreiecksform.

„Topologisch sortiert“ heißt, dass jeder Knoten eine niedrigere Nummer als alle seine Nachfolger und eine höhere Nummer als alle seine Vorgänger hat. Würde man den Pfeil  $p_5$  umdrehen und  $p_5 = < 3, 4 >$  schreiben, so wäre der Graph in Bild 3.6 ein topologisch sortierter Digraph. Ein derartiger Digraph besitzt mindestens eine ausschließliche Quelle und eine ausschließliche Senke.

Man erkennt, dass eine Adjazenzmatrix gut geeignet ist, um die Struktur, die Durchflussrichtung und weitere wichtige Charakteristika eines Materialflusssystems in rechnerverständlicher Form zu speichern.

### 3.4.2 Bewertungsmatrix

In der Bewertungsmatrix  $C(G)$  wird die binäre Notation der Adjazenzmatrix durch die Pfeilbewertung aus Abschnitt 3.3.2 ersetzt; ihre Elemente sind wie folgt definiert:

$$c_{ij} := \begin{cases} c(i, j) & \text{für alle Pfeile } < i, j > \\ 0 & \text{für } i = j \\ \infty & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.11)$$



Für  $c_{ij} = \infty$  sind die entsprechenden Elemente der Adjazenzmatrix  $a_{ij}$  gleich Null, d.h. es existiert kein Pfeil  $< i, j >$ . Für  $i = j$  ist i.d.R.  $c_{ij} = 0$ ; sind jedoch Schlingen im Graphen erlaubt, z.B. bei Wiederholung eines Arbeitsganges wegen fehlerbedingter Nachbearbeitung, können auch  $c_{ij} > 0$  für  $i = j$  auftreten.

In Materialflusssystemen haben die Elemente  $c_{ij}$  üblicherweise die Bedeutung von Entfernungen oder von Zeiten. Für Durchsätze und Grenzdurchsätze werden die Matrizen nach Abschnitt 3.4.4 verwendet.

In **Bild 3.8** ist eine Bewertungsmatrix für den Graphen aus Bild 3.6 und seine Adjazenzmatrix aus Bild 3.7 dargestellt. Die Elemente  $c_{ij}$  entsprechen den Pfeilbewertungen für die direkten, *unmittelbaren* Verbindungen zwischen den Knoten ( $i$ ) und ( $j$ ).

		nach				
von	$\begin{array}{c c} i & j \\ \hline \end{array}$	1	2	3	4	5
	1	0	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{14}$	$\infty$
	2	$\infty$	0	$C_{23}$	$\infty$	$C_{25}$
	3	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$C_{35}$
	4	$\infty$	$\infty$	$C_{43}$	0	$C_{45}$
	5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0

**Abb. 3.8.** Bewertungsmatrix  $C(G)$  für den Graphen aus Bild 3.6

### 3.4.3 „Kürzeste-Wege“-Matrix

Während sich Adjazenzmatrix und Bewertungsmatrix nur auf die *unmittelbaren* Nachbarschaftsverhältnisse bzw. Verbindungen durch (direkte) *Pfeile*  $< i, j >$  beziehen, wird nun nach der *Erreichbarkeit* von Knoten mittels *Pfeilfolgen*  $< i, x >, \dots, < y, j >$  gefragt, den sogenannten *Wegen*.

Obwohl  $c_{15} = \infty$  in Bild 3.8 besagt, dass keine unmittelbare Verbindung zwischen Knoten (1) und Knoten (5) existiert, erkennt man im Graphen sofort, dass es von (1) nach (5) mehrere mögliche Wege (verschiedene Pfeilfolgen) gibt. Durch Summieren der jeweiligen Pfeilbewertungen findet man die Längen der verschiedenen Wege, insbesondere auch den kürzesten Weg von (1) nach (5):

$$d_{15} := \text{MIN} \left\{ \begin{array}{l} c_{12} + c_{25} \\ c_{13} + c_{35} \\ c_{14} + c_{45} \\ c_{12} + c_{23} + c_{35} \\ c_{14} + c_{43} + c_{35} \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Ein *kürzester* Weg von einem Knoten  $(i)$  zu einem Knoten  $(j)$  ist das Minimum aller möglichen Summen der Pfeilbewertungen auf den Wegen von  $(i)$  nach  $(j)$ . Den kürzesten Weg bzw. die kürzeste Entfernung zwischen zwei Knoten nennt man ihre *Distanz*  $d(i, j)$ . Die „Kürzeste-Wege“-Matrix  $D(G)$  enthält die jeweils kürzesten Wege zwischen allen Knoten des Materialflusssystems. Ihre Elemente sind wie folgt definiert:

$$d_{ij} := \begin{cases} d(i, j) & \text{falls ein Weg von } (i) \text{ nach } (j) \text{ existiert} \\ \infty & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.13)$$

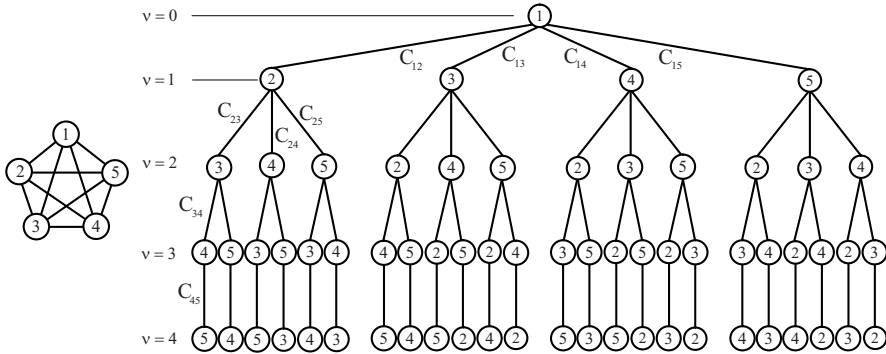
Für  $i = j$  ist i.d.R.  $d_{ij} = 0$ ; sind jedoch Zyklen im Graphen erlaubt, also z.B. mehrmaliges Bearbeiten eines Werkstücks in derselben Bearbeitungsstation zu verschiedenen Zeitpunkten des Prozesses, können auch  $d_{ij} > 0$  für  $i = j$  auftreten.

Für einen vollständigen Digraphen mit  $n$  Knoten gibt es  $n(n-1)$  kürzeste Wege und dementsprechend ebenso viele Elemente  $d_{ij}$  der „Kürzeste-Wege“-Matrix.

Eine wichtige Aufgabe des Materialflussplaners besteht darin, aus den zahlreichen möglichen Wegen innerhalb eines Materialflusssystems die *kürzesten Verbindungen* zwischen den Knoten zu ermitteln. Dazu unterstellt man zunächst den Idealfall, dass den kürzesten Wegen im Materialflusssystem auch die kürzesten Wegzeiten entsprechen. Dieser Fall trifft jedoch nicht immer zu, weil u.a. die *Auslastungsgrade* und die *Strategien*, wie beispielsweise die Vorfahrtsregeln nach Abschnitt 2.3 oder die in Kapitel 4 behandelten *Wartezeiten*, unabhängig von der Länge der Wege, die Wegzeiten beeinflussen. Ob die Knotenfolgen mit den gefundenen kürzesten Wegen im praktischen Betrieb tatsächlich benutzt werden, muss demnach im Einzelfall anhand zusätzlicher Kriterien geprüft werden. Dennoch bleibt die „Kürzeste-Wege“-Matrix eine wichtige Entscheidungshilfe bei Materialflussplanungen und bei der operativen Materialflussteuerung.

Ausgangsbasis für die Suche kürzester Wege in Materialflusssystemen ist stets eine Bewertungsmatrix gemäß Bild 3.8. Deren Elemente  $c_{ij}$  bewerten die Pfeile im Graphen als die Entfernung zwischen je zwei Knoten des Netzwerks in der jeweiligen Richtung des Materialflusses.

Ein erstes, exaktes Verfahren zur Suche der kürzesten Wege basiert auf der *Vollständigen Enumeration*. Wie oben am Beispiel  $d_{15}$  bereits gezeigt, werden dazu alle möglichen Pfeilkombinationen gebildet, ihre Wegsummen berechnet und das Minimum daraus bestimmt. Die Lösung der Aufgabe wird somit durch Sortieren der Zweige eines *Entscheidungsbaums* gefunden. **Bild 3.9** zeigt einen solchen Entscheidungsbaum für einen vollständigen Graphen mit 5 Knoten. Nach Gleichung (3.5) besitzt der Graph 10 Kanten und als vollständiger Digraph nach Gleichung (3.6) 20 Pfeile. Von jedem Knoten aus gibt es  $(n-1)! = 24$  verschiedene Wege, in deren Knotenfolge jeder andere Knoten genau einmal enthalten ist. Die Zweige des Baumes mit dem Knoten (1) als Wurzel enthalten alle 24 Knotenfolgen in Bild 3.9 und somit alle



**Abb. 3.9.** Entscheidungsbaum für einen vollständigen Digraphen mit  $n = 5$  Knoten (Knoten (1) ist Wurzel,  $\nu$  gibt die Ebene an)

denkbaren, zyklensfreien Pfeilkombinationen, die zwischen dem Startknoten (1) und jedem anderen Knoten als Endknoten möglich sind. Als Teilmenge enthalten sie insbesondere auch die Knotenfolgen mit den kürzesten Wegen von dem Startknoten zu allen anderen.

Werden für jeden Knoten ( $i$ ) des Graphen die Entscheidungsbäume derart konstruiert, dass der Knoten ( $i$ ) Wurzel ist, so sind darin alle  $n(n - 1)$  kürzesten Wege enthalten, die es im vollständigen Digraphen gibt, und alle Elemente  $d_{ij}$  der „Kürzeste-Wege“-Matrix sind bekannt. Allerdings müssen dazu  $n!$  Wege berechnet werden, von denen lediglich  $n(n - 1)$  als brauchbare Lösungen ausgewählt werden. Für große  $n$  wird der Rechenaufwand dabei so hoch, dass man sich ökonomischer Verfahren aus dem Gebiet des Operations Research bedient, deren Algorithmen mit geringerem Rechenaufwand zum gleichen Ergebnis führen.

Dabei kann man grundsätzlich zwei Typen von „Kürzeste-Wege“-Algorithmen unterscheiden:

- Algorithmen zur Bestimmung von kürzesten Wegen von einem Knoten aus (Startknoten) zu allen anderen Knoten
- Algorithmen zur Bestimmung von kürzesten Wegen zwischen allen Knoten

Beide Typen bauen auf dem *Bellmanschen Optimalitätsprinzip* auf. Dieses besagt, dass Teilwege kürzester Wege selbst wieder kürzeste Wege sind. In mehreren Iterationsschritten werden deshalb jeweils kürzeste *Teilwege*  $d_{ik}$  bestimmt und sukzessive bis zum kürzesten (Gesamt-)Weg  $d_{ij}$  „ausgebaut“.

Algorithmen des erstgenannten Typs heißen *Baumalgorithmen*, da hier, ausgehend vom Startknoten, der *Wurzel*, ein Baum derart konstruiert wird, dass seine Äste die kürzesten Wege zu den erreichbaren Knoten angeben.

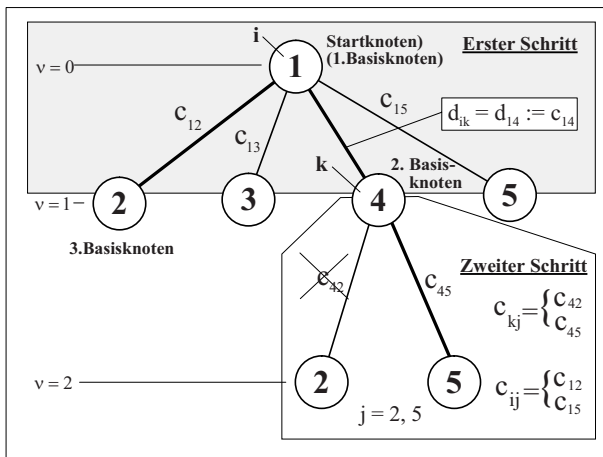
Algorithmen des zweitgenannten Typs heißen *Matrixalgorithmen*, da bei diesen Verfahren aus der Bewertungs- und der Vorgängermatrix des Graphen schrittweise die Entfernungs- und Routenmatrizen abgeleitet werden,

bis schließlich die „Kürzeste-Wege“-Matrix mit zugehöriger Routenmatrix vorliegt.

Nachfolgend werden als Beispiele für häufig angewandte Verfahren zur Suche kürzester Wege der DIJKSTRA- und der Tripel-Algorithmus vorgestellt.

### Der DIJKSTRA-Algorithmus

Der DIJKSTRA-Algorithmus zur Suche kürzester Wege in Graphen beginnt mit der Festlegung eines Startknotens als erstem *Basisknoten* und der Bestimmung der Wege  $c_{ij}$  zu allen Knoten ( $j$ ), die vom Basisknoten ( $i$ ) aus über einen einzigen Pfeil erreichbar sind. Damit ist die erste Ebene ( $\nu = 1$ ) eines Entscheidungsbaumes gemäß Bild 3.9 konstruiert. Der kleinste Wert aller  $c_{ij}$  dieser Ebene kann als erster kürzester Weg  $d_{ik}$  endgültig markiert werden, und der auf diesem Wege erreichte Knoten ( $k$ ) wird zum zweiten Basisknoten bestimmt. In **Bild 3.10** ist dieser Schritt dargestellt unter der Annahme, dass  $c_{14}$  den kleinsten Wert hat; also ist  $d_{ik} = d_{14} = c_{14}$  und der Knoten (4) ist zweiter Basisknoten.



**Abb. 3.10.** Entscheidungsbaum zum ersten und zweiten Schritt des DIJKSTRA-Algorithmus für einen Graphen mit  $n = 5$  Knoten

Zur Fortsetzung der Konstruktion des Entscheidungsbaums werden nun die vom zweiten Basisknoten ( $k$ ) aus jeweils mit einem einzigen Pfeil erreichbaren Nachbarknoten und die dazu gehörenden Wege  $c_{kj}$  bestimmt. Dieser Schritt führt auf die zweite Ebene ( $\nu = 2$ ) des Entscheidungsbaums, im Bild 3.10 beispielsweise zu den Knoten (2) und (5).

Nachdem die Längen der neuen Gesamtwege aus  $d_{ik}$  als einem kürzesten Teilweg und den neuen Teilwegen  $c_{kj}$  berechnet sind, kann gefragt werden, ob sie kürzer als die bereits bekannten Wege  $c_{ij}$  sind. Mit den Bezeichnungen in Bild 3.10 lautet die allgemein formulierte Frage:

$$d_{ik} + c_{kj} < c_{ij} \quad ? \quad (3.14)$$

und für das Beispiel speziell:

$$\begin{array}{rcl} d_{14} + c_{42} & < & c_{12} \quad ? \\ d_{14} + c_{45} & < & c_{15} \quad ? \end{array}$$

Die entsprechenden Äste des Entscheidungsbaums werden nicht weiterkonstruiert, wenn gilt, dass:

$$d_{ik} + c_{kj} > c_{ij} \quad (3.15)$$

weil dann die Wege  $c_{kj}$  im Graphen keine kürzesten Teilwege sein können (Bellmansches Optimalitätsprinzip).

Nehmen wir an, die Fragestellung (3.14) habe für die Situation in Bild 3.10 folgendes ergeben:

$$d_{14} + c_{42} > c_{12}$$

$$d_{14} + c_{45} < c_{15}$$

Dann folgt daraus, dass  $c_{42}$  als Weg im Graphen und als Ast im Entscheidungsbaum nicht weiterzuverfolgen ist. Für  $c_{45}$  ist die Bedingung als kürzester Teilweg zwar erfüllt, dennoch wird dieser Ast des Entscheidungsbaumes im dritten Schritt nur dann weiterkonstruiert, wenn es keinen *markierten* Weg  $c_{ij}$  gibt, dessen Länge kürzer ist als  $d_{14} + c_{45}$ . Um die Konsequenz darzustellen, nehmen wir an, es sei:

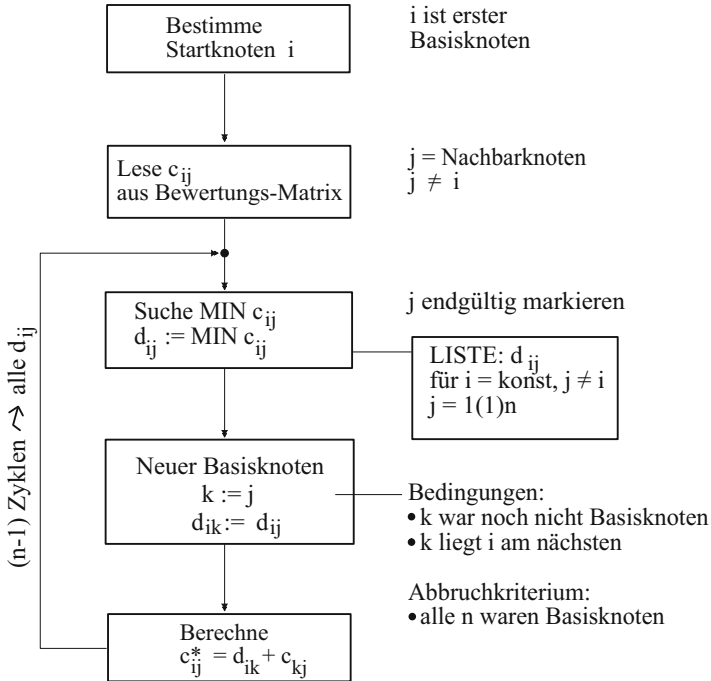
$$c_{12} < d_{14} + c_{45}$$

Dann wird der Weg  $c_{12}$  anstatt  $d_{14} + c_{45}$  als der im zweiten Schritt gefundene kürzeste Weg endgültig markiert, und der so erreichte Knoten (2) wird der dritte Basisknoten, weil er dem ursprünglichen Startknoten näher liegt als der Knoten (5).

Im dritten Schritt wiederholt sich nun der Ablauf analog dem zweiten Schritt. Wie man sieht, wird in jedem Schritt ein kürzester Weg zwischen dem Startknoten und einem anderen Knoten im Graphen gefunden. Der Algorithmus kann somit in  $n(n-1)$  Schritten die kürzesten Wege zwischen allen Knoten in einem vollständigen Digraphen, und damit alle Elemente  $d_{ij}$  der „Kürzeste-Wege“-Matrix liefern. Wenn die  $d_{ij}$  nur für bestimmte Knoten gesucht werden, kann das Verfahren vorzeitig beendet werden. Der Ablauf des Verfahrens ist in dem Flussdiagramm **Bild 3.11** kurz zusammengefasst.

Der DIJKSTRA-Algorithmus ist deshalb ökonomischer als ein Verfahren, das auf der vollständigen Enumeration beruht, weil nicht der gesamte Entscheidungsbaum konstruiert wird, sondern nur ein *optimaler Baum* mit den Ästen, welche die Lösung der Aufgabe enthalten.

Abschließend wird der DIJKSTRA-Algorithmus an einem Zahlenbeispiel vorgeführt. Als Netzwerk wird der sogenannte Parcours eines Fahrerlosen Transportsystems (FTS) gewählt, beispielsweise aus dem Montagebereich in Bild 1.3. Das entsprechende Groblayout ist in **Bild 3.12** dargestellt, den dazugehörigen Graphen zeigt **Bild 3.13**.

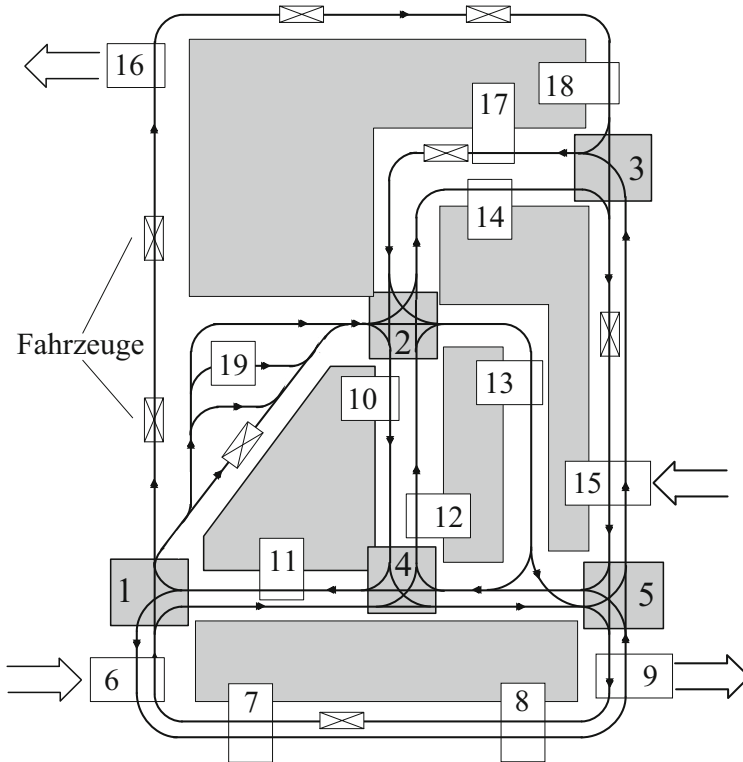


**Abb. 3.11.** Flussdiagramm zum Ablauf des DIJKSTRA-Algorithmus

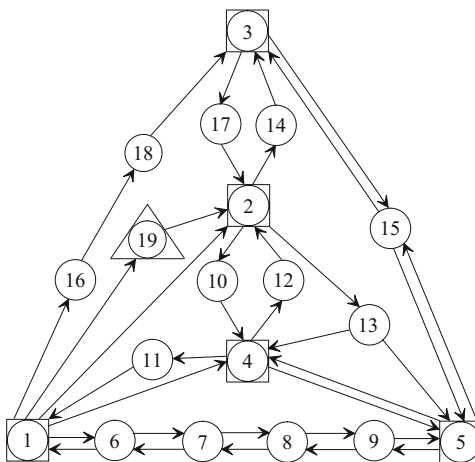
In Bild 3.12 und auch an dem Graphen in Bild 3.13 sieht man sofort, dass die Zusammenführungen und Verzweigungen in den Knoten (1) bis (5) die eigentlichen Entscheidungsstellen für die Suche der kürzesten Wege zwischen den Be- und Entladestellen (6) bis (18) sind. Aus einer Matrix, deren Elemente die kürzesten Wege zwischen den Knoten (1) bis (5) fahrtrichtungsabhängig enthält, kann demnach für jeden Fahrauftrag sofort die Knotenfolge für den kürzesten Gesamtweg zwischen Be- und Entladestelle bestimmt werden. Zur Suche der kürzesten Wege wird daher eine Bewertungsmatrix verwendet, deren Elemente nur die *unmittelbaren* Verbindungen zwischen den Knoten (1) bis (5) als Summen der Teilwege über die Be- und Entladestellen (6) bis (18) enthalten, z.B.:  $c_{1,3} = c_{1,16} + c_{16,18} + c_{18,3}$ .

In **Bild 3.14** sind beispielhaft Zahlenwerte  $c_{ij}$  einer in dieser Art durchgeführten Pfeilbewertung des Graphen Bild 3.13 angegeben.

Die Suche der kürzesten Wege unter Anwendung des DIJKSTRA-Algorithmus ist in **Tabelle 3.1** für den Startknoten (1) zusammengefasst dargestellt. Die Erklärungen zu Beginn dieses Abschnitts lassen sich daran nachvollziehen. Im zweiten Schritt wird in der Tabelle 3.1 u.a. die Konsequenz einer mit der Ungleichung (3.15) beschriebenen Situation gezeigt. Der Entscheidungsbaum in Bild 3.10 ist eine Darstellung der beiden ersten Schritte des Beispiels.



**Abb. 3.12.** Groblayout eines FTS-Parcours (nicht maßstäblich) mit (1) bis (5) als Verzweigungen und Zusammenführungen, (6) bis (18) als Be- und Entladestellen, (6) Systemeingang, (9), (15) und (16) Systemausgänge, (19) Fahrzeugspeicher und Wartungsbereich



**Abb. 3.13.** Graph zum FTS-Parcours aus Bild 3.12 (die Knoten (1) bis (5) sind Verzweigungen und Zusammenführungen, (6) bis (18) sind Be- und Entladestellen, (19) ist Fahrzeugspeicher und Wartungsbereich)

von \ nach i \ j		1	2	3	4	5
	1	0	36	84	24	60
	2	$\infty$	0	44	38	34
	3	$\infty$	40	0	$\infty$	28
	4	24	38	$\infty$	0	24
	5	60	$\infty$	28	24	0

**Abb. 3.14.** Bewertungsmatrix  $C(G)$  für die jeweiligen Pfeilsummen zwischen den Knoten (1) bis (5) im Graphen Bild 3.13 (Längen  $c_{ij}$  in m)

Schritt	Basis	Knotenfolge	Gesamtweg $c_{1j}$ berechnen	$d_{1j}$ suchen	endgültig markierter Knoten
1	1	noch nicht markiert: 2,3,4,5			4
		1 $\rightarrow$ 2	$c_{12} = 36$	$d_{14} = c_{14} = 24$	
		1 $\rightarrow$ 3	$c_{13} = 84$		
		1 $\rightarrow$ 4	$c_{14} = 24$		
		1 $\rightarrow$ 5	$c_{15} = 60$		
2	4	noch nicht markiert: 2,3,5			2
		1 $\rightarrow$ 4 $\rightarrow$ 1	war schon Basis	$d_{12} = c_{12} = 36$	
		1 $\rightarrow$ 4 $\rightarrow$ 2	$d_{14} + c_{42} = 62 > c_{12} = 36$		
		1 $\rightarrow$ 4 $\rightarrow$ 5	$d_{14} + c_{45} = 48 < c_{15} = 60$		
3	2	noch nicht markiert: 3,5			5
		1 $\rightarrow$ 2 $\rightarrow$ 3	$d_{12} + c_{23} = 80 < c_{13} = 84$	$d_{15} = c_{15} = 48$	
		1 $\rightarrow$ 2 $\rightarrow$ 4	war schon Basis		
		1 $\rightarrow$ 2 $\rightarrow$ 5	$d_{12} + c_{25} = 70 > c_{15} = 48$		
4	5	noch nicht markiert: 3			3
		1 $\rightarrow$ 4 $\rightarrow$ 5 $\rightarrow$ 3	$d_{15} + c_{53} = 76 < c_{13} = 80$	$d_{13} = c_{13} = 76$	

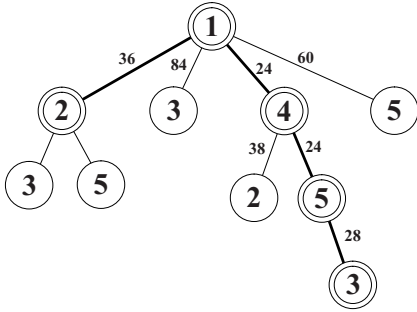
**Tabelle 3.1.** Schritte bei der Suche kürzester Wege nach dem DIJKSTRA-Algorithmus

Der vollständige, optimale Lösungsbaum in **Bild 3.15** zeigt die Knotenfolge für die kürzesten Wege der Fahrten vom Knoten (1) aus zu den Knoten (2) bis (5) im FTS-Parcours. Alle kürzesten Wege dieses Netzwerks kann man bestimmen, wenn das Verfahren in gleicher Weise mit den Knoten (2) bis (5) als Startknoten durchgeführt wird.

**Der Tripel-Algorithmus**

Die kürzesten Wege zwischen allen Knoten des Materialflussnetzwerks lassen sich mit den Baumalgorithmen (z.B. DIJKSTRA) nur durch n-maliges Anwenden des vorgestellten Verfahrens berechnen, indem jeder Knoten einmal als Startknoten benutzt wird. Nachfolgend wird nun eine weitere Gruppe von Verfahren zur Lösung des „Kürzeste-Wege“-Problems zwischen *allen* Knoten





**Abb. 3.15.** Optimaler Lösungsbaum für die Knotenfolge im FTS-Parcours aus Bild 3.12 bei der Suche kürzester Wege vom Knoten (1) aus

eines Graphen beschrieben: die Matrixalgorithmen. Bekanntester Vertreter dieser Gruppe ist der Tripel-Algorithmus von FLOYD.

Voraussetzung für diesen Algorithmus ist das Vorliegen einer Bewertungsmatrix  $C(G)$  und einer Vorgängermatrix  $V(G)$ . Die Vorgängermatrix ist wie folgt definiert:

$$v_{ij} := \begin{cases} i & \text{falls } \langle i, j \rangle \in E \text{ oder } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.16)$$

Im Laufe des Verfahrens werden die unmittelbaren Pfeilbewertungen  $c_{ik}$  bzw. Nachbarschaftsverhältnisse  $v_{ik}$  schrittweise ersetzt durch die Weglängen  $c_{ik}^*$  von bisher gefundenen kürzesten Teilwegen und den entsprechenden Vorgängerknoten  $v_{ik}^*$ . Als Endergebnis mehrerer Transformationen liegen dann die „Kürzeste-Wege“-Matrix  $D(G)$  und die zugehörige Routenmatrix  $R(G)$  vor.

In jedem Iterationsschritt werden alle Tripel  $(i, j, k)$  mit  $i = 1(1)n$ ,  $j$  fest,  $k = 1(1)n$  untersucht; d.h. in Iteration 1 alle Tripel  $(i, 1, k)$ , in Iteration 2 alle Tripel  $(i, 2, k)$  und schließlich in Iteration  $n$  alle Tripel  $(i, n, k)$ . Diese Tripel  $(i, j, k)$  von Knoten werden dahingehend überprüft, ob die Summe aus den bislang bekannten „kürzesten Wegen“ von  $(i)$  nach  $(j)$  und von  $(j)$  nach  $(k)$  kleiner ist als der bisher notierte „kürzeste“ Weg von  $(i)$  nach  $(k)$ :

$$c_{ij}^* + c_{jk}^* < c_{ik}^* \quad ? \quad (3.17)$$

Ist dies der Fall, so wird  $c_{ik}$  nun durch die Entfernung  $c_{ik}^*$  des ermittelten Teilweges über Knoten  $j$  ersetzt. Ein kürzester Weg  $d_{ik}$  ist jedoch erst dann gefunden, wenn alle seine Teilwege jeweils kürzeste Wege sind.

Für das bereits bekannte Materialflusssystem (Bild 3.12) mit dazugehörigem Graphen (Bild 3.13) und Bewertungsmatrix  $C(G)$  (Bild 3.14) sollen nun mittels Tripel-Algorithmus alle kürzesten Wege zwischen den Knoten (1) bis (5) rechnerisch ermittelt werden:

Das Aufstellen der *Bewertungsmatrix* und der *Vorgängermatrix* des Graphen ist der erste Schritt.

$$C^{(0)}(G) = \begin{pmatrix} 0 & 36 & 84 & 24 & 60 \\ \infty & 0 & 44 & 38 & 34 \\ \infty & 40 & 0 & \infty & 28 \\ 24 & 38 & \infty & 0 & 24 \\ 60 & \infty & 28 & 24 & 0 \end{pmatrix} \quad V^{(0)}(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 0 & 4 & 4 \\ 5 & 0 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Ausgehend von der Bewertungsmatrix  $C^{(0)}(G)$  wird in **Iteration 1** geprüft, ob es Teilwege *über Knoten (1)* gibt, sodass gilt:

$$c_{i1} + c_{1k} < c_{ik} \quad ? \quad (3.18)$$

Dies trifft z.B. zu für  $c_{41}^{(0)} + c_{13}^{(0)} = 24 + 84 = 108 < c_{43}^{(0)} = \infty$ . Es wurde also ein (vorläufig kürzester) Weg von (4) nach (3) gefunden; deshalb ist nun  $c_{43}^{(1)} = 108$  und  $v_{43}^{(1)} = 1$ . In der Vorgängermatrix  $V^{(1)}(G)$  wird (1) als Vorgängerknoten von (3) auf dem Teilweg von (4) nach (3) eingetragen. Ebenso verfährt man bei

$$c_{51}^{(0)} + c_{12}^{(0)} = 60 + 36 = 96 < c_{52}^{(0)} = \infty \Rightarrow c_{52}^{(1)} = 96; v_{52}^{(1)} = 1$$

In dem ersten Iterationsschritt wurden Bewertungsmatrix und Vorgängermatrix folgendermaßen transformiert:

$$C^{(1)}(G) = \begin{pmatrix} 0 & 36 & 84 & 24 & 60 \\ \infty & 0 & 44 & 38 & 34 \\ \infty & 40 & 0 & \infty & 28 \\ 24 & 38 & \boxed{108} & 0 & 24 \\ 60 & \boxed{96} & 28 & 24 & 0 \end{pmatrix} \quad V^{(1)}(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & \boxed{1} & 4 & 4 \\ 5 & \boxed{1} & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

In **Iteration 2** werden alle möglichen Wegverkürzungen *über Knoten (2)* untersucht:

$$c_{12}^{(1)} + c_{23}^{(1)} = 36 + 44 = 80 < c_{13}^{(1)} = 84 \Rightarrow c_{13}^{(2)} = 80; v_{13}^{(2)} = 2$$

$$c_{32}^{(1)} + c_{24}^{(1)} = 40 + 38 = 78 < c_{34}^{(1)} = \infty \Rightarrow c_{34}^{(2)} = 78; v_{34}^{(2)} = 2$$

$$c_{42}^{(1)} + c_{23}^{(1)} = 38 + 44 = 82 < c_{43}^{(1)} = 108 \Rightarrow c_{43}^{(2)} = 82; v_{43}^{(2)} = 2$$

$$C^{(2)}(G) = \begin{pmatrix} 0 & 36 & \boxed{80} & 24 & 60 \\ \infty & 0 & 44 & 38 & 34 \\ \infty & 40 & 0 & \boxed{78} & 28 \\ 24 & 38 & \boxed{82} & 0 & 24 \\ 60 & 96 & 28 & 24 & 0 \end{pmatrix} \quad V^{(2)}(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \boxed{2} & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & \boxed{2} & 3 \\ 4 & 4 & \boxed{2} & 4 & 4 \\ 5 & 1 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Analog zum bisherigen Vorgehen werden in den nächsten Iterationsschritten die möglichen Wegverkürzungen *über Knoten (3)*, *über Knoten (4)* und *über Knoten (5)* untersucht. Die transformierten Bewertungs- und Vorgängermatrizen ergeben sich wie folgt:

$$C^{(3)}(G) = \begin{pmatrix} 0 & 36 & 80 & 24 & 60 \\ \infty & 0 & 44 & 38 & 34 \\ \infty & 40 & 0 & 78 & 28 \\ 24 & 38 & 82 & 0 & 24 \\ 60 & 68 & 28 & 24 & 0 \end{pmatrix} \quad V^{(3)}(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 4 & 4 \\ 5 & 3 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C^{(4)}(G) = \begin{pmatrix} 0 & 36 & 80 & 24 & 48 \\ 62 & 0 & 44 & 38 & 34 \\ 102 & 40 & 0 & 78 & 28 \\ 24 & 38 & 82 & 0 & 24 \\ 48 & 62 & 28 & 24 & 0 \end{pmatrix} \quad V^{(4)}(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 3 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C^{(5)}(G) = \begin{pmatrix} 0 & 36 & 76 & 24 & 48 \\ 62 & 0 & 44 & 38 & 34 \\ 76 & 40 & 0 & 52 & 28 \\ 24 & 38 & 52 & 0 & 24 \\ 48 & 62 & 28 & 24 & 0 \end{pmatrix} \quad V^{(5)}(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 3 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Nach  $n$  Iterationsschritten bricht der Tripel-Algorithmus ab (im Beispiel war  $n = 5$ ); die Bewertungsmatrix  $C(G)$  ist in die „Kürzeste-Wege“-Matrix  $D(G)$  transformiert worden, und aus der Vorgängermatrix  $V(G)$  ist die Routenmatrix  $R(G)$  entstanden:

$$D(G) = C^{(n)}(G) \quad R(G) = V^{(n)}(G) \quad (3.19)$$

In der Routenmatrix sind die Vorgängerknoten auf den jeweils kürzesten (Teil-) Wegen abgebildet – mittels rekursivem Vorgehen können daraus die *Knotenfolgen* der kürzesten Wege abgeleitet werden (siehe **Tabelle 3.2** ).

von	nach				
	1	2	3	4	5
1	1	$1 \rightarrow 2$	$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 4$	$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5$
2	$2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$	2	$2 \rightarrow 3$	$2 \rightarrow 4$	$2 \rightarrow 5$
3	$3 \rightarrow 5 \rightarrow 1$	$3 \rightarrow 2$	3	$3 \rightarrow 5 \rightarrow 4$	$3 \rightarrow 5$
4	$4 \rightarrow 1$	$4 \rightarrow 2$	$4 \rightarrow 5 \rightarrow 3$	4	$4 \rightarrow 5$
5	$5 \rightarrow 4 \rightarrow 1$	$5 \rightarrow 4 \rightarrow 2$	$5 \rightarrow 3$	$5 \rightarrow 4$	5

**Tabelle 3.2.** Knotenfolgen der kürzesten Wege zwischen den Knoten (1) bis (5) des FTS- Parcours aus Bild 3.12

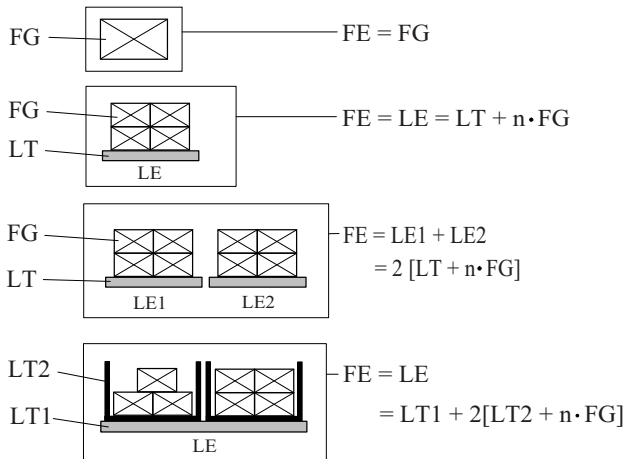
### 3.4.4 Belastungsmatrix

Eine spezielle Form der Bewertungsmatrix  $C(G)$  (nach Abschnitt 3.4.2) wird *Belastungsmatrix*  $B(G)$  genannt, wenn ihre Elemente die „Belastung“ eines

Materialflussnetzwerks mit den im Betrieb von Knoten ( $i$ ) nach Knoten ( $j$ ) zu liefernden *Fördergütern* (z.B. Rohmaterial, Werkstücke, Fertigprodukte) angeben. Die Belastungen in [Stückzahl pro Zeiteinheit] werden als theoretische *Soll-Vorgaben* aus Fertigungs-, Montage- und Vertriebsplänen ermittelt oder aus Beobachtungen des *Ist-Zustandes* (siehe Abschnitt 7.1) gewonnen. Die Belastungsmatrix als eigentliche *Material-Flussmatrix* steht somit am Anfang aller Materialflussanalysen. Die Elemente der Belastungsmatrix sind wie folgt definiert:

$$b_{ij} := \begin{cases} b(i, j) & \text{falls ein Materialfluss von } (i) \text{ nach } (j) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.20)$$

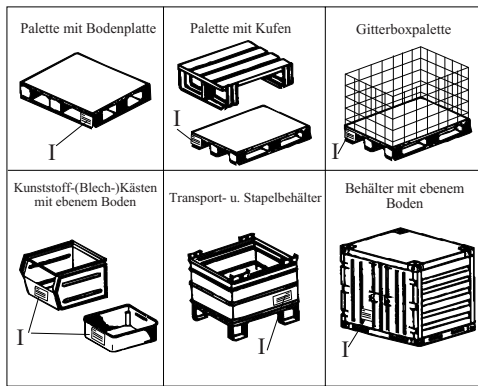
Mit der Belastungsmatrix  $B(G)$  und dem dazugehörigen Graphen können eventuell auftretende Engpässe in Materialflusssystemen bereits in der Planungsphase erkannt werden. Hierfür werden alle Materialflusselemente, wie z.B. Förderstrecken, Zusammenführungen und Verzweigungen, als Knoten modelliert. Die Zeilen- bzw. Spaltensumme der Belastungsmatrix gibt dann die erforderliche Mindestkapazität des Materialflusselements für den geforderten Materialfluss an. Dabei ist jedoch noch nicht berücksichtigt, dass Fördergüter zu *Ladeeinheiten* zusammengefasst und als solche durch das Materialflusssystem bewegt werden können.



**Abb. 3.16.** Die Bildung von Fördereinheiten (FE) aus Fördergütern (FG), Ladungsträgern (LT) und Ladeeinheiten (LE)

Im praktischen Betrieb werden, wie in **Bild 3.16** skizziert, aus Fördergütern (FG) und Ladungsträgern (LT) Ladeeinheiten (LE) und schließlich *Fördereinheiten* (FE) gebildet. Abmessungen, Formen, Gewichte und Stückzahlen der Fördergüter sind einige der Gesichtspunkte für die Wahl eines

geeigneten Ladungsträgers<sup>3</sup>. Ferner ist zu beachten, dass der Ladungsträger (LT) eine Adapterfunktion erfüllt zwischen dem Fördergut und in der Regel mehreren verschiedenen Fördermitteln (Stapler, RBG, FTS, ...) des Materialflusssystems. Daraus entstehen Restriktionen für die Gestaltung des Ladungsträgers. So sind z.B. nicht in allen Fällen Füße, Kufen oder ebene Bodenplatten erlaubt (siehe **Bild 3.17**). Schließlich wird die Gestaltung des Ladungsträgers noch durch die Informationstechnologie beeinflusst, wenn Flächen für automatisch lesbare Codierungen, Taschen für Begleitpapiere oder ähnliches benötigt werden.



**Abb. 3.17.** Unterschiede in der Gestaltung von Ladungsträgern  
I = Informationsträger (evtl. codiert)

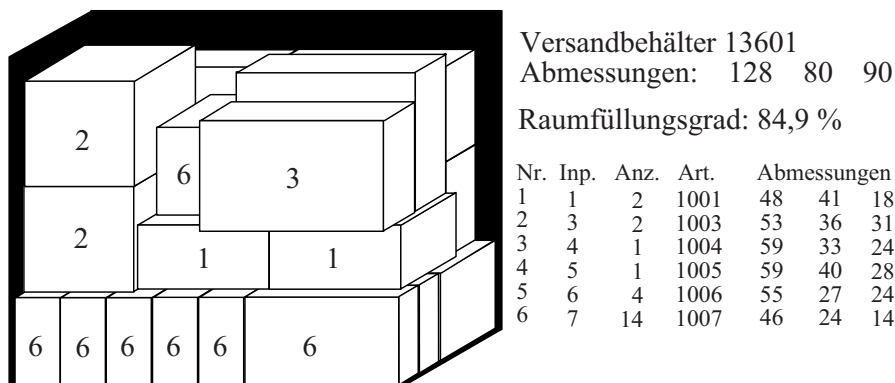
Darüber hinaus spielen von Fall zu Fall übergeordnete Gesichtspunkte eine Rolle: So soll z.B. bei der Verwendung von Ladungsträgern in durchgängigen Logistikketten grundsätzlich ein Umpacken der Ladeeinheiten vermieden werden. Die Voraussetzungen für den Rücktransport der leeren Ladungsträger sind ebenfalls zu beachten. Auch bei ungleichen Ladungsträgern kann durch geschickte Wahl von Rastermaßen eine Stapelbildung ermöglicht werden. Die Liste der Randbedingungen und Ziele für die Gestaltung von Ladungsträgern könnte noch sehr weit fortgesetzt werden.

Nicht zuletzt aus Kostengründen sind genormte oder standardisierte Ladungsträger bevorzugt einzusetzen. Weil die Kostenwirksamkeit der Ladungsträger im Materialfluss generell zu gering eingeschätzt wird, sollte diesem Punkt zu Beginn einer Materialflussanalyse oder einer Materialflussplanung die gebührende Aufmerksamkeit geschenkt werden. Allerdings ist die Auswahl der geeigneten Ladungsträger unter Würdigung aller Einflussgrößen und Randbedingungen eine Aufgabe, zu deren Lösung es zwar Normblätter, Richtlinien und Herstellerkataloge, aber keine methodischen Hilfen gibt.

Nach der Auswahl geeigneter Ladungsträger kann die Ladungsbildung methodisch unterstützt werden, insbesondere in den schwierigen Fällen der

<sup>3</sup> Anstelle des Begriffes *Ladungsträger* sind ebenso die Bezeichnungen Ladehilfsmittel (LHM) und Förderhilfsmittel (FHM) gebräuchlich.

Stapelung von Fördergütern. Dazu sind verschiedene Arbeiten veröffentlicht worden, die von Keber (1985) und Mannchen (1989) ausgewertet und wesentlich weiterentwickelt wurden. Nunmehr existieren praktisch anwendbare Algorithmen zur Lösung des sogenannten Stauraum-Problems, d.h. zur optimalen Bildung eines Stapels aus verschieden großen Volumenelementen, die beispielsweise den Fördergütern (FG) aus Bild 3.16 entsprechen. **Bild 3.18** zeigt eine Stapelbildung aus der Dissertation von Mannchen (1989).



**Abb. 3.18.** Stapelbildung (aus Mannchen (1989))

Alle weiteren Betrachtungen im Rahmen der hier vorgestellten Materialflusslehre beziehen sich auf den in Kapitel 2 eingeführten Begriff der Fördereinheit (FE), die gemäß Bild 3.16 aus dem Fördergut (FG) allein, einer Ladeeinheit (LE) allein, oder – in seltenen Fällen – aus mehreren Ladeeinheiten bestehen kann. Letzteres setzt voraus, dass ein Fördermittel gleichzeitig mehrere Ladeeinheiten aufnehmen und als Fördereinheit weitergeben kann, z.B. ein Verschiebewagen mit zwei Palettenplätzen. In besonderen Fällen kann eine Fördereinheit (FE) auch mit einem Ladungsträger (LT1) gebildet werden, der mehrere, kleinere Ladungsträger (LT2) aufnimmt, z.B. Kleinteile-Kästen (LT2) auf einer Lagerpalette (LT1) oder Paletten (LT2) in einem Großcontainer (LT1). Es ist nun am einfachsten, die folgenden Betrachtungen jeweils allein auf die Fördereinheiten (FE) zu beziehen, für die in Kapitel 2 bereits Durchsätze  $\lambda_{ij}$ , Auslastungsgrade  $\rho_{ij}$  und weitere Größen behandelt wurden. Damit kann die Transportmatrix als die am häufigsten benutzte Bewertungsmatrix eingeführt werden.

### 3.4.5 Transportmatrix

Die *Transportmatrix*  $A(G)$  ist eine spezielle Bewertungsmatrix nach dem in Bild 3.8 dargestellten Schema. Ihre Elemente sind wie folgt definiert:

$$\lambda_{ij} := \begin{cases} \lambda(i, j) & \text{falls FE von } (i) \text{ nach } (j) \text{ bewegt werden} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.21)$$

Die Elemente  $\lambda_{ij}$  entstehen aus den entsprechenden Elementen der Belastungsmatrix durch Bildung von Fördereinheiten (FE) gemäß den im vorstehenden Abschnitt beschriebenen Überlegungen. Doch nun ist auch der Rückfluss leerer Ladungsträger zu beachten, der häufig den gleichen Durchsatz wie die vollen Ladungsträger bewirkt. Der so verursachte Durchsatz ist aus der Belastungsmatrix (nach Abschnitt 3.4.4) jedoch nicht ohne weitere Überlegungen erkennbar.

Die Matrixelemente  $\lambda_{ij}$  geben demnach an, wieviele Fördereinheiten (FE) der Knoten  $(j)$  pro Zeiteinheit vom Knoten  $(i)$  fordert. Ob die Forderung dann in praxi erfüllt wird, ist u.a. abhängig von:

- dem Grenzdurchsatz  $\gamma_{ij}$  des Fördermittels, bzw. der Anzahl eingesetzter Fördermittel
- einer Bereitstellungs- und Abfertigungsstrategie, die für gute Auslastungen  $\rho_{ij}$  und geringe Leerfahrtanteile der Fördermittel sorgt
- der Einhaltung geplanter Verfügbarkeiten für alle beteiligten Betriebsmittel
- dem Ausgleich zwischen beladenen und leeren Ladungsträgern (LT)

Dabei darf nicht übersehen werden, dass die  $\lambda_{ij}$  stets nur Mittelwerte eines zeitlich variierenden stochastischen Prozesses sein können. Deshalb sollten die Transportmatrizen für alle wichtigen Betriebszustände erstellt werden, insbesondere für die nach verschiedenen Gesichtspunkten *kritischen* Zustände.

		nach							
von	$\begin{smallmatrix} j \\ i \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	$H_Q$	N	A
	1	0	60	10	60	0	130	130	0
	2	0	0	20	0	40	60	0	0
	3	0	0	0	0	60	60	0	0
	4	0	0	30	0	30	60	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	130
	$H_s$	0	60	60	60	130			

**Abb. 3.19.** Transportmatrix für ein Materialflusssystem mit dem Graphen aus Bild 3.6 (Zahlenwerte  $\lambda_{ij}$  in [FE/ZE],  $H_Q$ : Quellenhäufigkeit,  $H_S$ : Senkenhäufigkeit,  $N$ : Nachfrage,  $A$ : Angebot)

In **Bild 3.19** ist als Beispiel eine mögliche Transportmatrix für ein Materialflusssystem mit dem Groblayout des Bildes 3.4 dargestellt. In Übereinstimmung mit dem Graphen aus Bild 3.6 bewerten die Matrixelemente  $\lambda_{ij}$  die Pfeile  $p_1$  bis  $p_8$  mit dem Durchsatz in der jeweiligen Pfeilrichtung. Mit den  $\lambda_{ij}$  allein kann generell noch wenig über die tatsächlichen Durchsätze realer Förderstrecken und über die Auslastungen der Materialflusselemente

gesagt werden. Weil die aus Graph und Transportmatrix ersichtlichen Grundfunktionen Verzweigen, Zusammenführen, Fördern auf sehr unterschiedliche Weise realisiert werden können, muss neben der Transportmatrix auch noch die technische Realisierung beachtet werden. Benötigt wird somit auch Information über das Konzept aus dem Groblayout nach Bild 3.4.

In unserem Beispiel werden alle Grundfunktionen mithilfe eines einzigen zentralen Fördermittels erfüllt: dem Verschiebewagen, der die fünf Knoten intermittierend verbindet. Dementsprechend hoch hat man die Auslastung des Verschiebewagens anzusetzen. Großer Grenzdurchsatz, eine geeignete Abfertigungsstrategie und hohe Verfügbarkeit sind gefordert; letztere schon deshalb, weil es bei Störungen keine Ersatzwege gibt.

### 3.4.6 Leerfahrtenmatrix

Aus der Transportmatrix kann man sehr einfach die Zahl der Leerfahrten ermitteln, die im günstigsten Fall im Materialflusssystem erforderlich sind. Dazu wird zunächst durch zeilenweise Addition der  $\lambda_{ij}$  das Quellenverhalten aller Knoten quantifiziert. Das sind die absoluten Häufigkeiten der Transporte, die in den Knoten beginnen. So ist z.B. für den Knoten (1) die Quellenhäufigkeit aus den  $\lambda_{1j}$  der Transportmatrix in Bild 3.19:

$$H_{Q1} = \sum_{j=1}^5 \lambda_{1j} = 130 \quad (3.22)$$

Analog wird das Senkenverhalten eines Knotens durch Addition der  $\lambda_{ij}$  der entsprechenden Spalte quantifiziert; z.B. ist für den Knoten (1) die Senkenhäufigkeit:

$$H_{S1} = \sum_{i=1}^5 \lambda_{i1} = 0 \quad (3.23)$$

Die Werte aller Knoten sind in der Zeile  $H_S$  und in der Spalte  $H_Q$  der Transportmatrix in Bild 3.19 beigelegt. Für stationäre Systemzustände muss gelten:

$$\sum_{i=1}^n H_{Q_i} = \sum_{j=1}^n H_{S_j} \quad (3.24)$$

Aus der Subtraktion der zu *einem* Knoten ( $i$ ) gehörenden  $H_{Q_i}$ - und  $H_{S_i}$ -Werte sieht man nun, ob sich in einem Knoten im Mittel ein Angebot  $A_i$  oder eine Nachfrage  $N_i$  an Fördermitteln ergibt. Es gilt für:

$$(H_{Q_i} - H_{S_i}) \quad \begin{cases} > 0 \rightarrow \text{Nachfrage } N_i = |H_{Q_i} - H_{S_i}| \\ < 0 \rightarrow \text{Angebot } A_i = |H_{Q_i} - H_{S_i}| \end{cases} \quad (3.25)$$



In Bild 3.19 sind die entsprechenden Mittelwerte der Fördermittelnachfrage in Spalte N und die Mittelwerte des Fördermittelangebots in Spalte A für alle Knoten des Beispiels aufgeschrieben. Der Ausgleich zwischen dem Angebot  $A_5 = 130$  in Knoten (5) und der Nachfrage  $N_1 = 130$  in Knoten (1) findet in dem geschlossenen System durch *Leerfahrten* des Verschiebewagens von Knoten (5) nach Knoten (1) statt.

Für dieses einfache Beispiel ist auch ohne die Hilfe der Bedingung (3.25) am Graphen und an der Transportmatrix sofort erkennbar, dass der Knoten (1) ausschließlich Quelle und der Knoten (5) ausschließlich Senke ist, dass in den Knoten (2),(3),(4) das Quellen- und Senkenverhalten ausgeglichen ist und dass Leerfahrten nur von Knoten (5) nach Knoten (1) nötig sind. Dennoch tritt selbst bei diesem sehr einfachen Beispiel eine Besonderheit auf, deren Auswirkung leicht übersehen werden kann:

Der Graph in Bild 3.6 ist nicht topologisch sortiert, nach Abschnitt 3.4.1 erkennbar an der Richtung des Pfeils  $p_5$  in Bild 3.6 und an der Existenz des Elements  $\lambda_{43}$  der Transportmatrix in Bild 3.19. Daraus folgt ein gegen die primäre Flussrichtung des Materialflusssystems gerichteter Transport vom Knoten (4) nach Knoten (3), was entweder eine höhere Kapazität des Verschiebewagens oder aber mehr Leerfahrten fordert, als die Berechnung des Ausgleichs mit den Zahlenwerten der Spalten N und A in Bild 3.19 anzeigt. Dieser Sachverhalt wird sofort deutlich, wenn man die Materialflüsse z.B. als Sankey-Diagramm, wie in **Bild 3.20**, nach Intensität und Richtung grafisch darstellt.

Zwischen den Knoten (3) und (4) wird in der primären Flussrichtung die Kapazität des Verschiebewagens von 160 statt 130 gefordert. Auf den Rückfahrten werden die  $\lambda_{43} = 30$  Fördereinheiten ohne Schwierigkeit mitgenommen. Will man die Kapazität des Verschiebewagens nicht vergrößern, so müssen mehr Leerfahrten und folglich eine höhere Fahrgeschwindigkeit oder kürzere Spielzeit des Verschiebewagens vorgesehen werden.

Man versteht nun besser, warum Elemente  $\lambda_{ij}$  unterhalb der Diagonalen in der Transportmatrix eines topologisch nicht sortierbaren Graphen mit ihren gegen die primäre Flussrichtung gehenden Transporten auf ein materialflusstechnisch ungünstiges Konzept hinweisen. Außerdem wird deutlich, dass die minimale Anzahl von Leerfahrten aus dem Ausgleich von Angebot und Nachfrage nur dann erreicht werden kann, wenn die Bereitstellung der Fördereinheiten in den Knoten den in Bild 3.20 dargestellten Materialfluss auch tatsächlich erlaubt.

Für ein Materialflusssystem entsprechend dem Groblayout Bild 3.4, aber mit topologisch sortiertem Digraphen (siehe **Bild 3.21 a**) und entsprechend geänderter Transportmatrix (siehe **Bild 3.21 b**) zeigt **Bild 3.21 c** das Sankey-Diagramm für den nunmehr ausschließlich in die primäre Flussrichtung weisenden Materialfluss mit konstanter Auslastung des Verschiebewagens auf den Hinfahrten und den leeren Rückfahrten. Hier ermittelt man aus

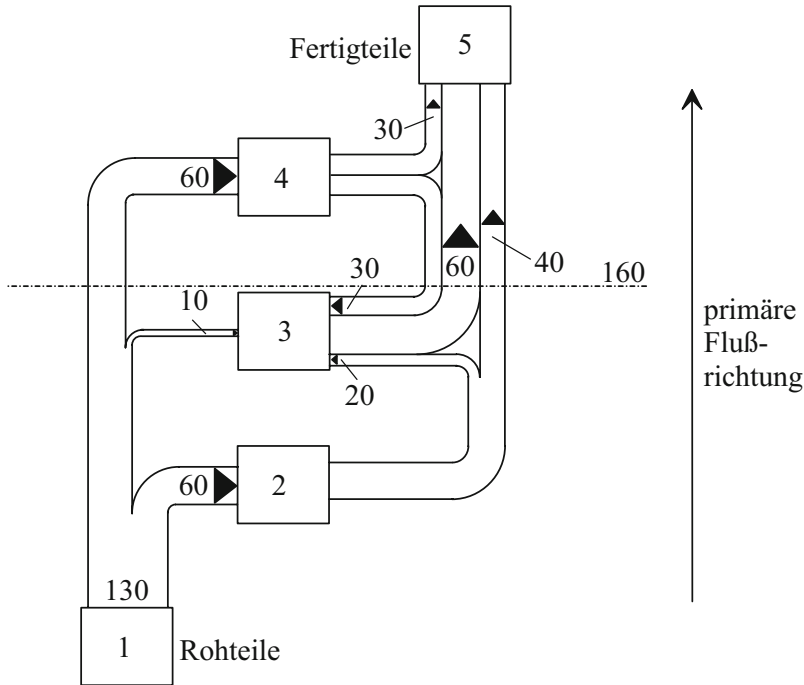
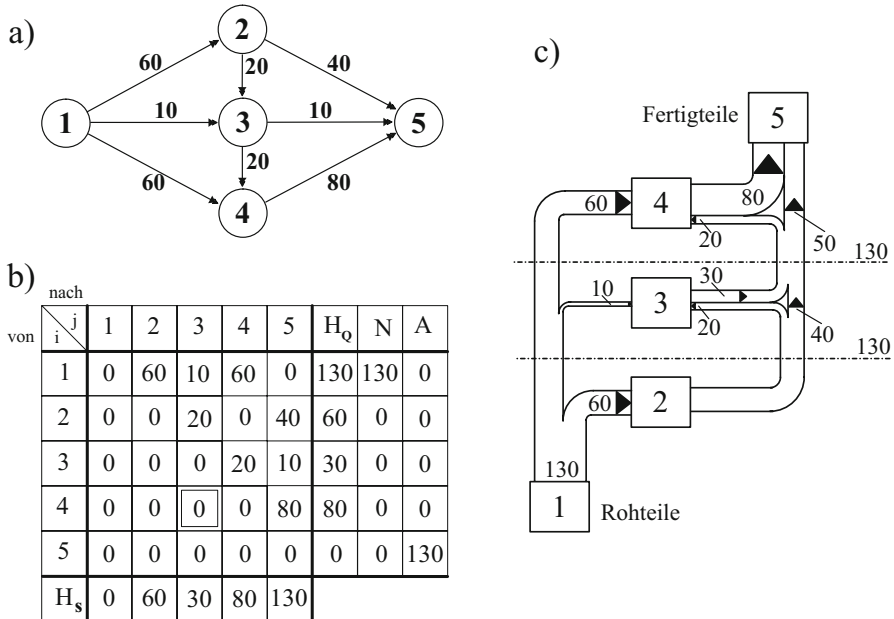


Abb. 3.20. Sankey-Diagramm für die Transportmatrix aus Bild 3.19

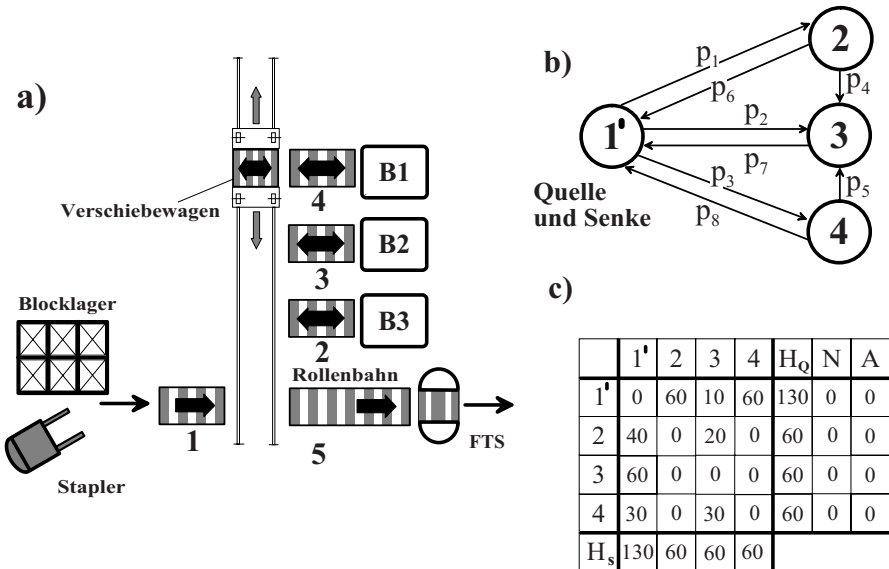
der Transportmatrix dieselben Werte für den Ausgleich durch Leerfahrten von Knoten (5) nach Knoten (1) wie im vorhergehenden Beispiel.

Die während der Leerfahrten zurückzulegenden Wege können verkürzt werden, indem das Groblayout aus Bild 3.4 so verändert wird, dass der Knoten (5) näher beim Knoten (1) liegt. Fasst man die Funktionen der Knoten (1) und (5) gar in einem einzigen Knoten (1') zusammen, so wird ein vollkommener Ausgleich des Quellen- und Senkenverhaltens erreicht, und nach der eben vorgestellten Berechnungsmethode sind dann im günstigsten Fall keine Leerfahrten mehr nötig. Das entsprechende Groblayout, der Graph und die Transportmatrix für diesen Fall sind in **Bild 3.22** dargestellt.

Weil die Elemente  $\lambda_{ij}$  der Transportmatrix Mittelwerte aus festgelegten Zeitintervallen sind, beschreiben die daraus gewonnenen Ergebnisse ein ideales Verhalten des Materialflusssystems, indem unterstellt wird, dass nach jeder Fahrt des Verschiebewagens sofort eine Anschlußfahrt mit beladenen oder mit leeren Ladungsträgern möglich ist. Das ist zu beachten, wenn man die Zahl der Leerfahrten zum Ausgleich des Quellen- und Senkenverhaltens der Knoten im System interpretiert. Entstehen im praktischen Betrieb die Verteilungen für Angebote und Nachfragen an Fördermitteln entsprechend dem realen (stochastischen) Prozess, d.h. mit Streuungen der  $A_i$  und  $N_i$ , so hat das eine größere Zahl von Leerfahrten zur Folge. Die einfache Taktprozessbe-



**Abb. 3.21.** Topologisch sortierter Digraph (a) mit dazugehöriger Transportmatrix (b) und Sankey-Diagramm (c)



**Abb. 3.22.** Groblayout (a), Graph (b) und Transportmatrix (c) für ein Materialflusssystem zur Ver- und Entsorgung von drei Bearbeitungszentren

trachtung kann für die Analyse des Leerfahrtenaufkommens dennoch von großem Interesse sein, z.B. wenn es sich um ein stark verzweigtes Netzwerk mit ausgeprägtem Senkenverhalten handelt. Das ist für den Materialfluss eines Montagebereiches typisch, weil dort aus vielen Bauteilen in der primären Richtung des Materialflusses sukzessiv ein Endprodukt entsteht. Fördermittel liefern Bauteile auf Ladungsträgern an die Montagestationen und kehren häufig mit leeren Ladungsträgern zurück.

Für den in Bild 3.12 dargestellten FTS-Parcours des Montagebereiches der Fabrik aus Bild 1.3 ist die Transportmatrix eines ausgeglichenen Betriebszustandes in **Bild 3.23** wiedergegeben. Man ermittelt daraus unter den beschriebenen Voraussetzungen die in den Spalten A, N aufgeführten Werte für Angebote und Nachfragen an Fahrzeugen in den Knoten und erhält so erste Hinweise zur Beurteilung des Konzepts.

	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	H <sub>o</sub>	N	A
6	0	20	8	0	0	7	4	0	6	0	10	0	4	59	59	0
7	0	0	0	0	1	2	5	0	4	0	3	0	1	16	0	26
8	0	2	0	12	4	1	2	0	5	0	1	0	2	29	21	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	33
10	0	5	0	1	0	2	2	3	1	0	2	0	0	16	4	0
11	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	1	7	0	33
12	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	3	0	0	7	0	22
13	0	8	0	10	0	12	0	0	1	0	1	0	1	33	16	0
14	0	0	0	10	0	0	0	8	0	0	5	0	0	23	0	11
15	0	5	0	0	0	10	5	0	0	0	4	0	1	25	25	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34
17	0	1	0	0	2	4	5	6	1	0	0	0	0	19	19	0
18	0	0	0	0	5	2	6	0	12	0	0	0	0	25	15	0
H <sub>s</sub>	0	42	8	33	12	40	29	17	34	0	34	0	10	Σ159		Σ159
														H <sub>s</sub> =	H <sub>o</sub> =	259

**Abb. 3.23.** Transportmatrix  $\Lambda(G)$  für den FTS-Parcours Bild 3.12 mit Berechnung der Angebote und Nachfragen an Fahrzeugen in den Be- und Entladestationen (Werte der  $\lambda_{ij}$  sind in [FE/h])

Der Ausgleich zwischen Angeboten und Nachfragen an Fahrzeugen mit den dazu notwendigen Leerfahrten ist jetzt nicht mehr so einfach zu durchschauen wie in den Transportmatrizen der Bilder 3.19 und 3.21. Man kann die Richtungen und die Anzahl der Leerfahrten näherungsweise ermitteln, indem im einfachsten Fall die stärksten Angebote und Nachfragen miteinander verbunden und soweit wie möglich ausgeglichen werden, oder indem das

Fahrzeugangebot eines Knotens in der günstigsten Fahrtrichtung, d.h. auf den kürzesten Wegen, auf die nächsten Nachfrage-Knoten verteilt wird. Auf diese Weise findet man die Leerfahrtenmatrix in erster Näherung. In **Bild 3.24** ist eine solche Leerfahrtenmatrix  $L(G)$  für den FTS-Parcours wiedergegeben, die aus der Transportmatrix  $\Lambda(G)$  in Bild 3.23 ermittelt wurde. Die Elemente  $\lambda_{ij}^{(L)}$  dieser in der Regel schwach besetzten Matrix entsprechen der Zahl der Fördermittel bzw. Fahrzeuge, die im Mittel pro Zeiteinheit leer zwischen den Knoten des Materialflusssystems verkehren müssen. Dass der Leerfahrzeugspeicher (19) temporär miteinbezogen werden kann, wurde nicht berücksichtigt.

	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
6	0													
7	26	0												
8			0											
9	33			0										
10					0									
11			21			0		12						
12					4		0	4		14				
13								0						
14									0	11				
15										0				
16											0	19	15	
17												0		
18													0	
19														

**Abb. 3.24.** Näherungslösung für eine Leerfahrtenmatrix  $L(G)$  aus der Transportmatrix  $\Lambda(G)$  Bild 3.23

Mit Algorithmen zur Lösung des klassischen Transportproblems (siehe Hillier und Liebermann 1996) kann die Leerfahrtenmatrix auch exakt bestimmt werden. Dazu werden die „Kürzeste-Wege“-Matrix  $D(G)$  (gemäß Abschnitt 3.4.3) und die Zahlen für die Leerfahrzeugangebote und -nachfragen der Knoten benötigt. Der beste Ausgleich zwischen Angeboten und Nachfragen, und damit der minimale *Transportaufwand*  $T$  für die Leerfahrten, ist gekennzeichnet durch die kleinste Summe aller Produkte aus den kürzesten Leerfahrtwegen  $d_{ij}$  und den noch unbekannten Leerfahrtenzahlen  $\lambda_{ij}$ . Dieses Optimierungsproblem lautet in der kürzesten Schreibweise:

$$\text{MIN } T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}^{(L)} d_{ij} \quad (\text{mit } i \neq j) \quad (3.26)$$

Etwas ausführlicher schreibt man für den *Transportaufwand* durch Leerfahrten:

$$\begin{aligned} T = & \lambda_{11}^{(L)} d_{11} + \lambda_{12}^{(L)} d_{12} + \cdots + \lambda_{1n}^{(L)} d_{1n} \\ & + \lambda_{21}^{(L)} d_{21} + \lambda_{22}^{(L)} d_{22} + \cdots + \lambda_{2n}^{(L)} d_{2n} \\ & \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots \\ & + \lambda_{m1}^{(L)} d_{m1} + \lambda_{m2}^{(L)} d_{m2} + \cdots + \lambda_{mn}^{(L)} d_{mn} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Die Minimierung dieser Produktsumme mit den Unbekannten  $\lambda_{11}^{(L)} \cdots \lambda_{mn}^{(L)}$  erfolgt unter Einhaltung der Nebenbedingungen:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{11}^{(L)} + \lambda_{12}^{(L)} + \cdots + \lambda_{1n}^{(L)} &= A_1 \\ \lambda_{21}^{(L)} + \lambda_{22}^{(L)} + \cdots + \lambda_{2n}^{(L)} &= A_2 \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots &= \vdots \\ \lambda_{m1}^{(L)} + \lambda_{m2}^{(L)} + \cdots + \lambda_{mn}^{(L)} &= A_m \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} &\text{allgemein:} \\ &\sum_{j=1}^n \lambda_{ij}^{(L)} = A_i \\ &\text{für } i=1(1)m \end{aligned} \quad (3.28)$$

und:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{11}^{(L)} + \lambda_{21}^{(L)} + \cdots + \lambda_{m1}^{(L)} &= N_1 \\ \lambda_{12}^{(L)} + \lambda_{22}^{(L)} + \cdots + \lambda_{m2}^{(L)} &= N_2 \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots &= \vdots \\ \lambda_{1n}^{(L)} + \lambda_{2n}^{(L)} + \cdots + \lambda_{mn}^{(L)} &= N_n \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} &\text{allgemein:} \\ &\sum_{i=1}^m \lambda_{ij}^{(L)} = N_j \\ &\text{für } j=1(1)n \end{aligned} \quad (3.29)$$

D.h. das Angebot an Fahrzeugen in den Knoten soll genutzt werden (3.28) und die Nachfrage nach Fahrzeugen soll befriedigt werden (3.29). Es handelt sich hierbei um ein lineares Programmierungsproblem, dessen Lösung voraussetzt, dass Angebote und Nachfragen innerhalb des gesamten Systems ausgeglichen sind; d.h. mit Gleichung (3.28) und Gleichung (3.29) muss gelten:

$$\sum_{i=1}^m A_i = \sum_{j=1}^n N_j = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}^{(L)} \quad (3.30)$$

Wenn Gleichung (3.30) nicht erfüllt ist, können zur Lösungsfindung fiktive Orte mit Angeboten und Nachfragen ins System aufgenommen werden.

Das klassische Transportproblem kann nach dem Simplex-Verfahren gelöst werden (siehe Hillier und Lieberman (1996)). Es gibt jedoch mehrere spezielle Verfahren, die mit geringerem Rechenaufwand zum gleichen Ziel führen (siehe Domschke (1995)). In der Matrix von **Bild 3.25** sind beispielhaft alle zur Lösung benötigten Zahlenwerte zusammengestellt.

		Orte mit Leerfahrzeugnachfrage					Leerfahrzeugangebot	
		1	2	3	→	n	$A_i$	
Orte mit Leerfahrzeugangebot	1	$d_{11}$	$d_{12}$	$d_{13}$			$d_{1n}$	$A_1$
	2	$d_{21}$	$d_{22}$	$d_{23}$			$d_{2n}$	$A_2$
	3	$d_{31}$	$d_{32}$	$d_{33}$			$d_{3n}$	$A_3$
	m	$d_{m1}$	$d_{m2}$	$d_{m3}$			$d_{mn}$	$A_m$
Leerfahrzeugnachfrage	$N_j$	$N_1$	$N_2$	$N_3$			$N_n$	$\sum_{j=1}^n N_j = \sum_{i=1}^m A_i$

**Abb. 3.25.** Schema einer Zahlentafel für die Lösung des klassischen Transportproblems ( $d$  = kürzeste Wege,  $A$  = Angebote,  $N$  = Nachfragen)

Die bisher behandelten, geschlossenen *innerbetrieblichen* Materialflusssysteme, wie z.B. die FTS-Anlage, sind meist in quadratischen Matrizen ( $n=m$ ) darstellbar. Ferner gilt für die übliche Numerierungsart der Knoten, dass die Diagonalefelder in der Transportmatrix und in der „Kürzeste-Wege“-Matrix keine praktische Bedeutung haben ( $\lambda_{ij} = 0$ ,  $d_{ij} = 0$ ). Somit wird Gleichung (3.27) etwas einfacher, und die Zahlentafel in Bild 3.25 enthält weniger relevante Werte. Zu beachten ist, dass häufig die Weglängen zwischen zwei Knoten von der Fahrtrichtung abhängig sind ( $d_{ij} \neq d_{ji}$ ).

Für die Lieferbeziehungen im *außerbetrieblichen* Materialfluss der Logistikketten, gemäß Bild 1.4, können verschiedene Ausgleichsprobleme zwischen Zulieferern, Produktherstellern, Kunden, usw. ebenfalls in einer Zahlentafel nach Bild 3.25 sehr übersichtlich quantifiziert werden. So kann beispielsweise der kleinste Transportaufwand  $T$  für den Rücktransport *leerer Ladungsträger* (z.B. Behälter) gesucht werden, wenn (mit den Bezeichnungen aus Bild 1.4)  $Z_1$  bis  $Z_n$  die Zulieferer eines Produktherstellers sind, der mehrere Produktionsstätten  $P_1$  bis  $P_r$  an verschiedenen Orten hat.

**Bild 3.26** enthält, analog zu Bild 3.25, die angebotenen und die nachgefragten Leerbehältermengen und die kürzesten Wege für deren Rücktransport. Die Lösung des klassischen Transportproblems liefert als  $\lambda_{ij}$ -Werte die optimale Verteilung der Leerbehälter und trägt unter anderem auch zur Ermittlung der insgesamt benötigten Zahl an Leerbehältern bei (siehe Abschnitt 3.4.7).

		Nachfrage Leerbehälter bei:							
		$z_1$	$z_2$	$z_3$	→			$z_n$	$A_i$
Angebot Leerbehälter bei:	$P_1$	$d_{11}$	$d_{12}$	$d_{13}$				$d_{1n}$	$A_1$
	$P_2$	$d_{21}$	$d_{22}$	$d_{23}$				$d_{2n}$	$A_2$
	$P_3$	$d_{31}$	$d_{32}$	$d_{33}$				$d_{3n}$	$A_3$
	$P_r$	$d_{r1}$	$d_{r2}$	$d_{r3}$				$d_{rn}$	$A_r$
	$N_j$	$N_1$	$N_2$	$N_3$				$N_n$	$\sum_{j=1}^n N_j = \sum_{i=1}^r A_i$

**Abb. 3.26.** Schema einer Zahlentafel für einen optimalen Leerbehälterausgleich zwischen Produktherstellern (P) und deren Zulieferern (Z)

Bei der Interpretation der so ermittelten Leerfahrtenzahl oder Leerbehälterzahl darf wiederum nicht übersehen werden, dass das stochastische Geschehen des realen Prozesses unberücksichtigt blieb. Dennoch sind die Ergebnisse hilfreich bei der ersten Beurteilung von Materialflusskonzepten oder bei der Validierung von Simulationsergebnissen (siehe Abschnitt 7.6). Außerdem benötigt man die Leerfahrtenmatrizen  $L(G)$  zur analytischen Ermittlung der in einem Materialflusssystem eingesetzten Fördermittel, z.B. der Fahrzeuganzahl eines fahrerlosen Transportsystems.

### 3.4.7 Benutzung der Matrizen zur Bestimmung der Fördermittelanzahl

Bei der Konzipierung von Fördermitteln mit mehreren unabhängig voneinander betreibbaren Einzelfahrzeugen (z.B. FTS, EHB, Stapler, RBG, usw.) stellt sich die Frage nach der *optimalen Nutzung* dieser Fahrzeuge. Das Optimum soll technische und wirtschaftliche Aspekte berücksichtigen. Die benötigte Fahrzeuganzahl ist grundsätzlich abhängig von:

- der Ladekapazität eines einzelnen Fahrzeugs
- der Zahl erforderlicher Lastfahrten
- der Zahl erforderlicher Leerfahrten
- der Reihenfolge der Fahraufträge



- den Weglängen für Last- und Leerfahrten
- den Stillstandszeiten der Fahrzeuge im System
- dem Auslastungsgrad der Fahrzeuge und des Systems

Es wird vorausgesetzt, dass:

- die Ladekapazität eines Fahrzeugs genau *einer* Fördereinheit (FE) entspricht (siehe Abschnitt 3.4.4)
- die mittleren Anzahlen der Lastfahrten, aus der Transportmatrix  $A(G)$  ablesbar, die Durchsatzschwankungen des stochastischen Prozesses ausgleichen (siehe Abschnitt 3.4.5)
- die mittlere Zahl der Leerfahrten, aus der Leerfahrtenmatrix  $L(G)$  ablesbar, dem günstigsten Ausgleich zwischen Fördermittelangeboten und -nachfragen entspricht (siehe Abschnitt 3.4.6)
- die Reihenfolge der Fahraufträge, bzw. die Bereitstellung der Fördereinheiten in den Knoten so erfolgt, dass innerhalb des Bezugs-Zeitintervalls alle Fahraufträge abgewickelt werden können
- die Wege für Last- und Leerfahrten jeweils als günstigste Knotenfolge, entsprechend der „Kürzeste-Wege“-Matrix  $D(G)$  gewählt werden (siehe Abschnitt 3.4.3)
- die Stillstandszeiten während des Be- und Entladens konstant sind
- alle Auslastungsgrade  $\rho_{ij} < 1$  sind.

Für eine gegebene Fahrzeuganzahl  $z$  und den Erwartungswert der *Spielzeit*  $t_S$  eines Fahrzeugs ist dann der gesamte Durchsatz  $\lambda$  des Systems in erster Näherung:

$$\lambda = z \frac{1}{E(t_S)} \quad (3.31)$$

Der Erwartungswert der *Spielzeit* eines Fahrzeugs wird aus folgenden Zeitan teilen berechnet:

$$E(t_S) = t_0 + E(t_B) + E(t_L) \quad (3.32)$$

Darin steht  $t_0$  für die konstanten Zeitanteile, z.B. für das Be- und Entladen und für die Reaktion auf Steuersignale.  $E(t_B)$  ist der Erwartungswert für die Fahrzeiten des mit der Geschwindigkeit  $v$  fahrenden, beladenen Fahrzeugs:

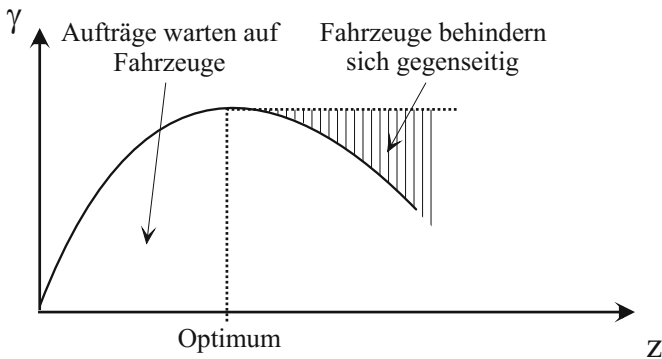
$$E(t_B) = \frac{1}{v} \cdot \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (d_{ij} \lambda_{ij})}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}^{(L)}} + \frac{v}{a} \quad (3.33)$$

$E(t_L)$  ist der Erwartungswert für die Fahrzeiten des leeren Fahrzeugs, analog zu (3.33) mit den Elementen  $\lambda_{ij}^{(L)}$  der *Leerfahrtenmatrix*  $L(G)$  (siehe Abschnitt 3.4.6) gebildet:

$$E(t_L) = \frac{1}{v} \cdot \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (d_{ij} \lambda_{ij}^{(L)})}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}^{(L)}} + \frac{v}{a} \quad (3.34)$$

In den Gleichungen (3.33) und (3.34) kann die Zeit für das Anfahren und Bremsen, berechnet aus der mittleren Beschleunigung  $a$ , meist entfallen.

Den Auslastungsgrad  $\rho$  des Systems bestimmt man bekanntlich aus dem Grenzdurchsatz  $\gamma$  und dem betrieblichen Durchsatz  $\lambda$  zu  $\rho = \lambda/\gamma$ . Werden bei gegebenem betrieblichem Durchsatz mehr Fahrzeuge eingesetzt, so steigt der Grenzdurchsatz des Systems zunächst an, während sein Auslastungsgrad geringer wird. Senkt man die Fahrzeuganzahl  $z$ , so wird bei günstigeren Investitionskosten das System zwar besser ausgelastet, aber man riskiert im realen Betrieb ab Auslastungsgraden  $\rho > 0,5$  Staubildungen und zusätzliche Wartezeiten. Dieser unerwünschte Effekt rührt aus den Durchsatzschwankungen des stochastischen Prozesses her. Eine Beschreibung und Bewertung dieses Effektes kann erst nach den Ausführungen zur Warteschlangentheorie in Kapitel 4 erfolgen.



**Abb. 3.27.** Grenzdurchsatz  $\gamma$  in Abhängigkeit von der Fahrzeuganzahl  $z$  eines Fahrerlosen Transportsystems (FTS)

Steigert man die Zahl der Fahrzeuge über ein mit dem Anlagenkonzept verträgliches Maß hinaus, so werden ebenfalls Staus und zusätzliche Wartezeiten entstehen, weil die Fahrzeuge sich gegenseitig behindern. Der Effekt kann trotz leer fahrender Fahrzeuge entstehen! Der Grenzdurchsatz und der betrieblich nutzbare Durchsatz nehmen demnach nach Überschreiten eines Maximalwertes wieder ab, wie **Bild 3.27** qualitativ zeigt. Die optimale Fahrzeuganzahl stellt darin ein materialflusstechnisches, jedoch nicht unbedingt ein betriebswirtschaftliches Optimum dar. Dieser Zustand kann nur mithilfe der Warteschlangentheorie oder der Simulation ausreichend quantifiziert werden.

### 3.5 Verteilungen zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Materialflussprozessen

Der eigentliche Materialfluss, d.h. die Bewegung von Fördereinheiten oder die Änderung von Lagerbeständen, ist quantifizierbar als zeitliche Veränderung charakteristischer Systemgrößen. Diese Systemgrößen interpretiert man als Zufallsgrößen (oder Zufallsvariablen), wenn ihre Veränderungen nicht determiniert erfolgen, also z.B. nicht mit einer exakt reproduzierbaren Taktzeit. Das dynamische Verhalten eines Materialflusses lässt sich ganz allgemein beschreiben durch numerische Daten oder durch mathematische Funktionen, die angeben, mit welchen Wahrscheinlichkeiten eine Zufallsgröße innerhalb bestimmter Wertebereiche liegen kann.

Als Voraussetzung für die analytische Behandlung und für die Simulation des dynamischen Verhaltens realer Materialflussprozesse werden daher *diskrete* oder *stetige Verteilungen* charakteristischer Zufallsgrößen des Systems benötigt. In Materialflusssystemen häufig verwendete Zufallsgrößen sind:

1. *Ereignisse* pro Zeitintervall  
z.B. Anzahl erledigter Transportaufträge, Anzahl von Arbeitsspielen, Ankunft von Objekten eines bestimmten Typs, Zahl der Ausfälle eines Betriebsmittels, Anzahl fehlender Fördereinheiten usw.
2. *Zeitdifferenzen* zwischen Ereignissen  
z.B. Zwischenankunftszeiten, Wartezeiten vor Bedienstationen, Spielzeiten, Durchlaufzeiten usw.
3. *Distanzen*, die während vorgegebener Zeitintervalle zurückgelegt werden  
z.B. Wege in FTS- und EHB-Anlagen, Lkw-Fahrstrecken im öffentlichen Verkehrsnetz usw.
4. *Materialmengen*, die in vorgegebenen Zeitintervallen umgeschlagen werden  
z.B. in Produktions- und Lagerbereichen in Güterverteilzentren, in Logistikketten usw.

Die Zufallsgrößen *diskreter Verteilungen* können in praxi nur endlich viele Werte annehmen; offensichtlich gehören die oben unter 1. genannten zu dieser Gruppe. Die Zufallsgrößen der *stetigen Verteilungen* können dagegen innerhalb gewisser Grenzen jeden beliebigen Wert, also unendlich viele, annehmen, so z.B. die Zwischenankunftszeit. Es wurde bereits darauf hingewiesen, dass auch Zufallsgrößen, deren Wert sich stetig ändern kann, im Modell dennoch in diskreten Stufen dargestellt werden dürfen, wenn dies für die Behandlung der Aufgabe vorteilhaft ist und das Ergebnis nicht verfälscht (siehe Abschnitt 3.1). Für die Zwischenankunftszeit wurden die qualitativen Darstellungen einer *stetigen Verteilung* in Abschnitt 2.1.4 und einer *diskreten Verteilung* in Abschnitt 2.1.6 vorgestellt. Zur quantitativen Darstellung beobachteter oder prognostizierter Verteilungen sollten bevorzugt die Verteilungs-

oder die Dichtefunktion einer der bekannten theoretischen Verteilungen benutzt werden. Im vorliegenden Abschnitt wird daher die Anwendung einiger für die Materialflusslehre wichtiger diskreter und stetiger theoretischer Verteilungen kurz behandelt. Umfassendere Darstellungen finden sich in den Standardwerken der Mathematik und der Statistik, z.B. bei Hartung (1998).

### 3.5.1 Diskrete Verteilungen

Eine diskrete Verteilung kann für die Zufallsgröße  $X$  in allgemeiner Form

$$X = \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_n \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

geschrieben werden. Den diskreten Werten  $x_i$  der Zufallsgröße  $X$  können die Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  gemäß einem *Verteilungsgesetz*, d.h. einer mathematischen Funktion

$$p_i = f(x_i) \quad (3.36)$$

zugeordnet werden. Es gilt stets:

$$0 \leq p_i \leq 1 \quad \text{für alle } i = 0(1)n \quad (3.37)$$

und

$$\sum_{i=0}^n p_i = 1 \quad (3.38)$$

Die *Verteilungsfunktion* – in Abschnitt 2.1.6 speziell für die Zwischenankunftszeit angegeben – lautet somit in allgemeiner Form für diskrete Verteilungen:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i) = \sum_{x_i \leq x} p_i \quad (3.39)$$

Die Verteilungsfunktion gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallsgröße  $X$  einen Wert annimmt, der kleiner oder gleich  $x_i$  ist. Darin ist  $p_i$  die Wahrscheinlichkeit, mit der die Zufallsgröße  $X$  den diskreten Wert  $x_i$  annimmt. Die grafische Darstellung entspricht dem Bild 2.8.

### Diskrete Gleichverteilung

Das Verteilungsgesetz einer diskreten Gleichverteilung lautet:

$$p_i = f(x_i) = \frac{1}{n} \quad (3.40)$$

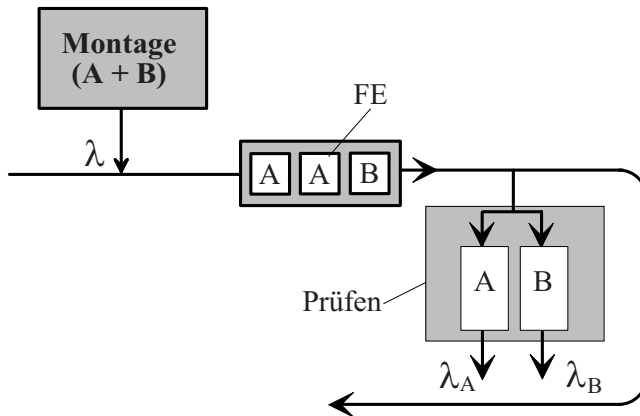
Also besitzt jedes der  $n$  möglichen Ereignisse  $x_i$  die gleiche Wahrscheinlichkeit. Die Verteilungsfunktion ist dann:

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} \frac{1}{n} \quad (3.41)$$

Diese einfache Verteilung wird in der Materialflusslehre recht häufig bei Modellbetrachtungen angewendet, weil unabhängige Ereignisse sehr oft gleiche Wahrscheinlichkeiten besitzen; z.B. das Anfahren der Fächer eines Hochregallagers (siehe Kapitel 5).

### Binomialverteilung

Die Binomialverteilung eignet sich zur Beschreibung von Situationen im Materialfluss immer dann, wenn entweder ein Ereignis A mit der Wahrscheinlichkeit  $P(A) = p$  oder ein Ereignis B mit der komplementären Wahrscheinlichkeit  $P(B) = q = 1 - p$  eintritt. Das Verteilungsgesetz kann auch ohne exakte mathematische Herleitung am folgenden einfachen Beispiel erkannt und auf ähnliche Fälle in Materialflusssystemen angewendet werden:



**Abb. 3.28.** Beispiel zur Binomialverteilung

Wir nehmen an, dass im Montagebereich der kleinen Musterfabrik nach Bild 1.3 auf einer Montagelinie wahlweise zwei verschiedene Typen A und B eines Produkts hergestellt werden können. Nach Abschluss der Montage werden sie automatisch von den Fahrzeugen des Fahrerlosen Transportsystems in einen Prüfbereich gebracht und dort auf zwei für Typ A und B unterschiedlichen Einrichtungen geprüft. Ein Fahrzeug kann als Fördereinheit je drei Produkte gleichzeitig transportieren (siehe **Bild 3.28**). Aus Gründen der Prüfungsorganisation interessiert man sich dafür, wie hoch der Anteil der Produkte des Typs A ist, d.h. für die theoretische Verteilung der Wahrscheinlichkeiten  $P(X = x)$  mit  $x = 0, 1, 2, 3$  Produkten des Typs A in einer Fördereinheit FE.

Die gesamte Produktionsmenge  $\lambda$  enthält über einen längeren Zeitraum im Mittel den Anteil  $\lambda_A$  des Typs A. Damit tritt das Ereignis A mit der Wahrscheinlichkeit  $P(A) = \lambda_A/\lambda = p$  ein und das komplementäre Ereignis B mit der Wahrscheinlichkeit  $P(B) = (\lambda - \lambda_A) / \lambda = q$ .

1	2	3	4
diskrete Zuf.größe X	Kombination der Ereignisse für n = 3	Wahrschein- lichkeit der Kombination	formale Erweite- rung für P(X=x)
X = 0	BBB	$q^3$	$= 1 \cdot p^0 \cdot (1 - p)^3$
X = 1	ABB BAB BBA	$p \cdot q^2$ $q \cdot p \cdot q$ $q^2 \cdot p$	$= 3 \cdot p^1 \cdot (1 - p)^2$
X = 2	BAA ABA AAB	$q \cdot p^2$ $p \cdot q \cdot p$ $p^2 \cdot q$	$= 3 \cdot p^2 \cdot (1 - p)^1$
X = 3	AAA	$p^3$	$= 1 \cdot p^3 \cdot (1 - p)^0$

**Tabelle 3.3.** Beispiel zum Verteilungsgesetz der Binomialverteilung

In **Tabelle 3.3** ist in Spalte 2 dargestellt, welche Anordnungen der beiden Typen A und B innerhalb einer Fördereinheit möglich sind und (in Spalte 3) welche Wahrscheinlichkeiten sich unter Anwendung des Multiplikationssatzes dafür ergeben. Spalte 4 zeigt in formaler Erweiterung der Spalte 3 ebenfalls die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von  $x = 0, 1, 2, 3$  Produkten des Typs A in einer Fördereinheit. Die weitere Verallgemeinerung für  $x = n$  führt zur allgemeinen Formel für die Wahrscheinlichkeiten der Binomialverteilung:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x} \quad \text{mit } x = 0(1)n \tag{3.42}$$

Aus dem Schema der Tabelle 3.3 erkennt man recht gut die Bedeutung der beiden Parameter  $p$  und  $n$  der Binomialverteilung. Die Verteilungsfunktion der Binomialverteilung ergibt sich durch schrittweise Summation aus Gleichung (3.42) für  $0 \leq x \leq n$  zu:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i) = \sum_{x=0}^{x_i} \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x} \tag{3.43}$$

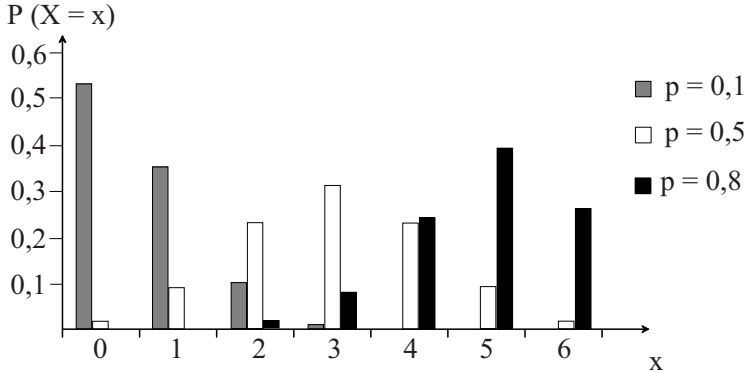
Der Erwartungswert der Binomialverteilung ist:

$$E(X) = n p \tag{3.44}$$

und die Varianz:

$$Var(X) = n p (1 - p) \quad (3.45)$$

In **Bild 3.29** ist die Binomialverteilung für die Parameter  $n = 6$  und  $p = 0,1$ ;  $p = 0,5$ ;  $p = 0,8$  dargestellt. Die Symmetrie für  $p = 0,5$  folgt aus der Symmetrie der Binomialkoeffizienten.



**Abb. 3.29.** Binomialverteilung für  $n = 6$

Die Binomialverteilung kann auch benutzt werden zur Beschreibung von Störungen und Ausfällen in Materialflusssystemen. Kennt man z.B. die Störungs- oder Ausfallwahrscheinlichkeit (siehe Abschnitt 7.5) eines Regalbediengerätes, so kann für ein Hochregallager mit  $n$  unabhängig voneinander arbeitenden, gleichartigen Regalbediengeräten die Anzahl der gleichzeitig gestörten Geräte als Binomialverteilung angegeben werden.

### Poissonverteilung

Die Binomialverteilung, Gleichung (3.42), geht für sehr kleine  $p$  und sehr große  $n$  in die Poissonverteilung über. Nach dem *Grenzwertsatz von POISSON* ist

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x} = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \quad (3.46)$$

wenn das Produkt aus  $n$  und  $p$  einem endlichen Wert  $\lambda$  zustrebt. Für die POISSON-Wahrscheinlichkeiten schreibt man:

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \quad \text{mit } x = 0(1)n \quad (3.47)$$

Die Verteilungsfunktion ergibt sich daraus durch schrittweise Summation zu:





Daraus kann aber noch nicht die Wahrscheinlichkeit einer *zeitweisen* Überlastung  $P(X > 4)$  abgelesen werden.

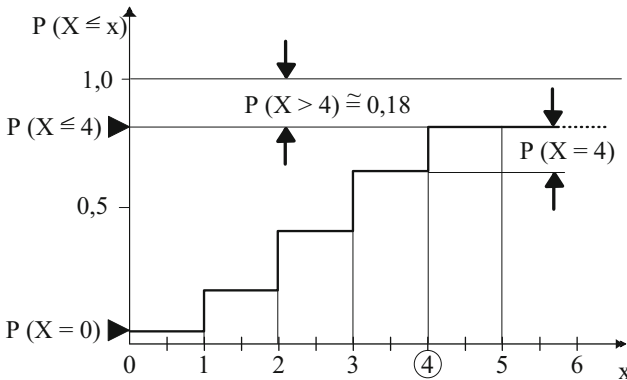
Als Verteilung der fehlerhaften Produkte darf die Poisson-Verteilung angenommen werden, weil  $p = 0,05$ ;  $n = 60$  und  $np = 3$ . Die Überlast-Wahrscheinlichkeit  $P(X > 4)$  wird als komplementärer Wert mit Gleichung(3.48) berechnet zu:

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \sum_{x=0}^4 \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \quad (3.51)$$

mit  $\lambda = \lambda_2 = 3$  schreibt man die Zahlengleichung:

$$\begin{aligned} P(X > 4) &= 1 - e^{-3} \left[ \frac{3^0}{0!} + \frac{3^1}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{3^4}{4!} \right] \\ &\cong 1 - 0,05 \left[ 1 + 3 + \frac{9}{2} + \frac{9}{2} + \frac{27}{8} \right] \\ &\cong 0,18 \end{aligned} \quad (3.52)$$

Daraus folgt, dass in etwa 18% aller Arbeitsstunden-Intervalle der Nacharbeitsbereich überlastet sein kann, d.h. die Frage nach Einrichtung eines Wartebereiches muss ernsthaft geprüft werden. Dies kann aber nur mithilfe der Warteschlangentheorie (siehe Kapitel 4) oder der Simulation (siehe Abschnitt 7.6) erfolgen. In **Bild 3.31** ist die Verteilungsfunktion des Beispiels dargestellt.



**Abb. 3.31.** Poisson-Verteilungsfunktion der fehlerhaften Produkte im Nacharbeitsbereich ( $\Delta t = 1$  h)

Die Poissonverteilung bietet sich außerdem an, falls bei empirischen diskreten Verteilungen beobachtet wird, dass

$$E(X) \approx Var(X)$$

und dass die Ereigniswahrscheinlichkeit  $p$  sehr klein ist, die diskrete Zufallsgröße  $X$  aber sehr viele Werte annehmen kann. Für  $\lambda = np > 9$  sind die Werte der Poissonverteilung annähernd normalverteilt (siehe Abschnitt 3.5.6).

### 3.5.2 Stetige Verteilungen

Die *Verteilungsfunktion* einer im Bereich zwischen  $x = x_{min}$  und  $x = x_{max}$  stetig verteilten Zufallsgröße  $X$  lautet:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{x_{min}}^{x_k} f(x) dx \quad \text{mit } x_{min} \leq x_k \leq x_{max} \quad (3.53)$$

In Materialflussprozessen ist meist  $x_{min} \geq 0$ , weil negativen Werten der Zufallsgrößen nur selten praktische Bedeutung zukommt. Aus gleichem Grunde gilt meistens  $x_{max} \ll +\infty$ .

Die Verteilungsfunktion gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Werte der Zufallsgröße  $X$  innerhalb des Bereiches  $x_{min} \leq x \leq x_k$  liegen. Die im Abschnitt 2.1.4 am speziellen Beispiel der Zwischenankunftszeit bereits vorgestellte *Dichtefunktion*  $f(x)$  ist selbst keine Wahrscheinlichkeit. Mit der Normierungsbedingung

$$\int_{x_{min}}^{x_{max}} f(x) dx = 1 \quad (3.54)$$

ist aber jede Fläche unter der Kurve  $f(x)$  als Wahrscheinlichkeit interpretierbar. **Bild 3.32** zeigt dies an der Dichtefunktion (a) für eine im Bereich  $x_{min} \leq x \leq x_{max}$  stetig verteilte Zufallsgröße. Für endliche Differenzen  $\Delta x = x_j - x_k$  kann so die *stetige* Dichtefunktion  $f(x)$  anschaulich durch eine *diskrete* Verteilung der Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  gemäß Gleichung (3.36) angenähert werden. Ebenso kann die *stetige* Verteilungsfunktion  $F(x)$  für endliche  $\Delta x$  näherungsweise in eine *diskrete* Verteilungsfunktion gemäß Gleichung (3.39) überführt werden. Man vergleiche dazu nochmals die Bilder 2.6 und 2.8 mit Bild 3.32.

Umgekehrt besteht eine häufige Aufgabenstellung bei Materialflussproblemen darin, zur empirisch gefundenen diskreten Verteilung einer nach ihrem physikalischen Wesen eigentlich stetigen Zufallsgröße die passende theoretische stetige Verteilung zu suchen. Darum werden nachfolgend einige stetige Verteilungen genannt, die in der Materialflusslehre wichtig sind.

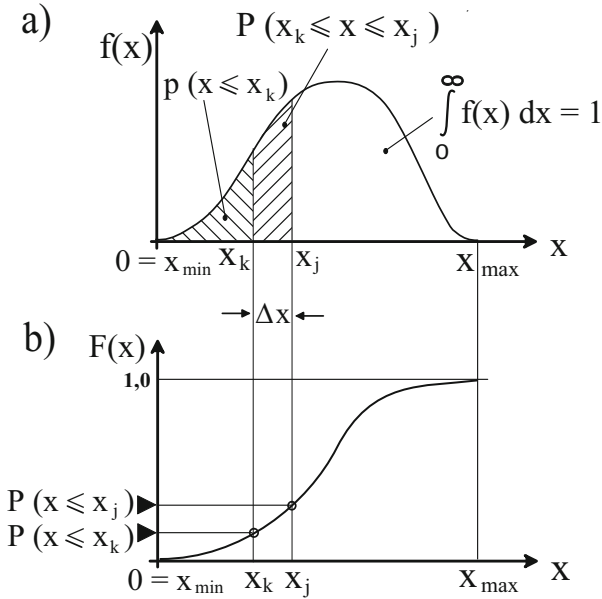
### 3.5.3 Stetige Gleichverteilung

Mit den in **Bild 3.33** benutzten Bezeichnungen ist die *Dichtefunktion* einer stetigen Gleichverteilung:

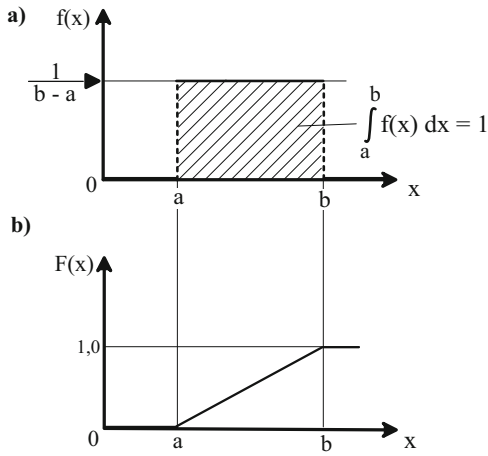
$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{für } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.55)$$

d.h. alle Werte im Bereich  $a \leq x \leq b$  besitzen die gleiche Wahrscheinlichkeitsdichte  $f(x)$ .

Die *Verteilungsfunktion* ist:



**Abb. 3.32.** Dichtefunktion (a) und Verteilungsfunktion (b) einer stetigen Verteilung für  $x_{min} \leq x \leq x_{max}$



**Abb. 3.33.** Dichtefunktion (a) und Verteilungsfunktion (b) der stetigen Gleichverteilung

$$F(x) := \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{für } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{für } x \geq b \end{cases} \quad (3.56)$$

Der Erwartungswert ist:

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \quad (3.57)$$

und die Varianz:

$$Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (3.58)$$

Bei der Simulation nutzt man die stetige Gleichverteilung zur Übertragung der eingegebenen Zufallsgrößenverteilungen in die jeweiligen Simulationsläufe (siehe Abschnitt 7.6).

### 3.5.4 Exponentialverteilung

Die Exponentialverteilung ist die wichtigste stetige Verteilung der Materialflusslehre. Sie dient z.B. als Modell für die Beschreibung der Zeit- oder Wegdifferenzen zwischen zufälligen Ereignissen  $X$ .

Ihre *Dichtefunktion* ist mit konstanten Parameter-Werten  $\lambda > 0$ :

$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{für } 0 \leq x < \infty \end{cases} \quad (3.59)$$

Wie **Bild 3.34** zeigt, ist die Dichtefunktion monoton fallend mit dem Parameterwert  $\lambda$  als Funktionswert bei  $x = 0$  und  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ . Die *Verteilungsfunktion* der Exponentialverteilung erhält man als Ergebnis einer Integration der Dichtefunktion zu:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \end{cases} \quad (3.60)$$

mit  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$ . Der Erwartungswert ist:

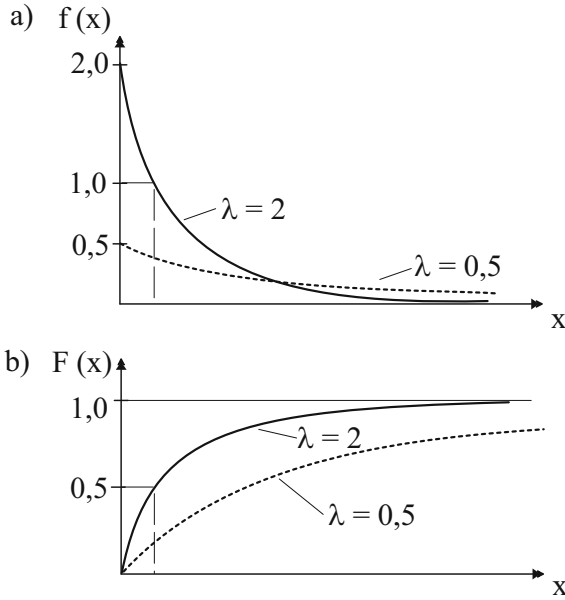
$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad (3.61)$$

und die Varianz:

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (3.62)$$

Der Variationskoeffizient ist:

$$v(X) = \frac{\sqrt{Var(X)}}{E(X)} \quad (3.63)$$



**Abb. 3.34.** Dichtefunktion (a) und Verteilungsfunktion (b) der Exponentialverteilung

Die Exponentialverteilung steht in kausaler Verbindung zur Poissonverteilung. So sind bei poissonverteilten Ereignissen die Zeitdifferenzen zwischen den Ereignissen – z.B. die Zwischenankunftszeiten – exponentialverteilt und umgekehrt. Ein Nachteil der Exponentialverteilung bei der Modellbildung von Materialflussprozessen besteht darin, dass sehr kleinen Zeiten eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit zugewiesen wird. Das ist zumindest bei den Zwischenankunftszeiten unrealistisch, weil eine gewisse minimale Zeit, abhängig von der Länge einer Fördereinheit, nicht unterschritten werden kann. Diesem Nachteil steht der Vorteil der einfachen Berechnungsmöglichkeiten mit Exponentialverteilungen gegenüber, den man z.B. in der Warteschlangentheorie nutzt (siehe Kapitel 4). Die Exponentialverteilung spielt auch bei Zuverlässigkeits- und Verfügbarkeitsbetrachtungen eine wichtige Rolle (siehe Abschnitt 7.5).

### 3.5.5 Erlangverteilung

Die *Dichtefunktion* der Erlangverteilung lautet:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} \frac{(\lambda x)^{k-1}}{(k-1)!} & \text{für } x \geq 0 \end{cases} \quad (3.64)$$

mit den Parametern  $\lambda > 0$  und  $k = 1(1)\infty$ .

Die *Verteilungsfunktion* erhält man, wie stets durch Integration der Dichtefunktion, zu:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} \sum_{j=1}^k \frac{(\lambda x)^{j-1}}{(j-1)!} & \text{für } x \geq 0 \end{cases} \quad (3.65)$$

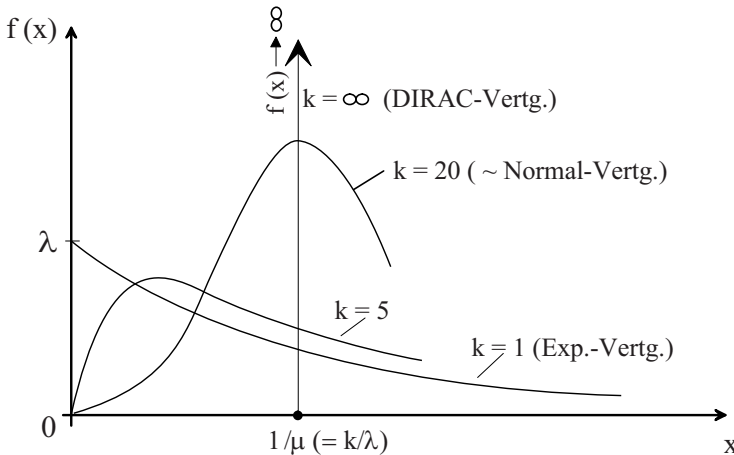
Der Erwartungswert ist:

$$E(X) = \frac{k}{\lambda} \quad (3.66)$$

und die Varianz:

$$Var(X) = \frac{k}{\lambda^2} \quad (3.67)$$

In **Bild 3.35** sind Dichtefunktionen für verschiedene Parameter  $k$  abgebildet.



**Abb. 3.35.** Dichtefunktion der Erlangverteilung

Für  $k=1$  gehen die Gleichung (3.64) in Gleichung (3.59) und die Gleichung (3.65) in Gleichung (3.60) der Exponentialverteilung über.

Für  $k=\infty$  liefern die Grenzwertbetrachtungen der Gleichung (3.64) und Gleichung (3.65) als Dichtefunktion  $f(x) = \infty$  und als Verteilungsfunktion  $F(x) = 1$ . Während die Exponentialverteilung die Eigenschaft hat, den kleinsten  $x$ -Werten die größten Wahrscheinlichkeiten zuzuordnen, kann man mit der Erlangverteilung nun viele andere empirisch gefundene Verteilungen zwischen der Exponentialverteilung und der DIRAC-Verteilung des regelmäßigen Taktprozesses approximieren.

Die Erlangverteilung erlaubt die Modellierung von Vorgängen, die jeweils  $k$  nacheinander zu durchlaufende Phasen gleicher Arbeitsinhalte erfordern.

Man nimmt an, dass die Zufallsgrößen der Ereignisse in jeder Phase mit der gleichen Exponentialverteilung beschrieben werden dürfen, sodass sich für jede Phase der gleiche Erwartungswert  $E(T) = 1/\lambda$  ergibt. Der gesamte Vorgang kann dann als Erlangverteilung mit dem Erwartungswert

$$E(X) = \sum_1^k E(T) = \frac{k}{\lambda} \quad (3.68)$$

beschrieben werden. Führt man mit  $\mu = \lambda/k$  einen neuen Parameter ein, so erhält man

$$E(X) = \frac{1}{\mu} \quad \text{und} \quad Var(X) = \frac{1}{k\mu^2} \quad (3.69)$$

als Erwartungswert und Varianz in einer Schreibweise, die in der Literatur oft zu finden ist. Die Verteilungen in Bild 3.35 besitzen somit alle denselben Erwartungswert. Die Taktzeit des strengen Taktprozesses mit  $T = 1/\mu$  erhält man auch aus Gleichung (3.66) nach der Grenzwertbildung für  $\lambda = k/T$  mit  $k \rightarrow \infty$ .

### 3.5.6 Normalverteilung

Die Normalverteilung bietet sich immer dann zur Modellierung an, wenn sehr viele einzelne, im Wesentlichen unabhängige Einflüsse in Summe auf ein System einwirken. Die Dichtefunktion der Normalverteilung lautet für  $-\infty \leq x \leq +\infty$ :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (3.70)$$

darin sind:

$\mu$  der (unbekannte) wahre Mittelwert

$\sigma$  die (unbekannte) wahre Standardabweichung.

Sind die Werte von  $X$  normalverteilt nach Gleichung (3.70), so erhält man aus der  $N(\mu, \sigma)$ -Normalverteilung durch die Substitution  $u = (x - \mu)/\sigma$  eine Normalverteilung mit  $\mu = 0$  und  $\sigma = 1$ . Die Dichtefunktion dieser als *Standardnormalverteilung* bezeichneten *normierten Normalverteilung*  $N(0, 1)$  ist:

$$f(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \cong 0,4 e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (3.71)$$

Ihre Wahrscheinlichkeitsdichte ist in **Bild 3.36** dargestellt.

Zwischen den Grenzen  $-1 \leq u \leq 1$  liegen etwa  $2/3$  aller Werte einer normalverteilten Zufallsgröße und zwischen  $-2 \leq u \leq 2$  etwa 95%. Die Funktionswerte  $f(u)$  findet man tabelliert in allen Standardwerken der Statistik, z.B. bei Hartung (1998).

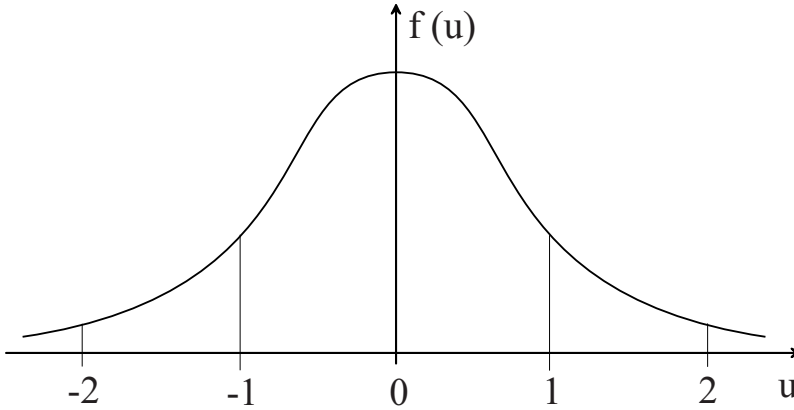


Abb. 3.36. Wahrscheinlichkeitsdichte der Standardnormalverteilung  $N(0,1)$

### 3.6 Statistische Schätz- und Prüfmethode zur Beurteilung des stochastischen Verhaltens von Materialflussprozessen

Zur Beschreibung des Verhaltens realer Materialflussprozesse haben wir ihre charakteristischen Systemgrößen als Zufallsgrößen interpretiert und dazu in Abschnitt 3.5 einige theoretische Verteilungen behandelt. In diesem Zusammenhang stellen sich bei der Berechnung von Durchsätzen, Auslastungen, Wartezeiten, usw. nach den hier entwickelten Modellen immer wieder die Aufgaben:

- *Schätzwerte* für die unbekannten *wahren* Parameter der Verteilung einer Zufallsgröße zu ermitteln,
- *Hypothesen* über die Parameter oder den Typ der Verteilung (das Verteilungsgesetz) zu prüfen.

Generell besteht die Aufgabe darin, mit den aus Stichproben stammenden, meist spärlichen Informationen auf das *wahre* Aussehen der Grundgesamtheit zu schließen, der die Stichprobe entnommen wurde. Man spricht daher im Gegensatz zu der bisher behandelten *beschreibenden* Statistik in diesem Zusammenhang von der *schließenden* (induktiven oder beurteilenden) Statistik. Dazu müssen wir uns nun mit einigen einfachen Überlegungen der schließenden Statistik befassen.

#### 3.6.1 Punktschätzung

Werden an einer geeigneten Stelle eines Materialflusssystems Messungen einer Zufallsgröße  $X$ , z.B. der Zwischenankunftszeit  $t$  gemäß Bild 2.5 durchgeführt,



so ist das Ergebnis immer eine Stichprobe  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  vom Umfang  $n$  aus der Grundgesamtheit aller theoretisch möglichen Werte. Berechnet man aus dieser Stichprobe den Zahlenwert eines Parameters als Näherungswert des unbekannten *wahren* Parameters der Verteilung der Zufallsgröße, so wird dies in der schließenden Statistik *Punktschätzung* genannt.

Beispiel für eine Punktschätzung ist das bekannte *arithmetische Mittel* aus den Werten einer Stichprobe:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.72)$$

Unter der Annahme, die Grundgesamtheit der Zufallsgröße  $X$  habe den *wahren* Mittelwert  $\mu$  und die *wahre* Varianz  $\sigma^2$ , darf man für den Erwartungswert des nach Gleichung (3.72) berechneten arithmetischen Mittels schreiben:

$$E(\bar{x}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(x_i) = \frac{1}{n} n E(X) = \mu \quad (3.73)$$

Damit wird bewiesen, dass die Punktschätzung *erwartungstreu* ist. Man nennt das aus Gleichung (3.72) berechnete arithmetische Mittel daher einen *erwartungstreuen Schätzer* für den *wahren* Mittelwert  $\mu$ , weil wiederholte Schätzungen aus vielen Stichproben im Mittel den Erwartungswert der Grundgesamtheit aufweisen. Für die Varianz des geschätzten arithmetischen Mittels gilt:

$$Var(\bar{x}) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n Var(x_i) \doteq \frac{\sigma^2}{n} \quad (3.74)$$

mit  $\sigma^2$  als der *wahren* Varianz der Grundgesamtheit. Daran sieht man, dass mit wachsendem Umfang der Stichprobe (größeres  $n$ ) die Schätzwerte  $\bar{x}$  gegen  $\mu$  konvergieren. Den erwartungstreuen Schätzer  $\bar{x}$  nennt man darum auch einen *erwartungstreuen* und *konsistenten* Schätzer für den wahren Mittelwert  $\mu$ .

In ähnlicher Weise werden Schätzer für die Streuungsparameter definiert. So schreibt man z.B. für die *empirische* Varianz der Zufallsgröße  $X$  unter Verwendung der Gleichung (3.72):

$$s^2 = Var(x_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.75)$$

Die empirische Varianz  $s^2$  nach Gleichung (3.75) ist ebenfalls ein erwartungstreu und konsistenter Schätzer für die *wahre* Varianz einer Zufallsgröße  $X$ .

### 3.6.2 Bereichsschätzung

Eine konsistente, erwartungstreu Punktschätzung liefert nur einen einzigen Zahlenwert, dessen Abweichung vom wahren Parameterwert der Verteilung

nicht beurteilt werden kann. Für praktische Untersuchungen will man jedoch häufig wissen, in welchem Bereich sich der unbekannte *wahre* Parameterwert befindet. Ein solcher Bereich wird durch einen *unteren* und einen *oberen Grenzwert* beschrieben. Die Grenzen werden so bestimmt, dass der unbekannte, wahre Parameterwert mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit:

$$P = 1 - \alpha = S \quad (3.76)$$

dazwischen liegt. Den Bereich nennt man in der schließenden Statistik *Vertrauens-* oder *Konfidenzbereich*. Die Wahrscheinlichkeit  $P=S$  ist die *statistische Sicherheit* dieser Schätzung. Der komplementäre Wert  $\alpha = 1 - S$ , die sog. *Irrtumswahrscheinlichkeit*, gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit der wahre Parameterwert außerhalb des Vertrauensbereiches liegt. Die Forderung nach einer Erhöhung der statistischen Sicherheit (der zu treffenden Aussage) führt zu einer Verbreiterung des Vertrauensbereiches, also einer unschärferen Aussage bezüglich der Lage des Parameters. Dagegen hat man bei Verkleinerung des Vertrauensbereiches eine größere Irrtumswahrscheinlichkeit zu erwarten.

### Bereichsschätzung für den Mittelwert

Für eine  $N(\mu, \sigma)$ -verteilte Grundgesamtheit besitzt die Schätzfunktion  $\bar{x}$  des arithmetischen Mittels nach Gleichung (3.73) den Erwartungswert  $\mu$  und nach Gleichung (3.74) die Varianz  $\sigma^2/n$ . Man kann zeigen, dass eine daraus gebildete Zufallsgröße

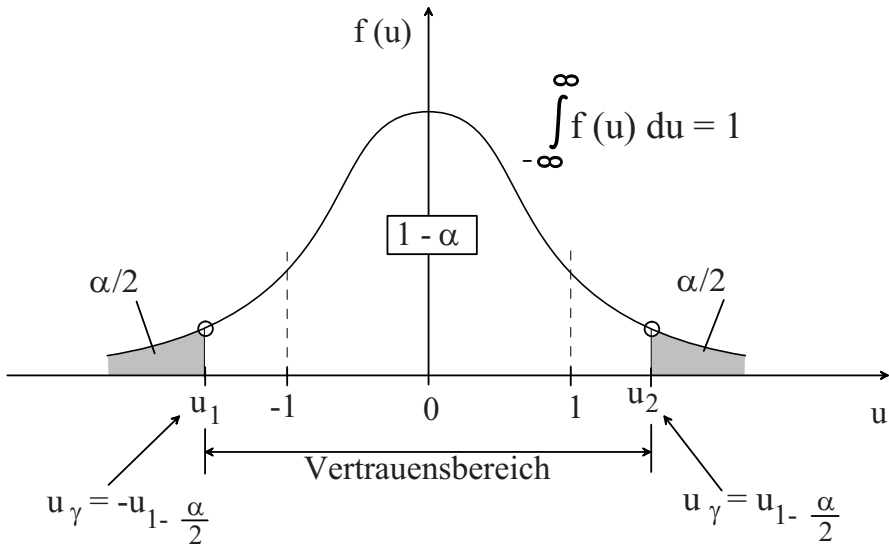
$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (3.77)$$

der Standardnormalverteilung  $N(0, 1)$  mit dem Erwartungswert Null und der Varianz Eins (siehe Abschnitt 3.5.6) genügt.

Mithilfe der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der  $N(0, 1)$ -Verteilung kann nun die Wahrscheinlichkeit angegeben werden, mit der die Zufallsgröße  $U$  Werte zwischen vorgegebenen Grenzen  $u_1$  und  $u_2$  annimmt:

$$P(u_1 \leq U \leq u_2) = 1 - \alpha \quad (3.78)$$

In **Bild 3.37** ist diese Wahrscheinlichkeit als Inhalt  $(1 - \alpha)$  der Fläche zwischen den Grenzen  $u_1$  und  $u_2$  unter der Kurve  $f(u)$  dargestellt. Der Abszissenabschnitt zwischen  $u_1$  und  $u_2$  entspricht genau unserer Definition des Vertrauensbereiches. Werte der Zufallsvariablen  $U$  können jeweils mit der Wahrscheinlichkeit  $\alpha/2$  nach beiden Seiten außerhalb des Intervalls  $[u_1, u_2]$  liegen, wenn es sich, wie hier dargestellt, um ein zu  $u = 0$  symmetrisches Intervall handelt. Für *einseitige* Intervalle  $(-\infty, u_2]$  oder  $[u_1, +\infty)$  können die Werte der Zufallsvariablen folglich mit der Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  nur nach einer Seite herausfallen.

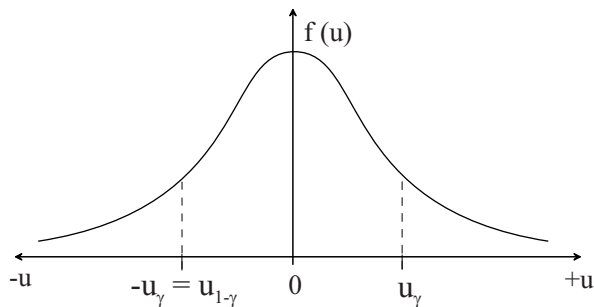


**Abb. 3.37.** Darstellung von statistischer Sicherheit und Vertrauensbereich im Schaubild der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Standardnormalverteilung  $N(0,1)$

Die Abszissenwerte  $u_1$  und  $u_2$  in Bild 3.37 werden *Quantile* der  $N(0,1)$ -Verteilung genannt. Versehen mit einem Index  $\gamma$  (mit  $\gamma = \alpha$ ,  $\gamma = 1 - \alpha$  oder  $\gamma = 1 - \alpha/2$ ) und der Angabe des Vorzeichens kennzeichnen die Quantile  $u_\gamma$  einen quantifizierbaren Anteil der Fläche unter der Wahrscheinlichkeitsdichtekurve. Einige wichtige Quantile der  $N(0,1)$ -Verteilung sind in **Tabelle 3.4** wiedergegeben.

**Tabelle 3.4.** Quantile der  $N(0,1)$ -Verteilung

$\gamma$	$u_\gamma$
0,999	3,090
0,990	2,325
0,975	1,960
0,950	1,645
0,925	1,440
0,900	1,282
0,841	1,000
0,500	0,000



#### Ablesebeispiel

Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 0,05$  ist für:

$$\begin{aligned}
\gamma = 1 - \alpha = 0,95 &\Rightarrow u_\gamma = u_{1-\alpha} = 1,645 \\
\gamma = \alpha = 0,05 &\Rightarrow u_\gamma = u_\alpha = -u_{1-\alpha} = -1,645 \\
\gamma = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 &\Rightarrow u_\gamma = u_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,960
\end{aligned}$$

Bei einem zu  $u=0$  symmetrischen *zweiseitigen* Intervall schreibt man damit für Gleichung (3.78):

$$P(-u_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq +u_{1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha \quad (3.79)$$

Daraus findet man die obere und die untere Grenze des *zweiseitigen* Vertrauensintervalls für den Erwartungswert als *Intervallschätzer*:

$$\left[ \bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}} ; \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}} \right) \quad (3.80)$$

Aus dem Abstand  $f$  der Intervallgrenzen vom Mittelwert  $\bar{x}$ :

$$f = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (3.81)$$

kann der notwendige Umfang der Stichproben abgeschätzt werden zu:

$$n \geq \frac{\sigma^2}{f^2} u_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 \quad (3.82)$$

Für *einseitige* Vertrauensintervalle erhält man mit den Quantilen  $u_{1-\alpha}$  die beiden Intervallschätzer:

$$\begin{aligned}
(-\infty ; \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{1-\alpha}] \\
[\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{1-\alpha} ; +\infty)
\end{aligned} \quad (3.83)$$

### Bereichsschätzung für den Mittelwert mittels der empirischen Varianz

Für die empirisch ermittelten Verteilungen der Zufallsgrößen in Materialflusssprozessen ist normalerweise die *wahre* Varianz  $\sigma^2$  der Grundgesamtheit nicht bekannt. Die Gleichungen (3.79) bis (3.83) können somit nicht ohne weiteres angewendet werden. Man behilft sich daher mit der nach Gleichung (3.75) ermittelten *empirischen* Varianz. Analog zu (3.77) wird jetzt eine Zufallsgröße:

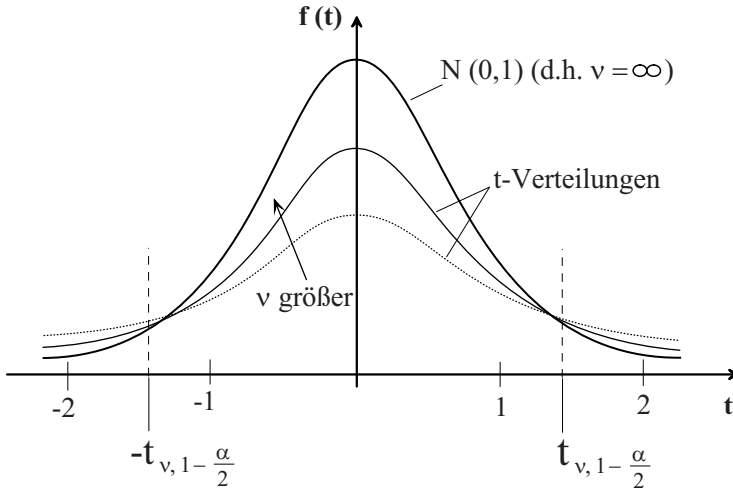
$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad (3.84)$$

gebildet, deren Werte unter Annahme einer (angenähert) normalverteilten Grundgesamtheit der sog. *t-Verteilung*<sup>4</sup> folgen.

<sup>4</sup> Die *t-Verteilung* wurde von W.S. Gosset im Jahre 1908 unter dem Pseudonym „Student“ entwickelt, daher auch „Student“-Verteilung genannt

Die  $t$ -Verteilung ist, wie **Bild 3.38** zeigt, der Normalverteilung ähnlich. Ihre Form wird nur von der Zahl der Freiheitsgrade  $\nu$  bestimmt, die vom Stichprobenumfang  $n$  und der Anzahl  $m$  der aus einer Stichprobe zu schätzenden Parameter abhängen:

$$\nu = n - m \quad (3.85)$$



**Abb. 3.38.** Wahrscheinlichkeitsdichte der  $t$ -Verteilung im Vergleich zur  $N(0,1)$ -Verteilung

Für die Schätzung des Mittelwerts ist  $m=1$ , also die Zahl der Freiheitsgrade  $\nu=n-1$ . Bei sehr großen Freiheitsgraden ( $\nu > 100$ ) wird der Unterschied zwischen der  $t$ -Verteilung und der  $N(0,1)$ -Verteilung vernachlässigbar; für  $\nu \rightarrow \infty$  geht die  $t$ -Verteilung in die  $N(0,1)$ -Verteilung über. Dies erkennt man an den Werten der Quantile der  $t$ -Verteilung in **Tabelle 3.5**.

Analog zu Gleichung (3.79) schreibt man jetzt für die Wahrscheinlichkeit, mit der die Zufallsvariable  $T$  innerhalb der Grenzen eines *zweiseitigen* Vertrauensbereiches liegt:

$$P(-t_{\nu, 1 - \frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \leq t_{\nu, 1 - \frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha \quad (3.86)$$

Der Schätzer des *zweiseitigen* Vertrauensintervalls für den aus Stichproben errechneten Mittelwert ist jetzt analog zu (3.80):

$$\left[ \bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\nu, 1 - \frac{\alpha}{2}} ; \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\nu, 1 - \frac{\alpha}{2}} \right] \quad (3.87)$$

$\nu$	$t_{\nu,\gamma}$			
	$\gamma=0,90$	$\gamma=0,95$	$\gamma=0,975$	$\gamma=0,99$
1	3,078	6,314	12,706	31,821
2	1,886	2,920	4,303	6,965
3	1,638	2,353	3,182	4,541
4	1,533	2,132	2,776	3,747
5	1,476	2,015	2,571	3,365
6	1,440	1,943	2,447	3,143
7	1,415	1,895	2,365	2,998
8	1,397	1,860	2,306	2,896
9	1,383	1,833	2,262	2,821
10	1,372	1,812	2,228	2,764
20	1,325	1,725	2,086	2,528
40	1,303	1,684	2,021	2,423
60	1,296	1,671	2,000	2,390
80	1,292	1,664	1,990	2,374
100	1,290	1,660	1,984	2,364
200	1,286	1,653	1,972	2,345
1000	1,282	1,646	1,962	2,330
$\infty$	1,282	1,645	1,960	2,326

*Ablesebeispiel*

Mit  $\alpha=0,05$  und  $\nu=5$  ist für:

$$\begin{aligned}
 \gamma = 1 - \alpha = 0,95 &\Rightarrow t_{\nu,\gamma} = 2,015 \\
 \gamma = \alpha = 0,05 &\Rightarrow t_{\nu,\gamma} = -t_{\nu,\gamma-1} = -2,015 \\
 \gamma = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 &\Rightarrow t_{\nu,\gamma} = 2,571
 \end{aligned}$$

**Tabelle 3.5.** Quantile der t-Verteilung

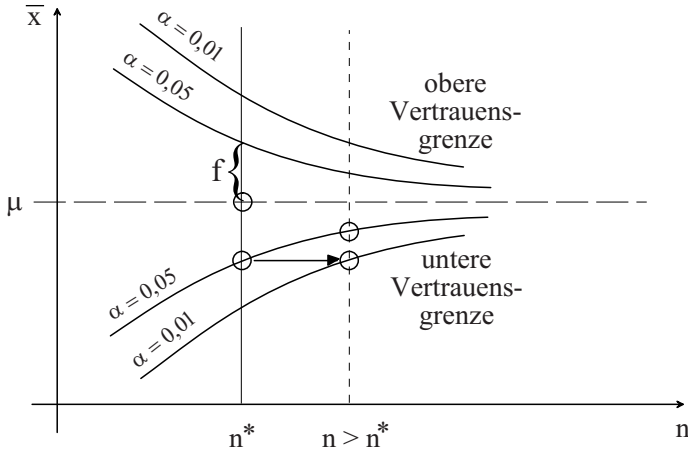
In **Bild 3.39** ist der qualitative Verlauf der Vertrauensgrenzen in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang  $n$  und der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  dargestellt. Die Breite  $f$  des halben Vertrauensbereiches wird als *absolutes Streumaß* bezeichnet und bei verschiedenen statistischen Auswerteverfahren benutzt (z.B. beim *Multimomentverfahren* in Abschnitt 7.1.3)

Mit  $|\bar{x} - \mu| = f$  wird der notwendige Stichprobenumfang aus (3.87) in Anlehnung an Gleichung (3.82) z.B. für  $\alpha = 0,05$  mit den Quantilen der  $t$ -Verteilung geschätzt zu:

$$n^* \geq \left( \frac{s t_{n-1;0,975}}{f} \right)^2 \quad (3.88)$$

In **Bild 3.39** sieht man, dass ein größerer Stichprobenumfang ( $n > n^*$ ) die Angabe eines engeren Vertrauensbereiches oder einer kleineren Irrtumswahrscheinlichkeit ( $\alpha < 0,05$ ) erlaubt.

Für *einseitige* Vertrauensintervalle erhält man analog zu (3.83) mit den Quantilen  $t_{1-\alpha}$  die beiden Intervallschätzer:



**Abb. 3.39.** Vertrauensgrenzen einer erwartungstreuen, konsistenten Bereichsschätzung für den Mittelwert ( $f$  = absolutes Streumaß)

$$\begin{aligned} & \left( -\infty ; \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha} \right] \\ & \left[ \bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha} ; +\infty \right) \end{aligned} \quad (3.89)$$

### 3.6.3 Vertrauensbereich der Varianz

Auf ähnlichem Wege wie in dem Abschnitt 3.6.2 beschrieben, kann der Vertrauensbereich der Varianz mithilfe der Quantile der sog.  $\chi^2$ -Verteilung (Chi-Quadrat-Verteilung)<sup>5</sup> bestimmt werden. Die unbekannte wahre Varianz der Grundgesamtheit liegt mit einer statistischen Sicherheit  $S = 1 - \alpha$  im zweiseitig begrenzten Bereich:

$$\frac{s^2 \nu}{\chi_{\nu, 1-\frac{\alpha}{2}}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{s^2 \nu}{\chi_{\nu, \frac{\alpha}{2}}^2} \quad (3.90)$$

mit  $\nu = n - 1$  für  $m = 1$  gemäß (3.85), da zur Bestimmung der Varianz der Mittelwert berechnet werden muss.

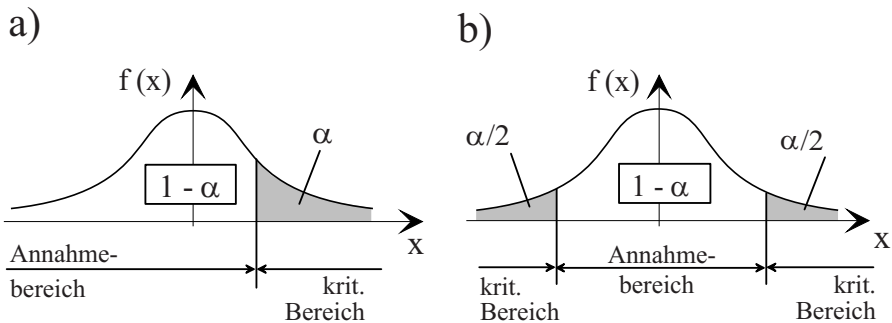
### 3.6.4 Testen von Hypothesen

Aus den Ergebnissen von Stichproben und aus Erfahrungswerten ergeben sich häufig Überlegungen und Ansätze, einen Materialflussprozess mittels *hypothetischer* Parameterwerte oder mittels *hypothetischer* theoretischer Verteilungsgesetze zu beschreiben. Selbstverständlich muss dann geprüft werden, ob eine solche Hypothese mit der Realität verträglich ist. Dazu bedient man

<sup>5</sup> Siehe Abschnitt 3.6.4

sich der bekannten *statistischen Testverfahren*. Diese beantworten die Frage, ob eine geeignete Prüf- oder Testgröße<sup>6</sup> in einem kritischen Bereich liegt. Sofern die Frage bejaht werden muss, wird entschieden, die Hypothese abzulehnen. Dabei kann es neben einer richtigen Entscheidung zu zwei unterschiedlichen Fehlentscheidungen kommen: *Fehler erster Art* (Ablehnung einer richtigen Hypothese) und *Fehler zweiter Art* (Annahme einer falschen Hypothese). Entscheidend dafür sind die gewählte Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  (man spricht dann vom Signifikanzniveau) und der Umfang  $n$  der Stichprobe. Bei kleinem Stichprobenumfang darf man keine große „Teststärke“ erwarten, d.h. man muss eine hohe Irrtumswahrscheinlichkeit zulassen!

Der zulässige Bereich, in dem die Prüf- oder Testgröße bei Annahme der Nullhypothese mit der Wahrscheinlichkeit  $P = S = 1 - \alpha$  liegen soll, kann entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 3.6.2 als *einseitiges* oder als *zweiseitiges* (dann in der Regel symmetrisches) Intervall festgelegt werden. Damit ist auch der *kritische Bereich* für die Ablehnung der Nullhypothese als *ein- oder zweiseitiger* Bereich festgelegt (siehe **Bild 3.40**). Demzufolge spricht man von einer *ein- oder zweiseitigen Hypothese* und von einem *ein- oder zweiseitigen Test*. Ob der einseitige oder der zweiseitige Test durchgeführt wird, hängt sehr von den praktischen Fragestellungen und von den vermuteten Abweichungen zwischen den Stichprobenwerten und der Grundgesamtheit ab.



**Abb. 3.40.** Einseitiger (a) und zweiseitiger (b) kritischer Bereich für die Ablehnung einer Nullhypothese

Für die Fragestellungen in Materialflussprozessen kommt zwei statistischen Testverfahren eine besondere Bedeutung zu:

- den Parametertests und
- den Anpassungstests.

<sup>6</sup> Das können z.B. die in Abschnitt 3.6.2 benutzten Zufallsgrößen  $T$  bzw.  $U$  sein oder die in Abschnitt 3.6.4 eingeführte Prüfgröße  $\chi^2$ .



Diesen Tests ist gemeinsam, dass man mit ihrer Hilfe die Beweiskraft beobachteter Werte gegen eine aufgestellte Hypothese messen will. Mithilfe von *Parametertests* wird überprüft, ob *einzelne* beobachtete Werte mit den zu überprüfenden Annahmen über ihre Lage zu vereinbaren sind. *Anpassungstests* werden beispielsweise eingesetzt, um zu überprüfen, ob die Verteilung der beobachteten Werte dagegen spricht, dass eine Annahme über die diesen Werten zugrundeliegende theoretische Verteilung zutrifft. Nachfolgend werden beide Tests kurz vorgestellt; ausführlichere Darstellungen findet man z.B. bei Hartung (1998).

### Parametertests

Einen praktischen Hintergrund bei der Analyse von Materialflusssystemen hat beispielsweise die Fragestellung: Ist der unbekannte, wahre Parameter, der mit Hilfe einer Stichprobe geschätzt wird (z.B. der mittlere Bestand  $\mu$  eines Lagers), größer als ein angenommener Wert  $\mu_0$ ? Es sei  $\mu_0$  z.B. der Wert, der sich aus den Beobachtungen der vergangenen Jahre ergeben hat, und es soll nun überprüft werden, ob der diesjährige mittlere Lagerbestand  $\mu$  soviel größer ist, dass sein Wert einer „signifikanten“ Erhöhung entspricht. Der Test zur Klärung dieser Frage läuft nach folgendem Schema ab:

1. Formulieren der *Nullhypothese*  $H_0$ , hier:

$$H_0 : \quad \mu \leq \mu_0 \quad (3.91)$$

und der *Alternativhypothese*  $H_1$ :

$$H_1 : \quad \mu > \mu_0 \quad (3.92)$$

Aus einer *Ablehnung der Nullhypothese* darf man schließen: „Die Beobachtungen sprechen *dagegen*, dass  $\mu \leq \mu_0$  ist.“ Mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  ( $\hat{=}$  Fehler 1. Art) kann also unterstellt werden, dass  $\mu$  größer als  $\mu_0$  ist; demnach ist der mittlere Lagerbestand tatsächlich gestiegen.

Umgekehrt darf man aus einer *Annahme der Nullhypothese* schließen: „Die Beobachtungen sprechen *nicht dagegen*, dass  $\mu \leq \mu_0$  ist.“ Das bedeutet jedoch im strengen Sinne nicht, dass die Beobachtungen *für* diese Hypothese sprechen; sie kann lediglich nicht widerlegt werden. Weiterhin ist ohne Zusatzinformation keine Aussage über die Wahrscheinlichkeit möglich, ob trotz dieses Testergebnisses  $\mu$  nicht doch größer als  $\mu_0$  ist, d.h. mit der Annahme der Hypothese also eventuell ein Fehler zweiter Art begangen wird. Aus diesem Grund werden die Hypothesen in der schließenden Statistik immer so formuliert, dass die Nullhypothese das Gegenteil dessen aussagt, was man überprüfen oder statistisch absichern möchte (und nach den Beobachtungen vermutet). Denn nur durch *Ablehnung der Nullhypothese* kann man mit statistischer Sicherheit (Fehler erster Art) unterstellen, dass die Alternativhypothese zutrifft.

2. Wahl des Signifikanzniveaus bzw. der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$ ;  
z.B.  $\alpha = 0,05$  oder  $\alpha = 0,01$
3. a) *Bei bekannter Varianz  $\sigma^2$*

Falls die wahre Varianz der Grundgesamtheit, aus der die beobachteten Werte der Stichproben entstammen, bekannt ist, kann als Testgröße die Zufallsvariable  $U$  benutzt werden (siehe Abschnitt 3.6.2). Mit Quantilen der  $N(0,1)$ -Verteilung lautet somit die Bedingung für das Ablehnen der Nullhypothese:

$$U_{1-\alpha} < \frac{\mu - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \cong \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \quad (3.93)$$

$U_{1-\alpha}$  ist den Tabellen der  $N(0,1)$ -Verteilung zu entnehmen (siehe Tabelle 3.4),  $\bar{x}$  berechnet sich gemäß Gleichung (3.72).

b) *Bei unbekannter Varianz*

Die Vorgehensweise entspricht der unter a), jedoch ist zusätzlich zum Erwartungswert auch die Varianz der Grundgesamtheit aus der Stichprobe zu schätzen (siehe Gleichung (3.75)). Damit lautet die Bedingung für das Ablehnen der Nullhypothese in diesem Fall:

$$T_{\nu, 1-\alpha} < \frac{\mu - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \cong \frac{\bar{x} - \mu_0}{s} \sqrt{n} \quad (3.94)$$

Falls überprüft werden soll, ob sich der beobachtete Wert in eine beliebige Richtung gegenüber einem hypothetischen Wert geändert hat (zweiseitiger Test), lauten die Hypothesen:

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu = \mu_0 \\ H_1 &: \mu \neq \mu_0 \end{aligned} \quad (3.95)$$

Die Nullhypothese  $H_0$  wird verworfen, falls

$$U_{1-\frac{\alpha}{2}} < \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \right| \quad \text{bei bekannter Varianz } \sigma^2 \quad (3.96)$$

$$T_{\nu, 1-\frac{\alpha}{2}} < \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{s} \sqrt{n} \right| \quad \text{bei unbekannter Varianz } \sigma^2 \quad (3.97)$$

gilt. Durch Umformung nach  $n$  (mit  $\nu = n - 1$ ) kann in Anlehnung an Gleichung (3.82) auch der nötige Stichprobenumfang für eine auf diesem Niveau statistisch gesicherte Aussage bestimmt werden.

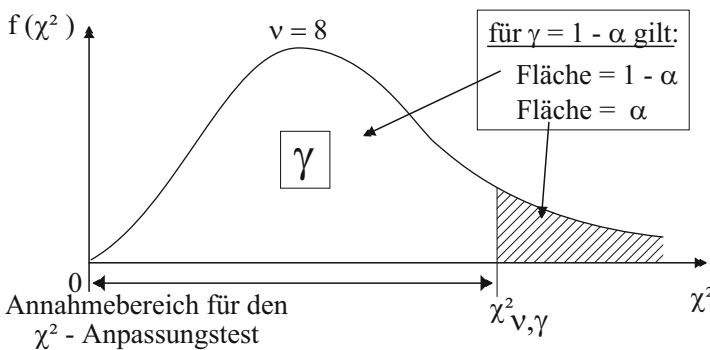
## Anpassungstests

Wie bereits in Abschnitt 2.1.6 am Beispiel der Zwischenankunftszeit dargestellt, erhält man als Ergebnis der Analyse von Materialflussprozessen sehr oft

die empirische Verteilung einer Zufallsgröße. Für viele Fragestellungen (siehe Kapitel 4 und 6) ist es nützlich, dazu eine passende theoretische Verteilung zu suchen. Aus praktischen Erfahrungen oder nach theoretischen Überlegungen kommt man zu einer Hypothese über den Typ der theoretischen Verteilung. Mithilfe eines Anpassungstests wird sodann geprüft, ob die Hypothese angenommen werden kann oder abgelehnt werden muss.

Die Grundidee des hier vorgestellten Anpassungstests ist, die Abweichungen der klassierten Werte einer *beobachteten* Verteilung (Stichprobenwerte) von den in gleicher Weise klassierten Werten einer *hypothetischen* Verteilung (Nullhypothese) mittels einer *Prüffunktion* zu bewerten. Wenn die Abweichungen zu groß sind, darf man vermuten, dass die Stichprobenwerte nicht einer Grundgesamtheit mit der hypothetischen Verteilung entstammen. Hierbei ist jedoch zu berücksichtigen, dass die Ergebnisse eines Anpassungstests z.B. durch Neuklassieren der Daten oder durch Eliminieren von Ausreißern stark beeinflusst werden können.

Als Prüffunktion wird sehr häufig die  $\chi^2$ -Verteilung (Chi-Quadrat-Verteilung) benutzt. Der darauf aufbauende Test heißt  $\chi^2$ -Anpassungstest; er kann für beliebige Verteilungen durchgeführt werden.



**Abb. 3.41.** Quantitativer Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer  $\chi^2$ -Verteilung mit  $\nu$  Freiheitsgraden

Die  $\chi^2$ -Verteilung (**Bild 3.41**) ist eine stetige, unsymmetrische Verteilung, deren Form – wie bei der  $t$ -Verteilung – nur von der Zahl der Freiheitsgrade  $\nu$  bestimmt wird. Die Zufallsgröße  $\chi^2$  wird berechnet als die Summe der Quadrate von  $\nu$  unabhängigen  $N(0,1)$ -verteilten Zufallsgrößen. Sie ist definiert zwischen Null und Unendlich und nähert sich mit wachsender Zahl ihrer Freiheitsgrade einer Normalverteilung. Ihre Quantile (siehe **Tabelle 3.6**) findet man in allen Standardwerken der Statistik vertafelt, z.B. bei Hartung (1998).

Der  $\chi^2$ -Anpassungstest läuft nach folgendem Schema ab:

**Tabelle 3.6.** Quantile der  $\chi^2$ -Verteilung

$\nu$	$\chi^2_{\nu,\gamma}$							
	0,01	0,025	0,05	0,1	0,90	0,95	0,975	0,99
1	$\cong 0$	$\cong 0$	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635
2	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210
3	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,34
4	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,14	13,28
5	0,554	0,831	1,145	1,610	9,236	11,07	12,83	15,09
6	0,872	1,237	1,635	2,204	10,64	12,59	14,45	16,81
7	1,239	1,690	2,167	2,833	12,02	14,07	16,01	18,48
8	1,647	2,180	2,733	3,490	13,36	15,51	17,53	20,09
9	2,088	2,700	3,325	4,168	14,68	16,92	19,02	21,67
10	2,558	3,247	3,940	4,865	15,99	18,31	20,48	23,21
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57
40	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69
60	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38
80	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,9	106,6	112,3
100	70,06	74,22	77,93	82,36	118,5	124,3	129,6	135,8
200	156,4	162,7	168,3	174,8	226,0	234,0	241,1	249,4
1000	898,9	914,3	927,6	943,1	1058	1075	1090	1107

*Ablesebeispiel*

Mit  $\alpha = 0,05$  und  $\nu = 8$  ist für:

$$\gamma = 1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \chi^2_{8,0,95} = 15,51$$

$$\gamma = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow \chi^2_{8,0,975} = 17,53$$

$$\gamma = \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow \chi^2_{8,0,025} = 2,18$$

d.h. für  $\nu = 8$ :

$$P(2,18 \leq \chi^2 \leq 17,53) = 0,95$$

1. Ordnen der beobachteten Stichprobenwerte  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , sodass  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$  und Bilden von Klassen  $i = 1$  bis  $k$ . Die absolute Häufigkeit der Beobachtungen innerhalb einer Klasse ist  $n_i$ . Für die Einteilung der Stichprobenwerte in Klassen gibt es keine zwingende Vorschrift über Breite und Anzahl der Klassen, doch hat sich in der Praxis ein Richtwert für die Anzahl der Klassen von

$$k = 5 \lg n \quad \text{mit} \quad n = \sum_{i=1}^k n_i \quad (3.98)$$

bewährt. Die Klassenbreite ist somit:

$$\Delta x \cong \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} \quad (3.99)$$

Aus der grafischen Darstellung der empirischen Verteilung  $N(x)$  in einem Säulen- oder Liniendiagramm bzw. als Histogramm erhält man Hinweise auf die Dichtefunktion  $f(x)$  und damit auf den Typ der gesuchten theoretischen Verteilung  $F(x)$ .

2. Formulieren der Nullhypothese:

$H_0$ : Die beobachtete empirische Verteilung  $N(x)$  entstammt einer theoretischen Verteilung der Grundgesamtheit vom Typ  $F(x)$ ; (z.B. Normalverteilung, Exponentialverteilung, usw.)

Formulieren der Alternativhypothese:

$H_1$ : Die Grundgesamtheit ist nicht nach  $F(x)$  verteilt.

3. Berechnen der (theoretischen) Wahrscheinlichkeiten  $p_i$  aus der Verteilung  $F(x)$  für alle Klassen und daraus die absoluten Häufigkeiten der Beobachtungen

$$e_i = n p_i \quad (3.100)$$

die man theoretisch in den  $k$  Klassen zu erwarten hat. Die Ergebnisse der folgenden Tests sind hinreichend genau, falls in keiner Klasse weniger als ein Wert ist ( $e_i < 1$ ) und in mindestens 75% der Klassen mehr als fünf Werte erwartet werden, also  $e_i > 5$  ist. Andernfalls sind die Klassen neu einzuteilen, gegebenenfalls muss die Anzahl der Klassen verringert werden.

4. Berechnen der PEARSON'schen Prüfgröße aus den tatsächlichen und den theoretisch zu erwartenden Zahlen der Beobachtungen:

$$Y = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i} \quad (3.101)$$

Falls die Stichprobe aus einer Verteilung stammt, die der Nullhypothese  $H_0$  nicht widerspricht, gilt:

- Die relativen Abweichungen zwischen den tatsächlich beobachteten und den theoretisch zu erwartenden Häufigkeiten sind über die Klassen *normalverteilt*.

Die Summe der quadrierten Abweichungen darf deshalb (wie eingangs unter 3.6.4 erwähnt) als  $\chi^2$ -verteilt angenommen werden. Diese Summe wird über alle  $k$  Klassen gebildet, die als Basis zur Ermittlung der Freiheitsgrade  $\nu$  der  $\chi^2$ -Verteilung dienen. Von  $k$  zu subtrahieren ist zunächst die Zahl  $m$  der zu schätzenden Parameter der theoretischen Verteilung. Außerdem ist die Zahl der Freiheitsgrade um den Wert *Eins* zu verringern, weil sich die relativen Häufigkeiten der Stichprobe zu *Eins* summieren müssen und deshalb *einer* der Werte  $n_i$  nicht frei wählbar ist. Die

Zahl der Freiheitsgrade, die für die  $\chi^2$ -Verteilung bestimmend ist, wird somit aus  $\nu = k - m - 1$  ermittelt.

5. Die Nullhypothese  $H_0: N(x) = F(x)$  wird zum Signifikanzniveau  $\alpha$  verworfen, falls die Prüfgröße im kritischen Bereich

$$Y > \chi^2_{\nu, 1-\alpha} \quad (3.102)$$

liegt. Andernfalls sprechen die beobachteten Werte nicht signifikant gegen die Annahme über ihre Verteilung (statistisch bewiesen ist sie damit jedoch nicht!).

Als Signifikanzniveau des  $\chi^2$ -Anpassungstests wählt man üblicherweise  $\alpha = 0,05$  oder  $\alpha = 0,01$ . Dabei ist zu beachten, dass mit Verringerung des Signifikanzniveaus, also z.B. von  $\alpha = 0,05$  auf  $\alpha = 0,01$  zwar der *Fehler erster Art* reduziert wird, aber das Risiko eines *Fehlers zweiter Art* zunimmt, d.h. man riskiert, eine *falsche* Nullhypothese *nicht* abzulehnen.

### Beispiel

Es wird vermutet, die Verteilung der Zwischenankunftszeiten der Stapler am Punkt 1 des Bearbeitungsbereiches in Bild 3.22 sei durch eine diskrete Gleichverteilung (siehe Abschnitt 3.5.1) darstellbar, d.h.:

$$\text{Nullhypothese } H_0: F(t) = \sum_{t_i \leq t} \frac{1}{n}$$

Dazu wurden  $n = 100$  Zeitmessungen durchgeführt. Mit Gleichung (3.98) findet man für die Klasseneinteilung

$$k \leq 5 \lg n = 10 \text{ Zeitklassen}$$

In **Tabelle 3.7** sind die Häufigkeiten  $n_i$  der in die  $k$  Zeitklassen fallenden Messwerte eingetragen. Mit den theoretischen Wahrscheinlichkeiten  $p_i = 0,1$  sind alle  $e_i = 10$ . Die PEARSON'sche Prüfgröße als Summe der letzten Zeile der Tabelle hat den Wert  $Y = 19,6$ .

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\Sigma$
$n_i$	6	12	5	12	7	16	4	18	9	11	100
$e_i$	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100
$(n_i - e_i)^2$	16	4	25	4	9	36	36	64	1	1	-
$\frac{(n_i - e_i)^2}{e_i}$	1,6	0,4	2,5	0,4	0,9	3,6	3,6	6,4	0,1	0,1	19,6

**Tabelle 3.7.** Zeitklassen und Häufigkeiten der Beobachtungen

Für  $k = 10$  und  $m = 1$  ist die Zahl der Freiheitsgrade  $\nu = 8$ . Soll der Test auf dem Signifikanzniveau  $\alpha = 0,05$  durchgeführt werden, so liest man aus Tabelle 3.6 ab:

$$\chi^2_{8;0,95} = 15,51$$

Dieser Wert ist kleiner als die ermittelte Prüfgröße ( $Y = 19,6$ ), also ist die Abweichung signifikant, und die Nullhypothese wird auf dem Signifikanzniveau  $\alpha = 0,05$  verworfen, d.h. es ist mit 95%iger Sicherheit zu vermuten, dass die beobachteten Werte *nicht* aus einer *gleichverteilten Grundgesamtheit* stammen.

Für  $\alpha = 0,01$  liest man aus Tabelle 3.6 bei  $\gamma = 0,99$  den Wert  $\chi^2_{8;0,99} = 20,09$  ab. Auf dem Signifikanzniveau  $\alpha = 0,01$  würde man demnach die Nullhypothese nicht mehr ablehnen! Mit 99%iger Sicherheit kann die Entscheidung „Die beobachteten Werte stammen aus einer gleichverteilten Grundgesamtheit“ demnach nicht abgelehnt werden. Die Erhöhung der Ablehnungssicherheit von 95% auf 99% würde eine größere Summe der Abweichungen zwischen den tatsächlichen und den theoretisch zu erwartenden Zahlen der Beobachtungen fordern.

Will man den möglichen *Fehler*  $\alpha$ , eine zutreffende Nullhypothese abzulehnen, klein halten (mit anderen Worten: nur einen kleinen Fehler erster Art zulassen), so ist – wie man oben sieht – der Akzeptanzbereich mittels  $\chi^2_{\nu,1-\alpha}$  größer zu wählen, d.h. die Fläche  $(1-\alpha)$  unter der Dichtefunktionskurve der  $\chi^2$ -Verteilung (siehe Bild 3.41) wird größer, und es gilt für den einseitigen Test:

$$P(\chi^2 \leq 15,51) = 0,95 \quad \text{bzw.} \quad P(\chi^2 \leq 20,09) = 0,99$$

Damit steigt aber zugleich das Risiko, einen Fehler zweiter Art zu begehen!

### 3.7 Literaturempfehlungen zu Kapitel 3

In Kapitel 3 sind nur die notwendigen theoretischen Grundlagen zusammengefasst, die zur Abbildung von Materialflusssystemen in Modellen gebraucht werden. Dem interessierten Leser wird empfohlen, zur Vertiefung und für weiterführende Anwendungen die einschlägigen Lehrbücher der *Statistik* oder spezieller Lehrgebiete, wie z.B. der *Graphentheorie* oder des *Operations Research* zur Hand zu nehmen.

Alle Fragestellungen zur *beschreibenden* und zur *schließenden Statistik*, die sich im Rahmen der Materialflusslehre stellen können, beantwortet das „Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik“ von Hartung (1998). Dort werden u.a. die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung kurz und prägnant behandelt.

Zur Erweiterung des unter 3.3 sehr knapp dargestellten – aber für die Materialflusslehre ausreichenden – Bezugs zur Graphentheorie wird das Buch „Logistik: Transport“ von Domschke (1995) empfohlen.

Zur Einführung in das Gebiet des *Operations Research* ist das Buch „Operations Research“ von Hillier und Lieberman (1996) sehr gut geeignet. Dort

findet man z.B. Näheres zu den in Kapitel 3 nur kurz gestreiften Themen *Transportproblem* und *Simplexverfahren* sowie zu Themen, die in den Kapiteln 4 und 5 noch behandelt werden.

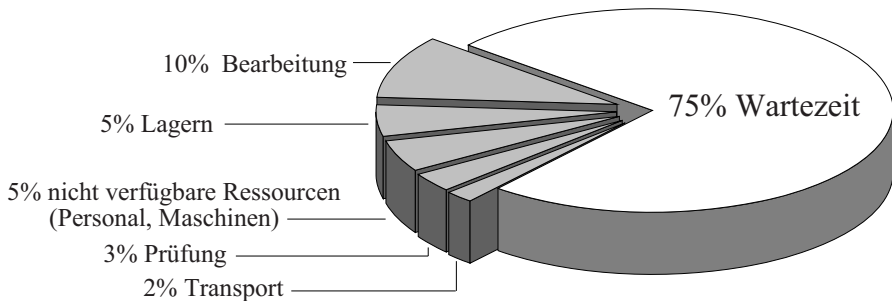
Es wird nochmals ausdrücklich betont, dass der Sinn der hier gegebenen Literaturempfehlungen nicht die vollständige Aufzählung aller relevanten Lehrbücher ist, sondern im Gegenteil, die Beschränkung auf möglichst wenige, aber repräsentative Werke, die dem Leser bei grundsätzlichen oder zusätzlichen Fragestellungen weiterhelfen können.



## 4. Warten und Bedienen im Materialfluss

Bei der Analyse von Materialflussprozessen stellt man immer wieder fest, dass *Wartezeiten* einen großen, häufig sogar den weitaus größten Anteil an der sog. *Durchlaufzeit* haben (siehe **Bild 4.1**). Die Ursachen dafür sind überwiegend in der Prozesstechnik oder in der Ablauforganisation zu finden. Beispielsweise entstehen mehr oder weniger lange, *geplante oder ungeplante Wartezeiten* aus folgenden Gründen:

- Ausgleich von Produktions- oder Nachfrageschwankungen (Lagerhaltung)
- prozessbedingter Zeitbedarf zwischen Produktionsschritten, z.B. für Trocknung, Kühlung, usw.
- ablaufbedingte Veränderungen des Durchsatzes, z.B. für Überprüfung, Nacharbeit, usw.
- störungsbedingter Stau vor Betriebsmitteln
- Änderung der Reihenfolge im Materialfluss, z.B. durch Sortieren, Kommissionieren, usw.



**Abb. 4.1.** Aufteilung der Durchlaufzeiten im Materialfluss vom Bearbeitungsbeginn bis zur Auslieferung (Quelle: VDI-FML)

Vorhersehbare Wartezeiten müssen bei der Konzipierung eines Materialflusssystems unbedingt berücksichtigt werden. Unabhängig davon ist der

Materialflussplaner bestrebt, Wartezeiten zu minimieren, weil dadurch gleichzeitig die Bestände im Materialfluss reduziert und die Kapitalkosten gesenkt werden (siehe Bild 1.2). So kann beispielsweise versucht werden, durch schnellere Abfertigung (bessere „Bedienung“) Engpässe im Materialfluss zu beseitigen. Es wird jedoch nie gelingen, störungsbedingte Wartezeiten völlig auszuschließen. Folglich müssen Materialreserven in dafür vorgesehenen *Warteräumen* vorgehalten werden, falls die Auslastung eines Produktionsbereichs selbst dann noch gewährleistet sein soll, wenn es im davorliegenden Bereich zu Störungen gekommen ist. Ebensovienig wird es in Produktionen mit stark wachsendem Variantenmix gelingen, Teilbereiche so aufeinander abzustimmen und zu synchronisieren, dass es nie zu Wartezeiten für Material oder Betriebsmittel kommen kann. Entsprechende Analysen sollten in der Planungsphase erfolgen, andernfalls müssen später im realen Betrieb improvisierte *Warteräume* eingerichtet werden – wie leider häufig zu beobachten.

Kurzzeitige, sehr selten auftretende Wartezeiten duldet man gegebenenfalls ohne weitere Maßnahmen, wenn der Materialflussprozess nicht nennenswert gestört wird. Für häufiger auftretende Wartezeiten sind entsprechend dimensionierte *Warteräume* (Puffer, Staustrecken, Speicher, Lager)<sup>1</sup> im Materialfluss vorzusehen.

Im vorliegenden Kapitel wird das *Warten* mit seiner für Materialflussprozesse wichtigen Auswirkung, der Bildung von *Warteschlangen*, behandelt. Die Länge der Warteschlange – gleichbedeutend mit der Menge des wartenden Materials oder der Anzahl wartender Fördereinheiten – ist u.a. abhängig von der Abfertigungstechnik (Bedienung) am Engpaß und entscheidend für die Dimensionierung des Warteraums, der im vorliegenden Kapitel (Materialfluss-) *Puffer* genannt wird. Abweichend davon wird ein Puffer mit sehr großem Fassungsvermögen und/oder langer Verweilzeit des Materials *Lager* genannt (vgl. Kapitel 5).

## 4.1 Wartesystem-Modelle

In **Bild 4.2** ist die einfachste Version eines Wartesystems<sup>2</sup> schematisch dargestellt: Zwischen den Grenzlinien (a) und (b) ist eine Bedienstation (B) mit dem davorliegenden Warteraum (W) angeordnet. Die Bildung von Warteschlangen und die grundlegenden Prozesse zu ihrer Beschreibung können daran erklärt werden:

Die von der Quelle (Q) „erzeugten“ Fördereinheiten (FE) treffen mit zufällig streuenden Zwischenankunftszeiten  $t_a$  an der Systemgrenze (a) ein. Mit dem Erwartungswert  $E(t_a)$  dieser Zwischenankunftszeiten schreibt man für

<sup>1</sup> Die Begriffe werden trotz unterschiedlicher Definitionsversuche in der Fachliteratur teilweise synonym verwendet.

<sup>2</sup> In der Literatur sind anstatt Wartesystem ebenso die Bezeichnungen *Warteschlangensystem*, *Bediensystem*, *Bedienungssystem* und (engl.) *Queueing System* gebräuchlich.

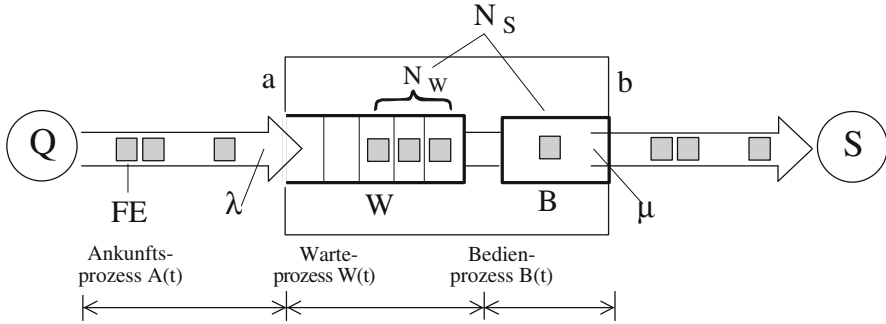


Abb. 4.2. Wartesystem (Bediensystem) einfachster Art

die Zahl der an der Systemgrenze (a) pro Zeiteinheit ankommenden Fördereinheiten, der sog. *Ankunftsrate*:

$$\lambda = \frac{1}{E(t_a)} \quad (4.1)$$

Die Ankunftsrate ist eine wichtige (und gelegentlich hinreichende) Größe zur Kennzeichnung des *Ankunftsprozesses*  $A(t)$  im Wartesystem.

In der Bedienstation (B) findet ein produktionstechnischer oder materialflusstechnischer Vorgang statt, dessen Zeitdauer, die Bedienzeit  $t_b$ , im Allgemeinen ebenfalls zufälligen Streuungen unterliegt. Mit dem Erwartungswert  $E(t_b)$  der Bedienzeit schreibt man für die sog. *Bedienrate*  $\mu$ ; das ist die Zahl der in der Bedienstation pro Zeiteinheit im Mittel „bedienbaren“ und über die Systemgrenze (b) „abfertigten“ Fördereinheiten:

$$\mu = \frac{1}{E(t_b)} \quad (4.2)$$

Die Bedienrate ist eine wichtige (und gelegentlich hinreichende) Größe zur Kennzeichnung des Abfertigungs- oder *Bedienprozesses*  $B(t)$  im Wartesystem.

Der Quotient aus Ankunfts- und Bedienrate wird als *Auslastungsgrad*  $\rho$  des Wartesystems bezeichnet:<sup>3</sup>

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (4.3)$$

Es bildet sich *keine Warteschlange*, falls der *Ankunftsprozess*  $A(t)$  und der *Bedienprozess*  $B(t)$  regelmäßige *Taktprozesse* sind, und falls gilt:

$$t_b < t_a \quad \Leftrightarrow \quad \mu > \lambda \quad \Leftrightarrow \quad \rho < 1$$

<sup>3</sup> In Abschnitt 2.1.2 wurde bereits ein Auslastungsgrad  $\rho = \frac{\lambda}{\gamma}$  vorgestellt – mit  $\gamma$  als dem *technisch* bedingten Grenzdurchsatz. In Anlehnung daran kann die Größe  $\mu$  quasi als „stochastischer“ Grenzdurchsatz aufgefasst werden.

Ist jedoch mindestens einer der beiden Prozesse ein *stochastischer Prozess*, so können sich auch für Auslastungsgrade  $\rho < 1$  Warteschlangen bilden, deren *Längen*  $N_W$  (bzw.  $N_S$ ) umso größer sein werden, je näher der Auslastungsgrad des Wartesystems bei dem Wert  $\rho=1$  liegt – wie in diesem Kapitel noch mathematisch belegt werden wird.

Der *Warteprozess*  $W(t)$  wird als Ergebnis des Zusammenwirkens von Ankunftsprozess  $A(t)$  und Bedienprozess  $B(t)$  in einem vorgegebenen *Wartesystem* (vgl. Bild 4.2) mit der sog. *Warteschlangentheorie* beschrieben. Der *Warteprozess*  $W(t)$  erreicht für  $\rho < 1$  nach hinreichend langer Zeitdauer einen „*eingeschwungenen*“ Zustand mit stationärer Verteilung und somit konstantem *Mittelwert*  $N_W$  der Warteschlangenlänge im Warteraum. Selbstverständlich wird auch in diesem stationären Warteprozess die Länge der Warteschlange temporär zu- oder abnehmen!

Nichtstationäre Prozesse, wie z.B. das Entstehen einer Warteschlange im noch leeren System, werden meist nicht mit den analytischen Methoden der Warteschlangentheorie, sondern einfacher mithilfe von Simulationen (vgl. Abschnitt 7.6) abgebildet und analysiert.

Zur Kennzeichnung verschiedener Wartesystem-Modelle hat KENDALL folgende Notation eingeführt:

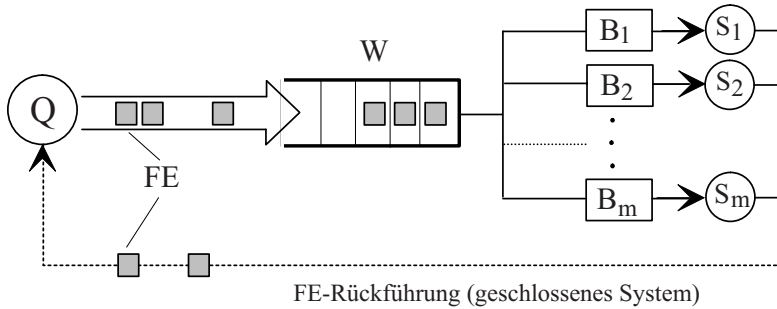
$$A|B|m|xxxx \quad (4.4)$$

Darin symbolisieren:

- A    *Ankunftsprozess*  $A(t)$  den Zählprozess, der aus der Verteilung der Zwischenankunftszeiten  $t_a$  resultiert,
- B    *Bedienprozess*  $B(t)$  den Zählprozess, der aus der Verteilung der Abfertigungs- oder Bedienzeiten  $t_b$  resultiert,
- m    die Anzahl paralleler und identischer *Bedienstationen* (siehe Bild 4.3)
- xxxx *Bedienstrategie*, d.h. Festlegung der Entnahmereihenfolge aus dem Warteraum (hier stets xxxx = FCFS = First-Come-First-Served bzw. auf den Warteraum bezogen FIFO = First-In-First-Out)

Für A und B werden die nachstehend aufgeführten Verteilungen häufig verwendet:

- M    Exponentialverteilung (siehe Abschnitt 3.5.4)
- $E_k$    k-Erlangverteilung (siehe Abschnitt 3.5.5)
- D    Diracverteilung (für Taktprozesse mit konstanten Zwischenankunftszeiten  $t_a$  oder konstanten Bedienzeiten  $t_b$ )
- G    Allgemeine (Generelle) Verteilung, deren mathematische Verteilungsform nicht bekannt ist, deren Parameter  $E(t)$  und  $Var(t)$  man aber kennt



**Abb. 4.3.** Wartesystem mit parallelen Bedienstationen und Rückführung der Fördereinheiten

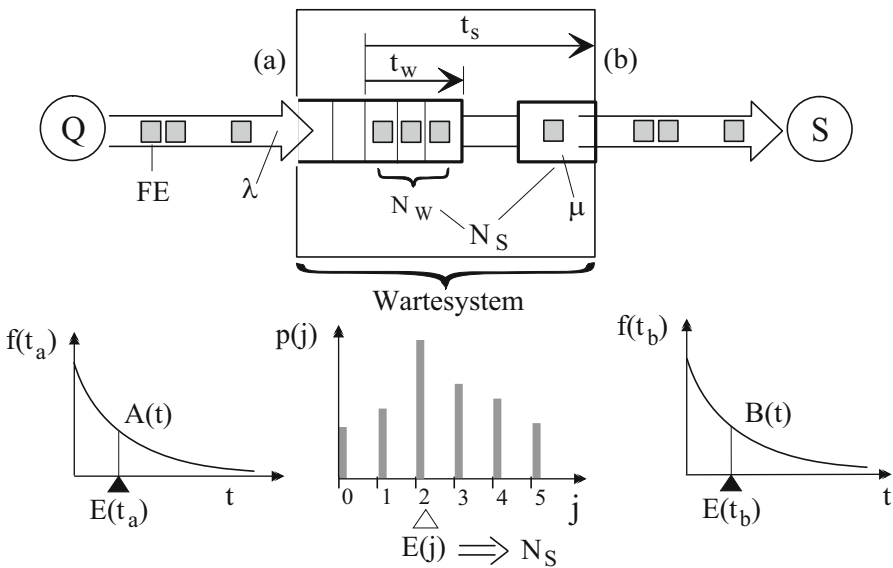
Das Modell eines einfachen Wartesystems gemäß Bild 4.2 reicht nicht aus, um alle gegebenen Strukturen in realen Materialflusssystemen abzubilden. Die in **Bild 4.3** dargestellte Parallelanordnung von  $m$  gleichen Bedienstationen mit einem gemeinsamem Warteraum bietet beispielsweise die Möglichkeit, eine Fördereinheit aus dem gemeinsamen Warteraum der zuerst freiwerdenden Bedienstation zuzuführen.

Ferner ist in diesem Bild eine Rückführung der Fördereinheiten zu der Quelle (Q) angedeutet, welche das bislang offene System in ein *geschlossenes System* verwandelt. Wegen der Rückwirkung der Senke (S) auf die Quelle (Q) sind geschlossene Systeme in der Theorie schwieriger zu behandeln als offene. In der Praxis findet man geschlossene Systeme indes sehr oft, z.B. weil Ladehilfsmittel, Werkstückträger, Fördermittel (FTS, EHB, ...) oder Verkehrsmittel (Lkws, Waggonen, ...) *umlaufen* und somit - im Gegensatz zu der Annahme bei offenen Systemen – keine unbegrenzten Ressourcen der Quelle (Q) darstellen. Nachfolgend werden zunächst *offene* Wartesysteme mit *einer* Bedienstation ( $m = 1$ ) und der Bedienstrategie FCFS behandelt; gemäß der KENDALL-Notation handelt es sich dann um A|B|1|FCFS-Systeme.

## 4.2 Das M|M|1-Modell

Das M|M|1-Modell ist in der Warteschlangentheorie gleichsam das Basismodell, an dem die Ermittlung und die Bedeutung folgender wichtiger Kenngrößen am einfachsten gezeigt werden kann (vgl. **Bild 4.4**):

- $p(j)$  = Wahrscheinlichkeit, dass sich das Wartesystem im Zustand  $j$  befindet  
 $N_W$  = mittlere Anzahl der im Warteraum befindlichen Fördereinheiten, wenn der Warteprozess stationär geworden ist  
 $t_W$  = mittlere Wartezeit der Fördereinheiten im Warteraum  
 $N_S$  = mittlere Anzahl der im Wartesystem befindlichen Fördereinheiten (Wartezimmer und Bedienstation)  
 $t_S$  = mittlere Verweilzeit der Fördereinheiten im Wartesystem (Warten und Bedienen)

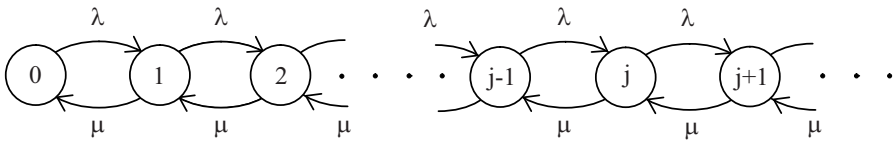


**Abb. 4.4.** Das M|M|1-Modell und die charakteristischen Verteilungen für Ankunfts-, Warte- und Bedienprozess

Zur Beschreibung des Ankunftsprozesses  $A(t)$  wird angenommen, die Zwischenankunftszeit  $t_a$  der Fördereinheiten<sup>4</sup> sei exponentialverteilt mit dem Parameter  $\lambda$ . Analog soll der Bedienprozess  $B(t)$  beschrieben werden durch die mit dem Parameter  $\mu$  exponentialverteilte Bedienzeit  $t_b$ . Die Annahme der Exponentialverteilung besagt gleichzeitig, dass die *Anzahl* der Ankünfte und ebenso die *Anzahl* der Bedienungen pro Zeiteinheit als Poissonverteilungen darstellbar sind (vgl. Abschnitt 3.5.4). Der Buchstabe M zur Bezeichnung von  $A(t)$  und  $B(t)$  wird benutzt, weil der Ankunfts- bzw. Bedienprozess dadurch

<sup>4</sup> Anstelle der Bezeichnung *Fördereinheit*, die für materialflusstechnische Anwendungen üblich ist, findet man in der Literatur über Warteschlangentheorie oft die Begriffe: Kunde, Auftrag, Forderung, Job, etc.

die sogenannte *MARKOV-Eigenschaft* besitzt. Diese Eigenschaft, die man gelegentlich auch „fehlendes Erinnerungsvermögen“ nennt, bedeutet, dass alle Einflüsse der Vergangenheit im gegenwärtigen Zustand eines Prozesses abgebildet sind und nur noch durch diesen Zustand des weiteren Prozessverlauf beeinflussen. Zur mathematischen Behandlung des M|M|1-Modells muss man daher nur den gegenwärtigen Zustand des Wartesystems und die *Übergangswahrscheinlichkeiten* in andere *mögliche* Zustände berücksichtigen. Die möglichen Zustände des Wartesystems und die möglichen Übergänge können als *Zustandsgraph* (siehe **Bild 4.5**) bildhaft dargestellt werden.



**Abb. 4.5.** Zustandsgraph für das M|M|1-Modell mit den Übergangsraten  $\lambda$  und  $\mu$

In jedem Knoten ist die Anzahl  $j$  der im Wartesystem befindlichen Fördereinheiten als *Zustand* abgebildet, beginnend mit dem *leeren* System  $j = 0$ . Die Pfeile zeigen die Richtung der möglichen Übergänge zwischen den Systemzuständen mit den *Übergangsraten*  $\lambda$  und  $\mu$ . Die Wahrscheinlichkeiten  $p(j)$  der Systemzustände  $j$  sind darstellbar als Histogramm, wie in Bild 4.4, oder als Wahrscheinlichkeitsvektor in der Form:

$$p = \begin{pmatrix} p(j=0) \\ p(j=1) \\ \vdots \\ p(j=n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p(0) \\ p(1) \\ \vdots \\ p(n) \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Im Zustandsgraphen können Zustandsänderungen – ebenso wie im realen Wartesystem – nur dahingehend erfolgen, dass entweder *eine* Fördereinheit zusätzlich ins System eintritt ( $j \rightarrow j + 1$ ) oder *eine* Fördereinheit nach ihrer Bedienung das System verlässt ( $j \rightarrow j - 1$ ). Daraus entstehen die beiden Fragestellungen:

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit  $p_1^a(\Delta t)$  kann während einer jeweils konstanten, sehr kleinen Zeitdauer  $\Delta t$  *genau eine* Fördereinheit ins System eintreten?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit  $p_1^b(\Delta t)$  kann während einer jeweils konstanten, sehr kleinen Zeitdauer  $\Delta t$  die Bedienung *genau einer* Fördereinheit zum Ende gekommen sein, sodass sie das System wieder verlassen kann?

Zur Beantwortung dieser Fragen stellen wir zunächst den Ankunftsprozess und den Bedienprozess als POISSON-Prozesse dar.

Der POISSON-Prozess genügt allgemein folgenden Bedingungen:

- Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist zeitabhängig, d.h.

$$p_i = f(i, t) \quad \begin{array}{l} \text{mit } i = \text{Zahl der Ereignisse im Zeitintervall} \\ \text{und } t = \text{Länge des Zeitintervalls} \end{array}$$

- Die Ereignisse in disjunkten (sich nicht überschneidenden) Zeitintervallen sind unabhängig voneinander.
- Wenn für ein *bestimmtes* Zeitintervall, gemäß der diskreten Poissonverteilung (siehe Abschnitt 3.5.1)

$$p_i = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$$

gilt, so soll für ein *beliebiges* Zeitintervall  $t$  gelten:

$$p_i(t) = \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} \quad (4.6)$$

mit dem Parameter  $\lambda t$ .

Der *Ankunftsprozess* kann nun als POISSON-Prozess wie folgt beschrieben werden:

$$p_i^a(t) = \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} \quad (4.7)$$

Die Wahrscheinlichkeit für die Ankunft *einer* Fördereinheit ( $i = 1$ ) ist dann in allgemeiner Form:

$$p_1^a(t) = \lambda t e^{-\lambda t} \quad (4.8)$$

Bei der Betrachtung kleiner Zeitabschnitte wird hieraus:

$$p_1^a(\Delta t) = \lambda \Delta t e^{-\lambda \Delta t} \quad (4.9)$$

Ersetzt man in Gleichung (4.9) nun den Faktor mit der Exponentialfunktion zur Basis  $e$  durch deren TAYLORSche Reihenentwicklung, so wird daraus:

$$\begin{aligned} p_1^a(\Delta t) &= \lambda \Delta t \cdot \left[ 1 - \lambda \Delta t + \frac{(\lambda \Delta t)^2}{2!} - \frac{(\lambda \Delta t)^3}{3!} + \dots \right] \\ &= \lambda \Delta t - \lambda^2 \cdot \Delta t^2 + \frac{\lambda^3}{2!} \cdot \Delta t^3 - \frac{\lambda^4}{3!} \cdot \Delta t^4 + \dots \end{aligned} \quad (4.10)$$

Für kleine  $\Delta t$  wird der Wert des Ausdrucks von dem linearen Glied dominiert, und die Gleichung (4.9) darf approximiert werden durch:

$$p_1^a(\Delta t) \cong \lambda \Delta t \quad (4.11)$$



Damit ist die eingangs erwähnte Fragestellung (1.) beantwortet. Analog erhält man die Antwort auf (2.), d.h. die Wahrscheinlichkeit, dass während der Zeitdauer  $\Delta t$  genau eine Fördereinheit das System *verlässt*:

$$p_1^b(\Delta t) \cong \mu \Delta t \quad (4.12)$$

Mit den Gleichungen (4.11) und (4.12) ist nun zur Berechnung der Elemente des Wahrscheinlichkeitsvektors in (4.5) für alle Systemzustände  $j = 0, 1, 2, \dots$  die Voraussetzung gegeben.

Unter Zuhilfenahme von **Bild 4.6** findet man die Zustandswahrscheinlichkeit  $p(0)$  des *leeren* Systems aus:

- der Wahrscheinlichkeit, dass während des (kleinen) Zeitintervalls  $\Delta t$  – ausgehend vom Systemzustand  $j = 0$  – keine Fördereinheit ankommt
- der Wahrscheinlichkeit, dass während des (kleinen) Zeitintervalls  $\Delta t$  – ausgehend vom Systemzustand  $j = 1$  – keine Fördereinheit ankommt UND eine Fördereinheit abgefertigt wird

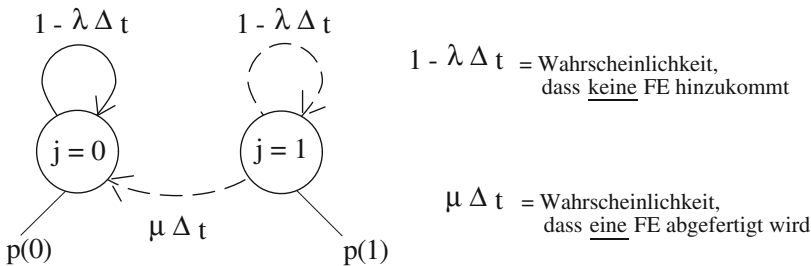
$$p(0) = p(0) \cdot (1 - \lambda \Delta t) + p(1) \cdot (1 - \lambda \Delta t) \cdot \mu \Delta t \quad (4.13)$$

Die Auflösung der Klammerausdrücke in Gleichung (4.13) führt zu:

$$p(0) = p(0) - p(0)\lambda\Delta t + p(1)\mu\Delta t - p(1)\lambda\mu\Delta t^2 \quad (4.14)$$

Für sehr kleine  $\Delta t$  werden die quadratischen Glieder von den linearen dominiert und können deshalb entfallen. Als Ergebnis bleibt:

$$p(1) = p(0) \frac{\lambda}{\mu} = p(0) \cdot \rho \quad (4.15)$$



**Abb. 4.6.** Berechnungshilfe zu Gleichung (4.13)

Für die Übergänge zwischen den Zuständen  $j = 0, 1, 2, \dots$  und  $j = 1, 2, 3, \dots$  bzw. allgemein  $(j-1), j, (j+1)$  (vgl. Bild 4.6) schreibt man die Gleichungen

analog (4.13). In jeder dieser Gleichungen manifestiert sich die MARKOV-Eigenschaft! Die Auflösung der einzelnen Gleichungen – analog zu (4.14) – führt als Fortsetzung von Gleichung (4.15) zu der Rekursionsformel:

$$\begin{aligned} p(2) &= p(0)\rho^2 \\ p(3) &= p(0)\rho^3 \\ &\vdots \\ p(j) &= p(0)\rho^j \end{aligned} \tag{4.16}$$

Da die Summe aller Vektorelemente  $p(j)$  aus (4.5) gleich Eins ist, ergibt sich die Gesamtsumme aus den Gleichungen (4.15) und (4.16) zu:

$$p(0) \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j = 1 \tag{4.17}$$

Setzt man für die geometrische Reihe  $\sum_0^{\infty} \rho^j$  nun deren Wert  $1/(1 - \rho)$  ein, so erhält man den einfachen, aber wichtigen Zusammenhang für die *Zustandswahrscheinlichkeit* des leeren Systems ( $j=0$ ):

$$p(0) = 1 - \rho \tag{4.18}$$

Wie der Vektor in (4.5) zeigt, trifft man das System in den Systemzuständen  $j$  mit ihrer Zustandswahrscheinlichkeit  $p(j)$  an<sup>5</sup>. Somit kann für den „eingeschwungenen“, stationären Warteprozess ein *Erwartungswert*  $E(j)$  aus den Gleichungen (4.15) und (4.16) analytisch bestimmt werden:

$$E(j) = \sum_{j=0}^{\infty} jp(j) = \sum_{j=0}^{\infty} jp(0)\rho^j \tag{4.19}$$

Mit der Summenformel der Reihe

$$\sum_{j=0}^{\infty} j\rho^j = \frac{\rho}{(1 - \rho)^2}$$

und mit Gleichung (4.18) ist schließlich:

$$E(j) = \frac{\rho}{1 - \rho} \equiv N_S \tag{4.20}$$

Der Erwartungswert  $E(j)$  wurde in den Bildern 4.2 und 4.4 bereits als die mittlere Anzahl  $N_S$  der im *Wartesystem* befindlichen Fördereinheiten eingeführt. Mit  $\rho = \lambda/\mu$  kann Gleichung (4.20) auch in der Form

<sup>5</sup> Die Zustandswahrscheinlichkeiten  $p(j)$  sind im engeren Sinne Grenzwahrscheinlichkeiten  $\lim_{t \rightarrow \infty} p(j, t)$ , die erst nach sehr langer Zeit erreicht werden. Es wird vorausgesetzt, dass dieser Prozess stets konvergiert (Ergodizität).

$$N_S = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (4.21)$$

geschrieben werden.

Damit ist die wichtigste Kenngröße des Wartesystem-Modells M|M|1 gefunden. Es wird jedoch deutlich, dass die verschiedenen Annahmen und Voraussetzungen zu ihrer Herleitung teilweise erhebliche Abstraktionen von den Gegebenheiten in realen Materialflusssystemen darstellen. Dennoch ist das Ergebnis für die Planungspraxis nützlich, weil es wegen seiner Einfachheit sehr schnelle und in der Tendenz richtige Abschätzungen zulässt.

Im Folgenden soll nun die mittlere Anzahl  $N_W$  der im *Warteraum* eines M|M|1-Wartesystem-Modells befindlichen Fördereinheiten ermittelt werden. Hierzu dient die folgende einfache Überlegung:

Wenn die Zustandswahrscheinlichkeit des leeren Wartesystems  $p(0)$  mit Gleichung (4.18) gegeben ist, so muss sich die Bedienstation mit der komplementären Wahrscheinlichkeit  $1 - p(0)$  im *Besetzt-Zustand* befinden, also mit:

$$1 - p(0) = \rho \quad (4.22)$$

Somit ist die Länge der Warteschlange im davorliegenden Warteraum unter Benutzung von Gleichung (4.21):

$$N_W = N_S - \rho = \frac{\rho}{1 - \rho} - \rho = \frac{\rho^2}{1 - \rho} \quad (4.23)$$

Für den speziellen Fall des M|M|1-Modells gilt ferner:

$$\frac{N_W}{N_S} = \rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (4.24)$$

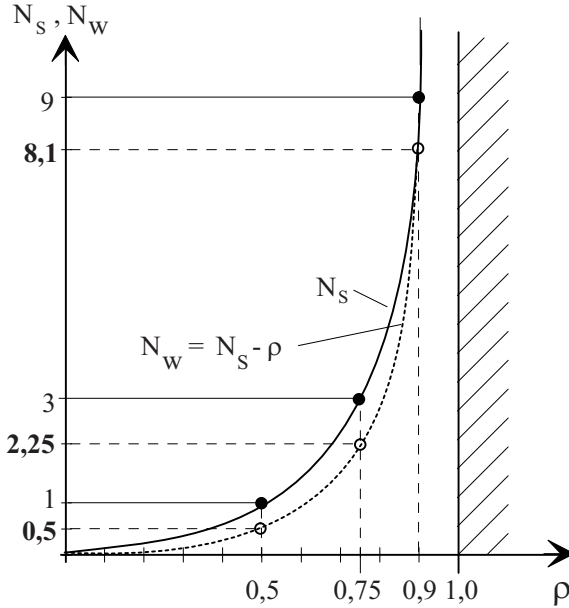
Die Gleichungen (4.21) und (4.23) sind in **Bild 4.7** grafisch dargestellt. Es zeigt deutlich, dass mit zunehmendem Auslastungsgrad  $\rho$  die Länge einer Warteschlange größer wird. Gleichzeitig erkennt man, dass die Gefahr einer Warteschlangenbildung mit geringer werdender Auslastung  $\rho$  abnimmt. Es darf jedoch nicht vergessen werden, dass  $N_S$  und  $N_W$  die Mittelwerte eines stationären Warteprozesses sind und dass sich mit Gewissheit zeitweise mehr Fördereinheiten im realen Wartesystem befinden werden.

Wir wenden uns nun erneut der am Ende des Abschnitts 3.5.1 im Beispiel zur Anwendung der Poissonverteilung gestellten Frage zu, ob im Nacharbeitsbereich ein Puffer als Warteraum eingerichtet werden soll. Dazu wird die Bedienrate mit dem dort gegebenen Grenzdurchsatz gleichgesetzt:

$$\mu = \gamma_2 = 4 \quad [1/h]$$

Die Ankunftsrate bleibt  $\lambda = \lambda_2 = 3 \quad [1/h]$ . Stellt man den Nacharbeitsbereich als M|M|1-Wartesystem dar mit dem Auslastungsgrad

$$\rho = \lambda/\mu = 3/4 = 0,75$$



**Abb. 4.7.**  $N_S$  und  $N_W$  im Wartesystem M|M|1 für den stationären, „eingeschwungenen“ Warteprozess

so liefert Gleichung (4.21) die durchschnittlich im System befindlichen Einheiten zu:

$$N_S = 0,75/0,25 = 3$$

und mit Gleichung (4.23) ist die durchschnittliche Länge der Warteschlange in einem zu planenden Warteraum (Puffer):

$$N_W = N_S - \rho = 3 - 0,75 = 2,25$$

Demnach ist zu empfehlen, einen Puffer mit drei Plätzen zwischen Prüf- und Nacharbeitsbereich vorzusehen (vgl. Bild 3.30).

Die mittlere *Verweilzeit*  $t_S$  der Fördereinheiten im Wartesystem kann aus  $N_S$  und  $\lambda$  bestimmt werden:

$$t_S = N_S \cdot E(t_a) = \frac{N_S}{\lambda} \quad (4.25)$$

Diese Gleichung wird in der Literatur gelegentlich „LITTLE’s Gesetz“ oder „Formel von LITTLE“ genannt, weil ihr mathematischer Beweis von JOHN LITTLE stammt (vgl. Little (1961)). Die Gleichung (4.25) gilt allgemein für *alle* Wartesystem-Modelle. Ihre Gültigkeit kann man auch ohne den mathematischen Beweis leicht einsehen, wenn im Gedankenexperiment der Erwartungswert der Zwischenankunftszeit fiktiv als streng determinierte Taktzeit  $E(t_a) = T_0$  aufgefasst wird und der stationäre Prozesszustand mit  $j = \text{konst.} = N_S$  ohne jegliche Streuung fixiert wird. Dann wird klar, dass jede Fördereinheit nach der Zeitdauer  $t_S = N_S \cdot T_0$  das gesamte System durchlaufen

hat. Dabei sind die Verteilungen im Ankunfts- und Bedienprozess unerheblich, und es spielt auch keine Rolle, wie viel parallele Bedienstationen das Wartesystem zwischen den Grenzen (a) und (b) enthält.

Die *Wartezeit*  $t_W$  im eigentlichen *Warteraum* lässt sich aus der Formel von Little mit nur wenigen Umformungen ableiten:

$$t_S = \frac{N_S}{\lambda} = \frac{N_W + \rho}{\lambda} = \frac{N_W}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = t_W + E(t_b) \quad (4.26)$$

$$t_W = t_S - E(t_b) \quad (4.27)$$

Für den speziellen Fall des M|M|1-Wartesystem-Modells können die Gleichungen (4.25) und (4.27) noch vereinfacht werden:

$$t_S = \frac{N_S}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad \text{und} \quad (4.28)$$

$$t_W = t_S - E(t_b) = \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu} = \frac{N_S}{\mu} = \frac{N_W}{\lambda} \quad (4.29)$$

### 4.3 Das D|D|1-Modell

Dieses Modell beschreibt ein Wartesystem mit *determinierten* Ankunfts- und Bedienprozessen. Zwischenankunftszeit  $t_a$  und Bedienzeit  $t_b$  sind also gleichbleibende *Taktzeiten*. Mit  $t_a = T_a$  und  $t_b = T_b$  unterscheidet man die beiden Fälle:

$$1. \quad T_a \geq T_b \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{T_b}{T_a} \leq 1$$

$$\text{mit: } N_S = \rho, \quad N_W = N_S - \rho = 0 \quad (4.30)$$

$$t_S = \frac{N_S}{\lambda} = \frac{\rho}{\lambda} = \frac{1}{\mu}; \quad t_W = 0 \quad (4.31)$$

d.h. es befindet sich jeweils nur *eine* Fördereinheit während ihrer Bedienung in der Bedienstation. Eine echte Warteschlange entsteht nicht, und es muss kein Warteraum eingerichtet werden.

$$2. \quad T_a < T_b \quad \Rightarrow \quad \rho > 1$$

Nun entsteht eine Warteschlange, deren Länge jedoch ad infinitum zunimmt; d.h. der Prozess ist instationär.

Mit dem D|D|1-Modell bildet man z.B. den klassischen getakteten Fließbandprozess ab (siehe **Bild 4.8**).

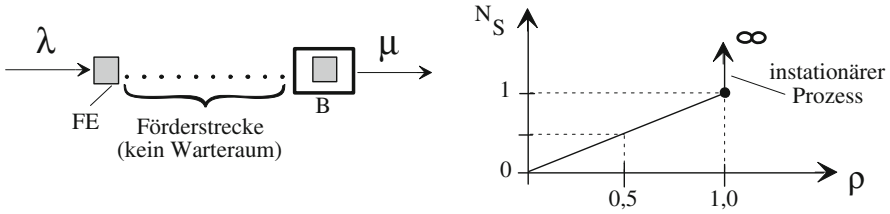


Abb. 4.8. Das D|D|1-Modell

#### 4.4 Das M|D|1-Modell

Häufig findet man in realen Materialflusssystemen die Situation, dass der Bedienprozess zwar als *Taktprozess* mit konstanter Bedienzeit  $t_b = T_b$  arbeiten kann, dass aber der Ankunftsprozess stochastisch ist – mit exponentialverteilten Zwischenankunftszeiten  $t_a$ . Hierfür findet das M|D|1-Modell Anwendung. Man trifft diese Situation z.B. an, wenn als Bedienstation eine Verzweigung (nach Abschnitt 2.2) betrachtet wird, die eine Sortieraufgabe erfüllt. Plant man vor der Verzweigung einen Puffer, so kann man mit folgenden Kenngrößen dieses Wartesystem-Modells rechnen:

$$N_S = \frac{\rho}{1 - \rho} \cdot \left(1 - \frac{\rho}{2}\right) \quad (4.32)$$

$$N_W = \frac{\rho^2}{2(1 - \rho)} \quad (4.33)$$

$$t_S = \frac{N_S}{\lambda} \quad (4.34)$$

$$t_W = \frac{N_W}{\lambda} = \frac{\rho}{2\mu(1 - \rho)} \quad (4.35)$$

#### 4.5 Das M|E<sub>k</sub>|1-Modell

Falls die Bedienzeit  $t_b$  nicht konstant bleibt – wie unter Abschnitt 4.4 angenommen – aber auch nicht die starken Streuungen der Exponentialverteilung aufweist, bietet sich die ERLANG-Verteilung (vgl. Abschnitt 3.5.5) an, um die reale Verteilung der Bedienzeit mathematisch abzubilden. Wie bereits unter Abschnitt 3.5.5 dargestellt, erklärt man sich den Bedienprozess nun als einen Vorgang, der aus mehreren Phasen besteht. Für jede Bedienung laufen  $k$  Phasen sequentiell und unabhängig voneinander ab, deren fiktive Bedienzeitanteile jeweils mit dem Parameter  $k\mu$  exponentialverteilt sind. Erst wenn alle  $k$  Phasen einer Bedienung durchlaufen sind, kann die nächste Fördereinheit aus dem Warteraum in die Bedienstation eintreten.

Die Kenngrößen für das Wartesystem M| $E_k$ |1 sind:

$$N_S = \frac{\rho}{1-\rho} \cdot \left(1 - \rho \frac{k-1}{2k}\right) \quad (4.36)$$

$$N_W = \frac{\lambda^2/(k\mu^2) + \rho^2}{2(1-\rho)} \quad (4.37)$$

$$t_S = \frac{N_S}{\lambda} = t_W + \frac{1}{\mu} \quad (4.38)$$

$$t_W = \frac{k+1}{2k} \cdot \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} \quad (4.39)$$

Wie unter 3.5.5 angegeben, geht für  $k = 1$  die ERLANG-Verteilung in die Exponentialverteilung über; ebenso geht für  $k = 1$  das M| $E_k$ |1-Modell in das M|M|1-Modell über, und es entsprechen sich die Gleichungen:

$$(4.36) \longleftrightarrow (4.21)$$

$$(4.37) \longleftrightarrow (4.23)$$

$$(4.38) \longleftrightarrow (4.25)$$

$$(4.39) \longleftrightarrow (4.29)$$

Für  $k \rightarrow \infty$  geht das M| $E_k$ |1-Modell in das M|D|1-Modell über, und es entsprechen sich folgende Gleichungen:

$$(4.36) \longleftrightarrow (4.32)$$

$$(4.37) \longleftrightarrow (4.33)$$

$$(4.38) \longleftrightarrow (4.34)$$

$$(4.39) \longleftrightarrow (4.35)$$

## 4.6 Das M|G|1-Modell

Die Annahme, dass die Zwischenankunftszeiten von Fördereinheiten exponentialverteilt sind, trifft auf viele Materialflussprozesse zu (vgl. Arnold und Rall (1998)). Bei der Verteilung von Bearbeitungszeiten kann diese Annahme jedoch häufig nicht getroffen werden. Das M|G|1-Modell stellt ein System dar, bei dem der Ankunftsprozess einem MARKOV-Prozess entspricht, die Zwischenankunftszeiten also exponentialverteilt sind, und die Bedienzeitverteilung durch eine generelle, nur durch Mittelwert und Varianz festgelegte Verteilung, angegeben werden kann. Charakteristisch für die Streuung einer Bedienzeitverteilung ist der Variationskoeffizient:

$$v_b = \frac{\sqrt{Var(t_b)}}{E(t_b)} \quad (4.40)$$

Der Variationskoeffizient bietet die Möglichkeit, die Streuung der Verteilung neutral zum Erwartungswert zu betrachten. Dadurch wird ein Vergleich mit bekannten Verteilungen möglich. So hat der Taktprozess einen Variationskoeffizienten von  $v_b = 0$  und die Exponentialverteilung von  $v_b = 1$ . Je größer die Streuung, desto größer der Variationskoeffizient.

Im Folgenden werden die Kenngrößen für das M|G|1-Modell hergeleitet. Eine ankommende Fördereinheit findet bei ihrer Ankunft  $n \geq 0$  wartende Fördereinheiten und eventuell eine in Bedienung vor. Die Wartezeit  $t_W$  bis zum Beginn der Bedienung ist abhängig von der Restbedienzeit  $t_r$  einer bereits in Bearbeitung befindlichen Fördereinheit und der Bedienzeiten  $t_{b,i}$  aller wartenden Fördereinheiten.

$$t_W = (1 - p(0)) \cdot t_r + \sum_{i=1}^n t_{b,i} \quad (4.41)$$

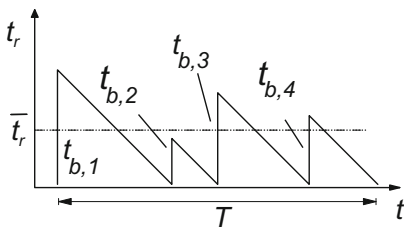
Mit der Wahrscheinlichkeit  $(1 - p(0))$  befindet sich eine Fördereinheit in Bedienung. Das heißt, mit der Wahrscheinlichkeit  $p(0)$  ist keine Restbedienzeit zu berücksichtigen. Durch die Anwendung von LITTLE's Gesetz und aus  $\rho = 1 - p(0)$  resultiert nach Übergang zu Mittelwerten:

$$t_W = \rho \cdot \bar{t}_r + \lambda \cdot t_W \cdot E(t_b) \quad (4.42)$$

Durch Auflösen nach  $t_W$  erhält man eine Beziehung für die mittlere Wartezeit:

$$t_W = \frac{\rho}{1 - \rho} \cdot \bar{t}_r \quad (4.43)$$

Zur weiteren Berechnung der mittleren Wartezeit benötigt man somit einen Ausdruck für die mittlere Restbedienzeit. Bei einer exponentialverteilten Bedienzeit wäre die Restbedienzeit leicht anzugeben, da die MARKOV-Eigenschaft immer eine erwartete Restbedienzeit von  $\bar{t}_r$  liefert. Bei einer generellen Bedienzeitverteilung muss jedoch der Verlauf der Restbedienzeit untersucht werden.



**Abb. 4.9.** Möglicher Verlauf der Restbedienzeit  $t_r$  ( $t_{b,i}$ : Bedienzeit der Fördereinheit  $i$ )

Die mittlere Restbedienzeit  $\bar{t}_r$  (vgl. **Bild 4.9**) entspricht dem Quotienten aus der Fläche unter der Kurve und dem Betrachtungszeitraum  $T$  für



die Bearbeitung von  $m$  Fördereinheiten. Brachzeiten müssen hier nicht berücksichtigt werden, da diese bereits zuvor in die Berechnung der mittleren Wartezeit mit eingegangen sind. Wir erhalten als erwartete Restbedienzeit:

$$\bar{t}_r = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^m t_{b,i}^2}{\sum_{i=1}^m t_{b,i}} = \frac{\sum_{i=1}^m t_{b,i}^2}{2 \cdot \sum_{i=1}^m t_{b,i}} \quad (4.44)$$

Durch eine Grenzbetrachtung mit Übergang zu Mittelwerten folgt:

$$\bar{t}_r = \frac{E(t_b^2)}{2 \cdot E(t_b)} \quad (4.45)$$

Für die Analyse der Restbedienzeit benötigt man demnach die ersten beiden Momente der Bedienzeitverteilung.

Der Variationskoeffizient kann durch Umformung der Varianz auch in Abhängigkeit des zweiten Moments der Verteilung angegeben werden:

$$v_b^2 = \frac{\text{Var}(t_b)}{E^2(t_b)} = \frac{E(t_b^2) - E^2(t_b)}{E^2(t_b)} = \frac{E(t_b^2)}{E^2(t_b)} - 1 \quad (4.46)$$

Setzt man diese Ergebnisse in die Formel für die mittlere Wartezeit ein, erhält man die als Formel von POLLAZEK-KHINTCHINE bekannte Beziehung:

$$t_W = \frac{\rho \cdot E(t_b)}{1 - \rho} \cdot \frac{1 + v_b^2}{2} \quad (4.47)$$

Durch die Anwendung von LITTLE's Gesetz können die weiteren Kenngrößen des Systems wie die mittlere Anzahl von Fördereinheiten berechnet werden:

$$N_W^{M|G|1} = \frac{\rho^2}{1 - \rho} \cdot \frac{1 + v_b^2}{2} \quad (4.48)$$

Anwendung findet das M|G|1-Modell beispielsweise bei der Analyse von Verzweigungselementen und Störungen sowie bei der Optimierung von Losgrößen.

Die Bedeutung des Variationskoeffizienten wird durch die folgende einprägsame Schreibweise deutlich:

$$N_W^{M|G|1} = N_W^{M|M|1} \cdot \frac{1 + v_b^2}{2} \quad (4.49)$$

Zum einen sieht man, dass die mittlere Anzahl Fördereinheiten im System linear zum quadrierten Variationskoeffizienten wächst. Zum anderen ist zu sehen, dass die maximale Reduktion der wartenden Kunden bei exponentialverteilten Zwischenankunftszeiten bei einer Taktabfertigung zu erzielen ist. Ein solches System bezeichnet man als M|D|1-System (vergl. 4.4).

Geht man von einem M|M|1-Modell aus, so kann man durch Reduktion der Bedienzeitvarianz die Anzahl wartender Kunden um den Faktor 2 verringern. Äquivalent dazu ist die Aussage, dass die mittlere Durchlaufzeit der Fördereinheiten ebenfalls halbiert werden kann, wenn es gelingt, den Variationskoeffizienten der Bedienzeitverteilung von Eins auf Null zu reduzieren.

## 4.7 Das G|G|1-Modell

Das G|G|1-Modell<sup>6</sup> berechnet näherungsweise die Kennwerte für den stationären Warteprozess, wenn von den Ankunfts- und Bedienprozessen  $A(t)$  und  $B(t)$  lediglich die statistischen *Parameter* ihrer zeitlichen Verteilung (Mittelwerte, Varianzen oder Variationskoeffizienten, vgl. Abschnitt 3.5) bekannt sind. Die theoretische Behandlung des Modells ist kompliziert, weil im Allgemeinen für die stochastischen Prozesse  $A(t)$  und  $B(t)$  die MARKOV-Eigenschaft nun nicht mehr angenommen werden kann. Ausführlichere Darstellungen findet der interessierte Leser z.B. in Kleinrock (1975).

Wegen der großen praktischen Bedeutung des G|G|1-Modells für Materialflussprozesse werden nachfolgend ohne Herleitung die Formeln zur Berechnung der wichtigsten Kenngrößen angegeben. Dazu wird auf das *Näherungsverfahren* von GUDEHUS zurückgegriffen. Als wesentliche Einflussgrößen der Warteschlangenbildung werden der *Auslastungsgrad*  $\rho$  sowie die *Variationskoeffizienten*  $v_a$  und  $v_b$  der Ankunfts- und Bedienprozesse verwendet:

$$v_a = \frac{\sqrt{\text{Var}(t_a)}}{E(t_a)} = \lambda \cdot \sigma(t_a) \quad (4.50)$$

$$v_b = \frac{\sqrt{\text{Var}(t_b)}}{E(t_b)} = \mu \cdot \sigma(t_b) \quad (4.51)$$

GUDEHUS betrachtet Verteilungen, deren Variationskoeffizienten zwischen 0 (DIRAC-Verteilung) und 1 (Exponentialverteilung) liegen. Er kombiniert Lösungen für M|G|1- und G|M|1-Systeme zu nachstehendem Ausdruck:

$$N_S \cong \frac{\rho}{1-\rho} (1 - f \cdot \rho) \quad (4.52)$$

mit dem *Variationskennwert*  $f$  :

$$f = 1 - \frac{v_a^2 + v_b^2}{2} \quad (4.53)$$

Setzt man nun für Ankunfts- und Bedienprozess exponentialverteilte Zeiten ein, so wird das G|G|1-Modell in ein M|M|1-Modell überführt, d.h. es gilt  $v_a = v_b = 1$  (siehe Abschnitt 3.5.4) und der Variationskennwert nach Gleichung (4.53) nimmt den Wert  $f = 0$  an. Damit geht die Gleichung (4.52), wie erwünscht, über in die Gleichung (4.21):  $N_S = \rho/(1-\rho)$ .

Mit der Annahme  $v_a = v_b = 0$  entsteht aus dem G|G|1- das D|D|1-Modell, und mit dem Variationskennwert  $f = 1$  erhält man aus Gleichung (4.52) zutreffend die Gleichung (4.30):  $N_S = \rho$ .

<sup>6</sup> Im engeren Sinn handelt es sich um GI|G|1-Wartesysteme, da unterstellt wird, dass die einzelnen Ankünfte in  $A(t)$  unabhängig (engl. Independent) voneinander sind. In der Literatur wird die Bezeichnung GI|G|1 jedoch nur selten verwendet, und es wird i.d.R. nicht explizit zwischen GI|G|1-Modellen und G|G|1-Modellen unterschieden.

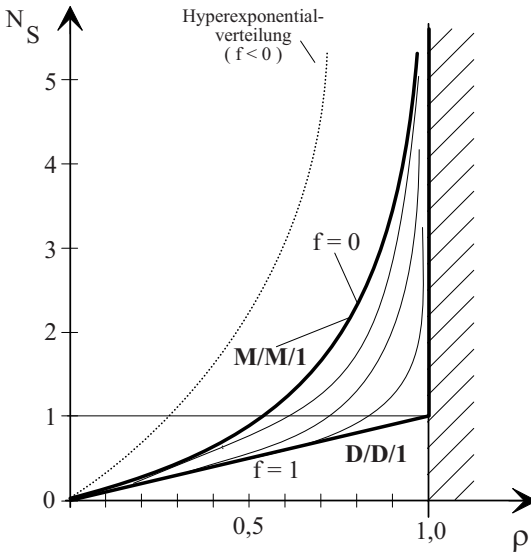
Für das  $M|E_k|1$ -Modell darf man  $v_a = 1$  und  $v_b > 0$  ansetzen und gleichzeitig  $v_b^2 = 1/k$  substituieren. Dann wird der Variationskennwert umgeformt zu:

$$f = 1 - \frac{1 + v_b^2}{2} = \frac{1 - 1/k}{2} = \frac{k - 1}{2k} \quad (4.54)$$

und aus Gleichung (4.52) entsteht die Gleichung (4.36) des  $M|E_k|1$ -Modells. Damit liefert das Näherungsverfahren nach GUDEHUS auch für das Modell  $E_k|M|1$  mit  $v_a > 0$  und  $v_b = 1$  den gleichen Variationskennwert  $f = (k - 1)/2k$  und die gleichen Kennwerte des Wartesystems, was zwar nicht theoretisch exakt, aber für die praktische Anwendung als Näherung brauchbar ist.

Analog kommt man mit  $v_a = 1$  und  $v_b = 0$  zum  $M|D|1$ -Modell mit  $f = 1/2$  und führt damit die Gleichung (4.52) in Gleichung (4.32) über. Auch hier liefert das Näherungsverfahren identische Kennwerte für die Modelle  $M|D|1$  und  $D|M|1$ .

In **Bild 4.10** sind die bisher für  $N_S$  gefundenen Formeln mit ihren Tendenzen grafisch dargestellt. Man erkennt daran, dass der Auslastungsgrad  $\rho$  der einflussreichste Parameter bleibt und dass die stochastischen Prozesse, deren Verteilungen große Streuungen besitzen, für die Länge der Warteschlange verantwortlich sind. Die genaue Kenntnis der Variationskoeffizienten  $v_a$  und  $v_b$  ist für den Materialflussplaner dann nicht besonders wichtig, wenn sichergestellt ist, dass für beide Werte  $v_a < 1$  und  $v_b < 1$  gilt. Dann kann mit dem  $M|M|1$ -Modell ein oberer Grenzwert abgeschätzt werden.



**Abb. 4.10.**  $N_S$  für verschiedene Wartesystem-Modelle mit Variationskennwerten  $0 \leq f \leq 1$

Wegen der Verdichtung der Kurven auf einen kleinen Bereich des Diagramms ist es sinnvoll, die Ordinate wie in Bild 4.12 logarithmisch zu teilen.

Die mittlere Verweilzeit  $t_S$  im Wartesystem ist auch für das G|G|1-Modell nach LITTLE's Gesetz, Gleichung (4.25):  $t_S = N_S/\lambda$ . Benutzt man für die Berechnung der mittleren *Wartezeit*  $t_W$  die Beziehung  $N_W = N_S - \rho$ , so ist mit Gleichung (4.52) näherungsweise:

$$t_W \cong \frac{N_S - \rho}{\lambda} = \frac{\rho \cdot (1 - f)}{\mu \cdot (1 - \rho)} \quad (4.55)$$

Es muss jedoch erwähnt werden, dass Berechnungsergebnisse, die mit Näherungsformeln für G|G|1-Systeme ermittelt werden, insbesondere im Bereich mittlerer Auslastung (ca.  $0,4 < \rho < 0,8$ ) häufig große relative Abweichungen zeigen; dies gilt auch für andere Näherungsformeln, z.B. Krämer und Langenbach-Belz (1977), Marchal (1976), Page (1972) etc.

Der Vergleich zwischen der Gleichung (4.55) für das G|G|1-System und den entsprechenden Gleichungen der anderen Modelle zeigt hier in der Tendenz stärkere Abweichungen, die für praktische Anwendungen bei Wartesystemen mit nur *einer* Bedienstation jedoch nicht weiter stören.

## 4.8 Das M|M|m-Modell

Mit der Struktur aus Bild 4.3 (ohne Rückführung) sind im Modell  $m > 1$  Bedienstationen enthalten, die *jeweils* die gleiche Bedienrate  $\mu$  besitzen, aber unabhängig voneinander arbeiten können. Sobald eine Bedienstation frei geworden ist, wird ihr die nächste Fördereinheit aus dem gemeinsamen Warteraum zugeführt. Die effektive Bedienrate des gesamten Wartesystems ist jetzt von seinem Zustand  $k$  abhängig. Befindet sich nur *eine* Fördereinheit im System ( $k = 1$ ), so ist seine Bedienrate  $\mu$ . Für Systemzustände  $k \geq m$  ist die Bedienrate  $m \cdot \mu$  und der Auslastungsgrad des Systems:

$$\rho = \frac{\lambda}{m \cdot \mu} \quad (4.56)$$

Im Zustandsgraphen Bild 4.5 ändern sich die Bedienraten in Abhängigkeit vom Systemzustand wie in **Bild 4.11** gezeigt.

Die Wahrscheinlichkeit, das System leer zu finden ( $k = 0$ ), ist nach Hillier und Liebermann (1996):

$$p(0) = \left[ \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} + \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m\rho)^k}{k!} \right]^{-1} \quad (4.57)$$

Die Wahrscheinlichkeiten der Systemzustände  $k > 0$  sind:

$$p(k) = p(0) \cdot \frac{(m\rho)^k}{k!} \quad \text{für } k \leq m \quad (4.58)$$

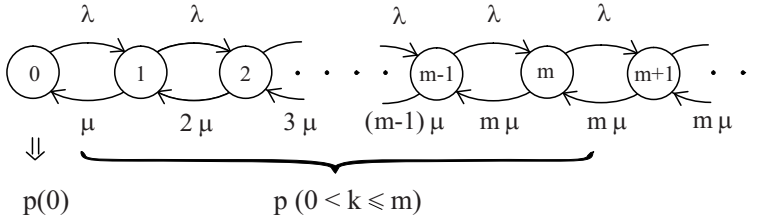


Abb. 4.11. Zustandsgraph für das M|M|m-Modell

und

$$p(k) = p(0) \cdot \frac{\rho^k \cdot m^m}{m!} \quad \text{für } k > m \quad (4.59)$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Fördereinheit nicht sofort bedient werden kann, ist

$$p(W) = p(k > m) = p(0) \cdot \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} \quad (4.60)$$

Mit Gleichung (4.60) kann jetzt die mittlere Länge der Warteschlange im Warteraum des stationären Prozesses berechnet werden zu:

$$N_W = \frac{\rho}{1-\rho} \cdot p(W) = \frac{\rho(m\rho)^m}{m!(1-\rho)^2} \cdot p(0) \quad (4.61)$$

und damit die Zahl der insgesamt im Wartesystem befindlichen Fördereinheiten:

$$N_S = N_W + \frac{\lambda}{\mu} = N_W + m \cdot \rho \quad (4.62)$$

Die Verweilzeit  $t_S$  ist wiederum nach LITTLE's Gesetz:

$$t_S = \frac{N_S}{\lambda} = \frac{N_W}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = t_W + \frac{1}{\mu} \quad \text{mit } t_W = \frac{N_W}{\lambda} \quad (4.63)$$

Zurückkommend auf das Beispiel des Nacharbeitsbereichs aus Abschnitt 3.5.1, welches bereits in Abschnitt 4.2 aufgegriffen wurde, lässt sich jetzt zeigen, dass durch Einrichten einer zweiten Bedienstation die Warteschlange erheblich reduziert werden kann; für  $m = 2$  ist

$$\rho = \frac{\lambda}{m \cdot \mu} = \frac{3}{2 \cdot 4} = 0,375$$

Nach Gleichung (4.57) ist

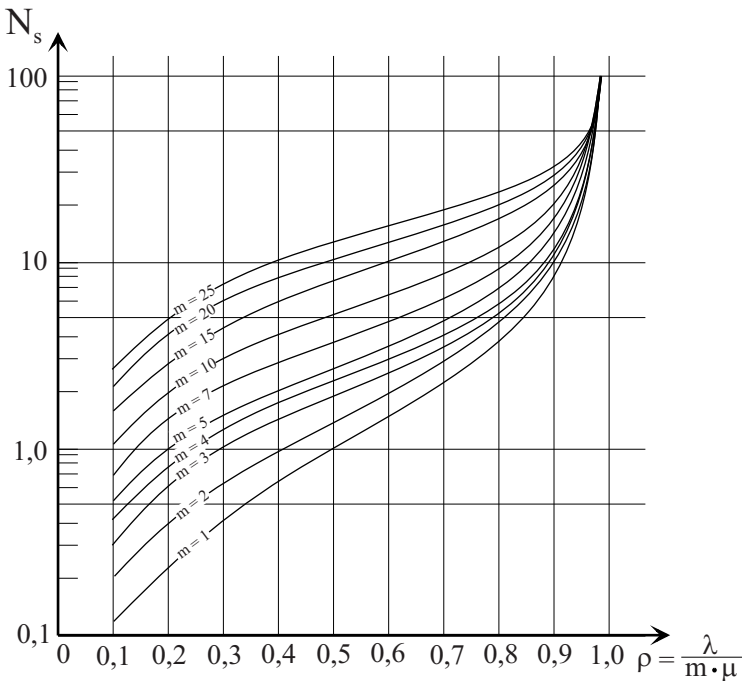
$$p(0) = 0,4545$$

und mit Gleichung (4.61) erhält man den mittleren Pufferinhalt

$$N_W = 0,1227$$

Zum Vergleich: Bei Zugrundelegung eines M|M|1-Modells ( $m = 1$ ) wurde in Abschnitt 4.2 dieser Wert zu  $N_W = 2,25$  bestimmt. Die Entscheidung, ob ein Puffer oder eine zweite Bedienstation vorzusehen ist, kann jetzt unter Kostengesichtspunkten geprüft werden.

In **Bild 4.12** sind abschließend die entsprechenden Kennlinien von  $N_S$  für M|M|m-Systeme in Abhängigkeit des Auslastungsgrades  $\rho = \lambda / (m \cdot \mu)$  dargestellt.



**Abb. 4.12.**  $N_S$  für das M|M|m-Modell nach Hillier und Liebermann (1996)

## 4.9 Geschlossene Systeme am Beispiel des M|M|1|K-Systems

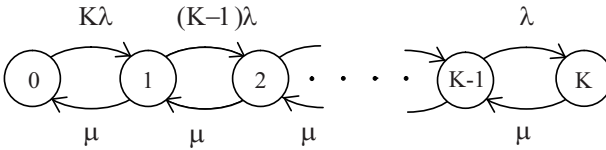
In den vorangehenden Abschnitten wurde stets vorausgesetzt, dass die Zahl der Fördereinheiten, die die Quelle erzeugen kann, unendlich groß ist. Da

gleichzeitig für den Ankunftsprozess meist die MARKOV-Eigenschaft unterstellt wurde, bestanden keine Abhängigkeiten zwischen der Zahl bereits im System befindlicher Fördereinheiten und dem Ankunftsprozess.

Betrachtet man beispielsweise die Ladestation eines fahrerlosen Transportsystems (FTS), bei der die Fahrzeuge nach Erreichen eines minimalen Batterie-Ladezustandes aufgeladen werden müssen, als Wartesystem, so lässt sich diese Ladestation zusammen mit den  $K$  Fahrzeugen als geschlossenes Wartesystem modellieren. Treffen mehrere Fahrzeuge kurz hintereinander an der Ladestation ein, so warten Diese nach der FCFS-Regel.

Es ist offensichtlich, dass die Ankunftsrate der Fahrzeuge an dieser Ladestation davon abhängt, wieviele von ihnen sich bereits in der Warteschlange vor der Ladestation befinden. Warten im Extremfall bereits alle, so sinkt die Ankunftsrate auf Null. Das System ist also in einem starken Maße selbstregulierend.

Geht man davon aus, dass die Zeit, die die Fördereinheiten (in diesem Fall die Fahrzeuge) außerhalb des Wartesystems verbringen, exponentialverteilt mit Mittelwert  $1/\lambda$  ist, und die Zeit, die sie in der Bedienstation zum Aufladen benötigen, mit einem Mittelwert  $1/\mu < 1/\lambda$  ebenfalls exponentialverteilt ist, so kann das System als  $M|M|1|K|xxxx$ -Wartesystem<sup>7</sup> modelliert werden. Der Zustandsgraph dieses Systems ist in **Bild 4.13** dargestellt.



**Abb. 4.13.** Zustandsgraph eines geschlossenen  $M|M|1|K$ -Wartesystems

Wegen der Abhängigkeit der Ankunftsrate vom aktuellen Systemzustand wird eine vom gegenwärtigen Systemzustand  $j$  abhängige Ankunftsrate  $\lambda(j)$  mit

$$\lambda(j) = \begin{cases} (K-j)\lambda & \text{für } 0 \leq j < K \\ 0 & \text{für } j \geq K \end{cases} \quad (4.64)$$

eingeführt. Durch Lösung der Gleichgewichtsgleichungen (analog zu (4.13)) können die Zustandswahrscheinlichkeiten zu

$$p(0) = \frac{1}{\sum_{j=0}^K \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \frac{K!}{(K-j)!}} \quad (4.65)$$

$$p(j) = \begin{cases} p(0) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j \frac{K!}{(K-j)!} & \text{für } 0 \leq j \leq K \\ 0 & \text{für } j > K \end{cases} \quad (4.66)$$

<sup>7</sup> Die in Abschnitt 4.1 eingeführte KENDALL'sche Notation wird nun um den Parameter  $K$  erweitert. Falls nicht explizit angegeben, wird eine FCFS-Abfertigungsstrategie unterstellt.

bestimmt werden (vgl. Kleinrock (1975)). Die mittlere Zahl der insgesamt im Wartesystem befindlichen Fördereinheiten  $N_S$  und die Zahl in der Warteschlange befindlicher Fördereinheiten kann durch Summation der gewichteten Zustandswahrscheinlichkeiten berechnet werden. Es ergibt sich deshalb:

$$N_S = \sum_{j=1}^K \frac{K!}{(K-j)!} j \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^j p(0) \quad (4.67)$$

$$N_W = \sum_{j=2}^K \frac{K!}{(K-j)!} j \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^j p(0) \quad (4.68)$$

Bei der Anwendung von LITTLE's Gesetz muss beachtet werden, dass die mittlere Ankunftsrate  $\bar{\lambda}$  für ein geschlossenes System nicht  $\lambda$  beträgt, sondern aus

$$\bar{\lambda} = \sum_{j=0}^{K-1} \lambda (K-j) p(j) \quad (4.69)$$

zu ermitteln ist (vgl. King (1990)).

## 4.10 Vernetzte Wartesysteme

Wie in Kapitel 1 beschrieben wurde, erfordert die Lösung von Materialflussaufgaben häufig die Kombination von Einzelementen zu Materialflusssystemen. Soll ein solches System mithilfe von Wartesystemen abgebildet werden, so müssen die in den vorangehenden Abschnitten vorgestellten Modelle für einzelne Wartesysteme zu Netzwerken verknüpft werden. Die Beschreibung von Wartesystem-Netzwerken baut auf den Matrizen auf, die in Abschnitt 3.4 eingeführt wurden. Die Flüsse  $\lambda_{ij}$  zwischen den Knoten werden durch die Indizes  $i$  und  $j$  gekennzeichnet, die die Quellen und Senken des Materialflusses angeben. Die dargestellte Transportmatrix beschreibt die absolute Stärke der Materialflüsse zwischen den Einzelementen des Netzwerkes. Alternativ zu dieser Form der Darstellung interessiert häufig die relative Stärke des Materialflusses, um daraus auf die Wahrscheinlichkeit des Überganges zwischen verschiedenen Elementen des Netzwerkes schließen zu können. Dazu lässt sich aus den Flussstärken eine Matrix von Übergangswahrscheinlichkeiten  $Q$  ableiten.

Die einzelnen Elemente  $q_{ij}$  der Matrix beschreiben die Wahrscheinlichkeit, dass eine Fördereinheit, die das Wartesystem  $i$  verlässt, anschließend zum Wartesystem  $j$  übergeht. Analog werden mit  $\lambda_{ij}$  die Flüsse zwischen einzelnen Wartesystemen angegeben. Die Übergangswahrscheinlichkeiten können aus der Transportmatrix  $T$  wie folgt abgeleitet werden:

$$q_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\sum_{j=1}^M \lambda_{ij}} \quad (4.70)$$



Man unterscheidet offene, geschlossene und gemischte Netzwerke von Wartesystemen. In einem *geschlossenen Netzwerk* befindet sich eine feste Zahl  $K$  von umlaufenden Fördereinheiten, die das Netzwerk nicht verlassen. Mit Hilfe eines geschlossenen Warteschlangenmodells kann beispielsweise der Umlauf von Fahrzeugen eines fahrerlosen Transportsystems abgebildet werden.

Da die Fahrzeuge des Systems das Netzwerk nie verlassen, muss für die Zeilensumme der Übergangswahrscheinlichkeiten in einem geschlossenen Netzwerk gelten:

$$\sum_{j=1}^M q_{ij} = 1 \quad \text{für } i = 1(1)M \quad (4.71)$$

In einem *offenen Netzwerk* treffen dagegen Aufträge von außerhalb des Netzwerkes ein und verlassen es nach dem Durchlauf eines oder mehrerer Wartesysteme wieder. Die Gleichung (4.71) wird deshalb durch die Ungleichung

$$\sum_{j=1}^M q_{ij} \leq 1 \quad \text{für } i = 1(1)M \quad (4.72)$$

ersetzt. Stellt man die Systemumgebung des Netzwerkes als Wartesystem mit dem Index 0 dar, so kann Gleichung (4.72) als

$$\sum_{j=0}^M q_{ij} = 1 \quad \text{für } i = 0(1)M \quad (4.73)$$

geschrieben werden.

Mithilfe eines offenen Wartesystemnetzwerkes kann beispielsweise der Durchlauf von Aufträgen eines fahrerlosen Transportsystems (FTS) abgebildet werden.

Für jedes Wartesystem des Netzwerkes gilt, dass der Fluss von Fördereinheiten in den Knoten hinein genau so groß wie der Fluss aus dem Knoten hinaus sein muss.

$$\sum_{i=0}^M \lambda_{ij} = \sum_{k=0}^M \lambda_{jk} \quad \text{für } j = 1(1)M \quad (4.74)$$

Die Summe der Flüsse, in einen Knoten  $j$  hinein, soll mit

$$\lambda_j = \sum_{i=0}^M \lambda_{ij} \quad (4.75)$$

bezeichnet werden. In Verbindung mit der Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten  $Q$  lässt sich Gleichung (4.74) als

$$\sum_{i=0}^M \lambda_i q_{ij} = \sum_{k=0}^M \lambda_j q_{jk} \quad \text{für } j = 1(1)M \quad (4.76)$$

darstellen. Diese Gleichungen bezeichnet man als *Flussgleichungen*.

Für offene Netzwerke kann die Ankunftsrate an allen Knoten durch Lösung der Flussgleichungen ermittelt werden. Voraussetzung ist, dass die Eingangsströme für alle diejenigen Wartesysteme bekannt sind, an denen Fördereinheiten von außerhalb des Netzwerkes eintreffen. In geschlossenen Netzwerken hingegen lassen sich nur relative Flüsse, sogenannte *Besuchshäufigkeiten*, bestimmen, da der tatsächliche Durchsatz von der Zahl  $K$  der umlaufenden Fördereinheiten abhängt.

#### 4.10.1 Berechnung von Kennwerten für offene Netzwerke mit Exponentialverteilungen

Die Ankunftsrate der von außerhalb der Systemgrenzen am Wartesystem  $j$  eintreffenden Aufträge wird mit  $\lambda_{0j}$  bezeichnet; alle externen Ankünfte werden zum Vektor  $\lambda_0$  zusammengefasst. Damit können die Flussgleichungen übersichtlicher in Matrix-Schreibweise ausgedrückt werden.

$$(Q^T - E) \lambda = -\lambda_0 \quad (4.77)$$

$$\Leftrightarrow (Q^T - E)^{-1}(-\lambda_0) = \lambda \quad (4.78)$$

Mithilfe dieses Ergebnisses können nun die Stabilitätsbedingungen

$$\frac{\lambda_i}{\mu_i} < 1 \quad \text{für } i = 1(1)M \quad (4.79)$$

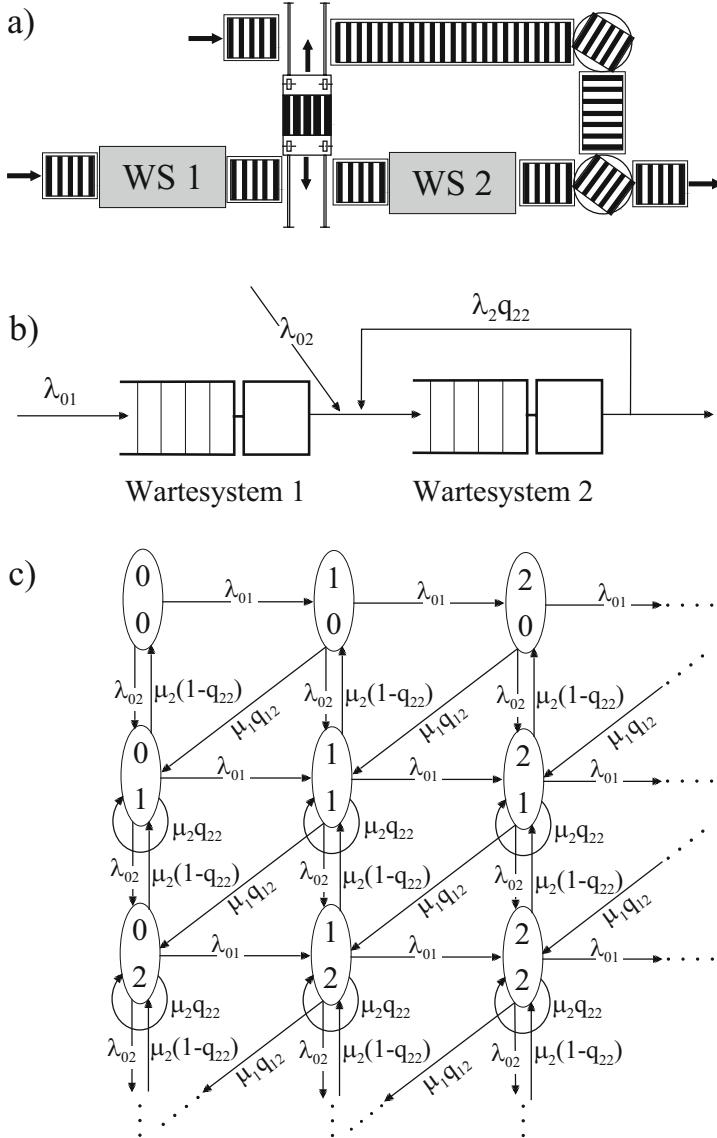
überprüft werden, da eine Fortführung der Berechnung nur sinnvoll ist, wenn diese notwendige Bedingung erfüllt ist.

Wie bereits bei der Analyse der einfachen Wartesysteme, lässt sich auch für Netzwerke ein Graph der Zustandsübergänge erstellen. In **Bild 4.14** ist ein offenes Netzwerk mit dem zugehörigen Zustandsraum abgebildet.

Der Zustandsraum ist unendlich groß und erstreckt sich über alle Tupel, die aus natürlichen Zahlen gebildet werden können. Jeder Zustand des Netzwerkes lässt sich als Vektor  $k$  mit  $M$  Dimensionen darstellen. Die jeweils in einem Wartesystem  $i$  befindliche Zahl von Fördereinheiten bildet die Komponente  $k_i$  des Vektors.

$$k = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ k_{M-1} \\ k_M \end{pmatrix} \quad (4.80)$$

Beindet sich das Wartesystem im Gleichgewicht, so muss die Wahrscheinlichkeit einen Zustand zu verlassen genauso groß sein, wie die Wahrscheinlichkeit in diesen Zustand einzutreten. Diese als *globale Gleichgewichtsglei-*



**Abb. 4.14.** Beispiel (a), Modell (b) und zugehöriger Zustandsraum (c) für ein offenes Wartesystemnetzwerk

chungen bekannten Ausdrücke lassen sich aufstellen, sobald die Flussgleichungen (4.78) gelöst sind. Für den Zustand  $(1, 1)^T$  lautet sie beispielsweise:<sup>8</sup>

$$\begin{aligned} & p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} (\lambda_{01} + \lambda_{02} + \mu_1 q_{12} + \mu_2 (1 - q_{22})) \\ &= p \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \lambda_{01} + p \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \lambda_{02} + p \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \mu_1 q_{12} + p \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \mu_2 (1 - q_{22}) \end{aligned} \quad (4.81)$$

Die globalen Gleichgewichtsgleichungen können zu *lokalen* Gleichgewichtsgleichungen umgeformt werden, die den Wahrscheinlichkeitsfluss bezogen auf ein einzelnes Wartesystem darstellen. Sie ergeben sich für das Wartesystem 2 durch Gleichsetzen der durch einen Abgang in 2 hervorgerufenen Abgangsrate mit der durch einen Zugang in 2 hervorgerufenen Zugangsrate. Für den Zustand  $(1, 1)^T$  und das Wartesystem 2 lautet die lokale Gleichgewichtsgleichung:

$$p \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mu_2 (1 - q_{22}) = p \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \lambda_{02} + p \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \mu_1 q_{12} \quad (4.82)$$

Lösungen der globalen Gleichgewichtsgleichungen existieren immer und sind gleichzeitig auch Lösungen der lokalen Gleichgewichtsgleichungen (siehe z.B. die Werke von Sauer und Chandy (1981) und Gelenbe und Pujolle (1987)). Ihre Bedeutung liegt in der Tatsache, dass es für alle Netzwerke, für die Lösungen der lokalen Gleichgewichtsgleichungen existieren, sogenannte *Produktformlösungen* gibt. Die Produktformlösung beschreibt die Zustandswahrscheinlichkeit des Netzwerkes als Produkt der Zustandswahrscheinlichkeiten der einzelnen Wartesysteme.

$$p(k) = p(k_1) p(k_2) \dots p(k_M) = \prod_{i=1}^M p(k_i) \quad (4.83)$$

In seinen Arbeiten aus den Jahren 1957 und 1963 hat Jackson die Existenz von Produktformlösungen für Netzwerke gezeigt, die nachfolgend aufgeführte Bedingungen erfüllen:

- Es gibt nur eine Klasse von Fördereinheiten.
- Alle Bedienzeiten sind exponentialverteilt.
- Die Warteschlangen werden nach FCFS abgearbeitet.
- Die Bedienrate an einer Bedienstation kann von der Zahl der dort befindlichen Aufträge abhängen.

Die Zustandswahrscheinlichkeiten  $p(k_i)$  der einzelnen Wartesysteme werden nach den in Kapitel 4 vorgestellten Formeln (4.15) und (4.58) für  $M|M|1$

<sup>8</sup> Die Darstellung  $(1, 1)^T$  des transponierten Vektors ist gleichbedeutend mit  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

bzw.  $M|M|m$ -Wartesysteme berechnet. Kennwerte für jedes einzelne Wartesystem können aus diesem Grund unabhängig voneinander bestimmt werden, wobei ebenfalls die Formeln aus Abschnitt (4.2) und (4.8) Anwendung finden können. Der mittlere Gesamtbestand an Fördereinheiten in dem Netzwerk ergibt sich als Summe der einzelnen Bestände.

$$N_S^{Netzwerk} = \sum_{i=1}^M N_{S,i} \quad (4.84)$$

Es soll noch angemerkt werden, dass der Ausgangspunkt aller Berechnungen für offene Wartesystemnetzwerke die externen Ankunftsrate  $\lambda_0$  sind. Falls ein stabiles System vorliegt bestimmen die externen Ankunftsrate die Stärke aller Ströme  $\lambda_{ij}$  und alle davon abhängigen Größen, insbesondere auch  $N_S^{Netzwerk}$ , also die Summe aller Umlaufbestände.

#### 4.10.2 Berechnung von Kennwerten für geschlossene Netzwerke mit exponentialverteilten Bedienzeiten

In einem geschlossenen Wartesystemnetzwerk werden die Durchsätze  $\lambda_{ij}$  nicht durch die externen Ankünfte, sondern durch die Zahl  $K$  der im Netzwerk befindlichen Fördereinheiten bestimmt. Die Lösung der Flussgleichungen ist nicht eindeutig möglich, es können nur Besuchshäufigkeiten  $e_i$  aus

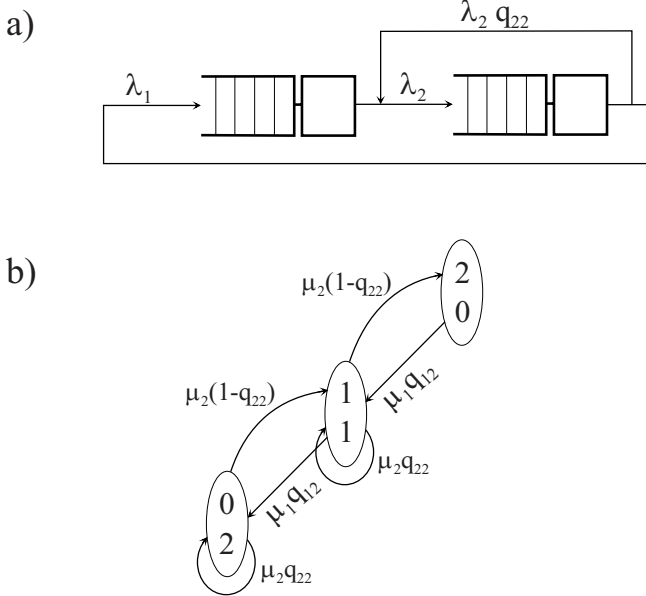
$$e_i = \sum_{j=1}^M e_j q_{ji} \quad \text{für } i = 1(1)M \quad (4.85)$$

berechnet werden. Da der Ausdruck (4.85) nur  $(M - 1)$  unabhängige Gleichungen enthält, kann eine beliebige Normierungsbedingung eingeführt werden. Setzt man beispielsweise  $\sum_{i=1}^M e_i = 1$ , so geben die  $e_i$  den Anteil des Gesamtdurchsatzes an, der durch das Wartesystem  $i$  fließt.

Für geschlossene Netzwerke von Wartesystemen, die ansonsten den im vorangehenden Abschnitt angeführten Bedingungen genügen, existiert ebenfalls eine Produktformlösung. Der Zustandsraum eines geschlossenen Wartesystemnetzwerkes ist allerdings endlich (siehe **Bild 4.15**).

Wie auch bei den  $M|M|1$ -Wartesystemen mit endlicher Zahl von Fördereinheiten beeinflusst der aktuelle Zustand des Netzes die Wahrscheinlichkeit eines Zustandsüberganges. Befindet sich das Netzwerk in Bild 4.15 z.B. im Zustand  $(2,0)^T$ , so sind keine Ankünfte bei Wartesystem 1 mehr möglich. Gordon und Newell (1967) zeigten jedoch in Erweiterung der Ergebnisse von Jackson (1963), dass eine modifizierte Produktformlösung nachstehender Form möglich ist.

$$p(k) = \frac{1}{G(K)} \prod_{i=1}^M F_i(k_i) \quad (4.86)$$



**Abb. 4.15.** Geschlossenes Wartesystemnetzwerk (a) mit zugehörigem Zustandsraum (b) für zwei Aufträge im geschlossenen System

Die Funktion  $F_i(k_i)$  besteht für  $M|M|m$ -Wartesysteme aus einem Term der Form:

$$\left(\frac{e_i}{\mu_i}\right)^{k_i} \cdot \frac{1}{\beta_i(k_i)} \quad (4.87)$$

Der Teil  $\left(\frac{e_i}{\mu_i}\right)^{k_i}$  entspricht dem Term  $\rho^i$  aus dem Ansatz für  $M|M|m$ -Wartesysteme. Die  $\beta_i(k_i)$  sind nach folgender Fallunterscheidung zu bestimmen:

$$\beta_i(k_i) = \begin{cases} k_i! & \text{für } k_i \leq m_i \\ m_i! m_i^{k_i - m_i} & \text{für } k_i \geq m_i \\ 1 & \text{für } m_i = 1 \end{cases} \quad (4.88)$$

$G(K)$  ist die sogenannte *Normalisierungskonstante*; sie ist so zu bestimmen, dass die Summe über alle Zustandswahrscheinlichkeiten  $p(k)$  den Wert Eins ergibt.

Prinzipiell ist es möglich  $G(K)$  zu berechnen, indem zuerst alle möglichen Zustände enumeriert und die zugehörigen Werte von  $\prod_{i=1}^M F_i(k_i)$  berechnet werden. Die Summe dieser Werte entspricht genau dem Wert von  $G(K)$ .

Der Zustandsraum geschlossener Wartesystemnetzwerke kann jedoch sehr groß werden, denn er entspricht der Zahl der möglichen Kombinationen, in denen  $K$  Fördereinheiten auf  $M$  Wartesysteme verteilt werden können. Sie

wird durch den Binomialkoeffizienten

$$\binom{M+K-1}{M-1} \quad (4.89)$$

ausgedrückt.

Deshalb ist die vorstehend beschriebene Vorgehensweise im Allgemeinen nicht einsetzbar. Auf den Produktformlösungen aufbauend sind einige effektivere Berechnungsverfahren entwickelt worden, die sich besonders um die schnelle Berechnung der normalisierenden Konstanten bemühen, so z.B. das Faltungsverfahren von Buzen (1973) oder LBANC (Local Balance Algorithm for Normalizing Constants) von Sauer und Chandy (1981). Die Mittelwertanalyse hingegen, entwickelt von Reiser und Lavenberg (1980), ist ein Berechnungsverfahren, das anschauliche und interpretierbare Zwischenergebnisse erzeugt. Aus diesem Grund wird es im nachfolgenden Abschnitt für Wartesysteme mit jeweils einer Bedienstation ausführlicher dargestellt.

### 4.10.3 Die Mittelwertanalyse

Wie bereits erwähnt, hängen die Kennwerte für die einzelnen Wartesysteme eines geschlossenen Wartesystemnetzwerkes von der Anzahl insgesamt umlaufender Fördereinheiten ab. Aus diesem Grund werden für die nachfolgenden Ausführungen alle Größen um die Zahl der Fördereinheiten  $K$  erweitert, die dem Wert zugrunde liegen, z.B. stellt  $t_{S,i}(K)$  die Verweilzeit am Wartesystem  $i$  dar, falls sich insgesamt  $K$  Fördereinheiten im Netzwerk befinden.

Die Mittelwertanalyse geht von LITTLE's Gesetz (siehe Gleichung (4.25)) und dem sogenannten *Gesetz über die Verteilung beim Ankunftszeitpunkt* aus. Dieses Theorem besagt, dass in einem geschlossenen Wartesystemnetzwerk eine Fördereinheit, die gerade an einem Wartesystem eintrifft, dort eine mittlere Warteschlangenlänge vorfindet, die dem Gleichgewichtszustand des gleichen Netzes entspricht, in dem eine Fördereinheit weniger (also  $K-1$ ) umlaufen. Die mittlere Verweilzeit einer Fördereinheit an einem Wartesystem lässt sich deshalb wie folgt ausdrücken:

$$t_{S,i}(K) = \frac{1}{\mu_i} \cdot (1 + N_{S,i}(K-1)) \quad (4.90)$$

Mit diesen Grundlagen können durch einfache Iteration Kennwerte für alle Wartesysteme des Netzwerkes berechnet werden.

Befindet sich nur eine Fördereinheit im Netzwerk ( $K=1$ ), so entspricht die mittlere Verweilzeit an einem Wartesystem nur der mittleren Bedienzeit an diesem Wartesystem, denn die Fördereinheit ist niemals zum Warten gezwungen.

$$t_{S,i}(1) = \frac{1}{\mu_i} \quad (4.91)$$

Die mittlere Verweilzeit über alle Wartesysteme lässt sich durch Gewichtung der Verweilzeiten  $t_{S,i}$  mit den Besuchshäufigkeiten  $e_i$  (siehe Gleichung (4.85))

bestimmen. Der gesamte Fluss im Netzwerk  $\lambda(1)$  kann nun durch

$$\lambda(1) = \frac{1}{\sum_{i=1}^M e_i t_{S,i}(1)} \quad (4.92)$$

ausgedrückt werden. Da die Besuchshäufigkeiten dank der bereits vorgenommenen Normierung den Anteil des Gesamtflusses angeben, der durch das jeweilige Wartesystem fließt, sind die  $\lambda_i(1)$  mit

$$\lambda_i(1) = e_i \cdot \lambda(1) \quad (4.93)$$

berechenbar. Mithilfe von LITTLE's Gesetz kann jetzt die mittlere Zahl von Fördereinheiten  $N_{S,i}(1)$  für jedes Wartesystem bestimmt werden:

$$N_{S,i}(1) = \lambda_i(1) \cdot t_{S,i}(1) \quad (4.94)$$

Hiermit ist die Grundlage für die nächste Iterationsstufe ( $K = 2$ ) gelegt. Die mittlere Verweilzeit einer Fördereinheit, die an einem Wartesystem  $i$  entsteht, wenn sich zwei Fördereinheiten im Netzwerk befinden, entspricht der Abfertigungszeit für die Zahl der beim Eintreffen im Mittel angetroffenen Fördereinheiten sowie der eigenen Abfertigungszeit. Die im Mittel vorgefundene Zahl von Fördereinheiten wird mit Gleichung (4.90) bestimmt. Der Rechenvorgang lautet nun:

$$t_{S,i}(2) = \frac{1}{\mu_i} (1 + N_{S,i}(1)) \quad (4.95)$$

↓

$$\lambda(2) = \frac{2}{\sum_{i=1}^M e_i t_{S,i}(2)} \quad (4.96)$$

↓

$$\lambda_i(2) = e_i \lambda(2) \quad (4.97)$$

↓

$$N_{S,i}(2) = \lambda_i(2) \cdot t_{S,i}(2) \quad (4.98)$$

Die Iteration wird fortgesetzt, bis  $K$  erreicht ist; im letzten Schritt lauten die Ausdrücke:

$$t_{S,i}(K) = \frac{1}{\mu_i} (1 + N_{S,i}(K - 1)) \quad (4.99)$$

↓

$$\lambda(K) = \frac{K}{\sum_{i=1}^M e_i t_{S,i}(K)} \quad (4.100)$$

↓

$$\lambda_i(K) = e_i \lambda(K) \quad (4.101)$$

↓

$$N_{S,i}(K) = \lambda_i(K) \cdot t_{S,i}(K) \quad (4.102)$$



Bei der Durchführung der Berechnung geben die Zwischenergebnisse darüber Auskunft, wie groß der Zugewinn an Systemdurchsatz im Vergleich zur Zunahme der umlaufenden Fördereinheiten ist. Beispielhaft soll das in **Bild 4.16** gezeigte Netzwerk, das aus drei Wartesystemen besteht, analysiert werden. Die Wartesysteme haben die Bedienraten  $\mu_1, \mu_2$  und  $\mu_3$ . Die von Wartesystem 3 kommenden Fördereinheiten werden gleichmäßig ( $q_{31} = q_{32} = 0,5$ ) auf die Wartesysteme 1 und 2 aufgeteilt. Nach dem Passieren dieses Systems wird der Strom der Fördereinheiten wieder zusammengeführt. Die Besuchshäufigkeiten werden mithilfe der Normierungsbedingung (4.85) zu  $e_1 = e_2 = 0,25$  und  $e_3 = 0,5$  berechnet.

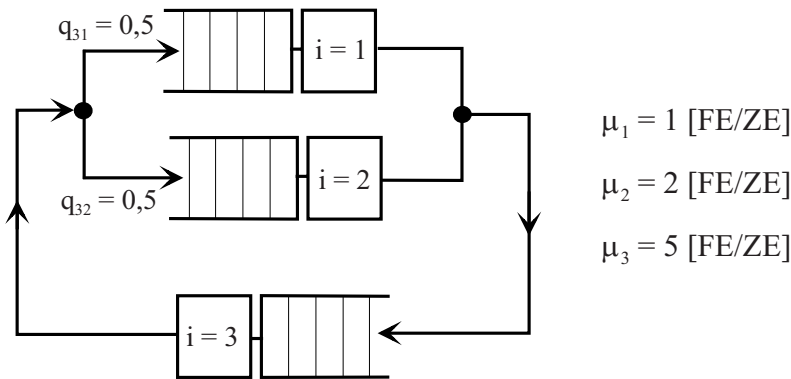


Abb. 4.16. Beispiel eines geschlossenen Wartesystemnetzwerkes

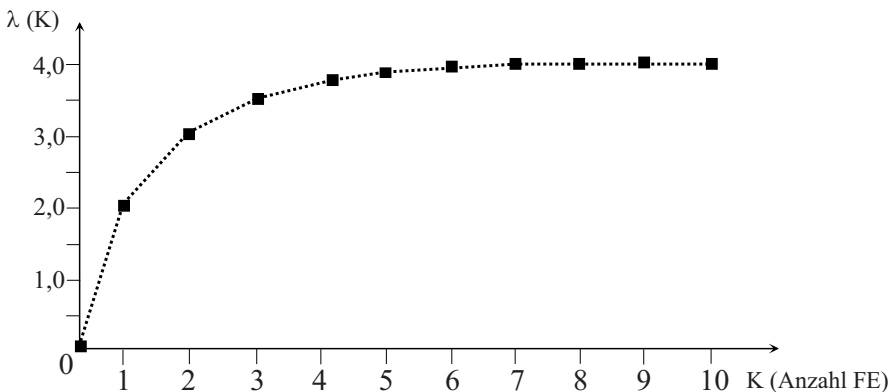


Abb. 4.17. Abhängigkeit des Systemdurchsatzes von der Zahl der Fördereinheiten

**Tabelle 4.1.** Rechenbeispiel für ein geschlossenes Wartesystemnetzwerk

Anzahl FE $K$	Index Bedienrate Besuchshäufigkeit	$i$ $\mu_i$ $e_i$	1 1,000 0,250	2 2,000 0,250	3 5,000 0,500	Gesamt- durchsatz $\lambda(K)$
1	Verweilzeit	$t_{\nu,i}(K)$	1,000	0,500	0,200	2,105
	Ankunftsrate	$\lambda_i(K)$	0,562	0,562	1,053	
	Mittlere Anzahl	$N_i(K)$	0,562	0,263	0,211	
2	Verweilzeit	$t_{\nu,i}(K)$	1,562	0,632	0,242	3,028
	Ankunftsrate	$\lambda_i(K)$	0,757	0,757	1,514	
	Mittlere Anzahl	$N_i(K)$	1,155	0,478	0,367	
3	Verweilzeit	$t_{\nu,i}(K)$	2,155	0,739	0,273	3,487
	Ankunftsrate	$\lambda_i(K)$	0,872	0,872	1,744	
	Mittlere Anzahl	$N_i(K)$	1,879	0,644	0,477	
4	Verweilzeit	$t_{\nu,i}(K)$	2,879	0,822	0,295	3,728
	Ankunftsrate	$\lambda_i(K)$	0,932	0,932	1,864	
	Mittlere Anzahl	$N_i(K)$	2,683	0,766	0,550	
5	Verweilzeit	$t_{\nu,i}(K)$	3,683	0,883	0,310	3,856
	Ankunftsrate	$\lambda_i(K)$	0,964	0,964	1,928	
	Mittlere Anzahl	$N_i(K)$	3,551	0,851	0,598	
6	Verweilzeit	$t_{\nu,i}(K)$	4,551	0,926	0,320	3,924
	Ankunftsrate	$\lambda_i(K)$	0,981	0,981	1,962	
	Mittlere Anzahl	$N_i(K)$	4,465	0,908	0,627	
7	Verweilzeit	$t_{\nu,i}(K)$	5,465	0,954	0,325	3,961
	Ankunftsrate	$\lambda_i(K)$	0,990	0,990	1,980	
	Mittlere Anzahl	$N_i(K)$	5,411	0,945	0,644	
8	Verweilzeit	$t_{\nu,i}(K)$	6,411	0,972	0,329	3,980
	Ankunftsrate	$\lambda_i(K)$	0,995	0,995	1,990	
	Mittlere Anzahl	$N_i(K)$	6,378	0,967	0,654	
9	Verweilzeit	$t_{\nu,i}(K)$	7,378	0,984	0,331	3,990
	Ankunftsrate	$\lambda_i(K)$	0,997	0,984	1,997	
	Mittlere Anzahl	$N_i(K)$	7,359	0,981	0,660	
10	Verweilzeit	$t_{\nu,i}(K)$	8,359	0,991	0,332	3,995
	Ankunftsrate	$\lambda_i(K)$	0,999	0,999	1,997	
	Mittlere Anzahl	$N_i(K)$	8,348	0,989	0,663	

Mithilfe der Mittelwertanalyse werden die in **Tabelle 4.1** aufgeführten Kennwerte berechnet. Die Zahl umlaufender Fördereinheiten wird dabei bis auf  $K = 10$  erhöht. In **Bild 4.17** ist der Gesamtdurchsatz  $\lambda(K)$  über  $K$  aufgetragen. Es ist deutlich sichtbar, dass der Grenznutzen zusätzlich eingesetzter Fördereinheiten stark abnimmt, wenn sich ein Wartesystemnetzwerk seiner Belastungsgrenze nähert. Weiterhin ist bemerkenswert, dass die Ankunftsraten  $\lambda_i$  nur gemeinsam zu erhöhen sind. Aus diesem Grund ist der Grenzwert des Durchsatzes des Gesamtsystems durch den Engpaß  $i = 1$  bestimmt. Der Grenzwert des Systemdurchsatzes kann ermittelt werden, indem zuerst die Menge der Engpässe  $E$  bestimmt wird.

$$E = \{i \mid e_i \cdot \mu_i = \min_{i=1 \dots M} e_i \cdot \mu_i\} \quad (4.103)$$

Alle in der Menge  $E$  enthaltenen Indizes sind Engpässe des Systems. Im Allgemeinen wird dies nur ein Wartesystem sein; es ist jedoch nicht auszuschließen, dass es mehrere Engpässe gibt. Der größtmögliche Fluss im Netzwerk kann nun bestimmt werden, indem ein beliebiges Element  $l \in E$  herangezogen wird.

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \lambda(K) = \sum_{j=1}^M \frac{\mu_l}{e_l} \cdot e_j \quad (4.104)$$

## 4.11 Beispiel zur Anwendung von elementaren Wartesystemen

In einem fabrikinternen Materialflusssystem (vgl. Bild 1.3) wird zwischen automatischem Kleinteilelager (AKL) und Montagebereich eine Elektrohängebahn (EHB) für den Transport von Kleinteilen eingesetzt. Im Montagebereich werden die vorkommissionierten Kleinteile erst überprüft und dann auf einer Montagebereitstellungsfläche abgestellt. Eine Ist-Aufnahme hat ergeben, dass angenommen werden kann, dieser Vorgang sei mit einem Mittelwert von 20 Sekunden exponentialverteilt. Die Zahl der ankommenden EHB-Fahrzeugen sei poissonverteilt mit einem mittleren betrieblichen Durchsatz von  $\lambda = 2,5$  Stück pro Minute.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in den nächsten 30 Sekunden kein EHB-Fahrzeug ankommt?
- b) Wieviele EHB-Fahrzeuge befinden sich im Mittel auf der Stau­strecke vor dem Abnahmeplatz und wie groß ist deren mittlere „Wartezeit“?

In einem anderen Bereich des fabrikinternen Materialflusssystems kommen Werkstücke (Länge: 500 mm) aus der Fertigung über eine Rollenbahn an eine Übergangsstelle zu einem Kreiskettenförderer (vgl. **Bild 4.18**). Bei diesem Fördermittel besitzen die Gehänge (im Gegensatz zur Elektrohängebahn) keinen autonomen Antrieb, sondern werden in festem Abstand an einer umlaufenden, angetriebenen Kette bewegt. Der Durchsatz der Rollenbahn beträgt  $\lambda = 4$  Fördereinheiten pro Minute, die Zwischenankunftszeiten der Werkstücke werden exponentialverteilt angenommen. Vor der Übergabestelle ist eine Stau­strecke (Länge: 10 m) auf der Rollenbahn vorhanden. Der Abstand der Kettengehänge am Kettenförderer beträgt 1,5 m.

- c) Mit welcher Geschwindigkeit muss der Kreiskettenförderer betrieben werden, wenn die Stau­strecke im Mittel durch die Warteschlange nur zu 50% ausgenutzt werden soll?
- d) Welchen Einfluss hat eine Schwankung der Kettengeschwindigkeit des Kreiskettenförderers um  $\pm 2\%$  (Sensitivitätsanalyse)?

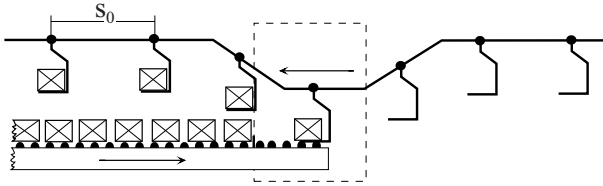


Abb. 4.18. Kreiskettenförderer

**Lösung**

a) Poissonverteilung 
$$p_i = \frac{(\lambda \cdot \Delta t)^i}{i!} \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta t}$$

$$\begin{aligned} \text{P(keine Ankunft in 30 Sekunden)} &= p_0 = \frac{(\lambda \cdot \Delta t)^0}{0!} \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta t} \\ &= 1 \cdot e^{-\left(\frac{2,5}{\text{min}} \cdot 0,5 \text{ min}\right)} \\ &= 0,2865 \end{aligned}$$

b) Bei poissonverteilten Ankünften (gleichbedeutend mit exponentialverteilten Zwischenankunftszeiten) und bei exponentialverteilten Abfertigungszeiten liegen MARKOV-Prozesse vor. Wenn man von genau einer Übernahmestation ausgeht, liegt ein M|M|1-Wartesystem vor.

$$\text{Ankunftsrate } \lambda = 2,5 \frac{\text{FE}}{\text{min}}$$

$$\text{Bedienrate } \mu = \frac{1 \text{ FE}}{20 \text{ Sekunden}} = 3 \frac{\text{FE}}{\text{min}}$$

$$\text{Auslastung } \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2,5}{3} = \frac{5}{6}$$

Nach Gleichung (4.21) ist die mittlere Anzahl der EHB-Fahrzeuge:

$$N_S = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{\frac{5}{6}}{1 - \frac{5}{6}} = 5$$

und nach Gleichung (4.23) ergibt sich die *mittlere Anzahl* der auf der Strecke wartenden EHB-Fahrzeuge

$$N_W = N_S - \rho = 5 - \frac{5}{6} \approx 4,17$$

Die mittlere Verweilzeit der EHB-Fahrzeuge kann durch Gleichung (4.25) ermittelt werden:

$$t_S = \frac{N_S}{\lambda} = \frac{5}{\frac{2,5}{\text{min}}} = 2 \text{ min}$$

Mit Gleichung (4.27) berechnet sich die *mittlere Wartezeit* zu

$$t_W = t_S - E(t_b) = 2 \text{ min} - 20 \text{ s} = 100 \text{ s}$$

- c) Nun liegt ein poissonverteilter Ankunftsprozess mit getaktetem Abfertigungsprozess vor, d.h. man kann die Berechnungsformeln für ein M|D|1-Wartesystem anwenden.

Die Kapazität des Stauraums beträgt

$$N_{W,max} = \frac{10 \text{ m}}{0,5 \frac{\text{m}}{\text{FE}}} = 20 \text{ FE}$$

Davon sollen im Mittel 50% der Plätze belegt sein, d.h.

$$N_W = 10 \text{ FE}$$

Die daraus resultierende Auslastung des Systems kann mithilfe von Gleichung (4.33) berechnet werden.

$$N_W = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} = 10 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\rho^2}{2} + 10\rho - 10 = 0$$

$\rho = 0,954$  ist eine Lösung der quadratischen Gleichung.

Mit  $\lambda = 4 \text{ FE/min}$  ergibt sich daraus die Abfertigungsrate zu

$$\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{4 \frac{\text{FE}}{\text{min}}}{0,95} \approx 4,2 \frac{\text{FE}}{\text{min}}$$

Bei einem Abstand der Gehänge von 1,5 m erfordert dieser Durchsatz eine Umlaufgeschwindigkeit des Kettenförderers von

$$v = \frac{s_0}{E(t_b)} = s_0 \cdot \mu = 1,5 \text{ m} \cdot 4,19 \frac{1}{\text{min}} \approx 6,3 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

- d) Bei einer Schwankung der Kettengeschwindigkeit um  $\pm 2\%$  ergeben sich folgende Auslastungen:

$$v' = 0,98 \cdot v \Leftrightarrow \mu' = 0,98 \cdot \mu \Leftrightarrow \rho' = \frac{\rho}{0,98}$$

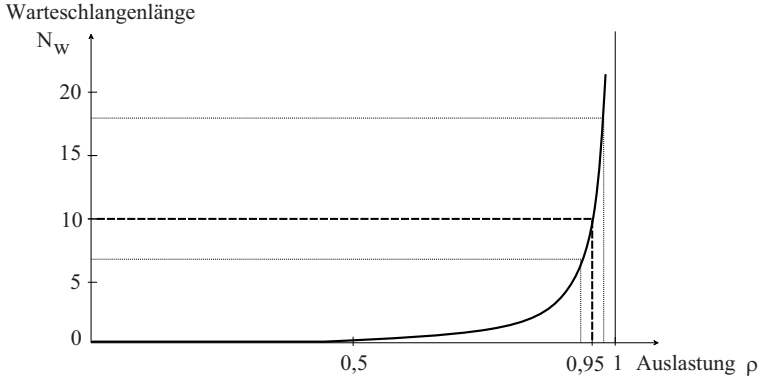
$$v'' = 1,02 \cdot v \Leftrightarrow \mu'' = 1,02 \cdot \mu \Leftrightarrow \rho'' = \frac{\rho}{1,02}$$

Mit Gleichung (4.33) berechnet sich nun die Länge der Warteschlange zu:

$$N'_W = 18 \text{ FE}$$

$$N''_W = 7 \text{ FE}$$

Die Sensitivitätsanalyse zeigt, dass sich das System bei der Auslastung von 95% im kritischen Bereich befindet: bereits kleine Schwankungen der Auslastung haben große Wirkung auf die Länge der Warteschlange. In **Bild 4.19** wird diese Situation veranschaulicht.



**Abb. 4.19.** Warteschlangenlänge auf der Rollenbahn in Abhängigkeit des Auslastungsgrades der Übergabestation

## 4.12 Zeitdiskrete Modelle von Materialflusselementen

Bei der Dimensionierung von Materialflusselementen und insbesondere bei der Bestimmung der Größe von Stauräumen ist es notwendig sicherzustellen, dass diese mit großer Wahrscheinlichkeit Förderelemente aufnehmen können und das vor- oder nachgelagerte Materialflusselemente in ihrer Funktion nicht gestört werden.

Eine großzügige Dimensionierung von Puffern verbietet sich jedoch meist, da dies beträchtliche Investitionen zur Folge haben kann. Deshalb ist es anzustreben, nicht nur die mittlere Zahl der wartenden Elemente sondern deren Verteilung bereits im Planungsstadium möglichst genau zu kennen.

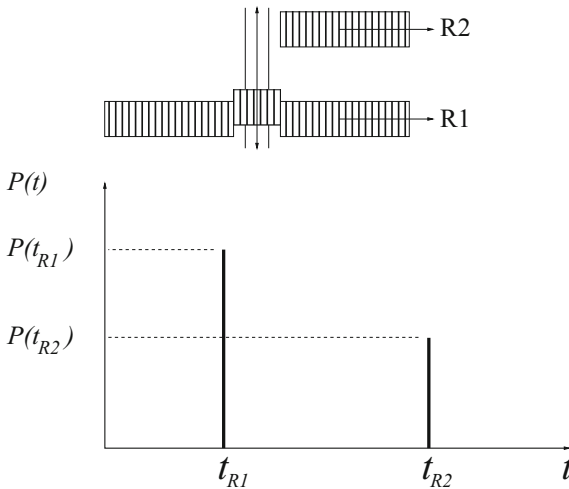
Mit den in den Abschnitten 4.2 und 4.3 behandelten Formeln können für Wartesysteme der Typen  $M|M|1$  und  $D|D|1$  die Wahrscheinlichkeiten für eine bestimmte Zahl von Fördereinheiten im System bestimmt werden. Für Aufgabenstellungen, bei denen Exponential- und Dirac-Verteilungen nicht geeignet sind, um das abzubildende System zu modellieren, wird eine Vorgehensweise benötigt, die es ermöglicht, auch für beliebige Verteilungen die notwendigen Kennwerte zu berechnen.

Können die Verteilungen der Zwischenankunfts- und der Bedienzeiten mit zeitdiskreten Verteilungen beschrieben werden (siehe Abschnitt 3.5.1), dann ist es möglich, die Verteilung der Zahl der Fördereinheiten im System analytisch zu bestimmen. Little's Gesetz zeigt, dass es einen engen Zusammenhang zwischen der Zahl der Elemente im Wartesystem und den Verweilzeiten im System gibt. Deshalb führt der Weg zur Bestimmung der Verteilung der Anzahl von Fördereinheiten im System über die Bestimmung der Verweilzeiten im Wartesystem.

Gleichzeitig ist die Kenntnis der Verweilzeit im Wartesystem notwendig, wenn es darum geht, Antwortzeiten eines Materialflusssystems zu bestimmen, zum Beispiel wenn Gepäckstücke in einer Gepäckförderanlage innerhalb einer

vereinbarten Umsteigezeit von einem Flugsteig zu einem anderen befördert werden müssen.

Die zeitdiskrete Modellierung von Materialflusselementen bietet sich aus verschiedenen Gründen an. So nimmt die Zeit für das Bedienen einer Fördereinheit häufig nur bestimmte, diskrete Werte an. Ein Beispiel hierfür ist das in Bild 4.20 dargestellte teilstetige Verzweigungselement mit seinen von der jeweiligen Richtung abhängigen Bedienzeiten.



**Abb. 4.20.** Teilstetiges Verzweigungselement mit zugehörigen Bedienzeiten (aus Furmans (2000))

Sind die Zeiten für die Bedienung einer Fördereinheit nicht durch technische Gegebenheiten bestimmt, dann können die Bedienzeiten z.B. mithilfe von Multimoment-Zeitmessverfahren aufgenommen werden (siehe Abschnitt MMZ in Kapitel 7.1.3). Das Ergebnis dieses Verfahrens sind ebenfalls diskretisierte Zeit-Intervalle mit zugeordneten Wahrscheinlichkeiten ihres Auftretens. Sind die hierbei ermittelten Wahrscheinlichkeitsverteilungen mehrgipflig (oder multimodal), so ist eine Anpassung einer theoretischen Verteilung sehr aufwändig. Ohne Informationsverlust können stattdessen die aus der Ist-Aufnahme erhaltenen diskreten Klassen mit ihren Häufigkeiten direkt verwendet werden.

Die zeitdiskrete Modellierung von Ankunfts-, Warte- und Bedienprozessen beruht darauf, dass eine kleinste unterscheidbare Zeiteinheit  $t_{inc}$  definiert wird, die als gemeinsame Einheit für alle Eingangsdaten und Ergebnisse dient. Alle Zwischenankunfts- und Bedienzeiten werden deshalb als ganzzahlige Vielfache von  $t_{inc}$  ausgedrückt.

Damit die Annahme der Exponentialverteilung für die Ankunfts- und Bedienprozesse entfallen kann, wird unterstellt, dass diese beiden Prozesse Erneuerungsprozesse sind. Erneuerungsprozesse stellen eine Verallgemeinerung der Markov-Prozesse dar. Dabei wird angenommen, dass die Zeitin-

tervale der Zwischenankunfts- und der Bedienzeit voneinander unabhängig sind, dass jedoch nach jeder Ankunft oder Bedienung eine neue Realisierung des Zufallsprozesses stattfindet. Diese Realisierung sei unabhängig von den vorherigen, d.h. die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Zeitdauer der Zwischenankunft wird nach jeder Ankunft neu ermittelt, der Zufallsprozess „erneuert“ sich. Markov-Prozesse stellen deshalb einen Spezialfall der Erneuerungsprozesse dar, da dort jeder Zeitpunkt auf der Zeitachse einen Erneuerungspunkt darstellt.

Keine Erneuerungsprozesse sind Zufallsprozesse, bei denen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses von bereits stattgefundenen Ereignissen abhängig ist. Dies wäre z.B. dann der Fall, wenn gelten würde, dass die Bedienzeit bei jeder fünften Fördereinheit einer anderen Verteilung gehorcht, als diejenige der anderen 4 Fördereinheiten.

Weiterhin wird angenommen, dass die Wertebereiche der Zufallsvariablen Bedienzeit und Zwischenankunftszeit endlich sind. Diese Annahme schränkt die Verwendung in der Materialflussplanung nicht wesentlich ein, da sehr große Zwischenankunfts- oder Bedienzeiten nur für Störfälle anzunehmen sind, die geeigneter mit Verfügbarkeitsbetrachtungen zu erfassen sind. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zwischenankunftszeit und der Bedienzeitverteilung kann nun mit den Zufallsvariablen  $T_{an}$  und  $T_{ab}$  wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned} P(T_{an} = j \cdot t_{inc}) &= a_j & \forall j = 0, 1(1)j_{a,max} \\ P(T_{ab} = j \cdot t_{inc}) &= b_j & \forall j = 0, 1(1)j_{b,max} \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeiten  $a_j$  und  $b_j$  werden zu Wahrscheinlichkeitsvektoren

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{j_{a,max}} \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{j_{b,max}} \end{pmatrix}$$

zusammengefasst. Äquivalent wird mit abgeleiteten Größen, wie zum Beispiel der Wartezeitverteilung, verfahren.

Alle Prozesse beginnen zum gleichen Zeitpunkt. Weiterhin ist das Inkrement  $t_{inc}$  für alle abgebildeten Prozesse gleich. Daraus resultiert, dass in dem gesamten betrachteten System nur zu bestimmten, diskreten und für alle Systemelemente gleichen Zeitpunkten Ereignisse stattfinden können.

Die Ereignisse, die im Folgenden betrachtet werden, sind der Zugang einer Fördereinheit zu einem Wartesystem und der Abgang der Fördereinheit nach erfolgter Bedienung.

Trifft die Fördereinheit mit dem Index 0 bei einem leeren Wartesystem ein, dann wartet sie nicht und ihre Wartezeit ist  $T_w^{(0)} = 0$ . Ausgehend von dieser Fördereinheit mit dem Index  $n = 0$  kann nun die Wartezeit  $T_w^{(n+1)}$  der



nachfolgenden Fördereinheiten berechnet werden:

$$T_w^{(n+1)} = \max\{(T_w^{(n)} + T_{ab}^{(n)} - T_{an}^{(n)}), 0\} \quad (4.105)$$

Hierbei ist  $T_{ab}^{(n)}$  die Bedienzeit, die für die Fördereinheit  $n$  notwendig ist und  $T_{an}^{(n)}$  ist die Zeitlücke, bis die Fördereinheit  $n + 1$  eintrifft. Da die Wartezeit einer Fördereinheit nicht negativ werden kann, wird mithilfe der Maximumsbedingung sichergestellt, dass die Wartezeit nicht geringer als 0 wird. Der oben stehende Ausdruck ist in der Literatur als *Lindley's Gleichung* bekannt und stellt dar, wie sich die Menge der im Wartesystem noch zu erledigenden Arbeit entwickelt.

Entscheidend für die Entwicklung der Wartezeit der nachfolgenden Fördereinheit  $n + 1$  ist die sogenannte *Arbeitsbilanz*. Mit der Arbeitsbilanz wird beschrieben, wie sich der Arbeitsvorrat in einem Wartesystem durch die Ankunft einer Fördereinheit verändert. Ist die Zeitlücke bis zum Eintreffen der nachfolgenden Fördereinheit kleiner als die Zeit, die für die Bedienung von Fördereinheit  $n$  benötigt wird, so steigt die Wartezeit um die Differenz zwischen der Bedienzeit und der Zwischenankunftszeit an. Die Arbeitsbilanz ist in diesem Fall positiv. Ist die Bedienzeit hingegen kürzer, als die Zeit bis zur Ankunft der nächsten Fördereinheit, dann wird die Wartezeit für die Fördereinheit  $n + 1$  kleiner ausfallen, als diejenige der Fördereinheit  $n$ . Somit ist die Arbeitsbilanz negativ.

Kann vorausgesetzt werden, dass die Zwischenankunfts- und die Bedienzeiten voneinander unabhängig sind, so entsteht eine neue Zufallsvariable  $X$ , deren Realisierungen  $X^{(n)}$  durch

$$X^{(n)} = T_{ab}^{(n)} - T_{an}^{(n)} \quad (4.106)$$

beschrieben ist. Damit kann 4.105 vereinfacht geschrieben werden als:

$$T_w^{(n+1)} = \max\{(T_w^{(n)} + X^{(n)}), 0\} \quad (4.107)$$

Aus den bekannten Verteilungen der Zwischenankunfts- und Bedienzeiten, die durch die Vektoren  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  gegeben sind, kann die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Arbeitsbilanz bestimmt werden.

Die Differenz der Wahrscheinlichkeitsverteilung zwischen hinzukommender und abfließender Arbeit  $X^{(n)}$  der  $n$ -ten Fördereinheit wird als  $c_i^{(n)}$  berechnet.

$$c_i^{(n)} = P(X^{(n)} = T_{ab}^{(n)} - T_{an}^{(n)} = i \cdot t_{inc}) \quad i = -j_{a,max}(1)j_{b,max} \quad (4.108)$$

Um die Notation zu vereinfachen werden für Indizes, die nicht belegt sind, die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten und damit die Vektorkomponenten auf Null gesetzt.

Gleichzeitig ist bei unabhängigen Zwischenankunfts- und Bedienzeiten die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Arbeitsbilanz ebenfalls unabhängig von  $n$ , weshalb die Komponente  $c_i$  des Vektors  $\mathbf{c}$  durch

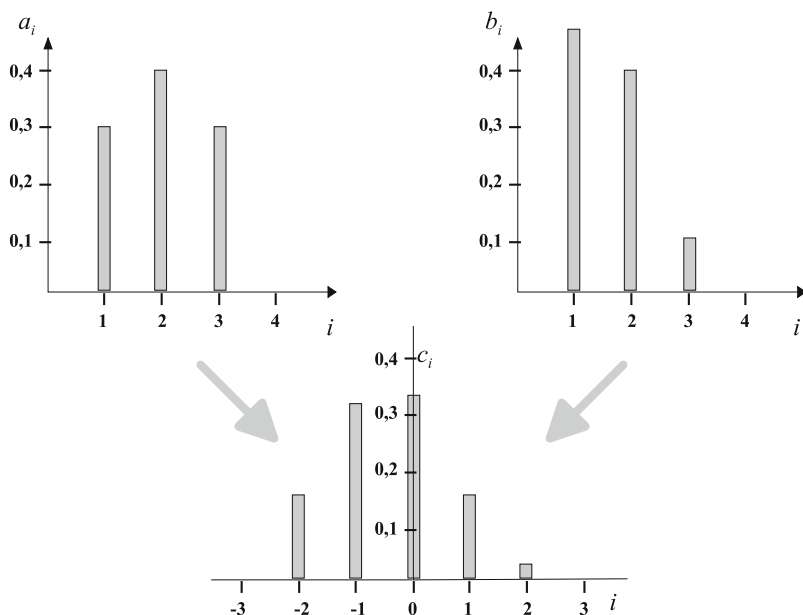
$$c_i = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \cdot b_{i-j} \quad i = -j_{a,max}(1)j_{b,max} \quad (4.109)$$

berechnet werden kann.

Die einfache Berechnungsvorschrift zur Bestimmung der  $c_i$  wird in einem Beispiel in Tabelle 4.2 vorgeführt. Die Standarddefinition der Faltung wird erweitert, um den negativen Bereich der Arbeitsbilanzverteilung abzudecken.

**Tabelle 4.2.** Berechnung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der hinzukommenden und abfließenden Arbeit

$i$	$a_i$	$b_i$			$c_i$
-3			$a_3 b_0$	$0,3 \cdot 0$	0
-2			$a_3 b_1 + a_2 b_0$	$0,3 \cdot 0,5$	0,15
-1			$a_3 b_2 + a_2 b_1 + a_1 b_0$	$0,4 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 0,4$	0,32
0	0	0	$a_3 b_3 + a_2 b_2 + a_1 b_1 + a_0 b_0$	$0,3 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,4 + 0,3 \cdot 0,1$	0,34
1	0,3	0,5	$a_2 b_3 + a_1 b_2 + a_0 b_1$	$0,3 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,1$	0,16
2	0,4	0,4	$a_1 b_3 + a_0 b_2$	$0,3 \cdot 0,1$	0,03
3	0,3	0,1	$a_0 b_3$	$0 \cdot 0,1$	0



**Abb. 4.21.** Wahrscheinlichkeiten der Zwischenankunfts- und Bedienzeiten sowie der resultierenden Verteilung der Arbeitsbilanz aus Tabelle 4.2

Mithilfe von  $c$  kann nun die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wartezeiten  $w$  beschrieben werden. Es sei

$$w_i^{(n+1)} = P(T_w^{(n+1)} = T_w^{(n)} + X^{(n)} = i \cdot t_{inc}) \quad i = 1(1)\infty \quad (4.110)$$

Der Ausdruck für  $w_i^{(n+1)}$  gibt an, wie sich ausgehend von einem leeren System die Wahrscheinlichkeiten für die Wartezeit für die  $n + 1$ -te Fördereinheit entwickeln wird.

Wegen der Unabhängigkeit von  $X^{(n)}$  und  $T_w^{(n)}$  und ausgehend davon, dass eine Verteilung der  $T_w^{(n)}$  existiert, kann die Wahrscheinlichkeit  $w_i$  einer Wartezeit  $i \cdot t_{inc} \geq 0$  durch

$$w_i = \sum_{j=0}^{\infty} w_j \cdot c_{i-j} \quad \forall i = 0, 1, 2, \dots \quad (4.111)$$

berechnet werden. Wartezeiten kleiner 0 sind definitionsgemäß nicht möglich, sodass folgende Gleichung für die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wartezeiten gilt:

$$w_i = \begin{cases} \sum_{j=0}^{\infty} w_j \cdot c_{i-j} & \forall i = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & \forall i < 0 \end{cases} \quad (4.112)$$

Diese Gleichung ist die diskrete Form von Lindley's Gleichung.

Werden die Grenzen, in denen die Vektoren  $a$  und  $b$  definiert sind, beachtet, so sind die Grenzen der Summationen geeignet anzupassen und es resultiert für alle Wartezeiten die echt größer als Null sind:

$$w_i = \sum_{j=-j_{a,max}}^{j_{b,max}} w_j \cdot c_{i-j} \quad \forall i = 1, 2, \dots \quad (4.113)$$

Eine Wartezeit von Null tritt dann auf, wenn der Abgang der zuletzt bedienten Fördereinheit im System mit der Ankunft der nächsten Fördereinheit gerade zusammen fällt oder dann, wenn eine Brachzeit entsteht, d.h. das Wartesystem leer wird.

$$w_0 = \underbrace{\sum_{k=-j_{a,max}}^{j_{b,max}} w_k \cdot c_{-k}}_{\text{Ankunft und Abgang fallen zusammen}} + \underbrace{\sum_{k=0}^{\infty} w_k \cdot \sum_{l=-j_{a,max}}^{-(k+1)} c_l}_{\text{Brachzeit entsteht}} \quad (4.114)$$

Mit diesen Informationen können bereits iterativ Näherungswerte für die Verteilung der Wartezeiten  $w$  an einem Wartesystem bestimmt werden. Hierfür wird eine numerische Simulation des Ankunfts- und Bedienprozesses vorgenommen, indem ausgehend von einer Startverteilung  $w^{(0)}$  die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Wartezeit der Fördereinheit  $n$ , die sich aus der Anfangsbedingung  $w^{(n-1)}$  und der Differenz zwischen abfließender und hinzukommender Arbeit  $c^{(n-1)}$  ergibt, berechnet wird. Eine Komponente  $w_i^{(n)}$

des Wartezeitvektors  $w^{(n)}$  nach der  $n$ -ten Iteration wird mithilfe der Komponenten von  $c^{(n-1)}$  und der vorherigen Wartezeitverteilung  $w^{(n-1)}$  ermittelt.

$$w_i^{(n)} = \begin{cases} \sum_{j=-j_{a,max}}^{j_{b,max}} w_j^{(n-1)} \cdot c_{i-j} & \forall \quad i = 1, 2, \dots \\ \sum_{k=-j_{a,max}}^{j_{b,max}} w_k^{(n-1)} \cdot c_{-k} + \sum_{k=0}^{\infty} w_k^{(n-1)} \cdot \sum_{l=-j_{a,max}}^{-(k+1)} c_l & i = 0 \end{cases} \quad (4.115)$$

Zusammengefasst lautet die Berechnungsvorschrift wie folgt:

**Die Berechnungsschritte für das G|G|1-Wartesystem im zeitdiskreten Bereich.**

1. Initialisiere den Vektor der Wartezeiten  $w$  mit (z.B.):

$$w_i^{(0)} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.116)$$

2. Bestimme den Wert der Komponenten von  $c$  mithilfe von (4.109).
3. Berechne die Wartezeit der Fördereinheit  $n$  mithilfe der Formeln (4.113) und (4.114).
4. Überprüfe die Konvergenz durch Vergleich von  $w^{(n)}$  mit  $w^{(n-1)}$ . Geeignete Konvergenzmaße können die Summe der Abweichungsquadrate, oder, wenn nur Mittelwerte von Leistungskennwerten benötigt werden, die absolute Veränderung des Erwartungswertes der Wartezeit  $E(T_w^{(n)}) - E(T_w^{(n-1)})$  sein. Dabei sind die Erwartungswerte geeignet aus:

$$E(T_w^{(n)}) = \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot w_i^{(n)} \quad (4.117)$$

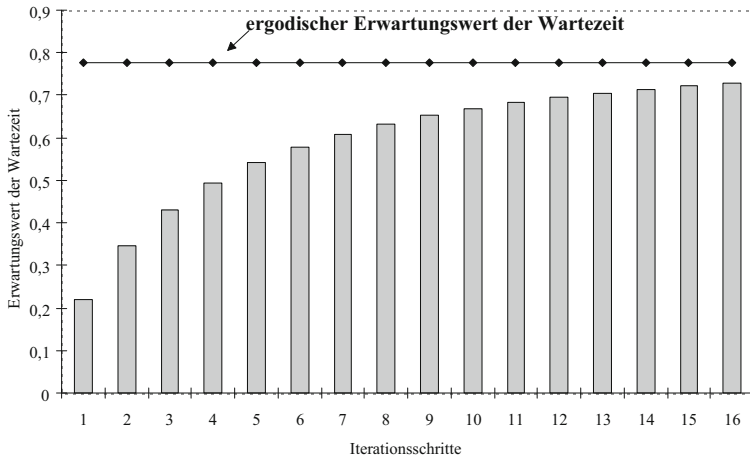
zu berechnen.

5. Falls die Konvergenz noch nicht befriedigend ist, gehe zurück zu Schritt (2).

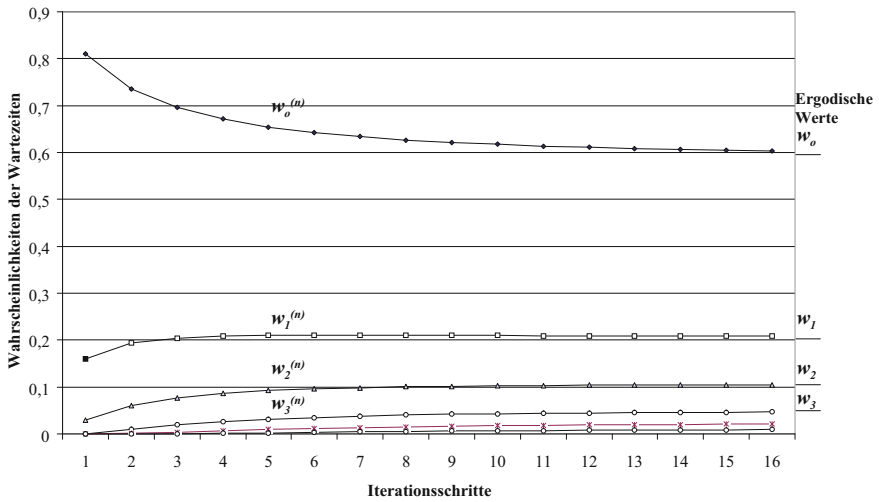
Wird dieses Verfahren auf das Beispiel in Tabelle 4.2 angewandt, tritt der Erwartungswert nach etwa 16 Schritten in den Wertebereich des endgültigen Ergebnisses ein (siehe Bild 4.22).

Auch die Wahrscheinlichkeiten für die Wartezeit konvergieren (siehe Bild 4.23) in ähnlicher Weise.

Ist mit diesem Verfahren die Wartezeit bestimmt, so kann für zeitlich unabhängig verteilte  $c$  die Wahrscheinlichkeit für eine Brachzeit mit einer Dauer von  $j \cdot t_{inc}$  Zeiteinheiten durch Gegenüberstellung von Wartezeiten



**Abb. 4.22.** Entwicklung des Erwartungswertes der Wartezeit mit zunehmender Zahl der Iterationen für das Beispiel aus Tabelle 4.2



**Abb. 4.23.** Entwicklung der Wahrscheinlichkeiten der Wartezeiten mit zunehmender Zahl der Iterationen für das Beispiel aus Tabelle 4.2

und Arbeitsbilanzen bestimmt werden. Eine Brachzeit mit einer Länge von  $j \cdot t_{inc}$  Zeiteinheiten tritt dann auf, wenn die Wartezeit einer Fördereinheit, welche  $k$  Zeiteinheiten besitzt durch die negative Arbeitsbilanz der folgenden Fördereinheit mit dem Betrag  $k + j$  Zeiteinheiten überkompensiert wird.

$$y_j = \sum_{k=0}^{k_{max}} w_k \cdot c_{-(k+j)} \quad (4.118)$$

Das Berechnungsverfahren für die Wartezeiten zeichnet sich durch Robustheit bezüglich der Konvergenz aus. Der Rechenaufwand kann jedoch für Verteilungen mit vielen Stützstellen sehr schnell wachsen. Deshalb wurden mehrere Verfahren entwickelt, die es erlauben, den Berechnungsprozess erheblich zu beschleunigen.

Bei Betrachtung der Formeln zur Berechnung der Wartezeitverteilung (siehe Formel 4.112) kann festgestellt werden, dass die Beschränkung der Wartezeit auf nicht negative Zeiten eine geschlossene Behandlung der Berechnungsoperation unmöglich macht. In allen Fällen, in denen es zu einer „Wartezeit“ gekommen wäre, die kleiner als 0 ist, ist in Realität eine Brachzeit entstanden, d.h. eine Periode, in der das Wartesystem nicht genutzt wurde. Wenn es gelingt, die Berechnung der Wartezeitverteilung mit der Berechnung der Brachzeitverteilung zu verbinden, so kann die Berechnung der Kennwerte für das zeitdiskrete G|G|1-Wartesystem erheblich schneller erfolgen.

Hierfür sind mehrere Vorgehensweisen entwickelt worden. Die von Grassmann und Jain (1989) entwickelte Methode hat den Vorteil, dass auch die dabei entstehenden Zwischenergebnisse eine wahrscheinlichkeitstheoretische Interpretation erlauben.

Der hierfür notwendige Hintergrund wird im nachfolgenden Exkurs erläutert.

### 4.13 Exkurs: Zufällige Irrfahrt und Leiterhöhenverteilung

Im vorherigen Abschnitt wurde bereits gezeigt, wie der Warteprozess an einem Wartesystem als Resultat der kumulierten Effekte zweier stochastischer Prozesse, des Ankunfts- und des Bedienprozesses entsteht. Mithilfe von

$$T_w^{(n+1)} = \max\{T_w^{(n)} + X^{(n)}, 0\} \quad (4.119)$$

konnten diese beiden Zufallsprozesse zu einem Einzigem, dem Warteprozess, kombiniert werden.

Mithilfe der *zufälligen Irrfahrt* ist es möglich, solche Prozesse darzustellen und anschließend zu analysieren. Ausgangspunkt sind identisch verteilte unabhängige Zufallsvariablen  $X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)}, \dots$ , mit einer gemeinsamen Verteilungsfunktion  $F$ . In Falle der G|G|1-Systeme sind dies typischerweise die

Realisierungen der Arbeitsbilanz aufeinanderfolgender Fördereinheiten. Der Zustand der zufälligen Irrfahrt sei durch  $S_n$  wie folgt beschrieben:

$$\begin{aligned} S_0 &= 0 \\ S_n &= X^{(0)} + X^{(1)} + X^{(2)} + \dots + X^{(n-1)} \\ &= S_{n-1} + X^{(n-1)} \end{aligned} \quad (4.120)$$

Die Zufallsvariable  $S_n$  kann als kumulierte Arbeitsbilanz der Fördereinheiten 0 bis  $n - 1$  interpretiert werden.

Mithilfe der zufälligen Irrfahrt könnte zum Beispiel die Bewegung eines Wetterfrosches auf seiner Leiter abgebildet werden. Von besonderem Interesse (nicht nur für Wetterfrösche) sind Rekordwerte, das heißt Höchst- oder Tiefstwerte für  $S_n$ , die vorher noch nicht erreicht wurden. Das Erreichen eines Rekordhöchstwertes ist gleichzusetzen mit dem erstmaligen Erfüllen nachstehender Ungleichung:

$$S_n > S_j, \quad j = 0, 1, 2, \dots, n - 1 \quad (4.121)$$

Falls es Indizes gibt, die diese Bedingung erfüllen, so stellen sie eine endliche oder unendliche aufsteigende Reihe dar. Man bezeichnet einen Index  $n$ , für den die Ungleichung (4.121) erfüllt ist, als *wachsenden Leiterindex*. Die dazugehörige Leiterhöhe bezeichnet den Wert  $S_n$ .

**Definition 4.13.1 (Leiterindex, Leiterhöhe).** *Der  $k$ -te wachsende Leiterindex ist der Zeitpunkt des  $k$ -ten Auftretens der Ungleichung (4.121). Die  $k$ -te Leiterhöhe ist der Wert von  $S_n$  zum Zeitpunkt des  $k$ -ten Auftretens von Ungleichung (4.121). Durch Umkehrung der Ungleichung (4.121) werden die fallenden Leitervariablen entsprechend definiert.*

Bei zeitdiskreten Modellen ist zusätzlich eine Unterscheidung zwischen stark und schwach wachsenden, beziehungsweise fallenden Leiterhöhen notwendig, da hier eine Wahrscheinlichkeit größer als Null für das Auftreten gleicher Werte von  $S_n$  besteht. Als schwach wachsende (fallende) Leiterindizes werden deshalb diejenigen Indizes bezeichnet, für die

$$S_n \geq (=) S_j, \quad j = 0, 1, 2, \dots, n - 1 \quad (4.122)$$

gilt.

Interessant für den Leiterindex ist, dass das Erreichen einer neuen Rekordmarke einen Erneuerungszeitpunkt darstellt, das heißt, dass die Betrachtung auf die Verteilung der Wartezeiten zwischen zwei Leiterindizes beschränkt werden kann. Dafür werden folgende Bezeichnungen eingeführt:  $\mathcal{T}_1$  ist der mit dem ersten Leiterindex verbundene Zeitpunkt, die erste Leiterhöhe  $\mathcal{H}_1$  entspricht dem Wert von  $S$  zum Zeitpunkt  $\mathcal{T}_1$ . Zum Zeitpunkt  $\mathcal{T}_1$  hat das Ereignis mit dem Index  $n - 1$  stattgefunden. Das Auftreten und die Höhe des nächsten Leiterindizes bei einem Ereignis  $n' > n - 1$  hängt nun lediglich von den Zufallsvariablen  $X^{(n)}, X^{(n+1)}, X^{(n+2)}, \dots, X^{(n')}$  ab. Deshalb kann die

Zahl der zwischen  $n - 1$  und  $n'$  liegenden Ereignisse und damit die Zeitspanne zwischen dem Erreichen der beiden Leiterindizes als von  $\mathcal{T}_1$  unabhängige Zufallsvariable  $\mathcal{T}_2$  angesehen werden, die aus der gleichen Verteilung wie  $\mathcal{T}_1$  stammt. Allgemein kann deshalb der  $k$ -te Leiterindex als

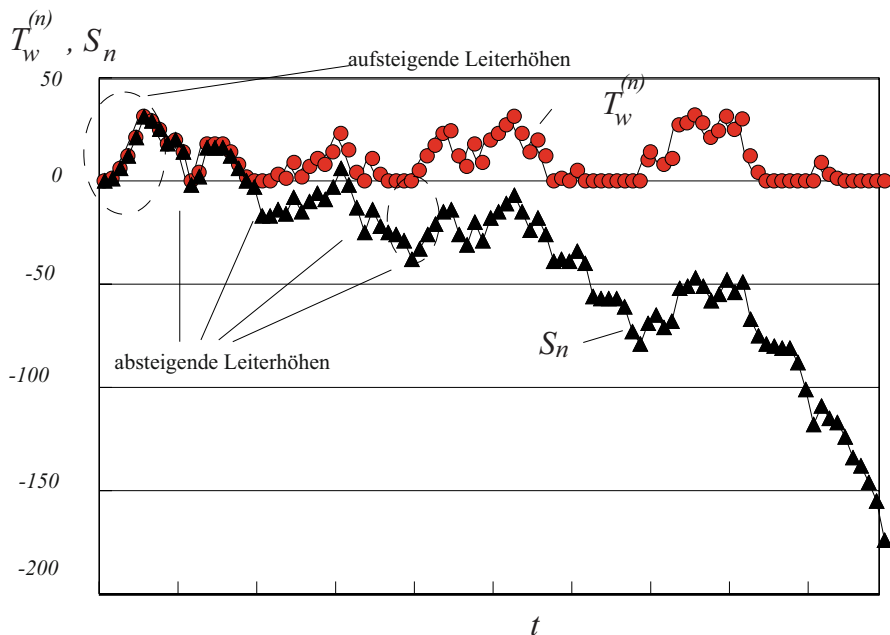
$$\mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2 + \cdots + \mathcal{T}_k$$

ausgedrückt werden. Das gleiche gilt für die Leiterhöhen

$$\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 + \cdots + \mathcal{H}_k$$

Dabei sind die  $\mathcal{T}_i$  beziehungsweise  $\mathcal{H}_i$  gegenseitig unabhängig und wie die ersten Werte  $\mathcal{T}_1$  und  $\mathcal{H}_1$  verteilt. Aus diesem Grund sind die Leiterindizes und die Leiterhöhen Erneuerungsprozesse.

#### 4.14 Zeitdiskrete G|G|1-Wartesysteme als zufällige Irrfahrt



**Abb. 4.24.** Beispiel einer zufälligen Irrfahrt  $S_n$  sowie der zugehörigen Wartezeiten  $T_w^{(n)}$

Die Definition der zufälligen Irrfahrt aus Ausdruck (4.120) kann genutzt werden, um den Warteprozess abzubilden. Solange keine Fördereinheit das



Wartesystem leer antrifft, ist die Wartezeit  $T_w^{(n)}$  mit dem Zustand der zufälligen Irrfahrt  $S_n$  identisch.

Wenn  $\nu$  derjenige Index der Folge ist, für den

$$S_1 \geq 0, S_2 \geq 0, \dots, S_{\nu-1} \geq 0, S_\nu < 0 \quad (4.123)$$

gilt, dann ist  $K_\nu$  die erste „glückliche“ Fördereinheit, die das Wartesystem leer vorfindet und die ohne Wartezeit sofort bedient werden kann. Im Einzelnen werden die Wartezeiten wie folgt bestimmt:

$$T_w^{(1)} = S_1, \quad T_w^{(2)} = S_2, \quad \dots \quad T_w^{(\nu-1)} = S_{\nu-1} \quad (4.124)$$

Die Fördereinheit  $K_\nu$  findet bei ihrer Ankunft die gleichen Verhältnisse wie die erste Fördereinheit  $K_0$  vor. Das heißt, der Warteprozess beginnt mit der Ankunft von  $K_\nu$  von vorne, es liegt ein sogenannter Erneuerungszeitpunkt vor. Außerdem ist  $\nu$  der Index der ersten negativen Summe, also der erste absteigende Leiterindex, den wir als  $\mathcal{T}_1^-$  bezeichnen werden.

Zusammengefasst bedeutet dies, dass die absteigenden Leiterindizes mit den glücklichen Fördereinheiten zusammenfallen und dass die glücklichen Fördereinheiten einen Erneuerungsprozess bilden, dessen Erneuerungsintervall wie  $\mathcal{T}_1^-$  verteilt ist.

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass es immer wieder Fördereinheiten gibt, die das Wartesystem leer vorfinden. Dies ist gewährleistet, sofern  $\rho < 1$  ist. In diesem Fall ist auch sichergestellt, dass die Verteilungsfunktion  $\mathcal{T}_1^-$  gegen 1 strebt (siehe (Feller 1971), S. 197ff).

Die Vorgängerin  $K_{\nu-1}$  der glücklichen Fördereinheit  $K_\nu$  treffe zum Zeitpunkt  $\tau$  ein. Ihre Wartezeit betrug  $T_w^{(\nu-1)} = S_{\nu-1}$  und zum Zeitpunkt  $\tau + T_w^{(\nu-1)} + T_{ab}^{(\nu-1)}$  verließ sie das Wartesystem. Die Fördereinheit  $K_\nu$  kommt zum Zeitpunkt  $\tau + T_{an}^{(\nu-1)}$  an. Das Wartesystem war deshalb für die Dauer

$$\begin{aligned} \tau + T_{an}^{(\nu-1)} - \tau - T_w^{(\nu-1)} - T_{ab}^{(\nu-1)} &= \\ T_{an}^{(\nu-1)} - T_w^{(\nu-1)} - T_{ab}^{(\nu-1)} &= \\ -X^{(\nu-1)} - S_{\nu-1} &= -S_\nu \end{aligned} \quad (4.125)$$

frei.

Nach Definition (4.13.1) ist der Wert  $S_\nu$  gerade die Leiterhöhe. Deshalb ist festzustellen, dass die Verteilung der Brachzeiten, in denen das Wartesystem nicht belegt ist, durch unabhängige Zufallsvariablen abgebildet werden kann, die wie  $\mathcal{H}_1$  verteilt sind.

#### 4.14.1 Berechnung der Warte- und Brachzeitverteilung

In Bild 4.24 ist zu erkennen, dass zwischen den Zeitpunkten aufeinanderfolgender Leiterindizes die zufällige Irrfahrt und der Warteprozess parallel

zueinander verlaufen. Sie sind dabei lediglich vertikal um die Summe der insgesamt aufgelaufenen Brachzeiten versetzt.

Eine weitere wichtige Eigenschaft des Warteprozesses ist die Tatsache, dass die Reihenfolge, in der die Zufallsvariablen  $X^{(0)}, \dots, X^{(n-1)}$  betrachtet werden, auch umgekehrt werden kann. Dabei sei  $X'^{(0)} = X^{(n-1)}, X'^{(1)} = X^{(n-2)}, \dots, X'^{(n-1)} = X^{(0)}$ . Da die Realisierungen von  $X$  voneinander unabhängig sind, kann für ein  $S'_k$

$$\begin{aligned} S'_k &= X'^{(0)} + X'^{(1)} + \dots + X'^{(k-1)} = X^{(n-1)} + X^{(n-2)} + \dots + X^{(n-k-1)} \\ &= S_n - S_{n-k} \end{aligned} \quad (4.126)$$

geschrieben werden.

Mit diesem Ergebnis kann Lindleys Gleichung (4.105) umgeformt werden. Betrachtet man den gesamten Prozess, so können die Wartezeiten für die ersten Fördereinheiten wie folgt bestimmt werden:

$$\begin{aligned} T_w^{(0)} &= 0 \\ T_w^{(1)} &= \max\{0, X^{(0)}\} \\ T_w^{(2)} &= \max\{0, X^{(1)} + T_w^{(1)}\} = \max\{0, X^{(1)} + \max\{0, X^{(0)}\}\} \\ &= \max\{0, X^{(1)}, X^{(1)} + X^{(0)}\} \\ T_w^{(3)} &= \max\{0, X^{(2)} + T_w^{(2)}\} = \max\{0, X^{(2)} + \max\{0, X^{(1)} + \max\{0, X^{(0)}\}\}\} \\ &= \max\{0, X^{(2)}, X^{(2)} + X^{(1)}, X^{(2)} + X^{(1)} + X^{(0)}\} \\ &\vdots \\ T_w^{(n)} &= \max\{0, X^{(n-1)} + T_w^{(n-1)}\} \\ &= \max\{0, X^{(n-1)}, X^{(n-1)} + X^{(n-2)}, \dots, X^{(n-1)} + \dots + X_1, \\ &\quad X^{(n-1)} + X^{(n-2)}, \dots, X^{(n-1)} + \dots + X_1 + X^{(0)}\} \end{aligned} \quad (4.127)$$

Mithilfe von Gleichung (4.126) können die partiellen Summen über die zufällige Irrfahrt vereinfacht werden:

$$T_w^{(n)} = \max\{0, S'_0, S'_1, \dots, S'_{n-1}\} \quad (4.128)$$

Da die Verteilung der Summe  $X'^{(0)} + \dots + X'^{(n-1)}$  identisch mit derjenigen der Summe  $X^{(0)} + \dots + X^{(n-1)}$  ist, kann die Wartezeit  $T_w^{(n)}$  der  $n$ -ten Fördereinheit als Maximum über die zufällige Irrfahrt der  $X^{(n)}$  berechnet werden (siehe (Feller 1971), S. 198, (Kleinrock 1975), S. 277 ff.).

$$T_w^{(n)} = \max\{0, S_0, S_1, \dots, S_{n-1}\} \quad (4.129)$$

Durch die Maximum-Funktion ist sichergestellt, dass die Wartezeit mit zunehmenden  $n$  nicht sinken kann. Die Verteilung konvergiert gegen die Verteilung der Wartezeiten, sofern für den Erwartungswert  $E(X^{(n)}) < 0$  gilt. Diese Bedingung ist gleichwertig mit  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$ . Ein formaler Nachweis ist in (Wolff 1989), S. 422 ff. zu finden.

Existiert unter dieser Bedingung eine stationäre Verteilung der Wartezeiten, dann kann ein Grenzwert für die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wartezeit einer beliebigen Fördereinheit angegeben werden.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(T_w^{(n)} \leq y) = W(y) \quad (4.130)$$

Dieser Grenzwert ist vom Anfangszustand  $T_w^{(0)}$  unabhängig, da die Leiterhöhen durch die Brachzeiten voneinander isoliert sind.

Bei zeitdiskreten Wartesystemen kann es vorkommen, dass zum gleichen Zeitpunkt sowohl eine Fördereinheit das Wartesystem verlässt, als auch eine andere Fördereinheit das Wartesystem betritt. Für diesen Fall wird vereinbart, dass zuerst die bediente Fördereinheit das System verlässt, bevor die neue Fördereinheit in das System eintritt.

Diese Festlegung spielt insbesondere bei der späteren Berechnung der Verteilung der Anzahl von Fördereinheiten im Wartesystem eine Rolle.

Eine im Vergleich zum Iterationsverfahren aus Abschnitt 4.12 effizientere Berechnung der Verteilung der Wartezeiten kann mithilfe der jetzt bekannten Ergebnisse abgeleitet werden. Hierzu wird für die zufällige Irrfahrt, bei der ankommenden Fördereinheiten entweder eine Brachzeit oder eine Wartezeit erleben, ein Gleichungssystem aufgestellt, indem die Wahrscheinlichkeiten für auf- und die absteigenden Leiterhöhen einander gegenübergestellt werden. Dabei wird die Gesamtaufgabe so zerlegt, dass für die auf- und die absteigenden Leiterhöhen jeweils ein Typ von Gleichungen hergeleitet wird. Die Lösung des Gleichungssystems besteht aus zwei Vektoren  $\alpha$  und  $\beta$ , die die Wahrscheinlichkeiten für die auf- und absteigenden Leiterhöhen beschreiben. Dabei sind die Komponenten der Vektoren so zu bestimmen, dass sie mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $c$  der Arbeitsbilanz in Einklang stehen.

Für den hier relevanten Anwendungsfall mit beschränkten Bedien- und Zwischenankunftszeiten, wird durch Grassmann und Jain (1989) in Theorem 1 aus Feller (1971) folgende Zerlegung der zufälligen Irrfahrt abgeleitet:

Es gibt genau eine Verteilung  $\alpha_i = P(A = i)$  für  $i \geq 0$  und eine Verteilung  $\beta_i = P(B = i)$  für  $i \geq 0$ , sodass

$$\beta_j = c_{-j} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \beta_{i+j} \quad j = 0, 1, \dots, j_{a,max} \quad (4.131)$$

$$\alpha_j = \frac{c_j + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_{i+j} \beta_i}{1 - \beta_j} \quad j = 0, 1, \dots, j_{b,max} \quad (4.132)$$

gilt. Der Vektor der  $\alpha_i$  stellt dabei die Verteilung der aufsteigenden Leiterhöhen dar, der Vektor der  $\beta_i$  die Verteilung der schwach absteigenden Leiterhöhen. Von den schwach absteigenden Leiterhöhen wissen wir bereits, dass diese identisch mit den Brachzeiten sind.

Es ist noch zu beachten, dass die Summe der  $\alpha_j$  nicht 1 werden muss<sup>9</sup>.

Liegt eine Lösung für  $\alpha$  und  $\beta$  vor, so sind aus den  $\alpha_i$  die Wartezeiten mithilfe des Theorems 2 (ebenfalls Grassmann und Jain (1989)) berechenbar:

$$w_0 = 1 - \alpha_1 - \dots - \alpha_{j_{b,max}} \quad (4.133)$$

$$w_i = \sum_{j=1}^{j_{b,max}} w_{i-j} \cdot \alpha_j \quad i > 0 \quad (4.134)$$

Für die Bestimmung der Faktoren  $\alpha_j$  und  $\beta_j$  geben Grassmann und Jain drei Algorithmen an. Für zwei dieser Algorithmen können sie zeigen, dass die von ihnen gelieferte Lösung auch tatsächlich eine Lösung von (4.132) ist.

Mit einer Vereinheitlichung der Ausdrücke für  $\alpha_j$  und  $\beta_j$  mithilfe der Definitionen  $\alpha'_0 = \beta_0$ ,  $\alpha'_i = \alpha_i(1 - \beta_0)$ ,  $S = 1 - \beta_0 = 1 - \alpha'_0$  kann die Symmetrie von Ausdruck (4.132) besser gezeigt werden und es resultiert:

$$\begin{aligned} \beta_j &= c_{-j} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha'_i \beta_{i+j} / S \quad \forall j \geq 0 \\ \alpha'_j &= c_j + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha'_{i+j} b_i / S \quad \forall j \geq 0 \end{aligned} \quad (4.135)$$

Wird zusätzlich gefordert, dass

$$S = 1 - \beta_0 = \sum_{j=1}^{\infty} b_j \quad (4.136)$$

gilt, ist gleichzeitig gewährleistet, dass die Summe der  $\beta_j$  den Wert 1 ergibt und damit eine vollständige Verteilung darstellt. Dies ist wiederum gleichbedeutend damit, dass die Brachzeit nur endliche Werte annimmt. Dies muss der Fall sein, da die Zwischenankunftszeiten nicht größer als  $j_{a,max} \cdot t_{inc}$  sein können. Sind die Gleichungen (4.135) erfüllt, liegt eine gültige Lösung vor, aus der die Wartezeit bestimmt werden kann. Hierzu sind die Gleichungen noch an die veränderte Definition von  $\alpha'_i$  anzupassen. In Gleichung (4.134) ist  $\alpha_i$  durch  $\alpha'_i / S$  zu ersetzen.

Aus diesen Gleichungen kann ebenfalls iterativ eine numerische Näherungslösung für  $\alpha'$  und  $\beta$  bestimmt werden. Der Algorithmus hierfür verläuft in folgenden Schritten:

### Iterationsverfahren I nach Grassmann und Jain.

1. Initialisiere

$$\begin{aligned} \beta_j^0 &= 0 \quad \forall j = 0, 1, \dots, j_{a,max} \text{ und} \\ \alpha_j^0 &= 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, j_{b,max}, \end{aligned}$$

<sup>9</sup> Es liegt eine sogenannte *defective distribution* vor. Die Summe über alle  $\beta_j$  muss jedoch 1 ergeben, da bei begrenzten Zwischenankunftszeitverteilungen nur ein endlicher Wertebereich für die Brachzeit existiert. Zu den Hintergründen mehr in Feller (1971), S. 394 ff.

2. In Berechnungsschritt  $m = 0, 1, \dots$

a)

$$\beta_j^{m+1} = c_{-j} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\alpha_i'^m \cdot \beta_{i+j}^m}{1 - \beta_0^m} \quad j = 0, 1, \dots, j_{a,max} \quad (4.137)$$

b)

$$\alpha_j^{m+1} = c_j + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\alpha_{i+j}'^m \cdot \beta_i^m}{1 - b_0^m} \quad j = 1, 2, \dots, j_{b,max} \quad (4.138)$$

3. Iteriere über  $m$  bis Konvergenz erreicht ist.

Falls  $\max_i (|\alpha_i'^m - \alpha_i'^{m+1}|) > \epsilon$  gehe zurück zu Schritt 2.

4. Bestimme die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $w$  der Wartezeiten.

$$w_0 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{j_{b,max}} \alpha_j'}{1 - \beta_0} \quad (4.139)$$

$$w_i = \frac{\sum_{j=1}^{j_{b,max}} w_{i-j} \alpha_j'}{1 - \beta_0} \quad (4.140)$$

5. Die Komponenten  $y_i$  der Brachzeitverteilung  $y$  sind direkt aus dem Vektor  $\beta$  zu übernehmen.

$$y_i = \beta_i \quad (4.141)$$

Bei dieser Berechnung der Brachzeiten ist zu beachten, dass die Brachzeiten aus Sicht der eintreffenden Fördereinheiten bestimmt werden. Deshalb tritt eine Brachzeit von 0 nur genau dann auf, wenn innerhalb des gleichen Zeitintervalls die letzte im System befindliche Fördereinheit das Wartesystem verlässt und eine neue Fördereinheit eintrifft.

Soll eine Auslastungsbetrachtung des Wartesystems vorgenommen werden, ist ein anderer Ansatz zu wählen. Bei Betrachtung des Wartesystems tritt eine Brachzeit von 0 in allen Zeitintervallen auf, in denen mindestens eine Fördereinheit im Wartesystem ist. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Wartesystem nicht leer ist kann für Wartesysteme mit einer Bedienstation durch Bestimmung des Auslastungsgrades  $\rho$  (siehe Ausdruck 4.3) ermittelt werden. Die Wahrscheinlichkeiten für alle Brachzeiten, die echt größer als 0 sind, sind bei beiden Betrachtungsweisen identisch.

#### 4.14.2 Bestimmung der Zwischenabgangszeit

Sollen zeitdiskrete Wartesysteme vernetzt werden, so ist es wie bei den offenen Wartesystemnetzwerken erforderlich, auch die Verteilung der Zwischenabgangszeiten zu bestimmen, da diese als Eingangsparameter der nachfolgenden Wartesysteme dienen. Die Bestimmung der Zwischenabgangszeitver-

teilung ist über die Brachzeitverteilung eng mit der Wartezeitverteilung verknüpft. Da die Brachzeitverteilung bereits im vorhergehenden Schritt bestimmt werden konnte, kann sie zur Bestimmung der Zwischenabgangszeiten herangezogen werden.

Zwischen dem Abgang der Fördereinheit  $n$  und der Fördereinheit  $n + 1$  vergeht genau die Bedienzeit  $T_{ab}^{(n+1)}$ , falls Fördereinheit  $n+1$  bei einem bereits belegten Wartesystem eintraf, also eine Wartezeit  $T_w^{(n+1)} > 0$  hatte. Es gilt deshalb  $T_d^{(n)} = T_{ab}^{(n+1)}$ . War Fördereinheit  $n + 1$  dagegen eine Fördereinheit mit Wartezeit  $T_w^{(n+1)} = 0$ , dann beendete ihre Ankunft die Brachzeitperiode  $Y_n$  nach Abgang der Vorgängerin. Die Zeit, die zwischen dem Abgang der Vorgängerin  $n$  und dem Abgang von Fördereinheit  $n + 1$  verging, besteht deshalb aus der Summe der Länge der dazwischenliegenden Brachzeitperiode und der Bedienzeit der Fördereinheit  $n + 1$ , es ist  $T_d^{(n)} = Y_n + T_{ab}^{(n+1)}$ .

Es ist für die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zwischenabgangszeiten folgende Gleichung aufzustellen (siehe Jain und Grassmann (1988)):

$$P(T_d^{(n)} = i \cdot t_{inc}) = (1 - P(T_w^{(n+1)} = 0)) \cdot P(T_{ab}^{(n+1)} = i \cdot t_{inc}) + P(T_w^{(n+1)} = 0) \cdot P(T_{ab}^{(n+1)} + Y_n = i \cdot t_{inc}) \quad (4.142)$$

Bei der Durchführung der Berechnung ist die Verteilung der Summe von zwei unabhängigen Zufallsvariablen, hier  $T_{ab}^{(n+1)}$  und  $Y_n$ , zu bilden. Da diese Operation in Zukunft noch häufiger verwendet werden wird, wird hierfür der sogenannte *Faltungsoperator*  $\otimes$  eingeführt (siehe z.B. Bolch (1988), Feller (1968)).

#### Definition 4.14.1 (Faltung).

Es seien drei Vektoren  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  und  $\mathbf{c}$  gegeben, die die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der diskreten Zufallsvariablen  $A$ ,  $B$  und  $C = A + B$  beschreiben. Es sei  $P(A = i) = a_i \quad \forall i = 0, \dots, K$ , für  $B$  und  $C$  gilt dies entsprechend. Die Zahl der Komponenten der Vektoren  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  und  $\mathbf{c}$  sei identisch  $K + 1$ . Sofern  $A$  und  $B$  unabhängig sind, können die Komponenten  $c_i$  der Verteilung der Summe  $A + B$  wie folgt bestimmt werden.

$$c_i = \sum_{j=0}^K a_j \cdot b_{i-j} \quad \forall i = 0, 1, \dots, K \quad (4.143)$$

Diese Operation wird im Folgenden mit  $\mathbf{c} = \mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$  abgekürzt.

Beispiel:

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 b_0 \\ a_0 b_1 + a_1 b_0 \\ a_0 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0 \\ a_1 b_2 + a_2 b_1 \\ a_2 b_2 \end{pmatrix}$$

Mithilfe der Faltungsoperation kann die Berechnung der Warte- und Zwischenabgangszeiten nun einfacher dargestellt werden. Zuerst ist die Verteilung der Summe von Bedienzeit und vorangehender Brachzeit zu bestimmen. Da diese beiden Zufallsvariablen unabhängig voneinander sind, kann die Verteilung ihrer Summe mit der Faltungsoperation berechnet werden. Es sei  $P(Y_n = i \cdot t_{inc}) = y_i$  und  $r_i$  die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe von  $Y_n$  und  $T_{ab}^{(n)}$  genau  $P(Y_n + T_{ab}^{(n+1)}) = i \cdot t_{inc}$  ergibt. Dann ist die Verteilung der Summe durch  $r = y \otimes b$  zu bestimmen.

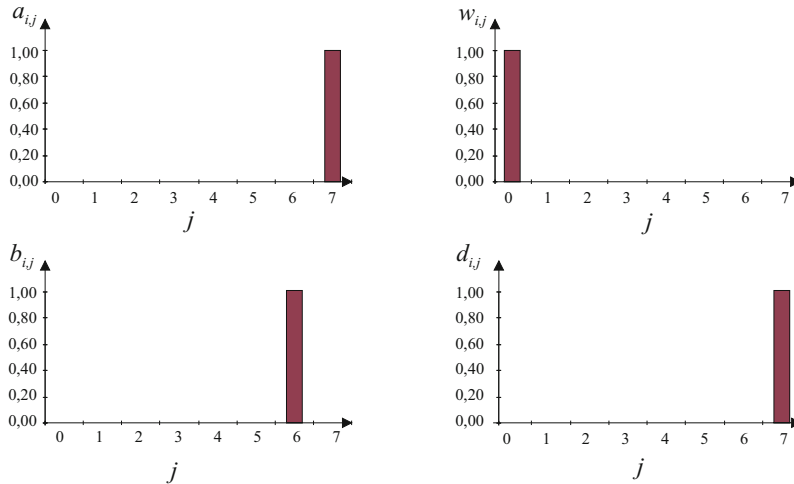
Die Wahrscheinlichkeit dafür, das Wartesystem leer anzutreffen, bezieht sich auf Ankunftszeitpunkte und ist deshalb nicht mit  $1 - \rho$  gleichzusetzen. Stattdessen muss die bereits berechnete Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wartezeiten herangezogen werden.

Die Bedien- und die Brachzeiten seien unabhängig von  $n$  bzw.  $n+1$ . Damit kann die Wahrscheinlichkeit  $d_i$  einer Zwischenabgangszeit  $i \cdot t_{inc}$  mithilfe der bereits bestimmten Werte  $w_0$  und  $r_i$  durch

$$d_i = w_0 \cdot r_i + (1 - w_0)b_i \quad (4.144)$$

berechnet werden.

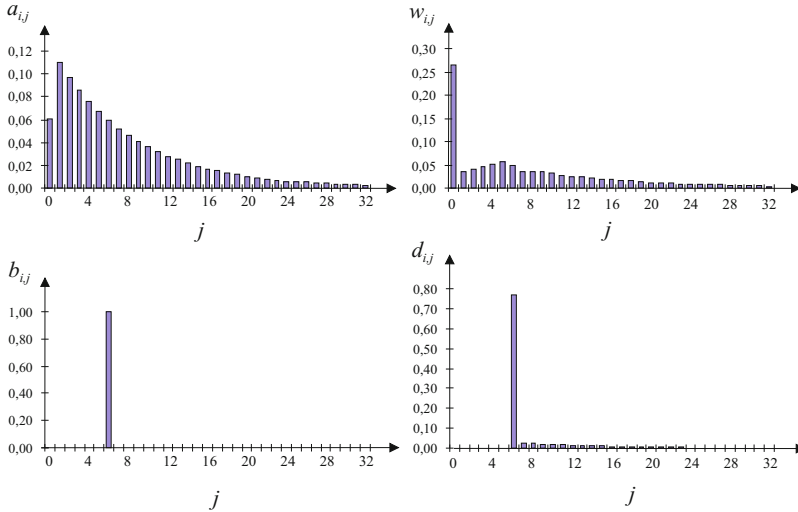
Die Bilder 4.25 bis 4.28 zeigen die Verteilung der Berechnungsergebnisse für einige Kombinationen von Bedienzeit- und Zwischenankunftszeitverteilungen.



**Abb. 4.25.** Wahrscheinlichkeiten der berechneten Warte- und Zwischenabgangszeiten für ein  $D|D|1$ -Wartesystem, also einem  $G|G|1$ -Wartesystem mit getaktetem Ankunfts- und Bedienprozess

Bild 4.25 zeigt die Ergebnisse für ein Wartesystem mit einer getakteten Zwischenankunftszeit von 7 ZE und einer getakteten Bedienzeit von 6 ZE.

Wie in diesem einfachen Fall zu erwarten, treten keine Wartezeiten auf und die Zwischenabgangszeit beträgt konstant 7 ZE.



**Abb. 4.26.** Wahrscheinlichkeiten der berechneten Warte- und Zwischenabgangszeiten für ein G/G/1-Wartesystem mit getakteter Bedienzeit von  $E(t_b) = 6$  ZE und Zwischenankunftszeiten mit  $E(t_a) = 7,63$  ZE

Bild 4.26 zeigt ein Wartesystem, dessen zeitdiskreter Ankunftsprozess einem Markov-Prozess angenähert wurde und dessen Bedienprozess wie im vorigen Beispiel getaktet ist. Die Diskretisierung erfolgt dergestalt, dass der diskrete Wert die Intervallmitte des entsprechenden diskretisierten Intervalls der stetigen Verteilung repräsentiert. Für die Zwischenankunftszeitverteilung wurden die Werte der Stützpunkte wie folgt ermittelt:

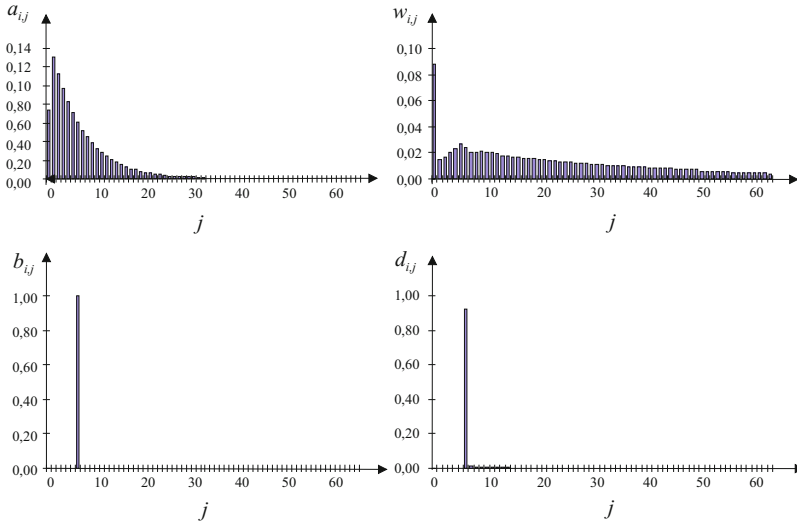
$$a_j = \begin{cases} F(j \cdot t_{inc} + \frac{t_{inc}}{2}) - F(j \cdot t_{inc} - \frac{t_{inc}}{2}) & \text{für } j = 1, \dots, j_{max} \\ F(\frac{t_{inc}}{2}) & \text{für } j = 0 \end{cases} \quad (4.145)$$

Analog wurde bei den nachfolgenden Beispielen mit den Bedienzeitverteilungen verfahren. Der Wert an der Stelle 0 repräsentiert lediglich ein Intervall halber Breite, weshalb der Modalwert von 1 angenommen wird. Die Diskretisierung an der Intervallmitte besitzt im Vergleich zu einer Diskretisierung an der linken Intervallgrenze den Vorzug, den Mittelwert weniger zu verfälschen.

Aufgrund der geringen Auslastung von  $\rho = 0,79$  müssen 27% der Fördererheiten nicht warten. Falls eine Wartezeit auftritt, so ist 5 ZE die häufigste Wartezeit. Die Zwischenabgangszeit kann aufgrund der getakteten Abfertigung in 6 ZE nicht unter den Wert von 6 ZE fallen. In allen Fällen, in denen



die Zwischenankunftszeit unter 6 ZE liegt, kommt es zu einem Aufbau der Warteschlange und einer Zwischenabgangszeit von 6 ZE.

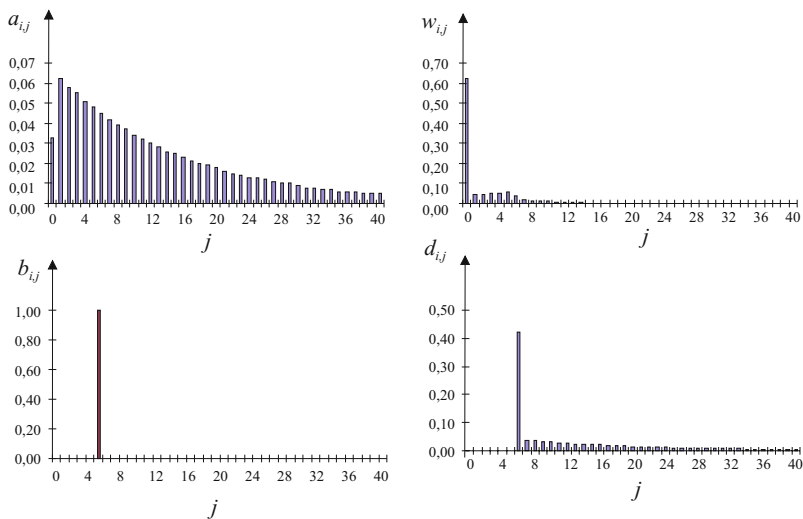


**Abb. 4.27.** Wahrscheinlichkeiten der berechneten Warte- und Zwischenabgangszeiten für ein G|G|1-Wartesystem mit getakteter Bedienzeit von  $E(t_b) = 6$  ZE und Zwischenankunftszeiten mit  $E(t_a) = 6,21$  ZE

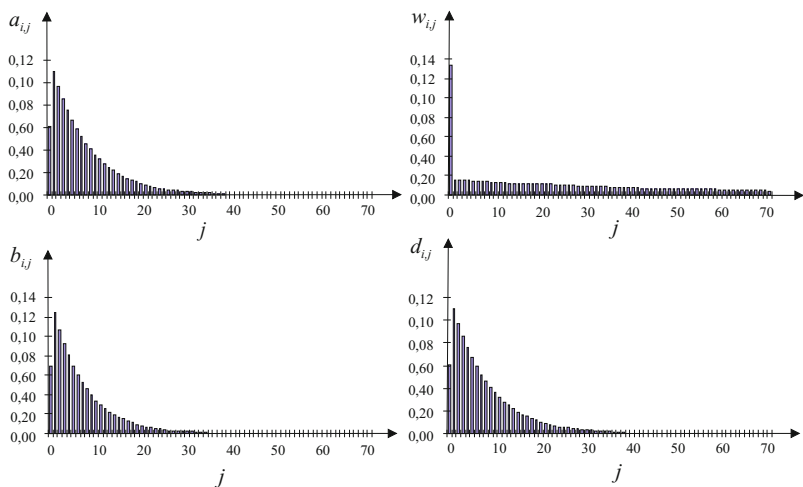
Bild 4.27 zeigt ebenfalls ein Wartesystem mit einem Ankunftsprozess, dessen Zwischenankunftszeiten einer Exponentialverteilung ähneln. Bedingt durch den hohen Auslastungsgrad von 97% wird der Abgangsprozess nun weitgehend vom getakteten Bedienprozess bestimmt. Aus dem selben Grund entstehen auch deutlich größere Wartezeiten mit einem Modalwert von 5 ZE, falls eine Wartezeit entsteht. Die Wartezeit beträgt im Mittel  $t_w = 19,53$  ZE. Es treten jedoch wesentlich größere Wartezeiten auf. Hieran wird deutlich, dass eine Dimensionierung des Warteraumes auf der Basis von Mittelwerten für hoch ausgelastete Wartesysteme problematisch ist.

In Bild 4.28 sind die Kennwerte eines im Vergleich zu Bild 4.26 geringer ausgelasteten Wartesystems gezeigt. Es treten deshalb nur selten Wartezeiten auf. Der Abgangsprozess wird in diesem Fall deutlich vom Bedienprozess beeinflusst.

In Bild 4.29 sind die Ergebnisse für ein Wartesystem dargestellt, bei dem die Bedien- und Zwischenankunftszeiten Exponentialverteilungen angenähert wurden. Die Zwischenabgangszeiten eines solchen Wartesystems nähern sich erwartungsgemäß einer Exponentialverteilung an.



**Abb. 4.28.** Wahrscheinlichkeiten der berechneten Warte- und Zwischenabgangszeiten für ein G|G|1-Wartesystem mit einer Bedienzeit von  $E(t_b) = 6$  ZE und Zwischenankunftszeiten mit  $E(t_a) = 7,63$  ZE



**Abb. 4.29.** Wahrscheinlichkeiten der berechneten Warte- und Zwischenabgangszeiten für ein G|G|1-Wartesystem mit an Exponentialverteilungen angenäherten Bedien- und Zwischenankunftszeiten

### 4.14.3 Bestimmung der Verweilzeit einer Fördereinheit

Mithilfe der Faltungsoperation ist die Bestimmung der Verweilzeit eines Kunden einfach durchzuführen. Sind die Bedienzeiten voneinander unabhängig, so ist auch die Wartezeit einer Fördereinheit unabhängig von der Bedienzeit, die diese Fördereinheit benötigt. Es ist deshalb möglich, die beiden unabhängigen Zufallsvariablen  $T_w$  und  $T_{ab}$  zu addieren.

Der Wahrscheinlichkeitsvektor  $\mathbf{v}$  der Verweilzeit kann unter Verwendung der Faltungsoperation durch

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} \otimes \mathbf{b} \quad (4.146)$$

bestimmt werden.

### 4.14.4 Bestimmung der Verteilung der Zahl von Fördereinheiten im System im Ankunftszeitmoment

Die Bestimmung der Anzahl von Fördereinheiten im Wartesystem ist für viele Materialflussplanungsprobleme eines der wichtigsten Ergebnisse. Es ist offensichtlich, dass die Anzahl der Fördereinheiten im Wartesystem eng mit der Verteilung der Warte- und Bedienzeit verknüpft ist.

Mithilfe der in den vorherigen Schritten bestimmten Wartezeiten wird nun die Verteilung der Fördereinheiten im System im Moment der Ankunft einer weiteren Fördereinheit bestimmt.

Trifft eine Fördereinheit  $n$  zum Zeitpunkt  $\tau_n$  am Wartesystem ein, so wartet sie  $T_w^{(n)}$  Zeiteinheiten bis ihre Bedienung beginnt. Sie verlässt das Wartesystem zum Abgangszeitpunkt  $\delta_n$ . Die Fördereinheit mit dem Index  $n + k + 1$  trifft zum Zeitpunkt  $\tau_{n+k+1} > \tau_n$  am Wartesystem ein. Es kann gezeigt werden, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Fördereinheit  $n + k + 1$  nicht mehr als  $k$  Fördereinheiten im Wartesystem vorfindet genau so groß ist, wie die Wahrscheinlichkeit, dass die Fördereinheit  $n$  nicht mehr als  $k$  Fördereinheiten zu Ihrem Abgangszeitpunkt hinterlässt.

$$P(N(\tau_{n+k+1}) \leq k) = P(N(\delta_n) \leq k) \quad (4.147)$$

Hierzu wird gezeigt, dass die Bedingungen  $N(\tau_{n+k+1}) \leq k$  und  $N(\delta_n) \leq k$  äquivalent sind.

**Beweis:** Es sei angenommen, dass  $N(\tau_{n+k+1}) \leq k$  ist. Ist dies der Fall, so wurde die Fördereinheit  $n$  bereits bedient, bevor die Fördereinheit  $n + k + 1$  am Wartesystem eingetroffen ist. Deshalb konnten sich direkt nach dem Abgang von  $K_n$  nicht mehr als  $k$  Fördereinheiten im Wartesystem befinden. Falls andererseits die Fördereinheit  $n$  im Moment  $\delta_n$  nicht mehr als  $k$  Fördereinheiten hinterlassen hat, kann Fördereinheit  $n + k + 1$  unmöglich mehr als  $k$  Fördereinheiten im Wartesystem vorgefunden haben. Formal haben wir:

$$\begin{aligned}
\text{Falls: } N(\tau_{n+k+1}) \leq k &\Rightarrow N(\delta_n) \leq k \\
\text{Falls: } N(\delta_n) \leq k &\Rightarrow N(\tau_{n+k+1}) \leq k \\
\text{deshalb gilt: } N(\delta_n) \leq k &\Leftrightarrow N(\tau_{n+k+1}) \leq k
\end{aligned} \tag{4.148}$$

Damit ist gezeigt, dass der Eintritt des Ereignisses  $N(\delta_n) \leq k$  den Eintritt des Ereignisses  $N(\tau_{n+k+1}) \leq k$  zur Folge hat. Daher sind die Wahrscheinlichkeiten für beide Ereignisse zwangsläufig gleich.

Die Zeitdauer zwischen dem Zeitpunkt  $\tau_{n+k+1}$  und  $\tau_n$  ergibt sich als Summe von  $k+1$  unabhängigen Realisierungen der Zwischenankunftszeitverteilung. Sie kann deshalb mithilfe der bereits vorgestellten Faltungsoperation bestimmt werden. Die Faltungsoperation ist hierbei mehrfach auszuführen. Im vorliegenden Fall ist der Vektor  $\mathbf{a}$ , der die Wahrscheinlichkeiten des Auftretens einer bestimmten Zwischenankunftszeit angibt,  $(k+1)$ -fach zu falten<sup>10</sup>, wofür  $\mathbf{a}^{(k+1)\otimes}$  geschrieben wird. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe von  $k+1$  aufeinanderfolgenden Zwischenankunftszeiten genau die Gesamtlänge  $l \cdot t_{inc}$  ergibt, entspricht dem Wert des Vektorelementes  $\mathbf{a}_l^{(k+1)\otimes}$ .

$$P(\tau_{n+k+1} - \tau_n = l \cdot t_{inc}) = \mathbf{a}_l^{(k+1)\otimes} \tag{4.149}$$

Mithilfe der Gleichung (4.147) und aufgrund der angenommenen Unabhängigkeit von  $\tau_{n+k+1}$ ,  $\tau_n$ ,  $T_w^{(n)}$  und  $T_{ab}^{(n)}$  kann eine weitere Beziehung hergestellt werden. Falls die Fördereinheit  $n+k+1$  nur  $k$  oder weniger Fördereinheiten antrifft, so war die Zeitspanne zwischen  $\tau_{n+k+1}$  und  $\tau_n$  größer als die Zeit, die Fördereinheit  $n$  insgesamt im System verweilt, also größer oder gleich der Wartezeit  $T_w^{(n)}$  zusammen mit der Bedienzeit  $T_{ab}^{(n)}$ .

$$\begin{aligned}
P(N(\tau_{n+k+1}) \leq k) &= P(N(\delta_n) \leq k) \\
&= P(\tau_{n+k+1} - \tau_n \geq T_w^{(n)} + T_{ab}^{(n)})
\end{aligned} \tag{4.150}$$

Wird anstelle der Fördereinheit  $n$  die Fördereinheit  $n+1$  betrachtet, so kann eine einfachere Formel hergeleitet werden.

$$\begin{aligned}
P(\tau_{n+k+1} - \tau_n > T_w^{(n)} + T_{ab}^{(n)}) \\
&= P(\tau_{n+k+1} - \tau_{n+1} \geq T_w^{(n)} + T_{ab}^{(n)} - (\tau_{n+1} - \tau_n)) \\
&= P(\tau_{n+k+1} - \tau_{n+1} \geq T_w^{(n+1)})
\end{aligned} \tag{4.151}$$

Es ist zu sehen, dass die Bedienzeit der Fördereinheit mit dem Index  $n$  nicht relevant ist und es daher genügt, deren Wartezeitverteilung zu betrachten. Bei der Benutzung von Ausdruck (4.151) muss nun beachtet werden, dass eine Fördereinheit weniger eingetroffen ist. Deshalb sind lediglich  $k$  Zwischenankunftszeiten zu betrachten.

<sup>10</sup> Die Bezeichnung  $n$ -fach bezieht sich dabei auf die Anzahl der beteiligten Operationen, nicht auf die Anzahl Operationen (Faltungen). Insbesondere ist nach Definition  $a^{1\otimes}$  gleich  $a$  und  $a^{0\otimes}$  der Einheitsvektor.

$$\begin{aligned}
P(N(\delta_n) \leq k) &= \sum_{i=0}^{\infty} w_i \left[ \sum_{j=i}^{\infty} a_j^{(k) \otimes} \right] \\
&= \sum_{i=0}^{\infty} w_i \left( 1 - \sum_{j=0}^{i-1} a_j^{(k) \otimes} \right)
\end{aligned} \tag{4.152}$$

Elemente mit negativem Index des Vektors  $a_i$  werden dabei auf 0 gesetzt. Mit der Randbedingung

$$P(N(\delta_n) \leq 0) = P(T_w^{(n+1)} = 0) \tag{4.153}$$

folgt nachstehende Berechnungsvorschrift für die Zustandswahrscheinlichkeiten  $P(\delta_n = k)$  zu Ankunftszeitpunkten für alle Werte von  $k \geq 1$ .

$$P(N(\delta_n) = k) = P(N(\delta_n) \leq k) - P(N(\delta_n) \leq k-1) \tag{4.154}$$

Die Betrachtung einer unendlich großen Anzahl von Fördereinheiten ermöglicht es uns, von der einzelnen Fördereinheit zu abstrahieren. Für  $n \rightarrow \infty$  ist deshalb mithilfe von

$$p(k) = \begin{cases} w_0 & \text{für } k = 0 \\ \sum_{i=0}^{\infty} w_i \left( 1 - \sum_{j=0}^{i-1} a_j \right) - w_0 & \text{für } k = 1 \\ \sum_{i=0}^{\infty} w_i \left[ \sum_{j=0}^{i-1} a_j^{(k-1) \otimes} - \sum_{j=0}^{i-1} a_j^{(k) \otimes} \right] & \text{für } k \geq 2 \end{cases} \tag{4.155}$$

die Berechnung des gesuchten Wahrscheinlichkeitsvektors möglich.

## 4.15 Literaturempfehlungen zu Kapitel 4

Die Grundlagen der Warteschlangentheorie für einzelne Wartesysteme sind u.a. bei Hillier und Lieberman (1996) dargestellt. Zum vertieften Studium können die Werke von Fersch (1964) und Schassberger (1973) herangezogen werden, umfangreicher und aktueller sind die Bücher von Gross und Harris (1985) sowie Wolff (1989).

Eine umfassende Darstellung der Wartesystemnetzwerke ist von Bolch (1988) erschienen. Hier sind viele Verfahren zur Berechnung von Wartesystemnetzwerken zusammengefasst und beispielhaft vorgerechnet.

Die Anwendung der Warteschlangentheorie in der Materialflussplanung wurde wesentlich von Gudehus propagiert; vor allem in seiner Veröffentlichung „Staueffekte vor Transportknoten“ (1977a). Die Modellierung von Materialflusssystemen als Wartesystemnetzwerke stellt Furmans (1992) in seiner Dissertation und in seiner Habilitationsschrift (2000) vor.

Die Grundlagen zeitdiskreter Wartesysteme werden durch Tran-Gia (1996), Kapitel 5 dargestellt. Wesentliche Grundlagen der Theorie stochastischer Prozesse findet man in der zweibändigen Monographie von Feller (1968) und (1971). Die Grundlagen zur Bestimmung von Kennwerten für  $G|G|1$ -Wartesysteme wurden in zwei Artikeln von Jain und Grassmann (1988) und (1989) veröffentlicht.

## 5. Lagern und Kommissionieren

### 5.1 Lagerbestand

Die Notwendigkeit, innerhalb eines Materialflusssystems ein Lager vorzusehen, entsteht, wenn zwischen verschiedenen Bereichen unterschiedliches Quellen- und Senkenverhalten besteht, das unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten weder technisch noch organisatorisch synchronisierbar ist. Für solche Fälle wurde in Kapitel 4 das *Lager* als Warteraum mit großem Fassungsvermögen bzw. mit langer Verweilzeit der gelagerten Güter definiert. Diese Definition bezieht sich lediglich auf die Funktionen Entkoppeln und Warten bzw. Puffern. Darüber hinaus kann ein Lager aber noch weitere Funktionen übernehmen, z.B. beim Sammeln und Verteilen sowie bei der Änderung von Reihenfolgen im Materialfluss und beim Zusammenstellen von Aufträgen (*Kommissionieren*).

Die betriebswirtschaftlich optimale Größe eines Lagers kann prinzipiell gefunden werden, indem man die vom Lager verursachten Kosten (z.B. Betriebs- und Kapitalbindungskosten) den Kostenvorteilen gegenüberstellt, die sich aus einer Lagerhaltung ergeben (z.B. höhere Materialverfügbarkeit, weniger Produktionsunterbrechungen, günstigere Einkaufskonditionen, besserer Kundenservice, etc.). Zu diesem Lagerproblem sind zahlreiche Arbeiten bekannt, deren Modellansatz jeweils darin besteht, das Minimum aller mengenbezogenen Kosten zu suchen, um daraus die optimalen Bestellmengen bzw. Produktionslosgrößen und schließlich die optimale Lagergröße zu bestimmen.

Das einfachste Modell dieser Art liegt der Ermittlung der optimalen Bestellmenge nach VDI-Richtlinie 2691 (Wirtschaftliche Vorratshaltung in Fertigungsbetrieben) zugrunde. Dabei berechnet man die Gesamtkosten  $K_G$  als Summe aus den Bestellkosten  $K_B$  und den Lagerhaltungskosten  $K_L$ :

$$K_G = K_B + K_L \quad (5.1)$$

mit

$$K_B = k_b \cdot \frac{M}{b} \quad (5.2)$$

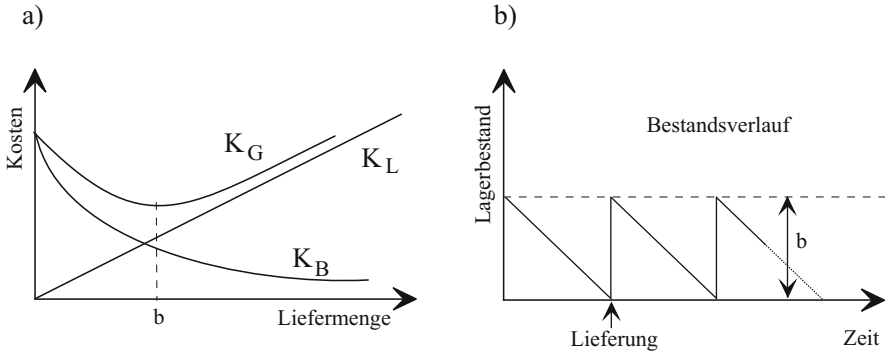
$$K_L = \frac{k_l}{100} \cdot \frac{b}{2} \cdot P \quad (5.3)$$

aus den Größen:

$k_b$	=	fixe Kosten pro Bestellung
$k_l$	=	Lagerhaltungskosten in Prozent vom Einkaufspreis bzw. von den Herstellkosten, inkl. Kapitalbindungskosten
$M$	=	Jahresbedarf
$P$	=	Einkaufspreis bzw. Herstellkosten
$b$	=	Bestellmenge bzw. Losgröße

Setzt man die Gleichungen (5.2) und (5.3) in (5.1) ein, so erhält man für  $\frac{dK_G}{db} = 0$  das Minimum der Kostensumme (vgl. **Bild 5.1 a**) und die ANDLERSche Formel<sup>1</sup> für die *optimale Losgröße*:

$$b = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot k_b \cdot M}{k_l \cdot P}} \quad (5.4)$$



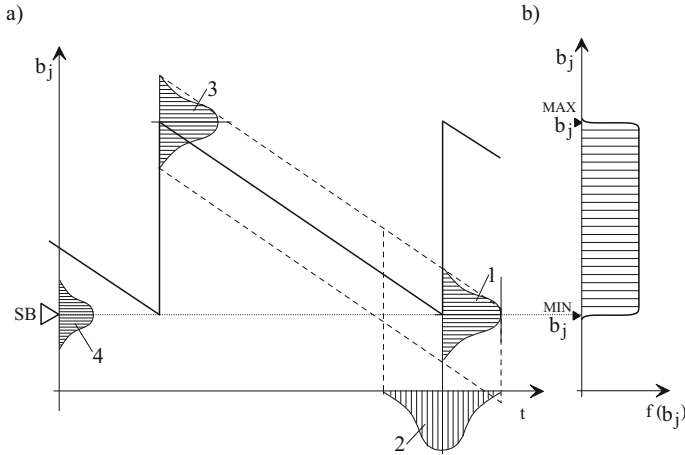
**Abb. 5.1.** Kostenverlauf (a) und Bestandsverlauf (b) im einfachsten Lagerhaltungsmodell

Voraussetzung für die Anwendung der Gleichung 5.4 sind u.a. regelmäßige Bestandsverläufe und exakt eingehaltene Liefertermine, wie in **Bild 5.1** dargestellt. So sieht die Praxis jedoch recht selten aus. In der Regel wird der sägezahnartige Bestandsverlauf aus **Bild 5.1 b** zunächst modifiziert durch die in **Bild 5.2** dargestellten:

- (1) Verbrauchsschwankungen
- (2) Lieferterminänderungen
- (3) Liefermengenschwankungen
- (4) variablen Sicherheitsbeständen (SB) zur Kompensation von Fehlmengen

<sup>1</sup> Die ANDLERSche Formel wird auch als „Klassische Losgrößenformel“ bezeichnet.





**Abb. 5.2.** Dispositive Lagerhaltung:

a) Abweichungen vom idealen Verlauf des Bestands  $b_j$  eines Artikels  $j$  (in Anlehnung an Hackstein und Abels (1977))

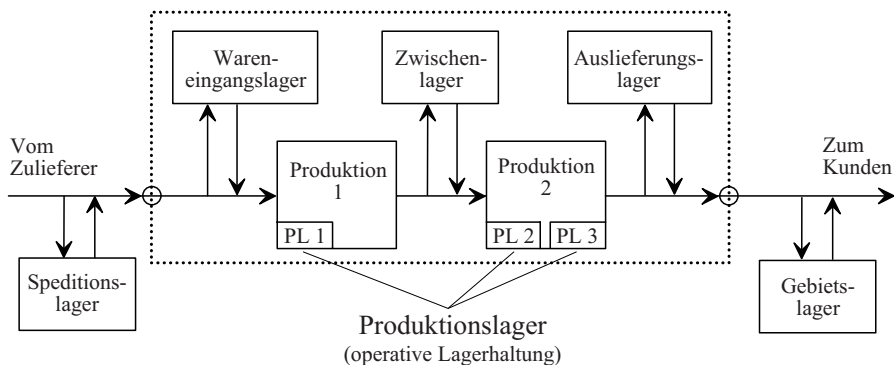
b) Gleichverteilung der Bestände zwischen Maximum und Minimum

Ein auf diese Weise modifizierter „sägezahnartiger“ Bestandsverlauf charakterisiert im Wesentlichen die *dispositive Lagerung*, z.B. in einem klassischen Wareneingangslager. Der Verlauf repräsentiert jedoch lediglich die dispositive Lagerung für genau einen Artikel. Werden mehrere Artikelgruppen unabhängig voneinander disponiert, so führt dies zu einem Ausgleich zwischen den einzelnen Bestandsgrößen bzw. einer Nivellierung des Gesamtlagerbestands. Wegen ihrer geringen Praxisbedeutung werden weitere Lagerhaltungsmodelle, die auf dem „sägezahnartigen“ Bestandsverlauf basieren, hier nicht behandelt. Ausführungen dazu findet der interessierte Leser z.B. in Neumann und Morlock (2002).

Im Gegensatz dazu steht die *operative Lagerung*, die in Materialflusssystemen weit verbreitet ist, z.B. im Produktionslager, Zwischenlager oder Speditionslager (siehe **Bild 5.3**). Ein solches Lager zeigt im Allgemeinen keine konstanten bzw. „gesteuerten“ Bestandsverläufe, sondern stochastisch verteilte Bestände, d.h. das Lager erfüllt die Funktion eines Puffers zwischen zwei Produktionsprozessen und hat die Aufgabe, die stochastischen Schwankungen der nicht synchronisierbaren Ein-/Ausgangsströme zu kompensieren.

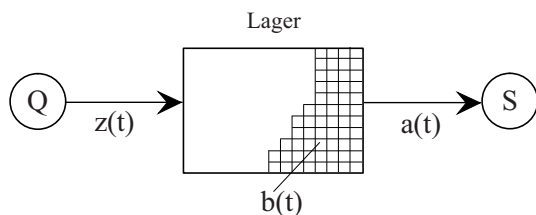
Der operative Lagerbestand  $b(t)$  wird, wie in **Bild 5.4** schematisch dargestellt, bestimmt vom Quell- und Senkenverhalten der vor- und nachgeschalteten Materialflussbereiche. Für einen Inventurzeitpunkt  $t = T$  gilt die Beziehung:

$$b(T) = b(t_0) + \sum_{t=t_0}^T z(t) - \sum_{t=t_0}^T a(t) \quad (5.5)$$



**Abb. 5.3.** Beispiele für Lagerstandorte im inner- und außerbetrieblichen Materialfluss

mit:  $b(t_0)$  = Anfangsbestand zur Zeit  $t_0$   
 $z(t)$  = Ladeeinheiten-Zugang in Periode  $t$   
 $a(t)$  = Ladeeinheiten-Abgang in Periode  $t$



**Abb. 5.4.** Das Produktionslager als Puffer zwischen Zugangsprozess  $z(t)$  und Abgangsprozess  $a(t)$

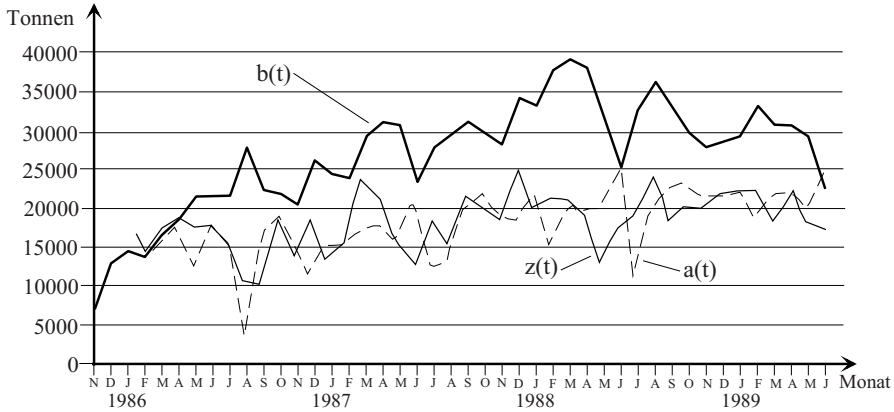
In **Bild 5.5** ist der kumulierte Bestandsverlauf eines Lagers aus dem Stahlhandel dargestellt. Es zeigt, dass der gesamte Lagerbestandsverlauf, der sich aus den überlagerten (evtl. „sägezahnartigen“) Bestandsverläufen der einzelnen Artikelarten ergibt, schließlich stochastischer Natur ist.

## 5.2 Lagerkapazität und Füllungsgrad

Mit dem Begriff *Lagerkapazität* bezeichnet man die maximale Anzahl von Ladeeinheiten (LE), die ein Lager aufnehmen kann – also Paletten, Boxen, Kartons oder sonstige Stückgüter. Kann ein Lager mit insgesamt  $m$  Plätzen pro Platz  $l = 1, 2, 3, \dots$  Ladeeinheiten aufnehmen, so ist seine *Kapazität*:

$$b = m \cdot l \quad (5.6)$$

Wenn die Ladeeinheiten es zulassen, dass alle Lagerplätze gleich gestaltet sind (Abmessungen, Tragfähigkeit, Sicherheitstechnik, etc.), spricht man von



**Abb. 5.5.** Bestand  $b(t)$ , Zugang  $z(t)$  und Abgang  $a(t)$  für ein Stahlhandelslager (Quelle: Ferrostahl AG, Staudinger 1990)

einem *homogenen* Lager. Die folgenden Betrachtungen werden nur für homogene Lager mit  $l = 1$  durchgeführt; damit ist die Kapazität gleich der Anzahl  $m$  der Lagerplätze, und jede Ladeinheit kann jeden Lagerplatz einnehmen.

Während eines längeren Betrachtungszeitraums sind im Mittel nur  $\bar{m} < m$  Lagerplätze belegt. Daraus definiert man den (Lager-) *Füllungsgrad*:

$$f = \frac{\bar{m}}{m} \leq 1 \quad (5.7)$$

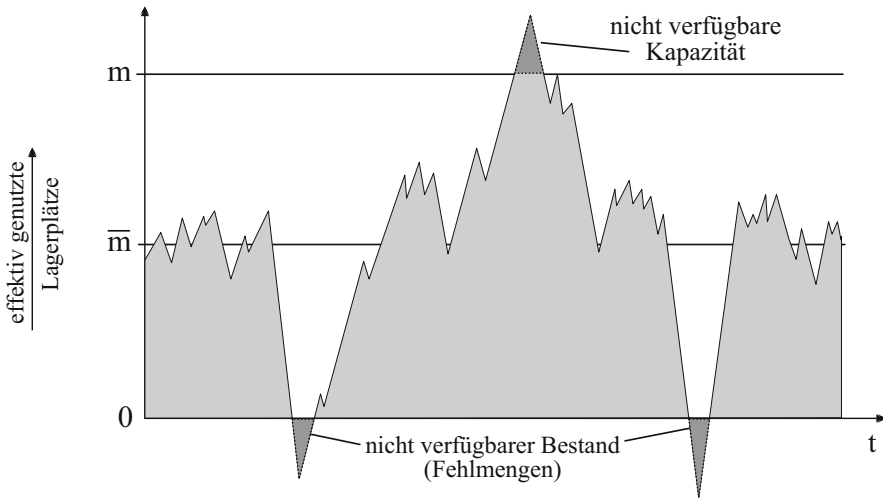
oder, mit der Kapazität  $b$  als dem maximal möglichen Bestand des Lagers, und dem zeitlichen Mittelwert  $\bar{b}$  des Bestands aller  $k$  Artikel:

$$f = \frac{\bar{b}}{b} = \frac{\sum_{j=1}^k \bar{b}_j}{b} \quad (5.8)$$

Trotz Füllungsgraden  $f \ll 1$  kann ein Lager zeitweise nicht nutzbar, d.h. nicht aufnahmefähig (weil „voll“) oder nicht lieferfähig (weil „leer“) sein. Der Grund dafür ist in der Stochastik des Bestandsverlaufs zu finden, wie in **Bild 5.6** vereinfacht dargestellt. Die generelle Aufgabe der Lagerplanung lautet daher, ein Lager so auszulegen, dass es bei *kleinstmöglicher Kapazität* ausreichend nutzbar ist. Mit anderen Worten: Der Verlauf des dispositiven oder operativen *Materialbedarfs* und der Verlauf des *Lagerbestands* sollen sich ideal ergänzen. Ein Kompromiss zwischen Kapazität und Füllungsgrad muss jedoch zu Abweichungen von dieser Idealforderung führen.

Für die Dimensionierung eines Lagers ist neben den Zugangs- und Abgangsprozessen besonders die Art der *Lagerplatzverwaltung* von Bedeutung. Man unterscheidet zwei Fälle:

a) *Feste Zuordnung* von Artikeln und Lagerplätzen

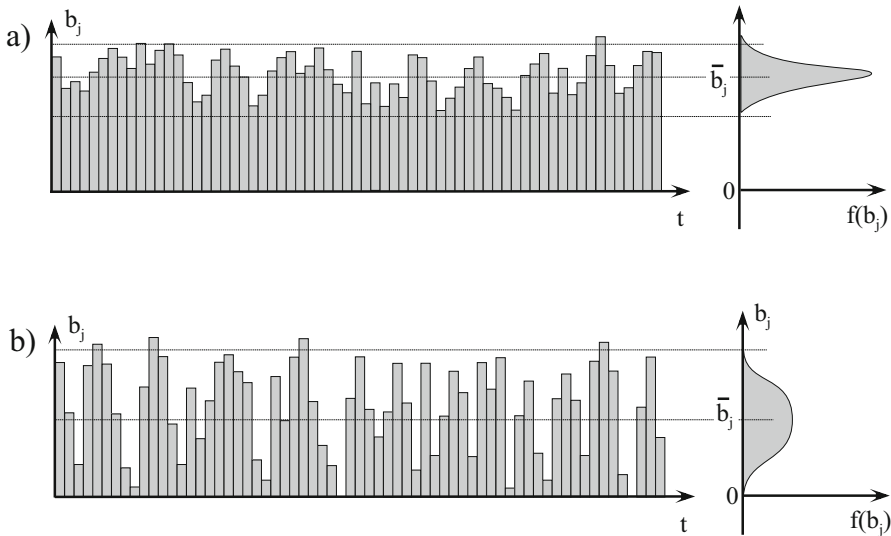


**Abb. 5.6.** Materialbedarf und Lagerbestand bei einem Lager mit Füllungsgrad  $f \ll 1$

- b) *Freie Wahl* der Lagerplätze beim Einlagern. Wegen der fehlenden Artikelordnung im Lager wird diese Art auch als dynamische Lagerplatzverwaltung bezeichnet.

Im **Fall (a)** ist die Zahl der erforderlichen Lagerplätze genau die Summe aus den maximal zu erwartenden Beständen  $b_j$  aller Artikelarten. Im **Fall (b)** darf unter der Annahme, dass die Lagerbestandsverläufe der  $j$  Artikelarten nicht korreliert sind (statistische Unabhängigkeit), ein *Ausgleich* zwischen zeitweise größeren und kleineren Beständen der verschiedenen Artikel angenommen werden. Diesen Ausgleich bestätigt die Praxis, und man vollzieht ihn in Simulationen nach.

Den ersten Schritt einer Lagerplanung bildet die Bestandsanalyse: Die Bestandsverläufe der einzelnen Artikel können dabei beobachtete Werte sein (z.B. bei der Zusammenlegung von mehreren Lägern in einem neuen Lager), oder sie liegen als Prognosewerte vor (z.B. anhand einer Marketingstudie vor der Produkteinführung). Die stationäre Verteilung der artikelbezogenen Lagerbestände  $f(b_j)$ , z.B. in Form einer Dichtefunktion oder eines Histogramms, kann unmittelbar davon abgeleitet werden (vgl. **Bild 5.7**). In dieser Darstellung erkennt man sehr gut die Spannweite, die Streubreite und den Mittelwert  $\bar{b}_j$  des Lagerbestands. Bevor nun die Kapazität des neuen Lagers geplant wird, sollten erst die ermittelten Bestandsverteilungen für jeden Artikel kritisch untersucht werden, z.B. anhand des aus Standardabweichung und Mittelwert gebildeten Quotienten, dem sog. Variationskoeffizienten (vgl. Abschnitt 2.1.7). Eine Bestandsverteilung mit sehr kleinem Variationskoeffizienten zeigt beispielsweise an, dass der mittlere Lagerbestand wesentlich höher ist als die Bestandsschwankungen. Dies deutet daraufhin, dass große



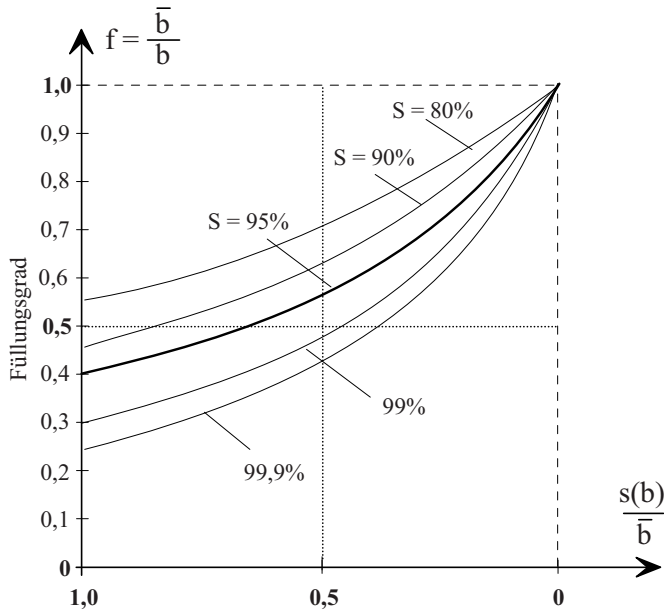
**Abb. 5.7.** Bestandsverlauf mit kleinem Variationskoeffizienten (a) und mit großem Variationskoeffizienten (b)

Sicherheitsbestände des Artikels vorgehalten werden. Sofern derartige Reserven nicht liefer- oder prozessbedingt erforderlich sind, sollte versucht werden, diese zu verringern und das neue Lager dementsprechend kleiner zu dimensionieren. Umgekehrt erfordert ein stark streuender Lagerbestand zur Aufnahme der „Bestandsspitzen“ ein dementsprechend groß dimensioniertes Lager – bei geringem mittleren Bestand und geringem mittleren Füllungsgrad (siehe Bild 5.7).

Im Anschluss an diese Überlegungen ist nun die Stellplatzkapazität des zu planenden Lagers so zu bestimmen, dass das Lager mit einer vorgegebenen statistischen Sicherheit aufnahmefähig ist. Die Festlegung der statistischen Sicherheit der Planung wirkt sich ebenso wie die Streuungen des Lagerbestandes auf den erreichbaren Füllungsgrad  $f$  eines Lagers aus. Generell gilt, dass bei höherer statistischer Sicherheit und bei größerer Streuung des Lagerbestandes der erreichbare Füllungsgrad abnimmt. In **Bild 5.8** wird deutlich, dass statistische Sicherheiten  $S > 95\%$  bzw. Irrtumswahrscheinlichkeiten  $\alpha < 0,05$  sehr geringe Füllungsgrade und somit vergleichsweise teure Lager bewirken.

### 5.2.1 Lagerdimensionierung bei normalverteilten Artikelbeständen

Die Verteilung des Gesamtlagerbestandes, der sich aus der Summe der Verteilungen aller Artikelbestände ergibt, kann in der Regel durch eine Normalverteilung angenähert werden. Dies lässt sich mithilfe des Zentralen Grenzwertsatzes der Statistik begründen, wonach eine Summe von unabhängigen,



**Abb. 5.8.** Erreichbare Füllgrade  $f$  in Abhängigkeit von der relativen Bestandsstreuung  $s(b)/\bar{b}$  für verschiedene statistische Sicherheiten (Quelle: Bauer (1985))

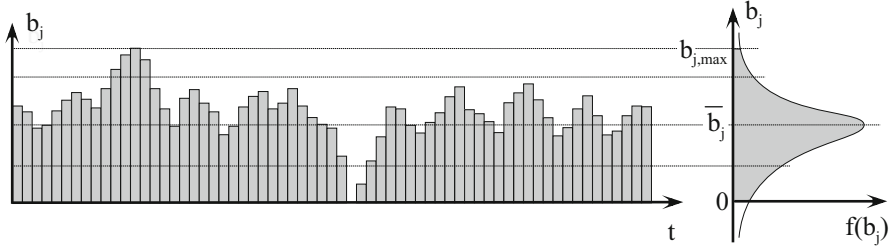
identisch verteilten Zufallsvariablen normalverteilt ist. Als Näherung kann die Normalverteilung auch für die Summe von beliebig verteilten, unabhängigen Zufallsvariablen herangezogen werden; dabei wächst die Güte der Näherung mit zunehmender Anzahl an Artikeln.

Im Folgenden wird vorausgesetzt, dass auch die Bestandsverläufe  $b_j(t)$  der einzelnen Artikel statistisch unabhängig und annähernd *normalverteilt* sind. Dies kann beispielsweise durch ein Produktionsplanungs- und Steuerungssystem erreicht werden, welches bemüht ist, stets einen mittleren Lagerbestand einzuhalten. Sofern kein prozessbedingter Sicherheitsbestand erforderlich ist, können die Lagerbestände dann beispielsweise zwischen  $b_j = 0$  und einem artikelspezifischen Maximalwert  $b_{j,max}$  normalverteilt sein (vgl. **Bild 5.9**).

Für jeden Artikel  $j$  wird das Lager dann als ausreichend bemessen bezeichnet, wenn der Artikelbestand  $b_j$  sich innerhalb eines Streubereichs bewegen kann, der aus der empirischen Standardabweichung  $s_j$  des Artikels und einem entsprechenden Sicherheitszuschlag festgelegt wird. Sofern als Sicherheitszuschläge die Quantile der Standardnormalverteilung (siehe Abschnitt 3.6.2) benutzt werden, ist:

$$b_j = \bar{b}_j \pm s_j \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (5.9)$$

Mit der Prinzipialdarstellung in Bild 3.40 und den Werten der Tabelle 3.4 besagt Gleichung (5.9) beispielsweise, dass für  $\alpha = 0,05$  der Bestand  $b_j$  innerhalb der Grenzen



**Abb. 5.9.** Verlauf und Dichtefunktion für normalverteilten Artikelbestand  $b_j$ .

$$b_{j,min} = \bar{b}_j - 1,96 \cdot s_j \quad b_{j,max} = \bar{b}_j + 1,96 \cdot s_j$$

schwanken darf. Mit der Entscheidung, dass der Mindestbestand mit geringer Wahrscheinlichkeit auch Null sein kann (siehe Bild 5.9),

$$b_{j,min} = 0 \quad (5.10)$$

wird gleichzeitig festgelegt:

$$b_{j,max} = 2 \cdot s_j \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad \text{und} \quad \bar{b}_j = s_j \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (5.11)$$

Für die Artikelart  $j$  wird somit ein maximaler Lagerplatzbedarf von

$$\hat{b}_j = 2 \cdot s_j \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (5.12)$$

angesetzt. Bei fester Lagerplatzzuordnung (Fall a) ist nach Gleichung (5.12) und Gleichung (5.18) somit die maximal erforderliche Anzahl von Lagerplätzen:

$$\begin{aligned} m &= \sum_{j=1}^n \hat{b}_j = \sum_{j=1}^n 2 \cdot s_j \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}} \\ &= 2 \cdot \sum_{j=1}^n s_j \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}} \\ &= 2 \cdot \sum_{j=1}^n \bar{b}_j \end{aligned} \quad (5.13)$$

Für die freie Lagerplatzwahl (Fall b) darf unter der Annahme statistisch unabhängiger Verteilungen ein Ausgleich zwischen zeitweise größeren und kleineren Beständen der verschiedenen Artikel angenommen werden. Zur Quantifizierung des Ausgleichs wird das GAUSS'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz auf die artikelbezogenen Schwankungen  $s_j \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}}$  der Maximalbestände in Gleichung (5.11) angewendet. Dann schreibt man für die erforderliche Anzahl von Lagerplätzen:

$$\begin{aligned}
m &= \sum_{j=1}^n \bar{b}_j + \sqrt{\sum_{j=1}^n (s_j \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}})^2} \\
&= \sum_{j=1}^n s_j \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^n s_j^2}
\end{aligned} \tag{5.14}$$

oder

$$m = \bar{m} + \Delta m \tag{5.15}$$

Der Vergleich von Gleichung (5.14) mit Gleichung (5.13) zeigt eine deutliche Reduzierung der erforderlichen Lagerkapazität bei freier Wahl des Lagerplatzes. Für den Sonderfall, dass alle Artikelbestände identisch verteilt sind (d.h. insbesondere gleiche Mittelwerte  $\bar{b}_j = \bar{b}$  und gleiche Standardabweichungen  $s_j = \bar{s}$ ), ist

$$\text{im Fall a:} \quad m = 2 \cdot \sum_{j=1}^n \bar{b}_j = 2 \cdot n \cdot \bar{b} = 2 \cdot \bar{m} \tag{5.16}$$

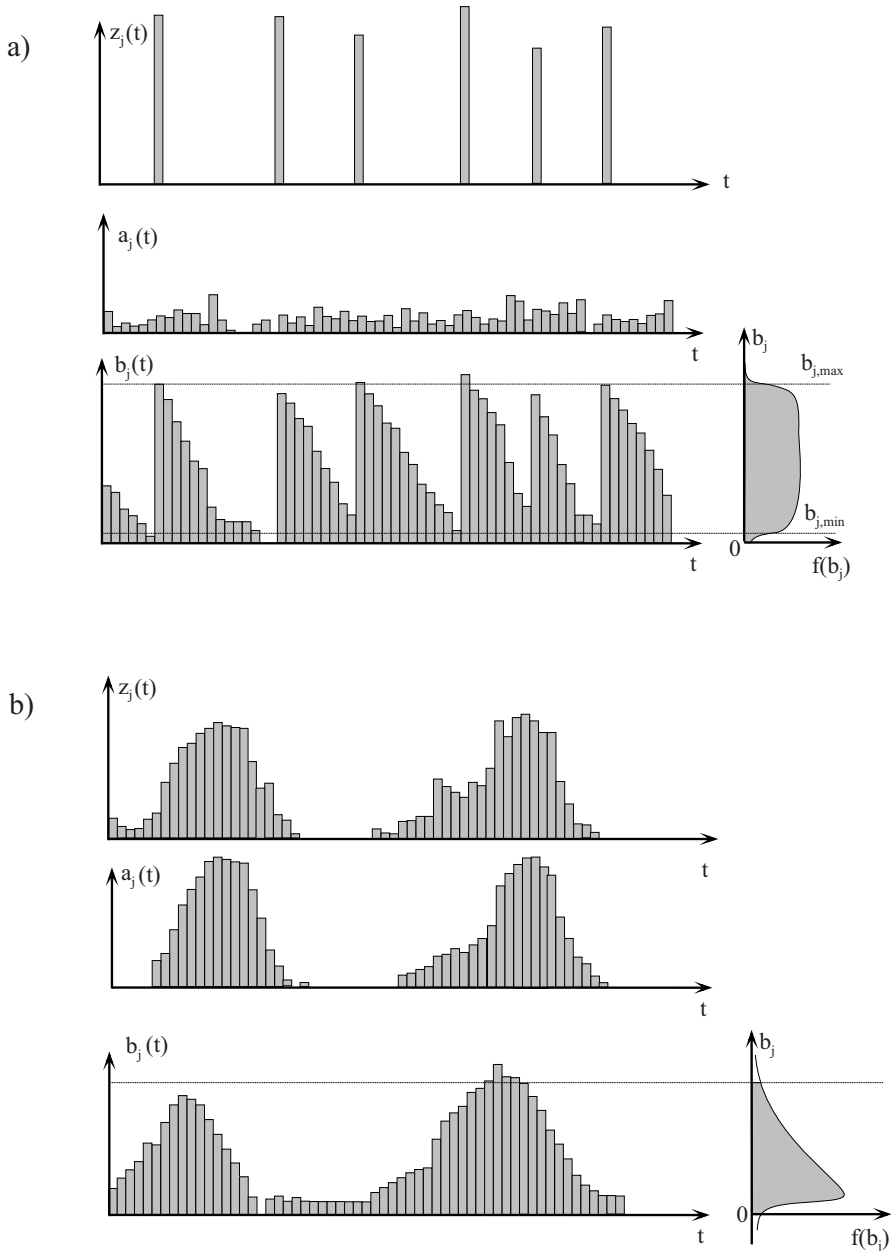
$$\begin{aligned}
\text{im Fall b:} \quad m &= \sum_{j=1}^n s_j \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^n s_j^2} \\
&= n \cdot \bar{b} + \sqrt{n} \cdot \bar{b} \\
&= \bar{m} + \frac{\bar{m}}{\sqrt{n}}
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Obwohl man in der Praxis nur selten auf echt normalverteilte Artikelbestände trifft, wird die dargestellte Methode bei Lagerplanern häufig benutzt. Aus diesem Grund wird im nächsten Abschnitt eine weitere, allgemeingültige Berechnungsmethode vorgestellt.

### 5.2.2 Lagerdimensionierung bei beliebig verteilten Artikelbeständen

In Abhängigkeit von den speziellen Gegebenheiten der Zugangs- und Abgangsprozesse können die artikelspezifischen Bestandsverläufe sehr unterschiedliche Form aufweisen. In **Bild 5.10** sind beispielhaft zwei Bestandsverläufe mit den zugehörigen Zugangs- und Abgangsprozessen sowie der resultierenden Dichtefunktion abgebildet: Bild 5.10a charakterisiert den Bestandsverlauf für einen Artikel, der in großen Liefermengen bestellt wird und mehr oder minder kontinuierlich verbraucht wird (z.B. C-Teile). Daraus resultiert ein sägezahnartiger Verlauf, der einen schubweisen Zugangs- und einen stochastischen Abgangsprozess widerspiegelt. Da jeder Lagerbestand zwischen  $b_{j,min}$  und  $b_{j,max}$  ungefähr gleich oft vorkommt, ist die zugehörige, zeitlich





**Abb. 5.10.** Beispiele für den zeitlichen Verlauf von Zugangsprozess  $z_j(t)$ , Abgangsprozess  $a_j(t)$  und Lagerbestand  $b_j(t)$  sowie zugehöriger Dichtefunktion  $f(b_j)$  für verschiedene Artikel  $j$ .

invariante Dichtefunktion  $f(b_j)$  des artikelbezogenen Lagerbestands näherungsweise eine Gleichverteilung.

In Bild 5.10 b ist ein für A-Teile charakteristischer Bestandsverlauf abgebildet: Hierbei wird die Verweildauer der teuren Artikel im Lager möglichst gering gehalten, d.h. große Lagerbestände werden erst kurz vor dem Auflegen des Loses in der Produktion vorgehalten und möglichst früh wieder abgezogen, um die Lagerhaltungs- und Kapitalbindungskosten zu reduzieren. Daraus resultiert eine unsymmetrische, schiefe Verteilung des Lagerbestands.

Die Aufgabe der Lagerplanung besteht nun darin, das Lager so zu dimensionieren, dass die Kapazität mit vorgegebener statistischer Sicherheit  $(1 - \alpha)$  ausreicht, um die stochastischen und die prozessbedingten Schwankungen des Lagerbestands zu kompensieren. An dieser Stelle muss man zwischen den beiden bereits genannten Arten der Lagerverwaltung unterscheiden:

- Im Falle einer *festen Zuordnung von Lagerplätzen* muss für jeden Artikel  $j$  ein Lagerbestandswert  $\hat{b}_j$  ermittelt werden, der mit ausreichender statistischer Sicherheit nicht überschritten wird. Die benötigte Lagerkapazität ergibt sich dann als die Summe aller artikelbezogenen  $\hat{b}_j$ :

$$m = \sum_{j=1}^n \hat{b}_j \quad (5.18)$$

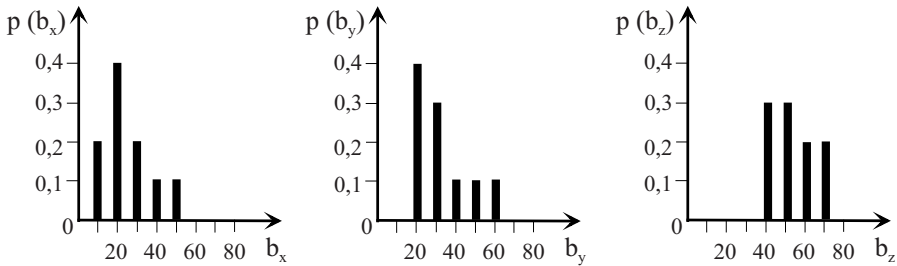
Sobald die Lagerkapazität von *mindestens einem* Artikel  $j$  bei fester Lagerplatzzuordnung überschritten wird, ist das Lager auf den für diese Artikelgruppe vorgesehenen Plätzen nicht mehr aufnahmefähig. Die Verfügbarkeit des Systems entspricht im strengen Sinn dem einer Serienschaltung, d.h. man muss hohe statistische Sicherheit  $(1 - \alpha)$  für die  $n$  Einzelkomponenten fordern, um eine ausreichende statistische Sicherheit  $(1 - \beta)$  des Gesamtsystems zu erlangen:

$$1 - \beta = (1 - \alpha)^n \quad \Longleftrightarrow \quad 1 - \alpha = (1 - \beta)^{1/n} \quad (5.19)$$

- Im Falle einer *freien Lagerplatzwahl* können sich Über- bzw. Unterkapazitäten von Artikelgruppen ausgleichen, d.h. die kumulierten Lagerbestände  $\sum_{j=1}^n b_j$  ergeben sich aus allen möglichen Linearkombinationen der artikelbezogenen Bestände  $b_j$ . Die Dichtefunktion  $f(\sum_{j=1}^n b_j) = f(b)$  der kumulierten Lagerbestände kann mittels vollständiger Enumeration oder durch mehrstufiges Anwenden der *Faltungsoperation* (die in Abschnitt 4.14.2 eingeführt wurde) berechnet werden, welche die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Summe von zwei unabhängigen diskret-ganzzahligen Zufallsvariablen liefert.

### Beispiel

Für die drei Artikel  $x, y, z$  wird ein neues Lager geplant. Die prognostizierten Bestände der drei Artikelarten sind in **Bild 5.11** in Form von diskreten Verteilungen dargestellt. Das Lager ist so zu dimensionieren, dass es mit einer statistischen Sicherheit von 90% verfügbar (d.h. aufnahme- oder abgabefähig) ist. Dabei soll die Berechnung der Lagerkapazität zuerst für den Fall einer festen Lagerplatzzuordnung (a) und dann für den Fall einer freien Lagerplatzwahl (b) erfolgen.



**Abb. 5.11.** Wahrscheinlichkeitsdiagramme für die Artikelbestände  $b_x$ ,  $b_y$  und  $b_z$ .

#### a) Feste Lagerplatzzuordnung

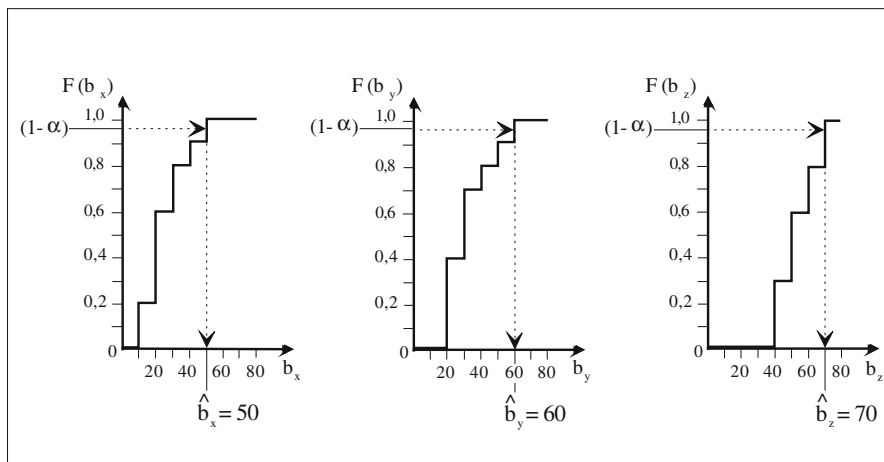
Um eine Gesamtverfügbarkeit von 90% zu erhalten, muss bei fester Lagerplatzzuordnung nach Gleichung (5.19) bei der Bestimmung der artikelbezogenen Mindestkapazitäten  $\hat{b}_j$  eine statistische Sicherheit von  $1 - \alpha = (1 - 0,1)^{1/3} \cong 0,965$  gefordert werden. Deshalb bestimmt man die Werte  $\hat{b}_j$  für  $j = x, y, z$  als 0,965-Quantil der Verteilungsfunktion  $F(b_j)$ , wie in **Bild 5.12** dargestellt. Aus dem Bild lassen sich die Werte von  $\hat{b}_x = 50$ ,  $\hat{b}_y = 60$  und  $\hat{b}_z = 70$  ablesen.

Nach Gleichung 5.18 kann nun die insgesamt erforderliche Anzahl von Lagerplätzen berechnet werden:

$$m = \sum_{j=1}^3 \hat{b}_j = 50 + 60 + 70 = 180$$

#### b) Freie Lagerplatzwahl

Wie bereits erwähnt, können sich im Falle einer *freien Lagerplatzwahl* die Über- bzw. Unterkapazitäten von Artikelgruppen ausgleichen, d.h. die kumulierten Lagerbestände  $\sum_{j=1}^n b_j$  ergeben sich aus allen möglichen Linearkombinationen der artikelbezogenen Bestände  $b_j$ . Unter der Annahme, dass



**Abb. 5.12.** Bestimmung der artikelbezogenen Kapazität anhand der Verteilungsfunktion  $F(b_j)$  für  $(1 - \alpha) = 0,965$

die drei Artikelbestände statistisch unabhängig sind, kann die Verteilung der Summe der diskreten Zufallsvariablen verkürzt angegeben werden:

$$P\left(\sum_{j=x}^z b_j = b\right) = \sum_{\sum_{j=x}^z b_j = b} P(b_x) P(b_y) P(b_z) \quad (5.20)$$

D.h. die Wahrscheinlichkeit für den Gesamtlagerbestand  $b$  erhält man durch Addition der Wahrscheinlichkeiten aller Tripel  $(b_x, b_y, b_z)$ , deren Summe  $\sum_{j=x}^z b_j$  jeweils genau  $b$  ergibt. Wegen der vorausgesetzten statistischen Unabhängigkeit der Artikelbestände darf die Wahrscheinlichkeit eines Tripels  $(b_x, b_y, b_z)$  berechnet werden über die Multiplikation der Einzelwahrscheinlichkeiten  $P(b_x) \cdot P(b_y) \cdot P(b_z)$ . In **Tabelle 5.1** sind die Rechenschritte für das obige Beispiel aufgeführt.

In der Praxis sind Lösungen mittels vollständiger Enumeration sehr umfangreich. Aus diesem Grund empfiehlt sich die im Folgenden dargestellte Rechenmethode, die insbesondere mit Rechnerunterstützung schnell zu präzisen Ergebnissen kommt.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Summe mehrerer Zufallsvariablen kann ermittelt werden, indem zuerst die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Summe der ersten beiden Zufallsvariablen nach Gleichung (4.143) berechnet wird und anschließend dieses Zwischenergebnis mit dem Wahrscheinlichkeitsvektor der nächsten Zufallsvariablen gefaltet wird. In dieser Weise wird sukzessive das Ergebnis um weitere Zufallsvariablen erweitert.

Im Beispiel wird zuerst der Lagerbestandsvektor des Artikels  $x$  mit dem Vektor des Artikels  $y$  gefaltet:

**Tabelle 5.1.** Rechenschritte zur Bestimmung der Funktion  $F(\sum_{j=x}^z b_j)$  mit Werten für  $b_x, b_y, b_z$  aus Bild 5.11

$\sum b_j$	$(b_x, b_y, b_z)$	$P(b_x, b_y, b_z)$	$P(\sum b_j)$	$F(\sum_{j=x}^z b_j)$
70	(10, 20, 40)	$0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,3$	0,024	0,024
80	(10, 20, 50) (10, 30, 40) (20, 20, 40)	$0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,3$ $0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,3$ $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,3$	0,090	0,114
90	(10, 20, 60) (10, 40, 40) (20, 20, 50) (20, 30, 40) (30, 20, 40)	$0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,2$ $0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,3$ $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,3$ $0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,3$ $0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,3$	0,148	0,262
100	(10, 20, 70) (10, 30, 60) (10, 40, 50) (10, 50, 40) (20, 20, 60) $\vdots$ (40, 20, 40)	$0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,2$ $0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,2$ $0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,3$ $0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,3$ $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,2$ $\vdots$ $0,1 \cdot 0,4 \cdot 0,3$	0,174	0,436
110	(10, 30, 70) (10, 40, 60) (10, 50, 50) (10, 60, 40) (20, 20, 70) $\vdots$ (50, 20, 40)	$0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,2$ $0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,2$ $0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,3$ $0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,3$ $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,2$ $\vdots$ $0,1 \cdot 0,4 \cdot 0,3$	0,181	0,617
120	(10, 40, 70) $\vdots$ (50, 30, 40)	$0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,2$ $\vdots$ $0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,3$	0,151	0,768
130	(10, 50, 70) $\vdots$ (50, 40, 40)	$0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,2$ $\vdots$ $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,3$	0,104	0,872
140	(10, 60, 70) $\vdots$ (50, 50, 40)	$0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,2$ $\vdots$ $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,3$	0,068	0,940
150	(20, 60, 70) $\vdots$ (50, 60, 40)	$0,4 \cdot 0,1 \cdot 0,2$ $\vdots$ $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,3$	0,037	0,977
160	(30, 60, 70) $\vdots$ (50, 60, 50)	$0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,2$ $\vdots$ $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,3$	0,015	0,992
170	(40, 60, 70) (50, 50, 70) (50, 60, 60)	$0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,2$ $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,2$ $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,2$	0,006	0,998
180	(50, 60, 70)	$0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,2$	0,002	1,000

**Tabelle 5.2.** Wahrscheinlichkeitsvektoren der Artikelbestände  $b_x, b_y, b_z$ 

$b_j$	$p(b_x)$	$p(b_y)$	$p(b_z)$
10	0,2	0	0
20	0,4	0,4	0
30	0,2	0,3	0
40	0,1	0,1	0,3
50	0,1	0,1	0,3
60	0	0,1	0,2
70	0	0	0,2

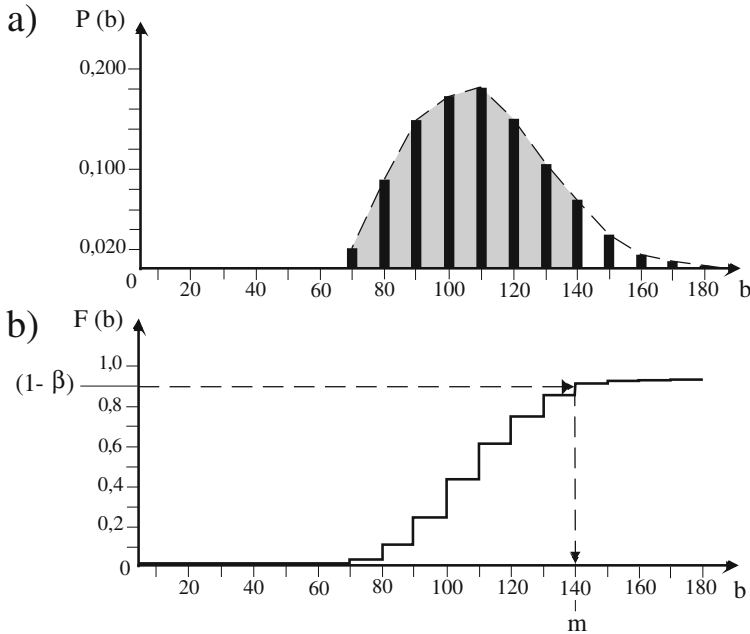
$$\mathbf{p}(b_x) \otimes \mathbf{p}(b_y) = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,4 \\ 0,2 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0,4 \\ 0,3 \\ 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,08 \\ 0,22 \\ 0,22 \\ 0,16 \\ 0,15 \\ 0,10 \\ 0,04 \\ 0,02 \\ 0,01 \end{pmatrix} = \mathbf{c}$$

Anschließend wird der resultierende Vektor  $\mathbf{c}$  mit dem Lagerbestandsvektor des Artikels  $z$  gefaltet:

$$\mathbf{c} \otimes \mathbf{p}(b_z) = \begin{pmatrix} 0,08 \\ 0,22 \\ 0,22 \\ 0,16 \\ 0,15 \\ 0,10 \\ 0,04 \\ 0,02 \\ 0,01 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,3 \\ 0,2 \\ 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,024 \\ 0,090 \\ 0,148 \\ 0,174 \\ 0,181 \\ 0,151 \\ 0,104 \\ 0,068 \\ 0,037 \\ 0,015 \\ 0,006 \\ 0,002 \end{pmatrix} = \mathbf{p}(b)$$

Als Ergebnis liegt nun die Verteilung des Gesamtlagerbestandes  $b$  vor, der sich aus den drei Artikeln  $x$ ,  $y$  und  $z$  zusammensetzt. Die Werte entsprechen den bereits in Tabelle 5.1 berechneten Wahrscheinlichkeiten. Das Stabdiagramm der diskreten Funktion  $P(b)$  ist in **Bild 5.13** dargestellt. An der Form der Hüllkurve erkennt man bereits den gegenseitigen Ausgleich der Artikelbestände: Maximal- und Minimalwerte der Artikelbestände  $b_j$  kompensieren sich gegenseitig und der Gesamtlagerbestand „pendelt sich auf mittlerem Niveau ein“.

Die erforderliche Lagerkapazität  $m$  kann nun aus der Verteilungsfunktion  $F(\sum_{j=x}^z b_j) = F(b)$  ermittelt werden (siehe Bild 5.13 b). Zur vorgegebenen statistischen Sicherheit  $(1 - \beta) = 0,90$  ist dies der Wert  $m = b_{0,90} = 140$ .



**Abb. 5.13.** Stabdiagramm und Verteilungsfunktion der gefalteten Funktion  $F(\sum_{j=x}^z b_j)$

In diesem Beispiel ist im Falle einer freien Lagerplatzwahl eine Reduzierung der Lagerkapazität um mehr als 20% im Vergleich zur festen Lagerplatzzuordnung – bei gleicher statistischer Sicherheit für eine ausreichende Lagerplatzanzahl – möglich.

Abschließend kann zusammengefasst werden, dass die dargestellten Methoden zur Lagerplanung Abschätzungen der erforderlichen Mindestkapazitäten liefern, die auf den stochastisch bedingten Lagerbestandsschwankungen beruhen. Aspekte wie Sicherheitsbestand, Lager- und Lieferpolitik wirken sich ebenfalls auf die Dimensionierung des Lagers aus, doch blieben sie bewusst unberücksichtigt, da sie letztlich – ebenso wie die Festlegung der statistischen Sicherheit der Planung – unternehmerische Entscheidungen darstellen, die man den hier analytisch ermittelten Werten sehr einfach überlagern kann.

### 5.3 Lagerbauarten

Die bislang vorgestellten Überlegungen zum Bestandsverlauf und zum Kapazitätsbedarf konnten ausschließlich anhand der Materialflussbeziehungen, die ein Lager mit den übrigen Materialflussbereichen verbindet, durchgeführt werden. Für die weitere Beschäftigung mit dem Thema *Lagern und Kom-*

*missionieren* ist es jedoch erforderlich, etwas näher auf die Lager-*Technik* einzugehen.

Neben der Unterscheidung nach dispositiven und operativen Aufgaben (wie auszugsweise in Bild 5.3 dargestellt) werden die Lager nach ihrer Bauart klassifiziert, d. h. anhand technischer Merkmale. Die häufigsten Bauarten, mit Prinzipskizzen in **Bild 5.14** dargestellt, sind:

- Blocklager
- Regal- und Hochregallager
- Durchlaufregallager
- Verschieberegallager
- horizontale und vertikale Umlaufregallager

Darüber hinaus sind noch viele weitere, allerdings seltener ausgeführte Bauarten bekannt; Prinzipskizzen dazu findet man in allen einschlägigen Handbüchern, u.a. bei Jünemann (2000).

Die technischen Merkmale der Lagerbauarten unter den Gesichtspunkten der Materialflusslehre beziehen sich auf:

a) *die konstruktive Gestaltung der Lagerplätze:*

- stationäre Lagerplätze für stapelbare Ladeeinheiten (z.B. auf dem Boden des Lagerbereiches)
- Fächer in ruhenden oder bewegbaren Regalen oder Gestellen
- stationäre Lagerplätze mit bewegbaren Böden (Tablare, Bänder, Gurte, Förderketten, Rollen, Röllchen)

b) *die Bauweise der Geräte zur Bedienung der Lagerplätze:*

- konventionelle Gabelstapler
- Schubmaststapler, Hochregalstapler, usw.
- Regalförderzeuge, evtl. mit Satellitenfahrzeug
- Krane, Roboter und Sondergeräte

c) *die Fördermittel in der sogenannten Lagervorzone (siehe Bild 5.15):*

- Stetigförderer wie z.B. Rollen- und Röllchenbahnen, Kettenförderer, Band- und Gurtförderer
- Unstetigförderer wie z.B. Verschiebewagen, Elektrohängebahnen (EHB), usw.
- Flurförderzeuge wie z.B. fahrerlose Transportsysteme (FTS), Gabelstapler, usw.



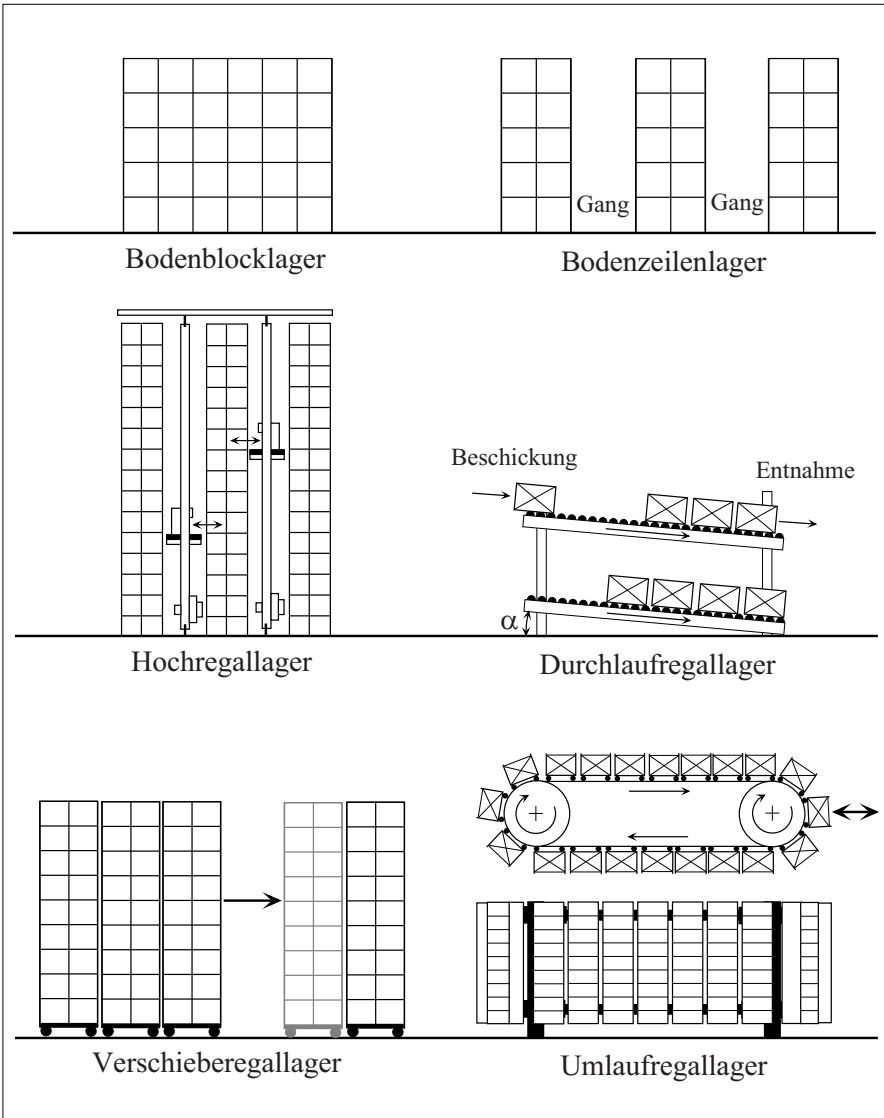
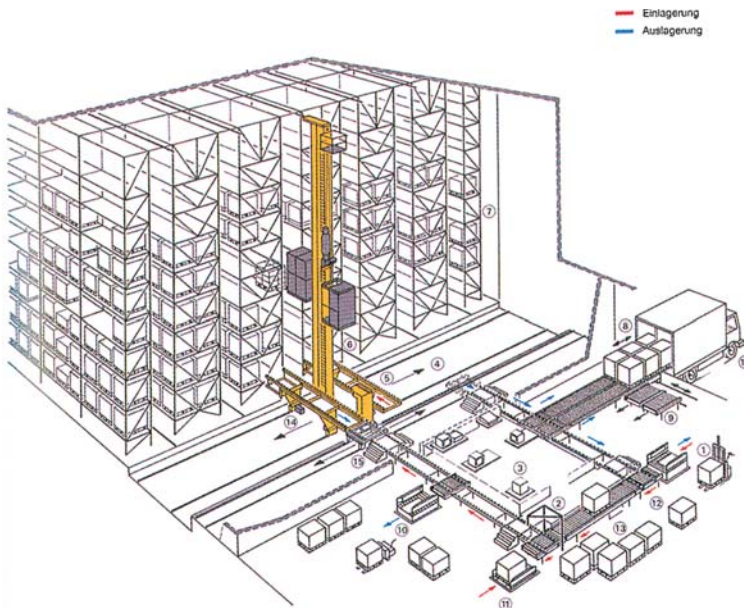


Abb. 5.14. Lagerbauarten mit Prinzipskizzen

Die Entscheidung für eine Lagerbauart und ihre technischen Merkmale ist von mehreren Parametern abhängig. Von größtem Einfluss sind die Eigenschaften der zu lagernden Güter und die Art, wie sie zu Ladeeinheiten – beispielsweise mithilfe von Ladungsträgern gemäß Bild 3.17 – zusammengefasst sind. Nahrungsmittel, chemische Produkte oder Textilien stellen häufig andere Forderungen an die Lagertechnik als z.B. Produkte aus Maschinenbau und Elektrotechnik. Zu beachten ist, dass die Lagertechnik bei unterschiedlichen Ladeeinheiten (inhomogenes Lager) und bei uneinheitlichen Artikelarten innerhalb eines Lagers der daraus resultierenden Bandbreite der Forderungen Rechnung tragen muss.

Für die Wahl der Lagerbauart sind, neben den Eigenschaften der Güter, ihre Verweilzeiten im Lager und die gewünschten Zugriffszeiten von Bedeutung, sowie die Aufgaben, die das Lager zusätzlich neben seiner Hauptfunktion als Warteraum übernehmen soll, z.B. die Kommissionierung. Selbstverständlich wirken sich auch Standortfragen aus, wie z.B. Grundstückskosten oder innerbetriebliche, räumliche Restriktionen; behördliche Vorschriften, ökologische Bedingungen, bautechnische Voraussetzungen, usw.



**Abb. 5.15.** Hochregallager mit einem Regalbediengerät und Umsetzbrücke  
 Legende: (1) Paletten-Auf- und -Abgabe, (2) Palettenprüfeinrichtung, (3) Identifikationspunkt, (4) Einlagerungsebene, (5) Umsetzbrücke, (6) Regalbediengerät, (7) Hochregallager, (8) Automatische Lkw-Be- und -Entladung, (9) Stauplätze für Lkw-Ladung, (10) Ausschleusung Fehlerpaletten, (11) Palettenaufgabe, (12) Rollenhubtisch, (13) Rollenförderer, (14) Tragkettenförderer, (15) Verteiler, (16) Lkw mit Tragkettenförderer (Quelle: Mannesmann Demag Fördertechnik AG)

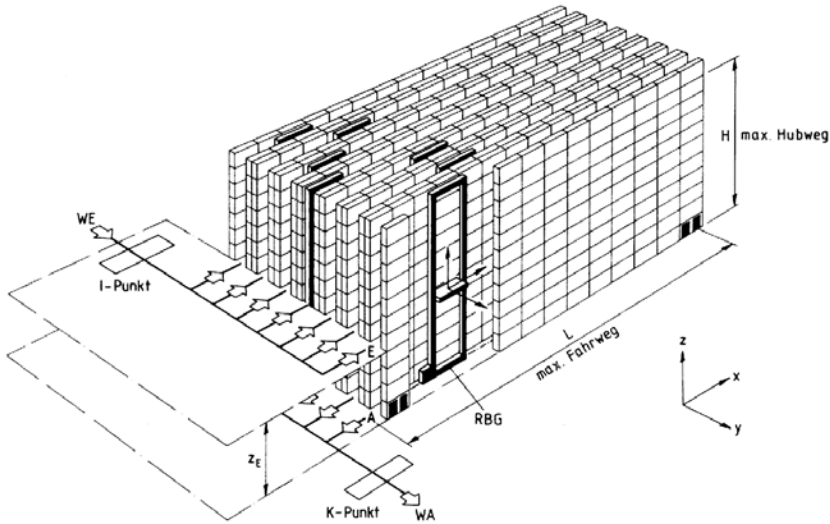


**Abb. 5.16.** Kurvengängiges Regalbediengerät (Quelle: Dambach Industrieanlagen GmbH)

In den Bildern **5.15**, **5.16** und **5.17** sind drei verschiedene Hochregallagerkonzepte dargestellt. In Bild 5.15 übernimmt ein einziges Regalbediengerät (RBG) die Ein- und Auslagerung für alle Lagerplätze. Das RBG wird dazu auf einer an der Stirnseite der Regalzeilen verschiebbaren Umsetzbrücke zu der Gasse gebracht, in der sich das Regal mit dem aktuell zu bedienenden Lagerplatz befindet. In Bild **5.16** wird gezeigt, wie man auch ohne Umsetzbrücke mit einem kurvengängigen Regalbediengerät alle Regalgassen bedienen kann. In beiden Fällen muss man (je nach Artikelstruktur) auf kurze Zugriffszeiten verzichten, hat jedoch eine kostengünstige Lagerbauart gefunden.

Wird in jeder Regalgasse – wie in Bild 5.17 dargestellt – ein eigenes RBG eingesetzt, so kann die Zugriffszeit bei unveränderter Kapazität des Lagers, aber erheblich höheren Investitionen, reduziert werden.

Viele der oben exemplarisch genannten Parameter werden von Kostengesichtspunkten bestimmt. In **Bild 5.18** sind daher Richtwerte der gesamten Investitionen für drei, jeweils „in sich“ wirtschaftliche Lagerbauarten einander gegenübergestellt. Man sieht daran sofort, dass die leistungsbezogenen, normierten Investitionen umso geringer werden, je besser die in der jewei-



**Abb. 5.17.** Hochregallager mit einem Regalbediengerät pro Regalgasse und getrennten Ein-/ Auslagerebenen (Quelle: FEM-Regel 9.851)

ligen Bauart realisierbare Höhe genutzt wird und dass es in Abhängigkeit von den hier nicht näher spezifizierten Einzelkosten keine erkennbar *optimale* Bauart gibt. Nicht im Vergleich enthalten sind z.B. Gesichtspunkte der Automatisierbarkeit sowie die Kosten für Personal und Flächenbedarf, die in Hochlohngebieten bzw. Gebieten mit hohen Grundstückspreisen i.d.R. zu einer Bevorzugung der Bauart „Hochregallager“ führen.

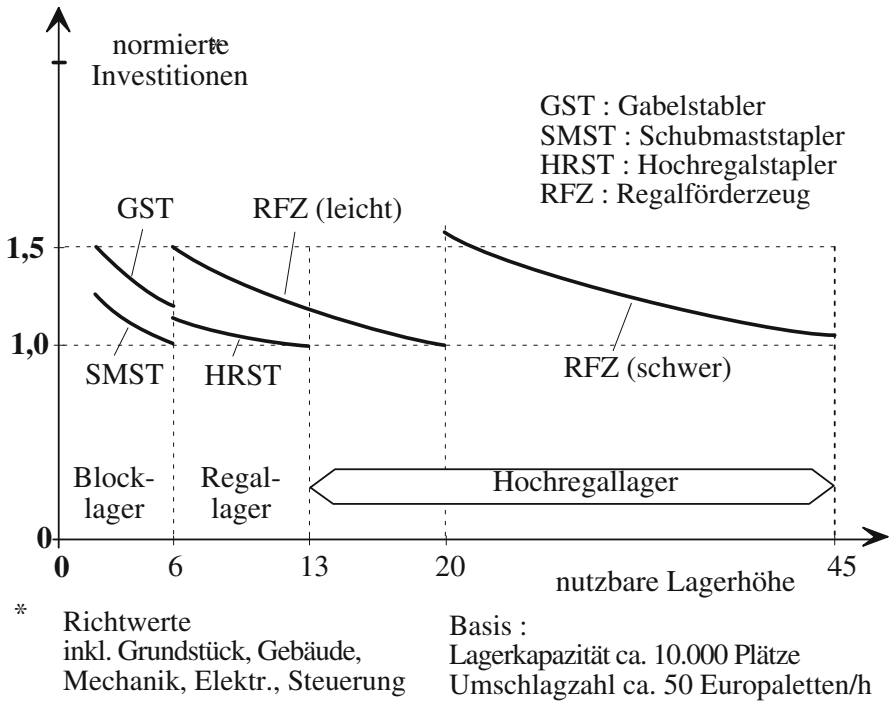


Abb. 5.18. Kostenvergleich für drei wichtige Lagerbauarten

## 5.4 Zugriffszeit

Neben der Kapazitätsforderung sind die für Ein- und Auslagervorgänge benötigten Zeiten ein wichtiges Kriterium zur Beurteilung einer Lagerbauart und ihrer Eignung im Materialflussprozess.

Im Fall der operativen Lagerung sind fast immer kurze *Zugriffszeiten* zu den gelagerten Gütern erforderlich, weil der Lagerbereich beispielsweise mit Produktionsanlagen oder mit Verkehrssystemen gekoppelt ist, die sehr hohe Auslastungen und vernachlässigbare Wartezeiten fordern. Die *Zugriffszeit* ist aber nicht eindeutig definierbar und, wie anschließend gezeigt wird, sehr von der Bauart des Lagers abhängig. Zur Klärung wird am Beispiel des Bildes 5.15 nachfolgend der gesamte Zeitbedarf  $t_{ges}$  für einen Materialfluss von den Lagerplätzen der Regale zum Lkw-Laderaum in seine „anlagenspezifischen Anteile“ aufgelistet:

$t_L$	=	Zeit für die Übernahme einer Ladeeinheit (LE) vom Lagerplatz auf das Regalbediengerät (RBG)
$t_l$	=	von der Weglänge abhängige Fahrtzeit des RBG in der Regalgasse
$t_V$	=	Zeit für die Übergabe einer LE vom RBG auf den Bereitstellplatz an der Lagervorzone
$t_{FV}$	=	Förderzeiten im Bereich der Vorzone
$t_K$	=	Zeit am Kontrollpunkt für die Prüfung, ob der Auslagerbefehl physisch richtig ausgeführt wurde
$t_{SL}$	=	Zeit für das Füllen der Stauplätze an der Laderampe
$t_{FV}$	=	Zeit für die Beladung des Lkws.

Zur Ermittlung der Gesamtzeit  $t_{ges}$  hat man der Summe aus den o.g. Zeiten noch die sogenannten *Totzeiten* hinzuzurechnen, die an allen Schnittstellen benötigt werden; beispielsweise für:

- Positioniervorgänge,
- Erfassen und Auswerten von Sensorsignalen,
- Durchführen von Steuerbefehlen,
- Warten an belegten Plätzen.

Um die Wartezeit des Lkws abzukürzen, sind an der Beladerampe (siehe Bild 5.15) Stauplätze vorgesehen, die bereits vor der Ankunft des Lkws besetzt werden können, wenn die erforderlichen Informationen unter Berücksichtigung der *Zugriffszeiten* rechtzeitig gegeben werden. Bei der Planung von Lagern in hoch ausgelasteten Verkehrssystemen mit teuren Wartezeiten (Flugzeug, Schiff) muss so vorgegangen werden.

Aufgabe des Materialflussplaners ist es, ein Konzept zu finden, das die geforderten Zugriffszeiten bei günstigsten Investitionen (und Betriebskosten) erfüllt. Dazu müssen stets die anlagenspezifischen Zeitanteile ermittelt werden. Für die *Stetigförderer* in der Vorzone (in Bild 5.15 z.B. Kettenförderer und Rollenbahnen) erfolgt dies wie bereits in Kapitel 2 dargestellt. Für die *Unstetigförderer* (hier: Regalbediengerät und Verteiler) müssen dazu die Zeiten ihrer *Arbeitsspiele* bestimmt werden.

## 5.5 Einzel- und Doppelspiel

Unter einem *Arbeitsspiel* versteht man generell bei allen Bauarten von Unstetigförderern den Bewegungsablauf, der gleich oder ähnlich bei jedem Fördervorgang wiederkehrt, wie z.B. an der unstetigen Verzweigung aus Kapitel 2. Der Zeitbedarf für ein Arbeitsspiel, die sogenannte *Spielzeit*, enthält stets neben produktiven auch unproduktive Zeitanteile; in Bild 5.15 ist dies auf den Verteiler bezogen z.B. die Zeit für die Rückfahrt des leeren Verteilers (wie bereits unter Kapitel 2 in Bild 2.15 dargestellt). Wenn ein Arbeitsspiel, so wie es hier beim Verteiler und beim Regalbediengerät der Fall ist, zwischen wechselnden Positionen bzw. zwischen verschiedenen Lagerplätzen stattfindet, definiert man ein *mittleres* Arbeitsspiel mit einer *mittleren Spielzeit*. Dazu wird vorab das Zusammenwirken eines Regalbediengerätes (RBG) gemäß **Bild 5.19** und eines Regals modellhaft beschrieben.

In einer Regalwand mit der maximalen Hubhöhe  $H$  und dem maximalen Fahrweg  $L$  des Regalbediengerätes seien  $m$  Lagerplätze in  $n_x$  Spalten und  $n_z$  Zeilen regelmäßig angeordnet, wie **Bild 5.20** zeigt. Übergabepunkt für alle Ein- und Auslagervorgänge (E/A) sei der linke untere Eckpunkt ( $x = 0, z = 0$ ). In diesem Punkt soll das Arbeitsspiel des Regalbediengerätes (RBG) bei den nachfolgenden Betrachtungen stets beginnen.

*Einzelspiel* nennt man ein Arbeitsspiel für eine separate Ein- oder Auslagerung. Dann ist bei der *Einlagerung* die Rückfahrt zum Punkt ( $x = 0, z = 0$ ) eine Leerfahrt, und umgekehrt bei der *Auslagerung* die gesamte Hinfahrt des RBG zum Lagerplatz eine Leerfahrt. Werden jeweils eine Einlagerung und eine Auslagerung miteinander verbunden, so spricht man von einem *Doppelspiel*. In diesem Fall ist der Leerfahrtanteil an der Spielzeit umso geringer, je näher die Ein- und Auslagerplätze benachbart sind.

In Bild 5.20 ist schematisch ein RBG gemäß Bild 5.19 skizziert, das sich mit der Geschwindigkeit  $v_x$  auf der  $x$ -Achse vor der Regalwand nach rechts und links bewegen kann. Am Mast des RBG geführt, kann der Hubwagen mit dem Lastaufnahmemittel (LAM) für die Ladeinheit (LE) Auf- und Abwärtsbewegungen auf der  $z$ -Achse mit der Geschwindigkeit  $v_z$  ausführen. Die Bewegungen auf der  $x$ - und  $z$ -Achse dürfen bei einem schienengeführten RBG – das man auch Regalförderzeug (RFZ) nennt – gleichzeitig ausgeführt werden. Werden die Bewegungen des RBG und seines Hubwagens im E/A-Punkt

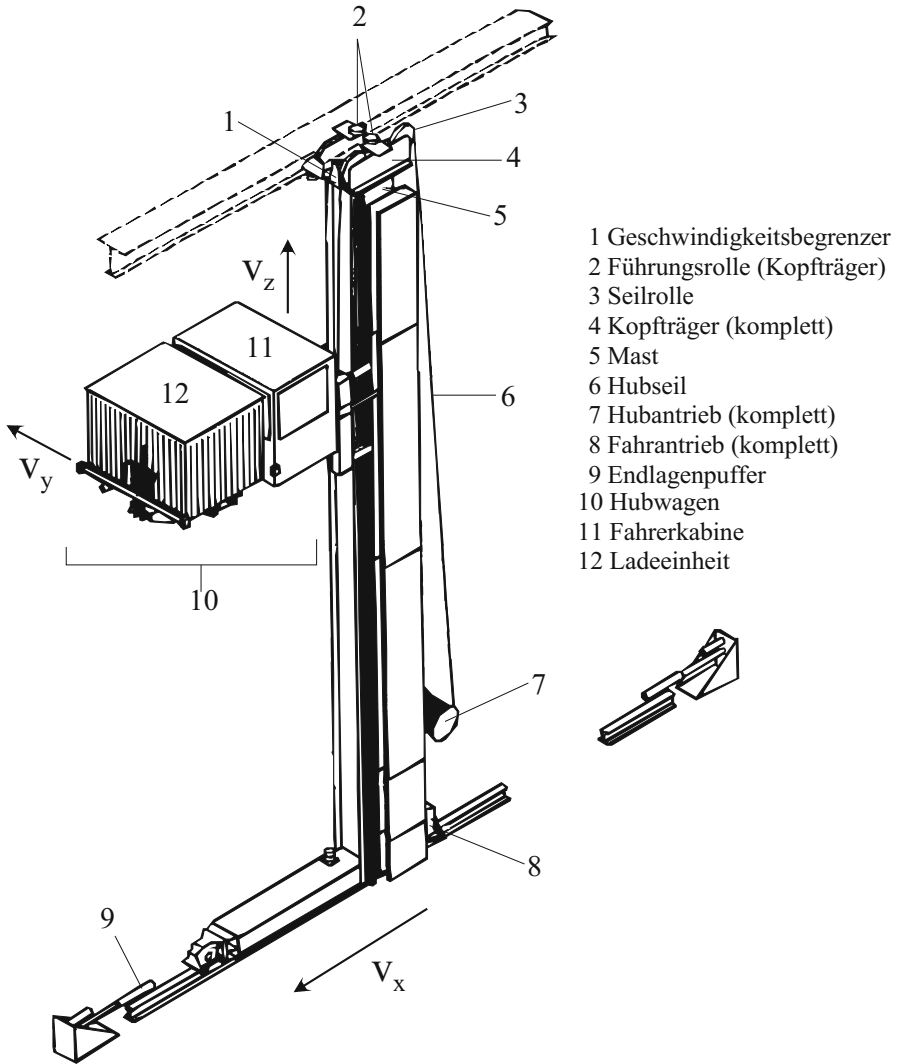


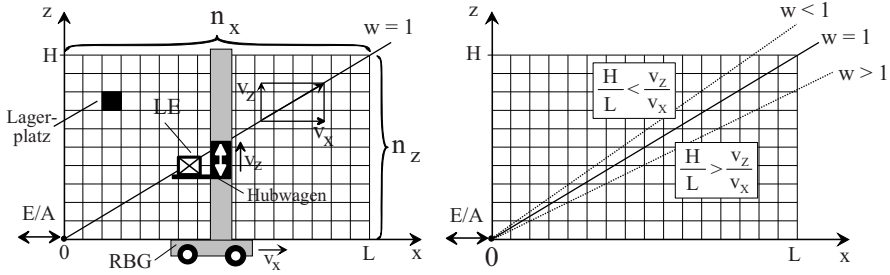
Abb. 5.19. Regalbediengerät (RBG)

( $x = 0, z = 0$ ) gleichzeitig gestartet und synchron ausgeführt, so ist die Bewegungsbahn eines Punktes am Lastaufnahmemittel (LAM), insbesondere die Bewegungsbahn der Ladeinheit (LE) selbst, eine Gerade mit der Gleichung:

$$z = \frac{v_z}{v_x} x \quad \text{mit } v_x \text{ und } v_z \text{ als den jeweiligen Maximalwerten} \quad (5.21)$$

Die Wegzeiten werden in hohem Maße von dem Verhältnis der Fahrgeschwindigkeit des Regalbediengeräts zur Ausdehnung des Lagers in horizontaler





**Abb. 5.20.** Regalwand und Regalbediengerät (RBG) und Regalwandparameter  $w$

bzw. vertikaler Richtung bestimmt. Aus diesem Grund definiert man den *Wandparameter*  $w$  eines Lagers zu:

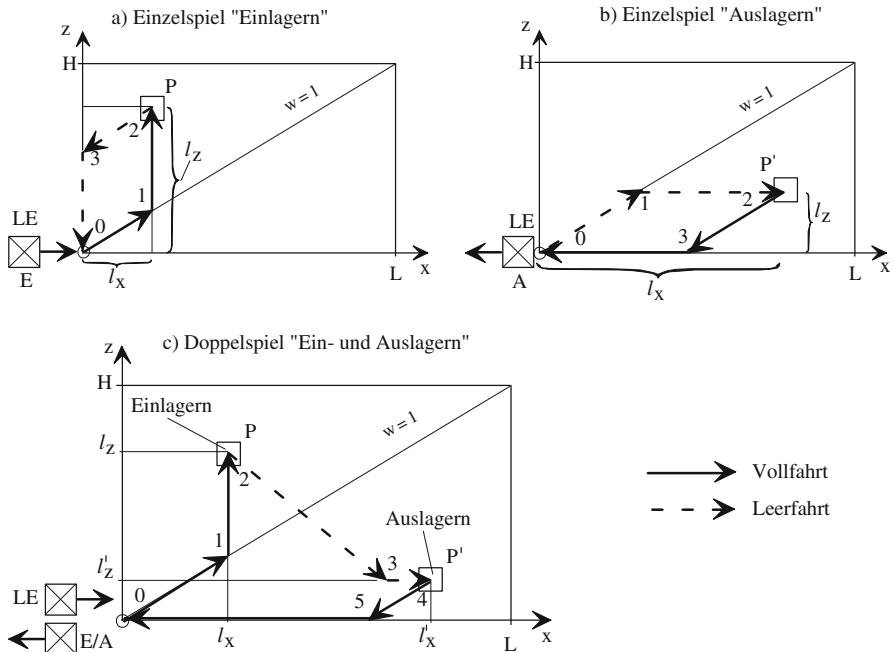
$$w = \frac{\frac{H}{L}}{\frac{v_z}{v_x}} = \frac{v_x}{v_z} \cdot \frac{H}{L} \quad (5.22)$$

Schneidet die Gerade den rechten oberen Eckpunkt der Regalwand, wie in Bild 5.20 dargestellt, so charakterisiert man die gegebenen geometrischen und kinematischen Beziehungen zwischen der Regalwand und dem RBG mit dem sogenannten Regalwandparameter  $w = 1$ .

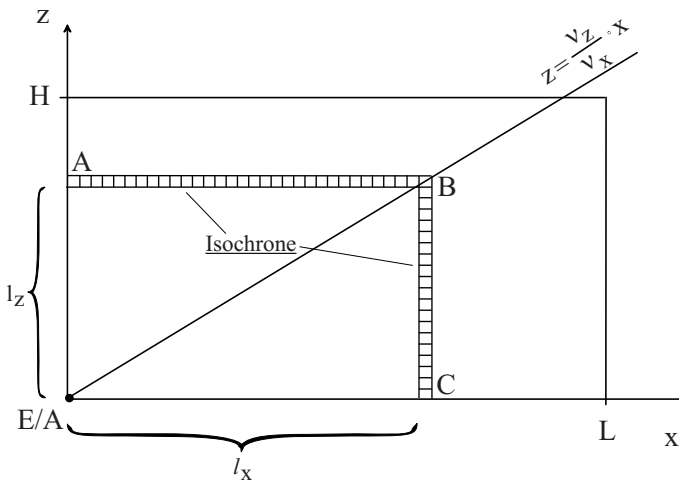
In **Bild 5.21** sind Beispiele für die Bewegungen des RBG und seines Hubwagens bei Einzel- und Doppelspielen skizziert. Am Beispiel a) für das Einlager-Einzelspiel erkennt man, dass der Fahrtrieb des RBG in  $x$ -Richtung im Punkt 1 abgeschaltet werden kann und dass der gewählte Lagerplatz erreicht wird, indem nur noch der Antrieb des Hubwagens die Bewegung der LE von Punkt 1 nach Punkt 2 ausführt. Auch für die Rückkehr in die Ausgangsposition (Punkt 0) muss der Antrieb des Hubwagens länger eingeschaltet bleiben als der RBG-Fahrtrieb. Somit bestimmt die Zeit  $t_z$  für die Weglänge  $l_z$  in der  $z$ -Richtung den Zeitbedarf dieses Arbeitsspiels. In Bild 5.21b für das Auslager-Einzelspiel bestimmt dagegen die Zeit  $t_x$  für die Weglänge  $l_x$  in  $x$ -Richtung, also die Einschaltdauer des RBG-Fahrtriebs, den Zeitbedarf des Arbeitsspiels. Diese einfache Überlegung muss in Abschnitt 5.6 bei der Berechnung der mittleren Spielzeit angewendet werden.

Mit der eben durchgeführten Überlegung erkennt man sofort, dass die gleiche Zeit  $t_z$  nicht nur das Anfahren des einen Lagerplatzes erlaubt, der in Bild 5.21a dargestellt ist, sondern ebenso aller anderen Lagerplätze auf der Höhenlinie mit  $l_z = \text{konst.}$  bis zum Schnitt mit der Geraden aus Gleichung (5.21), so wie in **Bild 5.22** dargestellt. Da im Schnittpunkt (B)  $t_z = t_x$  ist, können auch alle unterhalb der Diagonalen auf der Linie B-C liegenden Lagerplätze zeitgleich angefahren werden. Die Linie A-B-C ist somit eine *Isochrone*, d.h. alle Lagerplätze auf dieser Linie haben die gleichen Wegzeiten und, wie in Abschnitt 5.6 noch gezeigt wird, die gleichen Spielzeiten.

Bislang hier noch nicht erwähnt wurden die Bewegungen und die dazu benötigten Zeiten des Lastaufnahmemittels (LAM). Als LAM kommen in

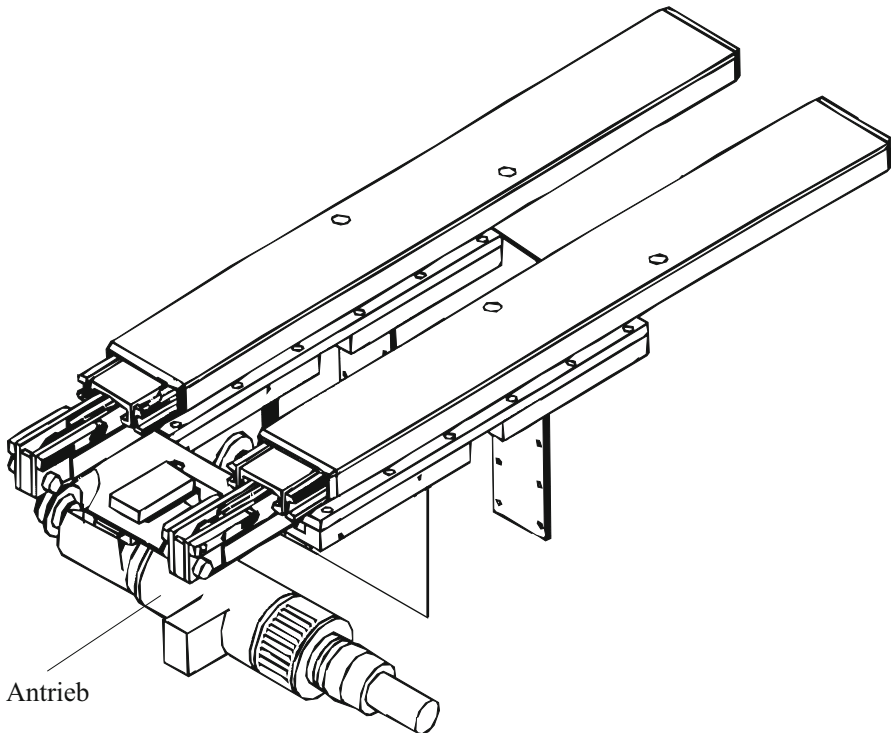


**Abb. 5.21.** Beispiele für die Bewegungen des Regalbediengeräts und seines Hubwagens  
 ( $l_x, l_z$  = Weglängen in  $x$ - und  $z$ -Richtung  
 $P$  = Lagerplatz für die Einlagerung  
 $P'$  = Lagerplatz für die Auslagerung)



**Abb. 5.22.** Isochrone mit  $t_z = t_x = \text{konst.}$  für alle Lagerfächer auf der Linie A-B-C

Frage: Teleskopgabeln, Schub- oder Rollenböden, Tragketten, Greifer oder seitlich an die Ladeinheit gepresste umlaufende Bänder. Das am weitesten verbreitete LAM ist die Teleskopgabel (siehe **Bild 5.23**), an der nachfolgend der entsprechende LAM-Anteil am Arbeitsspiel des RBG erklärt wird.



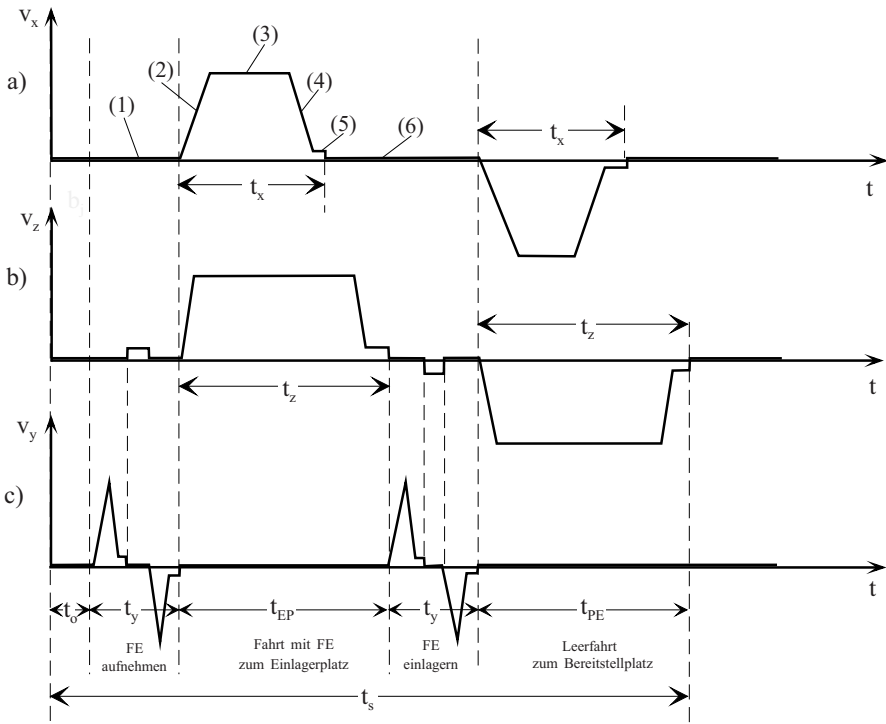
**Abb. 5.23.** Teleskopgabel als Lastaufnahmemittel eines Regalbediengerätes gemäß Bild 5.19

Beim Übernehmen einer Ladeinheit vom Lagerplatz wird die Teleskopgabel des richtig positionierten, stillstehenden RBG's in  $y$ -Richtung unter die Ladeinheit ausgefahren. Dazu muss die Oberseite der Teleskopgabel einen Sicherheitsabstand in  $z$ -Richtung von der Unterseite der Ladeinheit haben. Dann macht der Hubwagen des RBG's eine kleine Bewegung in  $z$ -Richtung aufwärts, die ausreicht, um die Teleskopgabel anschließend mit der Ladeinheit in  $y$ -Richtung auf den RBG-Hubwagen zurückzubewegen.

Das LAM besitzt somit ein eigenes *Arbeitsspiel*, das aus dem Vor- und Zurückbewegen der Gabel und den kleinen Hebe-/Senkbewegungen des Hubwagens besteht. Als integrierte Anteile eines jeden *Einzelspiels* des RBG's sind zwei LAM-Arbeitsspiele erforderlich, z.B. beim Einlagern: Aufnehmen der LE am Bereitstellplatz vor dem Regal und Abgeben am Lagerplatz. Beim

*Doppelspiel* (siehe Abschnitt 5.7) sind vier LAM-Arbeitsspiele erforderlich, wie man selbst leicht nachvollziehen kann.

In **Bild 5.24** ist abschließend die Überlagerung der Bewegungsabläufe von Fahrwerk, Hubwerk und LAM während eines *Einzelspiels* gemäß Bild 5.21a als Geschwindigkeit-Zeit-Charakteristik dargestellt. Die anhand des Fahrwerks (a) bezeichneten Phasen: Pause (1), Anfahren (2), Fahren mit konstanter Geschwindigkeit (3), Bremsen (4), Positionieren in „Schleichfahrt“ am Ziel (5), Pause (6), wiederholen sich mit wechselnden Geschwindigkeitsrichtungen und Zeitanteilen für alle Bewegungen. Bei der Berechnung der *Spielzeit eines RBG's* werden die in Bild 5.24 erkennbaren Abhängigkeiten und Überlagerungen verwendet.



**Abb. 5.24.** Überlagerungen der Bewegungsabläufe von Fahrwerk (a), Hubwerk (b) und Lastaufnahmemittel (c) eines Regalbediengerätes beim Einzelspiel „Einlagern“

## 5.6 Mittlere Spielzeit der Einzelspiele

Die *Spielzeit* für ein beliebiges Einzelspiel des Regalbediengerätes kann nach den Überlegungen in Abschnitt 5.5 jetzt aus dem Bild 5.24 einfach abgelesen

werden zu:

$$t_s = t_0 + 2t_y + 2 \cdot \text{MAX}[t_x; t_z] \quad (5.23)$$

mit:

$$\begin{aligned} t_0 &= \text{Totzeitanteil an der Spielzeit, z.B. für Reaktionszeiten, Schaltzeiten, Sensoransprechzeiten, usw. (wird als } \textit{konstant} \text{ für alle Spiele angenommen)} \\ t_y &= \text{Zeit für das Arbeitsspiel des LAM bei } \textit{einer} \text{ LE-Übergabe/Übernahme (} \textit{konstant} \text{ für alle Spiele, weil der Weg } l_y \text{ in } y\text{-Richtung konstant ist)} \\ \text{MAX}[t_x, t_z] &= \text{die größere der beiden } \textit{wegabhängigen} \text{ Zeiten } (t_x, \text{ oder } t_z) \text{ wird eingesetzt} \end{aligned}$$

Der *Erwartungswert* der individuellen Spielzeiten  $t_s$  zwischen dem Ein-/Auslagerpunkt (E/A) und *allen*  $m$  Lagerplätzen des Regals ist:

$$E(t_s) = \sum_{i=1}^m t_{s_i} p_i \quad (5.24)$$

mit  $p_i$  als der Wahrscheinlichkeit, mit der ein  $i$ -ter Lagerplatz angefahren wird. Nimmt man für  $p_i$  eine diskrete Gleichverteilung (siehe Abschnitt 3.5.1) über alle Lagerplätze an, so ist

$$p_i = \frac{1}{m} = \textit{konst.} \quad (5.25)$$

Die Legende zur Gleichung (5.23) weist lediglich die wegabhängigen Zeiten  $t_x$ ,  $t_z$  als *stochastische* Spielzeitanteile aus, während die Anteile  $t_0$  und  $t_y$  konstant bleiben. Somit wird die mittlere Spielzeit wesentlich beeinflusst vom Erwartungswert der jeweils größten wegabhängigen Zeitanteile der Bewegung zwischen dem Ein-/ Auslagerpunkt und *allen*  $m$  Lagerfächern. Mit der verkürzten Schreibweise:

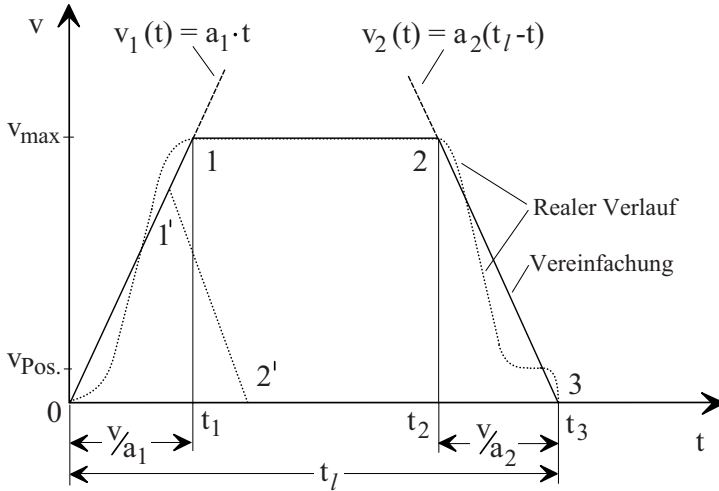
$$t_l = \text{MAX}[t_x; t_z] \quad (5.26)$$

und mit Gleichung (5.25) ist, analog zu Gleichung (5.24), der Erwartungswert der größten wegabhängigen Zeitanteile<sup>2</sup>:

$$E(t_l) = \sum_{i=1}^m \frac{t_{l,i}}{m} \quad (5.27)$$

---

<sup>2</sup>  $t_l$  ist die wegabhängige Zeit des *halben* Einzelspiels.



**Abb. 5.25.** Prinzipieller Geschwindigkeit-Zeit-Verlauf für Fahrwerk und Hubwerk eines Regalbediengerätes

Die Zeiten  $t_{li}$  errechnet man aus dem Vergleich der Geschwindigkeit-Zeit-Verläufe der Fahrwerk- und Hubwerkbewegungen zu jedem Lagerplatz. Wie bereits aus Bild 5.24 erkennbar, sind die zeitabhängigen Verläufe der Geschwindigkeiten  $v_x$  und  $v_z$  ähnlich. In **Bild 5.25** ist dargestellt, wie der reale Verlauf  $v = f(t)$  für die nachfolgenden Berechnungen vereinfacht wird. Dazu werden die Geschwindigkeitsverläufe für die Anfahr- und die Bremsphase linearisiert, und die Schleichfahrt mit  $v_{pos}$  während des Positionierungsvorgangs wird vernachlässigt. Damit erhält man das Trapez 0,1,2,3 als  $v$ - $t$ -Charakteristik. Zur weiteren Vereinfachung werden die mittleren Anfahr- und Bremsbeschleunigungen in gleicher Größe angenommen:

$$a_1 = a_2 = a = \frac{2 |a_1 a_2|}{a_1 + |a_2|} \quad (5.28)$$

Der während der Zeit  $t_l$  zurückgelegte Weg ist nach diesen Vereinfachungen:

$$l = \int_0^{t_l} v(t) dt = v \cdot t_l - \frac{v^2}{a} \quad (5.29)$$

mit  $v = v_{max}$ . Die im weiteren verwendeten Wegzeiten sind demnach

$$t_l = \frac{l}{v} + \frac{v}{a} \quad \text{für} \quad l \geq \frac{v^2}{a} \quad (5.30)$$

In Gleichung (5.30) ist mit  $v = v_{max} = konst.$  und  $a = konst.$  der Term  $\frac{v}{a}$  ein konstanter Zeitanteil für das Anfahren und Bremsen, während  $\frac{l}{v}$  den wegabhängigen variablen Zeitanteil repräsentiert. Im Falle  $l \leq \frac{v^2}{a}$  geht die

trapezförmige  $v$ - $t$ - Charakteristik 0,1,2,3 des Bildes 5.25 über in ein Dreieck, beispielsweise mit den eingezeichneten Punkten 0, 1', 2'. Dieser Geschwindigkeitsverlauf charakterisiert die Fahrt zwischen benachbarten Punkten, wenn das Arbeitsspiel nur aus Anfahren und Bremsen besteht und  $v_{max}$  nicht erreicht wird. In diesem Fall ist der zurückgelegte Weg:

$$l = a \cdot \left( \frac{t_l}{2} \right)^2 \quad (5.31)$$

und die dazu benötigte Zeit:

$$t_l = 2 \cdot \sqrt{\frac{l}{a}} \quad (5.32)$$

Für die Berechnung der mittleren Spielzeit werden jedoch alle Wegzeiten nach Gleichung (5.30) bestimmt. Somit sind die Zeiten  $t_l$  für kurze Fahrwege zu groß, was angesichts des geringen Anteils der dreieckförmigen  $v$ - $t$ -Charakteristik an der Gesamtzahl der Arbeitsspiele einen unbedeutenden Fehler bewirkt.

Der Erwartungswert der wegabhängigen Zeiten nach Gleichung (5.27) ist jetzt unter Verwendung der Gleichungen (5.30) und (5.26):

$$E(t_l) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{m} MAX\left[\left(\frac{x}{v_x} + \frac{v_x}{a_x}\right); \left(\frac{z}{v_z} + \frac{v_z}{a_z}\right)\right] \quad (5.33)$$

Damit kann dieser Erwartungswert numerisch berechnet werden, indem die diskreten Koordinatenwerte  $x, z$  aller Lagerplätze  $i = 1, 2 \dots m$  in Gleichung (5.33) eingesetzt werden.

Eine *analytische* Lösung erhält man mit:

$$m = \frac{F}{\Delta F} = \frac{F}{\Delta x \Delta z} \quad F = LH \quad (\text{Lagerwandfläche}) \quad (5.34)$$

$$\Delta F = \Delta x \Delta z \quad (\text{Lagerplatzfläche})$$

aus der Infinitesimalbetrachtung für:

$$m \rightarrow \infty \quad \Delta x \rightarrow dx \quad \Delta z \rightarrow dz \quad (5.35)$$

Das *diskrete Modell* der Regalwand mit der endlichen Anzahl von  $m$  Lagerplätzen wird somit überführt in ein *kontinuierliches Modell* mit unendlich vielen, infinitesimal kleinen Lagerplätzen. Unter dieser Annahme darf anstatt der Summenbildung in Gleichung (5.33) eine Integration durchgeführt werden, und man erhält mit Gleichung (5.34) schließlich:

$$E(t_l) = \frac{1}{LH} \int_{z=0}^H \int_{x=0}^L MAX\left[\left(\frac{x}{v_x} + \frac{v_x}{a_x}\right); \left(\frac{z}{v_z} + \frac{v_z}{a_z}\right)\right] dx dz \quad (5.36)$$

Die Lösung des Integrals (vgl. Schaab (1969)) liefert die nachstehenden Gleichungen zur Berechnung des Erwartungswerts der weabhängigen Zeitan-  
teile

$$E(t_l) = (1 - \frac{w}{2}) \frac{v_x}{a_x} + \frac{w}{2} \frac{v_z}{a_z} + \frac{L}{v_x} (\frac{1}{2} + \frac{1}{6} w^2) \quad (5.37)$$

für Regalwandparameter  $w \leq 1$ , und

$$E(t_l) = \frac{1}{2w} \frac{v_x}{a_x} + (1 - \frac{1}{2w}) \frac{v_z}{a_z} + \frac{L}{v_x} (\frac{w}{2} + \frac{1}{6w}) \quad (5.38)$$

für Regalwandparameter  $w \geq 1$ .

Aus Gleichung (5.37) oder aus Gleichung (5.38) erhält man für den in Bild 5.20 skizzierten Sonderfall mit dem Regalwandparameter  $w = 1$  den Erwartungswert der weabhängigen stochastischen Zeitan-  
teile:

$$E(t_l) = \frac{1}{2} (\frac{v_x}{a_x} + \frac{v_z}{a_z}) + \frac{2}{3} \frac{L}{v_x} \quad (\text{als Zeitanteil des } \textit{halben} \text{ Einzelspiels!}) \quad (5.39)$$

Mit Gleichung (5.21) darf man in Gleichung (5.39) auch substituieren:

$$\frac{L}{v_x} = \frac{H}{v_z} \quad (5.40)$$

Eine einprägsame geometrische Deutung der Gleichung (5.39) findet man aus deren Vergleich mit Gleichung (5.30) in Verbindung mit Bild 5.25. Zunächst wird deutlich, dass die Zeit

$$t_a^- = \frac{1}{2} (\frac{v_x}{a_x} + \frac{v_z}{a_z}) \quad (5.41)$$

der infolge des Anfahrens und Bremsens zusätzlich benötigte Zeitanteil am *halben mittleren* Arbeitsspiel ist. Dieser Anteil ist unter der Bedingung  $l \geq \frac{v^2}{a}$  unabhängig von den Weglängen.

Für den eigentlichen weabhängigen Zeitanteil liefert der Vergleich mit Gleichung (5.30):

$$\frac{2}{3} \frac{L}{v_x} = \frac{x}{v_x} \quad (5.42)$$

und somit für das mittlere Arbeitsspiel die dazu gehörende Wegkoordinate in der  $x$ -Richtung:

$$x = \frac{2}{3} L \quad (5.43)$$

Nach Substitution gemäß Gleichung (5.40) ist

$$\frac{2}{3} \frac{L}{v_x} = \frac{2}{3} \frac{H}{v_z} = \frac{z}{v_z} \quad (5.44)$$



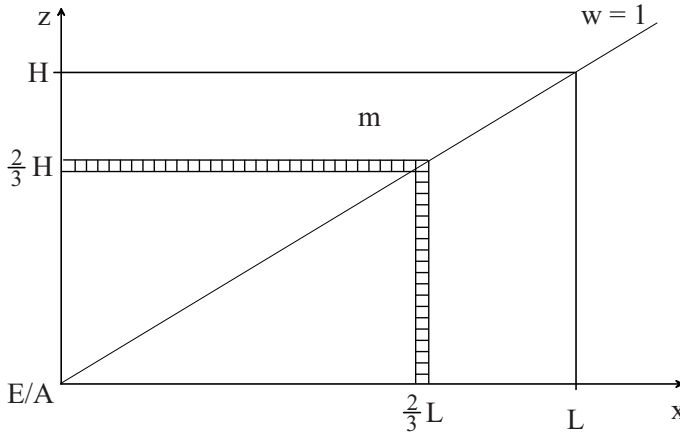
und die dazugehörige Wegkoordinate in  $z$ -Richtung

$$z = \frac{2}{3}H \quad (5.45)$$

Die Ergebnisse (5.43) und (5.45) zeigen, dass alle Lagerplätze auf der in **Bild 5.26** dargestellten *Isochronen*

$$x = \frac{2}{3}L, \quad z = \frac{2}{3}H \quad (5.46)$$

genau die Wegzeiten  $t_x \equiv t_z = E(t_l)$  des halben *mittleren* Einzelspiels besitzen. Diese Isochrone ist folglich auch der geometrische Ort für alle Lagerplätze, deren *Spielzeit* der *mittleren Spielzeit* entspricht.



**Abb. 5.26.** Isochrone für das mittlere Einzelspiel eines Regalbediengerätes mit Ein-/Auslagerpunkt (E/A) bei  $x = 0, z = 0$  und dem Regalwandparameter  $w = 1$

Für *Einzelspiele* ist der Erwartungswert der *Spielzeit* in Anlehnung an Gleichung 5.23 mit  $t_0 = \text{konst.}$  und  $t_y = \text{konst.}$ :

$$E(t_s) = t_0 + 2t_y + 2E(t_l) \quad (5.47)$$

Mit Gleichung (5.39) ist dann:

$$E(t_s) = t_0 + 2t_y + \left( \frac{v_x}{a_x} + \frac{v_z}{a_z} \right) + \frac{4}{3} \frac{L}{v_x} \quad (5.48)$$

Zur messtechnischen Prüfung der mittleren Spielzeit bestimmt man den Mittelwert  $\bar{t}_s$  aus mehreren Fahrten zwischen dem Ein-/Auslagerpunkt (E/A) und verschiedenen Fächern auf der Isochronen  $x = \frac{2}{3}L, z = \frac{2}{3}H$ . Abweichungen können sich dabei unter anderem daraus ergeben, dass die Koordinaten der Isochronen nicht exakt den Zeilen- und Spaltenlagen in der Regalwand entsprechen.

## 5.7 Mittlere Spielzeit der Doppelspiele

In **Bild 5.27** ist exemplarisch der Bewegungsablauf eines Doppelspiels für die Lagerplätze  $P$  und  $P'$  dargestellt. Die *Spielzeit* für die Kombination einer Einlagerung bei  $P$  mit einer Auslagerung bei  $P'$  ist:

$$t_s = t_0 + 4t_y + t_{EP} + t_{PP'} + t_{P'A} \quad (5.49)$$

mit:

- $t_0$  = Totzeit, siehe Erläuterung zu Gleichung (5.23)
- $t_y$  = Spielzeit des Lastaufnahmemittels, siehe Gleichung (5.23)
- $t_{EP}$  = größte Fahrzeit für den Weg  $l_{EP}$  (siehe Abschnitt 5.5)
- $t_{PP'}$  = größte Fahrzeit für den Weg  $l_{PP'}$
- $t_{P'A}$  = größte Fahrzeit für den Weg  $l_{P'A}$

**Bild 5.27** zeigt die Überlagerung der Bewegungsabläufe von Fahrwerk (a), Hubwerk (b) und Lastaufnahmemittel (c) eines Regalbediengerätes während eines Doppelspiels.

Den *Erwartungswert der Spielzeit*  $E(t_s)$  berechnet man unter der Annahme, dass die Lagerplätze  $P$  und  $P'$  jede beliebige Lage in der Regalwand einnehmen können, aus den drei Erwartungswerten der Zeiten für die Fahrten zwischen den Punkten  $E, P, P', A$  zu:

$$E(t_s) = t_0 + 4t_y + E(t_{EP}) + E(t_{PP'}) + E(t_{P'A}) \quad (5.50)$$

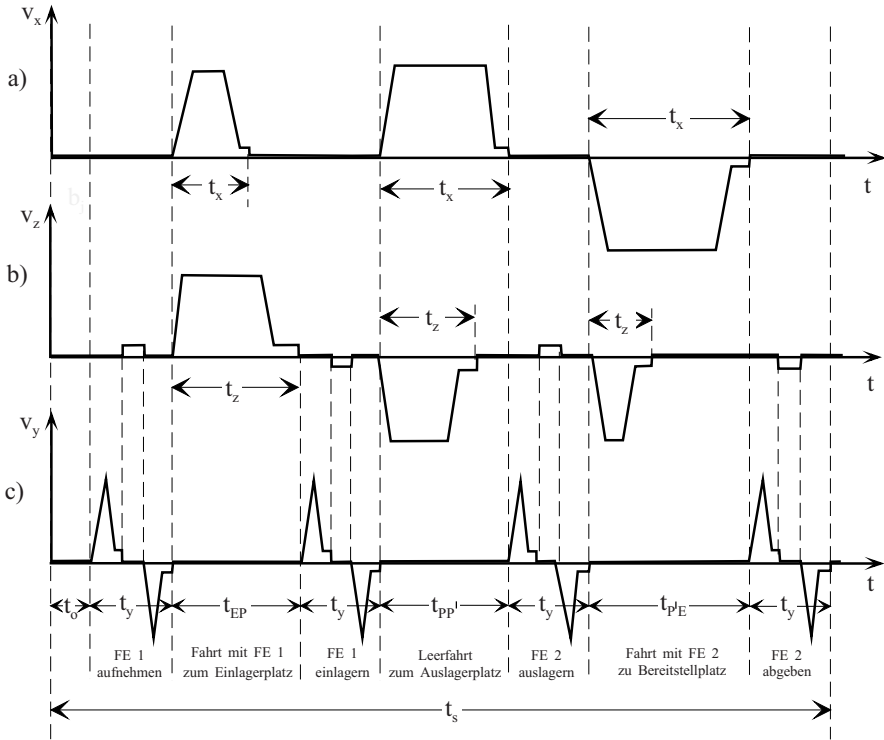
Wenn  $P$  jeden beliebigen Platz  $i = 1, 2, \dots, m$  und  $P'$  ebenfalls jeden beliebigen Platz  $j = 1, 2, \dots, m$  ( $i \neq j$ ) im Regal einnehmen darf, muss mit Gleichung (5.27) gelten:

$$E(t_{EP}) = \sum_{i=1}^m \frac{t_{l_i}}{m} \quad \text{und} \quad E(t_{P'A}) = \sum_{j=1}^m \frac{t_{l_j}}{m} \quad (5.51)$$

Die Erwartungswerte der wegaabhängigen Zeiten  $t_{l_i}$  und  $t_{l_j}$  haben wir im Ergebnis mit Gleichung (5.39) bereits gefunden. Somit muss nur noch der Erwartungswert  $E(t_{PP'})$  der Fahrzeiten zwischen den Lagerplätzen  $P$  und  $P'$  bestimmt werden. Unter der Annahme einer Gleichverteilung ist die Wahrscheinlichkeit für jede sinnvolle Kombination (d.h.  $i \neq j$ ) aller Lagerplätze  $i, j = 1, 2, \dots, m$ :

$$p_{ij} = \frac{1}{m(m-1)} \quad (5.52)$$

Analog zu Gleichung (5.27) ist dann der Erwartungswert:



**Abb. 5.27.** Überlagerungen der Bewegungsabläufe von Fahrwerk (a), Hubwerk (b) und Lastaufnahmemittel (c) eines Regalbediengerätes beim Doppelspiel.

$$\begin{aligned}
 E(t_{PP'}) &= E(t_{ij}) \\
 &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m t_{ij} p_{ij} \\
 &= \frac{1}{m(m-1)} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \text{MAX}[t_{x,x'}; t_{z,z'}]
 \end{aligned} \tag{5.53}$$

Mit den Wegzeiten zwischen den Lagerplätzen  $P$  und  $P'$  gemäß Gleichung (5.30):

$$t_{x,x'} = \frac{|x - x'|}{v_x} + \frac{v_x}{a_x} \tag{5.54}$$

$$t_{z,z'} = \frac{|z - z'|}{v_z} + \frac{v_z}{a_z} \tag{5.55}$$

schreibt man nach der bereits unter Abschnitt 5.6 durchgeführten Infinitesimalbetrachtung mit:

$$m \rightarrow \infty \quad \Delta x \rightarrow dx \quad \Delta x' \rightarrow dx' \quad \Delta z \rightarrow dz \quad \Delta z' \rightarrow dz' \quad (5.56)$$

für Gleichung 5.53 analog zu Gleichung 5.36:

$$E(t_l)_{ij} = \frac{1}{(LH)^2} \int_0^H \int_0^H \int_0^L \int_0^L MAX[(\frac{|x-x'|}{v_x} + \frac{v_x}{a_x}); (\frac{|z-z'|}{v_z} + \frac{v_z}{a_z})] dx dx' dz dz' \quad (5.57)$$

Für den Sonderfall  $w = 1$  liefert die Lösung des Vierfachintegrals den Erwartungswert der wegabhängigen Fahrzeiten zwischen je zwei Lagerplätzen mit beliebigen (zufälligen) Lagen in der Regalwand:

$$E(t_l)_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{v_x}{a_x} + \frac{v_z}{a_z}) + \frac{14}{30} \frac{L}{v_x} \quad (5.58)$$

Mit Gleichung (5.39) und Gleichung (5.58) ist der Erwartungswert der Zeit für ein *Doppelspiel*:

$$E(t_s) = t_0 + 4t_y + 3 \cdot \frac{1}{2}(\frac{v_x}{a_x} + \frac{v_z}{a_z}) + 2 \cdot \frac{2}{3} \frac{L}{v_x} + \frac{14}{30} \frac{L}{v_x} \quad (5.59)$$

Die Gleichung (5.59) kann in ähnlicher Weise geometrisch gedeutet werden, wie die Gleichung (5.39) in Abschnitt 5.6. Man findet, dass zwei repräsentative Lagerplätze  $P$  und  $P'$ , deren *Doppelspielzeit* genau dem Erwartungswert entspricht, auf der Isochronen mit  $x = \frac{2}{3}L$  und  $z = \frac{2}{3}H$  liegen müssen und die Abstände in  $x$ - und  $z$ -Richtung von

$$|x - x'| = \frac{14}{30}L, \quad |z - z'| = \frac{14}{30}H \quad (5.60)$$

besitzen, wie in **Bild 5.28** dargestellt.

In der FEM-Regel 9.851 (1978) sind die Koordinaten der repräsentativen Fächer mit

$$P(\frac{1}{5}L, \frac{2}{3}H) \quad \text{und} \quad P'(\frac{2}{3}L, \frac{1}{5}H) \quad (5.61)$$

angegeben, während man in der entsprechenden VDI-Richtlinie 3561 (1995) findet:

$$P(\frac{1}{6}L, \frac{2}{3}H) \quad \text{und} \quad P'(\frac{2}{3}L, \frac{1}{6}H) \quad (5.62)$$

Die Differenz rührt daher, dass in der VDI-Richtlinie näherungsweise

$$\frac{14}{30}L \approx \frac{L}{2} \quad (5.63)$$

eingesetzt wurde.

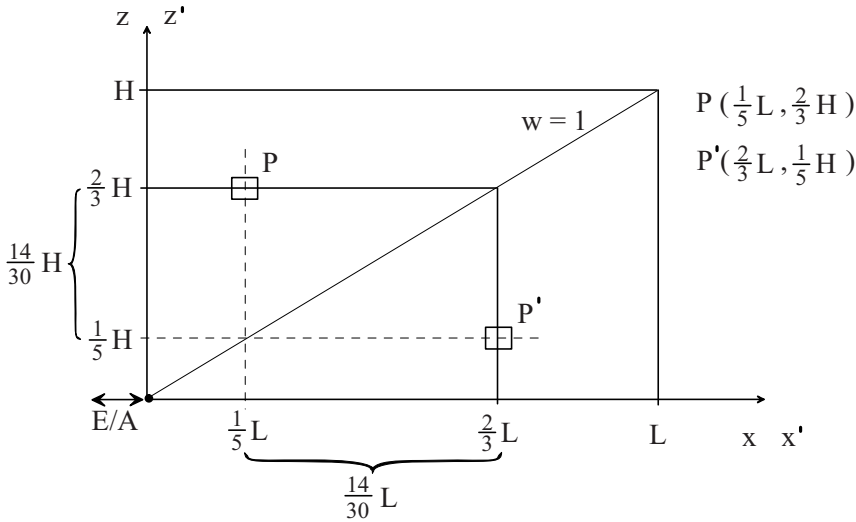


Abb. 5.28. Repräsentative Lagerplätze  $P, P'$  für das Doppelspiel

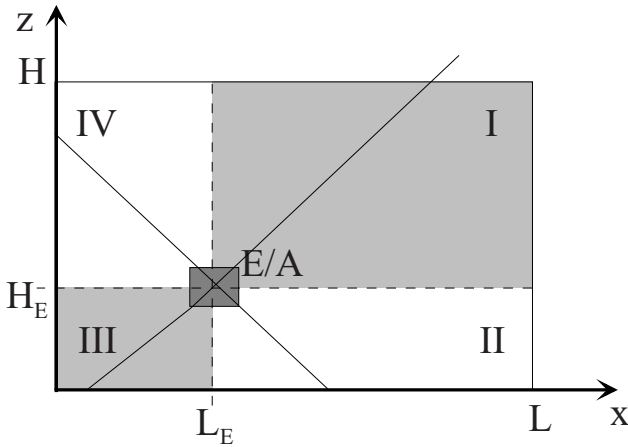
## 5.8 Mittlere Spielzeiten in Abhängigkeit von der Lage des Übergabeplatzes

Der Übergabeplatz ist die physische Schnittstelle zwischen dem Arbeitsbereich der Regalbediengeräte und den Fördersystemen der Lagervorzone. In den Abschnitten 5.5 bis 5.7 wurde als *Übergabeplatz* (E/A) für die Ein- und Auslagerspiele stets der linke untere Eckpunkt der Regalwand angenommen.

Es gibt jedoch konzeptionelle und bautechnische Gründe, den Übergabeplatz nicht in diesen Eckpunkt zu legen. Dann müssen allerdings die bisher angegebenen Formeln zur Spielzeitberechnung modifiziert werden. Dazu teilt man die Regalwandfläche so in Teilflächen auf, dass der Übergabeplatz jeweils deren gemeinsamen Eckpunkt bildet, wie in **Bild 5.29** dargestellt.

Die wegabhängigen Fahrzeiten ergeben sich dann als gewichtete Mittelwerte aus den Fahrzeiten innerhalb der Teilflächen (z.B. I bis IV in Bild 5.29). Somit kann jede allgemeine Lage des Übergabeplatzes auf den Sonderfall der Eckpunktlage zurückgeführt werden. In **Bild 5.30** sind einige wichtige praktische Fälle und die dazu gehörenden Gleichungen zur Berechnung der Erwartungswerte der wegabhängigen Fahrzeiten für Einzelspiele angegeben. Durch Verändern der Lage des Übergabeplatzes und der Wandparameter können die Fahrzeiten im Vergleich zur Eckpunktlage verkürzt werden (siehe Knepper (1978)). Die beste Lage des Übergabeplatzes findet man in den Anordnungen 9 und 10 des Bildes 5.30. Allerdings erfordern diese Anordnungen erhöhte Investitionen wegen der innerhalb des Regalbereichs liegenden Förderstrecken.

Die Zeiten für das mittlere Einzel- oder Doppelspiel können auch anhand charakteristischer Lagerplätze ( $P, P'$ ) berechnet oder im Testbetrieb gemes-



**Abb. 5.29.** Allgemeine Lage des Übergabeplatzes E/A mit den Koordinaten  $x = L_E$ ,  $z = H_E$

sen werden, wenn diese Plätze zuvor bestimmt wurden. Die Lage der wichtigsten charakteristischen Lagerplätze sind in der VDI-Richtlinie 3561 (1995) und in der FEM-Regel 9.851 angegeben. In **Bild 5.31** sind exemplarisch diese Angaben in Anlehnung an die FEM-Regel dargestellt.

## 5.9 Kommissionieren

Typische Beispiele für das Kommissionieren sind:

- *im Versandhandel:* das auftragsbezogene Zusammenstellen individueller Warensendungen aus meist sehr umfangreichen Warensortimenten,
- *in der Fabrik:* das bedarfsgerechte Zusammenfassen von Teilen für die produktbezogene Versorgung von Montageplätzen,
- *im Supermarkt:* das konsumspezifische Füllen des Einkaufswagens eines Kunden aus den Warenbeständen der Regale (diese Art des Kommissionierens ist allgemein bekannt).

*Kommissionieren* heißt stets: aus Lagerbeständen auf Grund eines Auftrags Teilmengen entnehmen, sammeln und weiterleiten. Somit beinhaltet ein Kommissioniersystem immer einen Lagerbereich, zu dem – wie in **Bild 5.32** dargestellt – auch die Beschickung, d.h. das Auffüllen der Bestände zählt. Die verschiedenen Realisierungsmöglichkeiten der Materialfluss-Grundfunktionen *Beschicken* und *Entnehmen* (Handhaben), *Sammeln*, *Weiterleiten* (Fördern) führen in Kombination mit den bekannten Lagerbauarten (siehe Abschnitt 5.3) zu recht unterschiedlich gestalteten Kommissioniersystemen. Eine vollständige Aufzählung aller denkbaren Konzepte für Kommissioniersysteme

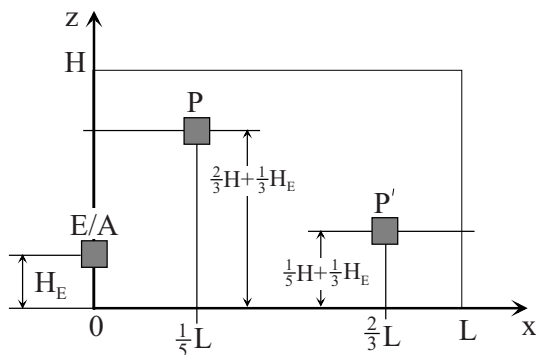
NR.	Lage E/A	$2 \cdot E(t_i) =$	für
1		$\frac{L}{v_x} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{3} w^2 \left( \left( 1 - \frac{H_E}{H} \right)^3 + \left( \frac{H_E}{H} \right)^3 \right) \right]$	$\frac{H_E}{L} \leq \frac{v_z}{v_x}, \frac{H - H_E}{L} \leq \frac{v_z}{v_x}$
2		$\frac{L}{v_x} \cdot \left[ \frac{H_E}{H} + \frac{1}{3} w^2 \left( \frac{H_E}{H} \right)^3 + w \left( 1 - \frac{H_E}{H} \right)^2 + \frac{1}{3w} \right]$	$\frac{H_E}{L} \leq \frac{v_z}{v_x}, \frac{H - H_E}{L} \geq \frac{v_z}{v_x}$
3		$\frac{L}{v_x} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{H_E}{H} \right) + \frac{1}{3} w^2 \left( 1 - \frac{H_E}{H} \right)^3 + w \left( \frac{H_E}{H} \right)^2 + \frac{1}{3w} \right]$	$\frac{H_E}{L} \geq \frac{v_z}{v_x}, \frac{H - H_E}{L} \leq \frac{v_z}{v_x}$
4		$\frac{L}{v_x} \cdot \left[ \frac{2}{3w} + w \cdot \left( \frac{H_E}{H} \right)^2 + w \cdot \left( 1 - \frac{H_E}{H} \right)^2 \right]$	$\frac{H_E}{L} \geq \frac{v_z}{v_x}, \frac{H - H_E}{L} \geq \frac{v_z}{v_x}$
5		$\frac{L}{v_x} \cdot \left[ w + \frac{1}{3w} \left( \left( 1 - \frac{L_E}{L} \right)^3 + \left( \frac{L_E}{L} \right)^3 \right) \right]$	$\frac{H}{L_E} \geq \frac{v_z}{v_x}, \frac{H}{L - L_E} \geq \frac{v_z}{v_x}$
6		$\frac{L}{v_x} \cdot \left[ w \left( \frac{L_E}{L} \right) + \frac{1}{3w} \left( \frac{L_E}{L} \right)^3 + \left( 1 - \frac{L_E}{L} \right)^2 + \frac{1}{3} w^2 \right]$	$\frac{H}{L_E} \geq \frac{v_z}{v_x}, \frac{H}{L - L_E} \leq \frac{v_z}{v_x}$
7		$\frac{L}{v_x} \cdot \left[ w \left( 1 - \frac{L_E}{L} \right) + \frac{1}{3w} \left( 1 - \frac{L_E}{L} \right)^3 + \left( \frac{L_E}{L} \right)^2 + \frac{1}{3} w^2 \right]$	$\frac{H}{L_E} \leq \frac{v_z}{v_x}, \frac{H}{L - L_E} \geq \frac{v_z}{v_x}$
8		$\frac{L}{v_x} \cdot \left[ \frac{2}{3} w^2 + \left( \frac{L_E}{L} \right)^2 + \left( 1 - \frac{L_E}{L} \right)^2 \right]$	$\frac{H}{L_E} \leq \frac{v_z}{v_x}, \frac{H}{L - L_E} \leq \frac{v_z}{v_x}$
9		$\frac{1}{2} \frac{L}{v_x} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{3} w^2 \right]$	$\frac{H}{L} \leq \frac{v_z}{v_x}$
10		$\frac{1}{2} \frac{L}{v_x} \cdot \left[ w + \frac{1}{3w} \right]$	$\frac{H}{L} \geq \frac{v_z}{v_x}$

**Abb. 5.30.** Fahrzeitgleichungen für Einzelspiele in Abhängigkeit von der Lage des Übergabeplatzes (nach Knepper (1978)) mit den Koordinaten  $H_E, L_E$  (siehe Bild 5.29, mit  $E(t_i)$  gemäß Gleichung (5.33) und dem Regalwandparameter  $w = \frac{H}{L} \frac{v_x}{v_z}$

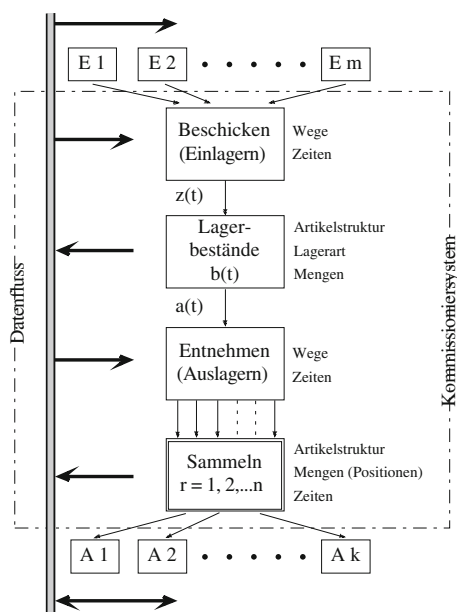
zeigt die VDI-Richtlinie 3590 Blatt 1 bis 3. Im vorliegenden Abschnitt werden nur die drei Konzepte behandelt, denen eine grundlegende Bedeutung zukommt.

### 5.9.1 Drei Grundkonzepte für Kommissioniersysteme

Während zeitgemäße Lager voll mechanisierbar sind, ist der Mensch in Kommissioniersystemen in den meisten Fällen nicht durch Maschinen ersetzbar. Seine kognitiven Fähigkeiten sowie sein Tast- und Greifvermögen können noch nicht betriebswirtschaftlich vertretbar auf Maschinen übertragen werden. Wenn nachfolgend das Wort „Kommissionierer“ gebraucht wird, so kann



**Abb. 5.31.** Lage der charakteristischen Lagerplätze  $P$  und  $P'$  zur Bestimmung der mittleren Doppelspielzeit in einem Lager mit einem Übergabepunkt mit den Koordinaten  $x = 0, z = H_E$  und  $H_E \leq \frac{1}{2} \cdot H$



**Abb. 5.32.** Globaler Material- und Datenfluss beim Kommissionieren

$a(t)$  = Abgang

$b(t)$  = Bestand

$z(t)$  = Zugang

$r$  = Positionen eines Kommissionier-Auftrags

A = Kommissionier-Aufträge

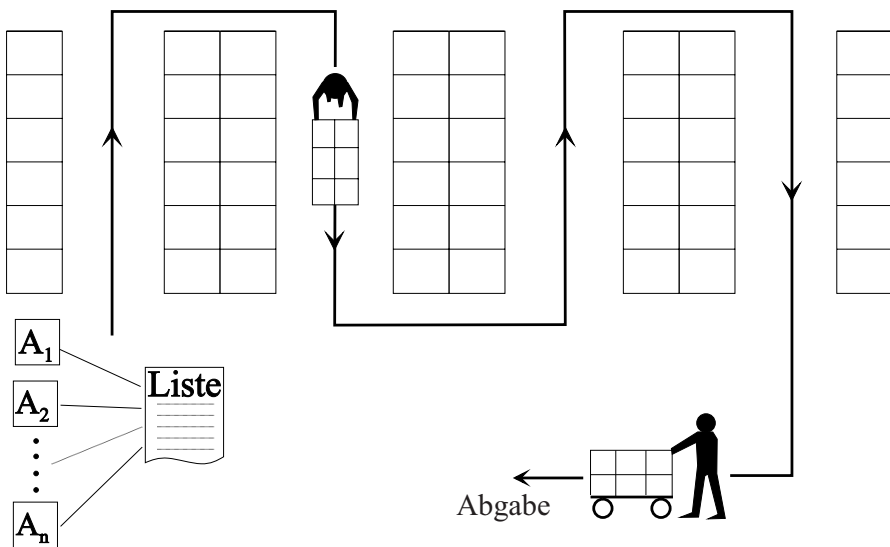
E = Wareneingänge



damit im Prinzip ein Mensch oder eine Maschine gemeint sein, in der Praxis ist es aber noch überwiegend der Mensch.

### Grundkonzept A

Im einfachsten, kaum mechanisierten Kommissioniersystem geht der Kommissionierer durch die Gänge eines Regallagers, entnimmt den Regalfächern die gewünschten Teilmengen und sammelt sie auf einem mitgeführten Kommissionierwagen, den er nach Abwicklung seines Auftrags an einer zentralen Stelle abgibt (siehe **Bild 5.33**). Geführt wird der Kommissionierer (im einfachsten Fall) von einer Liste, auf der die zu entnehmenden Teilmengen und deren Lagerorte so angegeben sind, dass sich der kürzeste Weg durch das Lager ergibt.



**Abb. 5.33.** Kommissioniersystem - Grundkonzept A

Charakterisiert ist dieses Kommissioniersystem durch die folgenden typischen Merkmale:

- *statische Bereitstellung*, d.h. die Waren „ruhen“ in den Regalen, der Kommissionierer muss dort hingehen (darum im Fachjargon „Mann zur Ware“ genannt),
- *eindimensionale Bewegung*, d.h. der Kommissionierer bückt und streckt sich zwar, bleibt aber im Regalgang mit den Füßen auf dem Boden,
- *manuelle Entnahme*,

- *zentrale Abgabe* in Richtung des Bedarfsorts (Warenausgang, Montage, usw.).

Die typischen Merkmale ändern sich nicht, wenn der Kommissionierer nicht mehr zu Fuß durch die Regalgassen gehen muss, sondern gefahren wird. Sie ändern sich ebensowenig, wenn ihm anstatt einer Liste ein mobiles Datenterminal mit Funk- oder Infrarotdatenübertragung gegeben wird. Sie würden sich selbst dann nicht ändern, wenn als Kommissionierer ein Roboter eingesetzt wird. In der in Bild 5.33 dargestellten Aufstellung müssen die Regale von der Entnahmeseite aus beschickt werden. Bei anderer Aufstellung könnte man sie aber auch von den gegenüberliegenden Seiten beschicken und dann z.B. als Durchlaufregale ausführen.

### Grundkonzept B

Das oben beschriebene Kommissioniersystem wird entscheidend verändert, wenn man dem Kommissionierer die Möglichkeit gibt, mit Regalen größerer Höhen zu arbeiten. Dazu sind Kommissionierfahrzeuge mit vertikal bewegbarer Kabine gebräuchlich. Dieses Kommissioniersystem ist durch die folgenden typischen Merkmale charakterisiert:

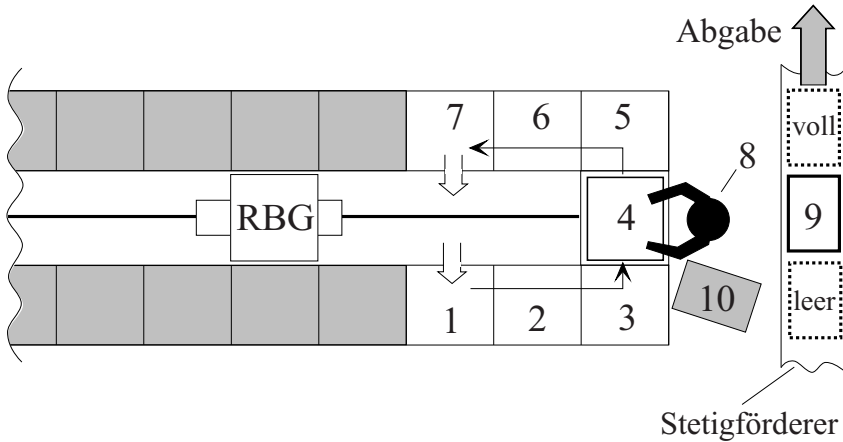
- statische Bereitstellung
- zweidimensionale Bewegung (des Kommissionierers)
- manuelle Entnahme
- zentrale Abgabe

### Grundkonzept C

Bei dem dritten wichtigen Grundkonzept fährt der Kommissionierer nicht mehr durch die Regalgassen, sondern arbeitet am ortsfesten Kommissionierplatz in der Vorzone eines Hochregallagers. Ganze Ladeeinheiten (z.B. Paletten oder Behälter) werden ausgelagert, zum Kommissionierplatz gebracht und nach Entnahme der Teilmengen wieder an ihren Platz ins Regal zurückgeschickt; das Prinzip ist in **Bild 5.34** dargestellt.

Dieses Kommissioniersystem ist durch die folgenden typischen Merkmale charakterisiert:

- *dynamische Bereitstellung*, d.h. die Waren bewegen sich zum Kommissionierer (darum im Fachjargon „Ware zum Mann“ genannt),
- *eindimensionale Bewegung*; dabei zählt nicht die Bewegung des Regalbediengeräts in der Gasse, sondern lediglich die Bewegung der Ladeeinheiten zum Kommissionierplatz (in Bild 5.34) von Platz 1 bis 4,



**Abb. 5.34.** Kommissioniersystem - Grundkonzept C

- 1, 7 = Übergabe-/Übernahmeplätze
- 2, 3, 5, 6 = Warteplätze
- 4 = Entnahmeplatz
- 8 = Kommissionierer
- 9 = Kommissionierbehälter
- 10 = Datenterminal

- *manuelle Entnahme*,
- *dezentrale Abgabe*; d.h. ein Kommissionierbehälter oder Karton wird mittels Stetigförderer (Band- oder Rollenförderer) in Richtung des Bedarfsortes gefördert oder von einem automatischen Unstetigförderer abgeholt.

Kommissioniersysteme mit diesen Merkmalen haben als sog. *Automatische-Kleinteile-Lager (AKL)* große Verbreitung gefunden (s. Bild 1.3).

### 5.9.2 Die Kommissionierzeit

Wegen der unmittelbaren Verbrauchsabhängigkeit ist in der Regel eine schnelle Abwicklung der Kommissionieraufträge erwünscht. Die dazu benötigte Zeit wird konzeptbedingt von mehreren Parametern beeinflusst, deren wichtigste die Folgenden sind:

- die Größe, die Artikelstruktur und die räumliche Verteilung des Bestands,
- die Größe und die Artikelstruktur des Kommissionierauftrags,
- das Konzept des Kommissioniersystems (Grundkonzept A, B, C oder Modifikationen),
- die technischen Einrichtungen des Kommissioniersystems (siehe Abschnitt 5.9.1: Kommissionierfahrzeuge, Fördermittel, Ladehilfsmittel, usw.),

- die Informationsbereitstellung beim Kommissionieren (z.B.: mit ausgedruckten Listen, mit mobilen Datenterminals, mit Fachanzeigen, usw.),
- die Organisation des Kommissioniervorgangs (Strategien).

Die Zeit für die Abwicklung eines  $r = 1, 2, \dots, n$  Positionen umfassenden Kommissionierauftrags ist:

$$t_k = t_0 + \sum_{r=1}^n (t_{t,r} + t_{g,r} + t_{l,r}) \quad (5.64)$$

darin bedeuten:

- $t_0$  = *Basiszeit*: Zeitanteile, die nicht von der Anzahl der Positionen abhängig sind, z.B. für Bereitstellung und Weitergabe eines Kommissionierbehälters, für den Empfang der Auftragsdaten, für das Ausdrucken und Anbringen eines Etiketts
- $t_{t,r}$  = *Totzeit*: Zeitanteile, die für jede Position  $r$  am Entnahmepunkt neben der Zeit für die physische Materialbewegung aufzuwenden sind, z.B. für Lesen, Suchen, Zählen, Quittieren, Korrigieren
- $t_{g,r}$  = *Greifzeit*: Zeitanteile der physischen Materialbewegung, z.B. für das Aufnehmen und Ablegen aller Artikel einer Position
- $t_{l,r}$  = *Wegzeit*: Zeitanteile für die Bewegung des Kommissionierers oder der Ladeeinheiten

Auf jede Position  $r$  des Kommissionierauftrags entfällt so im Mittel die *anteilige Kommissionierzeit*:

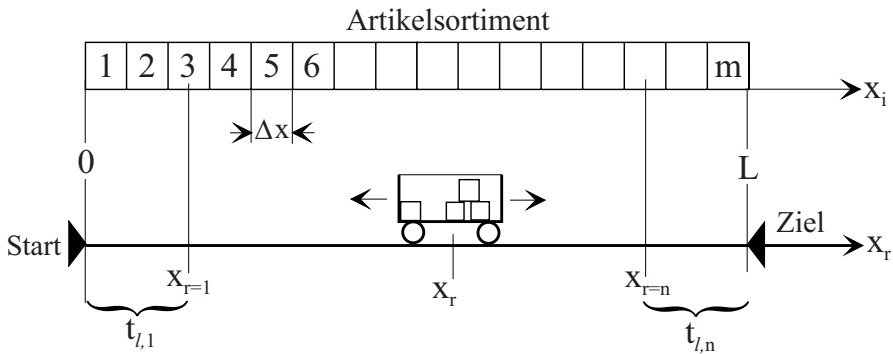
$$t_{k,r} = \frac{t_k}{n} \quad (5.65)$$

Unter der Voraussetzung gleicher Artikelstrukturen und einer sehr großen Anzahl von Aufträgen bzw. Positionen darf dieser Wert als *Mittelwert der Kommissionierzeit* (pro Position) definiert werden.

Bei gleichartigen Artikelstrukturen der Kommissionieraufträge kann man für die oben beschriebenen *Grundkonzepte A, B und C* jeweils etwa gleiche systemspezifische Zeitanteile  $t_0, t_{t,r}$  und  $t_{g,r}$  annehmen. Ferner können die *Grundkonzepte A und B* bei Berechnung der mittleren Kommissionierzeit  $t_{k,r}$  generell gleich behandelt werden. Unterschiede ergeben sich vorwiegend aus den Wegzeiten  $t_{l,r}$ , wenn die Lagerorte der Positionen  $r$  ein- oder zweidimensionale Bewegungen des Kommissionierers erfordern. Dagegen fallen die

Wegzeiten<sup>3</sup> bei Berechnung der mittleren Kommissionierzeit für das *Grundkonzept C* praktisch nicht ins Gewicht, solange keine Wartezeiten am Kommissionierplatz entstehen (z.B. weil das Regalbediengerät in der Gasse zu langsam arbeitet).

Für das *Grundkonzept A* kann der *stochastische* Wegzeitanteil  $t_l$  der gesamten Kommissionierzeit  $t_k$  gemäß dem in **Bild 5.35** dargestellten Modell berechnet werden. Der Geschwindigkeit-Zeit-Verlauf des Kommissionier-(oder Sammel-)wagens wird dazu gemäß Bild 5.25 angenommen. „Start“ und „Ziel“ markieren die Anfangs- und Endpunkte der Kommissionierfahrt. Dazwischen liegen alle Lagerorte  $i = 1, 2, \dots, m$ , an denen die Positionen  $r = 1, 2, \dots, n$  des Kommissionierauftrags entnommen werden können.



**Abb. 5.35.** Modell für das Kommissioniersystem - Grundkonzept A

Für das Kommissionieren eines Auftrags mit  $n$  Positionen aus einem Sortiment mit  $m$  Artikelarten ( $m > n$ ) ist der insgesamt benötigte *Wegzeitanteil* in Anlehnung an die in Abschnitt 5.6 durchgeführten Berechnungen für das Modell Bild 5.35 vom Start bis zum Ziel:

$$t_l = \sum_{r=1}^n t_{l,r} = \underbrace{\frac{x_1}{v}}_{t_{l,1}} + \sum_{r=2}^n \frac{|x_r - x_{r-1}|}{v} + \underbrace{\frac{L - x_n}{v}}_{t_{l,n}} + \underbrace{(n+1) \frac{v}{a}}_{\text{Zeitanteile für Beschleunigen und Verzögern}} \quad (5.66)$$

Die Erwartungswerte der Zeitanteile aus Gleichung (5.66) werden nachfolgend berechnet unter der ungünstigen Voraussetzung, dass dem Kommissionierer die Entnahmeorte in zufälliger Reihenfolge vorgegeben werden, d.h. zunächst

<sup>3</sup> Dies sind *nicht* die Wegzeiten des Regalbediengeräts in der Gasse, sondern lediglich die anteiligen Wegzeiten auf der Förderstrecke zum Kommissionierplatz (siehe Bild 5.34).

noch keine gleichgerichtete Bewegung vom Start zum Ziel möglich ist (sondern eine zufällig von rechts nach links wechselnde, gleichverteilte Bewegungsrichtung). Dann ist der Erwartungswert der Wegzeit (ohne die Zeitanteile für Beschleunigen und Verzögern) vom Start zu einem ersten Entnahmeort  $x_{r=1}$  mit beliebiger Lagerkoordinate  $x_i$ :

$$E(t_{l,1}) = \sum_{i=1}^m \frac{x_i}{v} \cdot p_i \quad (5.67)$$

$$\text{mit:} \quad p_i = \frac{1}{m} = \frac{\Delta x}{L} \quad (5.68)$$

$$\text{ist} \quad E(t_{l,1}) = \sum_{i=1}^m \frac{x_i}{v} \frac{\Delta x}{L} \quad (5.69)$$

Aus einer Infinitesimalbetrachtung analog zu Gleichung (5.35) erhält man:

$$E(t_{l,1}) = \int_0^L \frac{x}{L \cdot v} dx = \frac{1}{2} \frac{L}{v} \quad (5.70)$$

Für die Wegzeit vom letzten Entnahmeort  $x_{r=n}$ , mit beliebiger Lagerkoordinate  $x_i$  zum Ziel erhält man einen Erwartungswert in gleicher Größe.

Der Erwartungswert für die Wegzeit zwischen zwei beliebigen Entnahmeorten  $i$  und  $j$  ist:

$$E(t_{l,ij}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{|x_i - x_j|}{v} \cdot p_{ij} \quad (5.71)$$

Analog zu der in Abschnitt 5.7 gezeigten Vorgehensweise wird für die Wahrscheinlichkeit geschrieben:

$$p_{ij} = \frac{1}{m(m-1)} = \frac{\Delta x_i \cdot \Delta x_j}{L(L - \Delta x_j)} \quad (5.72)$$

und für  $m \rightarrow \infty$ ,  $\Delta x_i \rightarrow dx$ ,  $\Delta x_j \rightarrow dx'$ ,  $(L - \Delta x_j) \rightarrow L$  erhält man den Erwartungswert:

$$E(t_{l,ij}) = \frac{1}{L^2} \int_0^L \int_0^L \frac{|x_i - x_j|}{v} dx dx' = \frac{1}{3} \frac{L}{v} \quad (5.73)$$

Damit ist der Erwartungswert für das Kommissionieren der  $n$  Positionen mit den Gleichungen (5.66), (5.70) und (5.73):

$$E(t_l) = \frac{L}{v} + (n-1) \frac{1}{3} \frac{L}{v} + (n+1) \frac{v}{a} \quad (5.74)$$

Für jede Position ist somit im Mittel die Zeit:

$$E(t_{l,r}) = \frac{E(t_l)}{n} = \frac{L}{nv} + \frac{n-1}{n} \cdot \frac{L}{3v} + \frac{n+1}{n} \cdot \frac{v}{a} \quad (5.75)$$

anzusetzen. Nimmt man die Anzahl der Positionen  $n$  als sehr groß an, so darf für Gleichung (5.75) näherungsweise:

$$E(t_{l,r}) \approx \frac{1}{3} \frac{L}{v} + \frac{v}{a} \quad (5.76)$$

geschrieben werden. Für die im Grunde selbstverständliche Trivial-Strategie, dass dem Kommissionierer die Entnahmeorte  $x_i$  nicht zufällig, sondern in Start-Ziel-Richtung fortlaufend genannt werden, sodass stets  $x_i > x_{i-1}$  gilt, führt die gleichgerichtete Bewegung zu einer Fahrzeiteinsparung, weil in Gleichung (5.74) der Zeitanteil  $(n-1) \cdot L/3v$  entfällt.

Jetzt ist der Erwartungswert der Wegzeit (mit Strategie) auf die einzelne Position bezogen gemäß Gleichung (5.75):

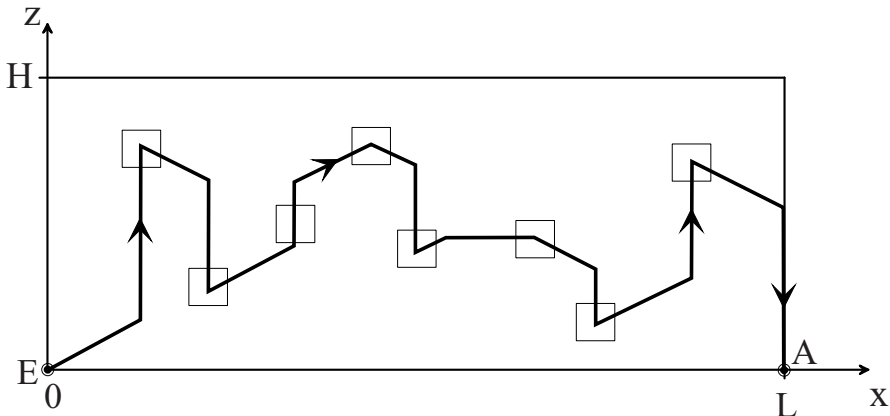
$$E(t_{l,r})^S = \frac{1}{n} \frac{L}{v} + \frac{n+1}{n} \frac{v}{a} \quad (5.77)$$

und für sehr große  $n$  annähernd:

$$E(t_{l,r})^S \approx \frac{v}{a} \quad (5.78)$$

Der Vergleich der Gleichung (5.78) mit Gleichung (5.76) zeigt sehr deutlich den Zeitgewinn infolge der Trivial-Strategie. Die Wegzeit besteht nunmehr ausschließlich aus den Zeitanteilen für das Beschleunigen und Bremsen des Kommissionierwagens. Dies würde auch in der Praxis so zutreffen, weil bei sehr großer Zahl von Entnahmeorten davon auszugehen ist, dass der Kommissionierwagen auf den kurzen Fahrtstrecken zwischen den Entnahmeorten nie seine Endgeschwindigkeit erreichen kann. Der Geschwindigkeit-Zeit-Verlauf in Bild 5.25 geht dann von der Trapez- in die Dreieckform über. Für das *Grundkonzept B* können die stochastischen Weganteile aus einer Betrachtung der zweidimensionalen Fahrbewegung des Kommissionierers gewonnen werden. Dazu wird der Bewegungsablauf des Doppelspiels gemäß Bild 5.27 von zwei auf  $n$  Lagerplätze erweitert, wie in **Bild 5.36** dargestellt.

Entsprechend dem in den Abschnitten 5.6 und 5.7 ausführlich dargestellten Vorgehen findet man nun analog zur Gleichung (5.66) als gesamte Wegzeit für die zweidimensionale Bewegung:



**Abb. 5.36.** Zweidimensionale Fahrbewegung des Kommissionierers - Grundkonzept B

$$\begin{aligned}
 t_l &= \text{MAX} \left[ \frac{x_1}{v_x}; \frac{z_1}{v_z} \right] \\
 &+ \sum_{i=2}^n \text{MAX} \left[ \frac{|x_i - x_{i-1}|}{v_x}; \frac{|z_i - z_{i-1}|}{v_z} \right] \\
 &+ \text{MAX} \left[ \frac{|L - x_n|}{v_x}; \frac{z_n}{v_z} \right] \\
 &+ (n+1) \cdot \text{MAX} \left[ \frac{v_x}{a_x}; \frac{v_z}{a_z} \right] \quad (5.79)
 \end{aligned}$$

Für den Wandparameter  $w = 1$  ist der Erwartungswert für das Kommissionieren aller  $n$  Positionen schließlich:

$$E(t_l) = (n+1) \left( \frac{1}{2} \frac{v_x}{a_x} + \frac{1}{2} \frac{v_z}{a_z} \right) + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{L}{v_x} + (n-1) \cdot \frac{14}{30} \cdot \frac{L}{v_x} \quad (5.80)$$

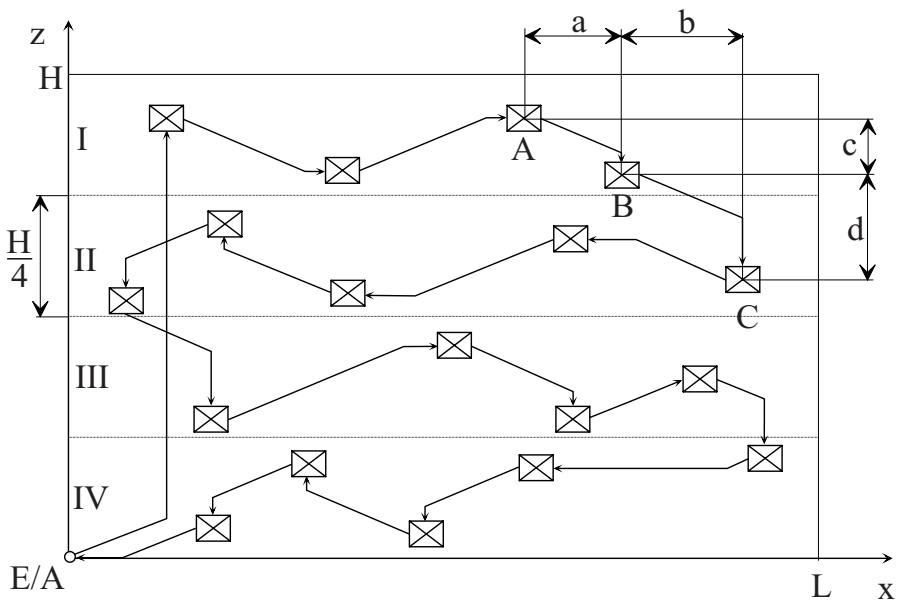
Der Vergleich zwischen der Gleichung (5.80) und der Gleichung (5.59) des Doppelspiels zeigt, dass die zweidimensionale Kommissionierfahrt über  $n$  Entnahmepositionen als  $n$ -fach-Spiel im normalen Einheitenlager zu betrachten ist. Den Wegzeitanteil der Gleichung (5.59) erhält man für  $n = 2$  aus Gleichung (5.80). Wie zunächst auch die Betrachtung der eindimensionalen Bewegung, so wurde bis zu diesem Punkt die zweidimensionale Bewegung ebenso noch *ohne* Strategie durchgeführt. D.h. die Entnahmeorte  $x_i$  der Positionen  $r = 1, 2, \dots, n$  werden in zufälliger Reihenfolge miteinander verbunden.

Wie bei der eindimensionalen Bewegung, so ist auch hier ein Zeitgewinn möglich, wenn eine fahrzeitorientierende Strategie angewandt wird. Dies kann beispielsweise durch die sog. *Streifen-Strategie* erfolgen. Dazu wird die Regalwand so in horizontale Streifen gegliedert, dass die wegzeitbestimmenden



Abstände zwischen den Entnahmeorten möglichst nicht in der  $z$ -Richtung liegen, weil die Geschwindigkeit in  $z$ -Richtung kleiner als in  $x$ -Richtung ist (siehe Bild 5.37). Dann kann innerhalb eines jeden Streifens wieder die bei der eindimensionalen Bewegung vorgestellte *Trivial-Strategie*  $x_i > x_{i-1}$  angewendet werden.

In **Bild 5.37** wird mithilfe der Strecken  $a, b, c, d$  am Beispiel gezeigt, dass die Wegzeitbestimmenden Abstände zwischen den Entnahmeorten  $A, B, C$  hier die Strecken  $a$  und  $d$  sind. Wenn die Situation zwischen  $B$  und  $C$  mit dem wegzeitbestimmenden Abstand  $d$  in  $z$ -Richtung häufig auftritt, verliert die Streifenstrategie zur Reduzierung der Fahrzeiten an Wert.



**Abb. 5.37.** Gliederung der Regalwand in vier gleichbreite Streifen zur Durchführung der Streifenstrategie

Beim *Grundkonzept C* führen die automatischen Regalbediengeräte jeweils Doppelspiele aus. Eine zeitminimierende Strategie besteht darin, die Ein- und Auslagerorte eines Kommissionierauftrags paarweise optimal, d.h. mit kürzester Doppelspielzeit zusammenzufassen.

Alle hier vorgestellten Kommissioniervorgänge können *mehrstufig* abgewickelt werden. Beispielsweise werden in einer ersten Stufe Artikel gemeinsam entnommen, die erst in der zweiten Stufe den individuellen Kommissionieraufträgen zugeordnet werden. Auch auf diese Weise können Zeitvorteile erreicht werden; allerdings wird der Datenfluss komplizierter.

## 5.10 Literaturempfehlungen zu Kapitel 5

Lager- und Kommissioniersysteme sind klassifiziert und ausführlich beschrieben in fast allen Lehrbüchern der Fördertechnik und Materialflusstechnik, z.B. Martin (2000), Pfeifer (1998), Jünemann (2000). Allerdings werden die Berechnungsgrundlagen zur Ermittlung der Kapazität des Lagers und zur Berechnung der Spielzeiten der Bediengeräte dort nicht behandelt.

Zum vertieften Studium der Spielzeitberechnungen sind die Dissertationen Knepper (1978) und Lippolt (2003) sehr gut geeignet; dort werden alle wichtigen Vorgängerarbeiten genannt und miteinander verglichen.

Die beste Gesamtdarstellung der theoretischen Grundlagen des Kommissionierens bietet das (allerdings vergriffene) Buch von Gudehus (1973). In einer weiteren Veröffentlichung zu diesem Thema gibt Gudehus (1992a, 1992b) eine sehr gute, knappe Zusammenfassung früherer Arbeiten und nützliche Hinweise zum systematischen Vorgehen bei der Dimensionierung von Kommissioniersystemen (reichhaltiges Literaturverzeichnis).

Darüber hinaus sind zu den Themen *Lagern* und *Kommissionieren* in allen gängigen Fachzeitschriften zahllose Veröffentlichungen erschienen, die dem Einsteiger jedoch meist wenig bieten, weil i.d.R. spezielle Systemvarianten oder Organisationsformen beschrieben werden. Eine Ausnahme bildet die Veröffentlichung von Schulze und Jacob (1993) mit einer guten Zusammenfassung zeitgemäßer Konzepte für Kommissioniersysteme.

Entscheidungshilfen bei der Auswahl eines wirtschaftlichen Kommissioniersystems bieten die VDI-Richtlinie 3590, Blatt 3 und die Veröffentlichung von Heptner (1988).

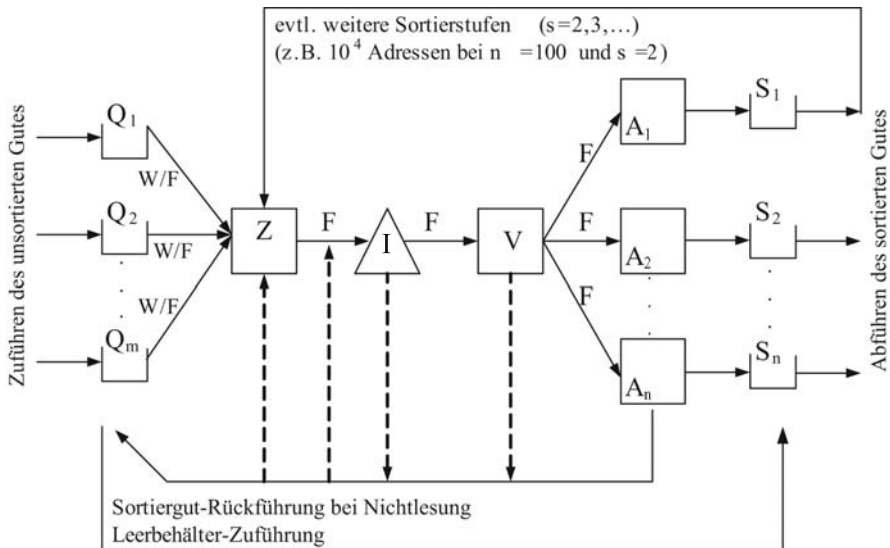
## 6. Sortieren

### 6.1 Der Materialfluss des Sortierprozesses

*Sortieren* heißt, aus einer im Allgemeinen ungeordneten Menge von Objekten Teilmengen so zu bilden, dass diese mindestens ein gleiches Merkmal aufweisen. Die Merkmale können physikalisch (Gewicht, Form, Farbe, Konsistenz...), numerisch (Zahlen) oder alphanumerisch (Zieladresse) definiert sein. Sortieren beinhaltet also stets das zweifelsfreie Erkennen von Objektmerkmalen (Identifizieren) und das Verteilen auf Objektklassen (Separieren). Zum Sortieren benötigt der Mensch nicht unbedingt die Hilfe von Maschinen.

Sortierprozessen kommt in allen Bereichen der Technik eine große Bedeutung zu: bei der Rohstoffgewinnung, in den Aufbereitungs- und Produktionsprozessen und ganz besonders in Logistikprozessen beim Sortieren und Kommissionieren von Stückgut. Dazu werden immer häufiger Maschinen eingesetzt. Dementsprechend ist in der VDI-Richtlinie 3619 definiert: „*Stückgut-Sortiersysteme* sind Anlagen bzw. Einrichtungen zum Identifizieren von in ungeordneter Reihenfolge ankommendem Stückgut aufgrund vorgegebener Unterscheidungsmerkmale und zum Verteilen auf Ziele, die nach den jeweiligen Erfordernissen festgelegt werden.“ Seit einigen Jahren ist es üblich, diese Sortiersysteme als „*Sorter*“ zu bezeichnen.

Ein Sorter muss also die Funktionen: Identifizieren, Transportieren und das Verteilen auf Abgabestellen erfüllen. Je nach Konzept und Bauart können noch hinzukommen: die Stückgutzuführung in den Identifikationsbereichen, der Abtransport von den Abgabestellen auf eine nachgeschaltete Förderanlage, die Rückführung der im ersten Durchgang nicht identifizierbaren Stückgüter sowie die Ver- und Entsorgung des Sorters mit leeren Stückguttransportbehältern. Grundsätzlich kann der Sortierprozess in mehreren Stufen erfolgen. Bei einer großen Anzahl von Adressen führt man den Sortierprozess mehrstufig mit Grob- und Feinsortierung durch, wozu derselbe Sorter in zwei oder mehreren aufeinander folgenden Durchgängen verwendet werden kann. Die Funktionen eines Sorters sind im Flussdiagramm (siehe Abb. 6.1) dargestellt.



**Abb. 6.1.** Flussdiagramm des Sortierprozesses (Abkürzungen: A=Abgabestelle, F=Fördern, I=Identifikation, s=Anzahl der *Sortierstufen*, S=Senke, Q=Quelle, V=Verzweigen, W=Warten, Z=Zusammenführen, m=Anzahl der Zuführstellen (Quellen), n=Anzahl der Abgabestellen (Senken))

## 6.2 Sortieren in Logistikprozessen

Das Sortieren von Stückgütern stellt einen der teuersten Arbeitsvorgänge in der Logistik dar. Daher haben u.a. die Erfordernisse der automatischen Stückgutsortierung in den vergangenen Jahren der Konzentration auf immer größere Logistikzentren Vorschub geleistet. Gleichzeitig hat sich die bevorzugte Bauart und die Leistungsfähigkeit der Sorter geändert. Natürlich bieten große Einheiten stets folgende Vorteile:

- Die Fixkosten z.B. für Administration, Verwaltung, Service und Instandhaltung sinken – auf den einzelnen Vorgang bezogen – mit zunehmender Größe einer Anlage.
- Die Auslastung der Anlage kann gleichmäßiger werden, weil sich lokale oder temporäre Schwankungen durch die Zusammenfassung zumindest teilweise ausgleichen lassen.
- Die Zusammenfassung wesentlicher Glieder einer Logistikkette zu einer einzigen Großanlage an einem Standort ermöglicht eine umfassendere gemeinsame Verantwortung für den Prozess, bietet kurze Wege, gute Voraussetzungen zur Sicherung der Qualität und die Möglichkeit eines hohen Automatisierungsgrades.

Allerdings erfordert die Automatisierung aufgrund der hohen Investitionskosten stets einen großen Minstdurchsatz, um wirtschaftlich zu sein. Den

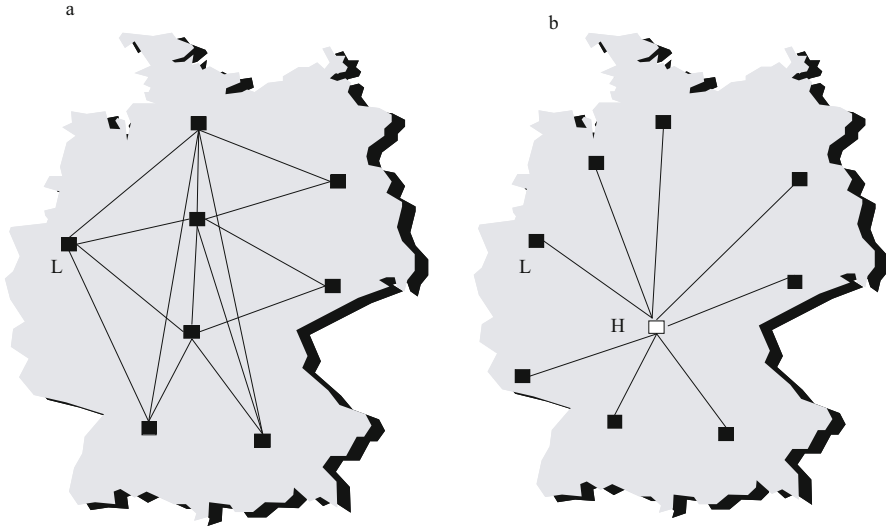
Vorteilen der großen Einheiten können aber auch Nachteile im Bereich der außerbetrieblichen Transportkosten und der Flexibilität gegenüberstehen:

- Die Wegeleistungen sind i.d.R. höher als bei dezentralen Strukturen, d.h., es entsteht ein Zwang, Sendungen zu konsolidieren.
- Die längeren Transportzeiten gehen zu Lasten der Sortier- und Umschlagzeiten im Logistikzentrum selbst. Damit wird die Auslastung der Sorter auf kurze Zeitfenster reduziert und die Wirtschaftlichkeit der Anlage in Frage gestellt.
- die Entscheidung für eine bestimmte Sortiertechnik oder Organisationsstruktur bleibt aus wirtschaftlichen Gründen bei großen Einheiten für einen langen Zeitraum festgeschrieben.

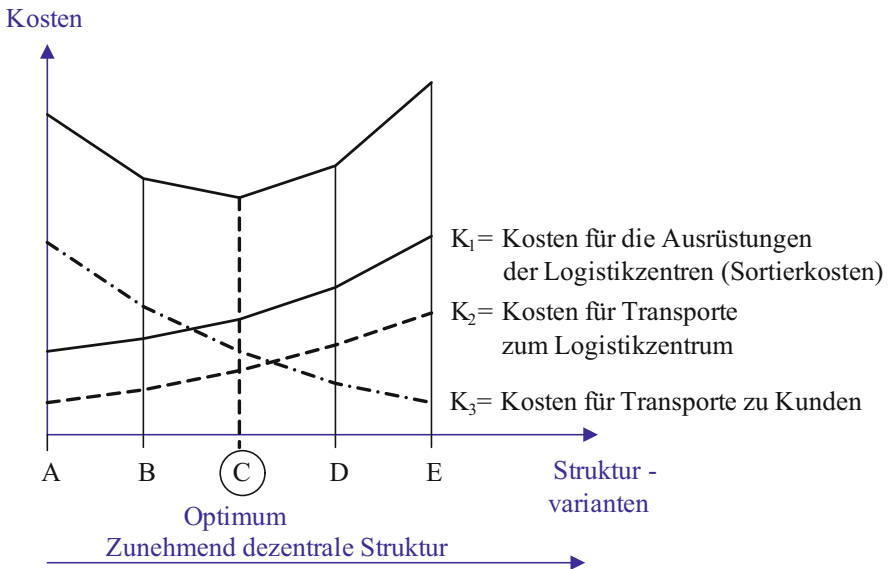
In Abhängigkeit von der Struktur eines Logistiknetzes können Sortierprozesse an geografisch verschiedenen Standorten mit Sortern von unterschiedlicher Größe und Leistungsfähigkeit stattfinden. In einem so genannten „Direktverkehrsnetz“ (siehe Abb. 6.2 a) müssen die Sendungen an jedem Standort für alle anderen Standorte (als Zielstellen) sortiert werden, d.h. an jedem Standort muss ein Sorter vorhanden sein. Dagegen werden im so genannten „Nabe-Speiche-Netz“ (engl.: *Hub and Spoke*) (s. Abb. 6.2 b) alle Sendungen über das Hub geleitet und dort sortiert, d.h. nur dort ist ein Sorter installiert. Einerseits hat das Direktverkehrsnetz als einstufiges Netz Vorteile bei sehr großen Sendungsmengen und einer großen Zahl von Kunden, die vom jeweiligen Logistikzentrum beliefert werden. Mit dieser Netzstruktur arbeitet z.B. die Deutsche Post AG im Briefbereich. Andererseits sind Direktverkehrsnetze auch dann gut geeignet, wenn wegen kleiner Sendungsmengen Sortiermaschinen nicht wirtschaftlich zu betreiben sind und die Sortierung nur von Hand erfolgen kann. Einen weiteren Aspekt stellt in diesem Zusammenhang die Art der Kennzeichnung der Zieladresse dar. Wenn die Zieladresse nicht maschinenlesbar ist, sinkt die Effizienz eines Sorters erheblich und die Notwendigkeit einer manuellen Sortierung wächst. In Hub and Spoke Netzen finden sich die größten Sortersysteme, z.B. in den Hubs der großen Paketdienste (Federal Express, TNT, DHL, UPS usw. ). Um die optimale Konzeption zu finden, müssen in der Planungsphase die Kosten der Sortierung und Transporte für mehrere Alternativkonzepte einander gegenübergestellt werden, wie dies in Abb. 6.3 im Prinzip gezeigt ist. Die Addition der gegenläufigen Kostenpolgone liefert normalerweise den Punkt mit den minimalen Gesamtkosten und damit das wirtschaftlich optimale Konzept. Die Schwierigkeit besteht jedoch darin, alle relevanten Kosten mit hinreichender Genauigkeit zu prognostizieren.

### 6.3 Grenzdurchsatz, betrieblicher Durchsatz

Der Grenzdurchsatz (definiert in Abschnitt 2.1.2) eines Sorters wird bestimmt durch die Grenzdurchsätze an den Zusammenführungen und den Verzweigungen



**Abb. 6.2.** Strukturen von Logistiknetzen (a=Direktverkehrsnetz, b=Nabe-Speiche- (Hub and Spoke-) Netz, L=Logistikzentrum, H=Hub)



**Abb. 6.3.** Kosten für verschiedene Strukturen eines Logistiknetzes (A=Hub and Spoke, E=Direktverkehrsnetz, B, C, D=Mischformen von Hub and Spoke und Direktverkehrsnetz)

gen (Z und V in Abb. 6.1). Bei fast allen Sorterbauarten wird das Sortiergut an den Zusammenführungen Z in den umlaufenden Strang eines Stetigförderers eingeschleust und an den Verzweigungen V gemäß den beim Identifizieren I erkannten Zieladressen auf die Abgestellten A verteilt (s. Abb. 6.4). Für den Auslastungsgrad  $\rho = 1$  der Förderstrecken (F in Abb. 6.1) zwischen den Zusammenführungen und den Verzweigungen besteht zwischen dem minimalen Abstand des Sortierguts  $s_{min}$  (in Ablehnung an Abb. 2.1) und dessen maximaler Fördergeschwindigkeit  $v_{max}$  nachstehender Zusammenhang:

$$\gamma = \frac{v_{max}}{s_{min}} \quad (6.1)$$

Die Gleichung (6.1) gilt allerdings nur unter folgenden Bedingungen:

- die Identifizierung des Sortierguts erfolgt mit 100%-iger Sicherheit,
- der Grenzdurchsatz des Einschleusbereichs ist nicht durch ungünstige Zuführstrategien (z.B. Einfluss des Bedienpersonals) reduziert,
- der Grenzdurchsatz des Ausschleusbereichs ist nicht durch ungünstige Abgangsbedingungen (z.B. ungenaue Abgabepositionen, Kipp- oder Drehbewegungen des Sortierguts usw.) reduziert.

Aufgrund der notwendigen hohen Durchsätze und des hohen Energiebedarfs für einen Start/Stopp Betrieb werden die umlaufenden Förderstrecken mit konstanter Geschwindigkeit betrieben. Deshalb werden die Verzweigungen und Zusammenführungen als stetige Materialflusselemente gestaltet.

Die Verzweigungen sind als stetige Verzweigungselemente für zwei Richtungen ausgeführt. Zur Durchsatzberechnung sind damit die in Abschnitt 2.2.5 dargestellten Formeln zu verwenden. Bei der konstruktiven Gestaltung der stetigen Verzweigungselemente wird darauf geachtet, die Umschaltverluste  $\rho_s$  möglichst gering zu halten. Beim Kippschalensorter wird dies zum Beispiel dadurch erreicht, dass jedes Tragelement über ein eigenes aktives Element verfügt. Die *Abgabestellen* sind so dimensioniert, dass das Ausschleusen einer Fördereinheit während der Zeit erfolgen kann, in der das Tragelement bei unveränderter Fördergeschwindigkeit die Abgabestelle passiert. Die Zeit, die für die Abfertigung einer Fördereinheit benötigt wird, ist deshalb für alle Richtungen die gleiche, weshalb auch die Grenzdurchsätze  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  für beide Richtungen identisch sind.

Das Zurückschalten in die Ausgangsposition erfolgt während des Weitertransports der *Kippschale* zum *Einschleusbereich*. Deshalb fallen bei dieser Gestaltung der Ausschleuseinrichtungen keine Umschaltverluste an, sodass die Durchsatzbedingung nur von der partiellen Auslastungen  $\rho_1$  und  $\rho_2$  in Richtung R1 und R2 bestimmt wird. Da  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$  identisch sind, hängen die partiellen Auslastungen von den betrieblichen Durchsätzen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  ab. Es gilt:

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \quad (6.2)$$

sowie

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = \frac{\lambda_1}{\gamma_1} + \frac{\lambda_2}{\gamma_2} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\gamma} = \frac{\lambda}{\gamma} \quad (6.3)$$

Damit sind die Durchsatzbedingungen bei den Ausschleusstellen die gleichen, wie für die einfache Förderstrecke, so lange es nicht zu Blockierungen bei der Abgabe kommt.

Die Durchsatzbedingungen an den Zusammenführungen müssen zusätzlich noch die Abfertigungsstrategie mit berücksichtigen. Soll der umlaufende Strang nicht angehalten werden, muss als Abfertigungsstrategie die absolute Vorfahrt (siehe Abschnitt 2.3) gewählt werden. Der umlaufende Strang bildet dabei den Hauptstrom, die Aufgabe erfolgt jeweils als Nebenstrom.

Für den Durchsatz der Zusammenführung ist neben ihrer technischen Gestaltung bestimmend, wie groß die Zeitlücken im umlaufenden Strang vor der Zusammenführung sind. Erfolgt der Transport der Güter im Sorter durch diskrete Tragelemente, so entspricht die Wahrscheinlichkeit für das Einschleusen einer Fördereinheit in den Hauptstrom unter Voraussetzung einer konstanten Geschwindigkeit der Wahrscheinlichkeit, dass ein eintreffendes Tragelement leer ist.

Beim ersten Zusammenführungselement befinden sich noch diejenigen Fördergüter im Hauptstrom, die nicht identifiziert oder ausgeschleust wurden. Wenn die nicht identifizierten Fördergüter mit Sicherheit an einer Sammelstelle ausgeschleust werden, sind alle Tragelemente leer und der Grenzdurchsatz des Nebenstroms entspricht  $\gamma_N = 1/t_N$ , mit  $t_N$  als Zeit für das Einschleusen einer Fördereinheit aus dem Nebenstrom.

Wenn nicht identifizierte Fördereinheiten erneut durch die Anlage geschleust werden, dann ist ein Teil der eintreffenden Tragelemente bereits belegt.

Beträgt die Wahrscheinlichkeit für die Nichterkennung einer Fördereinheit  $p_{ni}$  so ist der betriebliche Durchsatz im Hauptstrom nach der letzten Ausschlussstelle:

$$\lambda_H = \lambda_{ges} \cdot p_{ni} \quad (6.4)$$

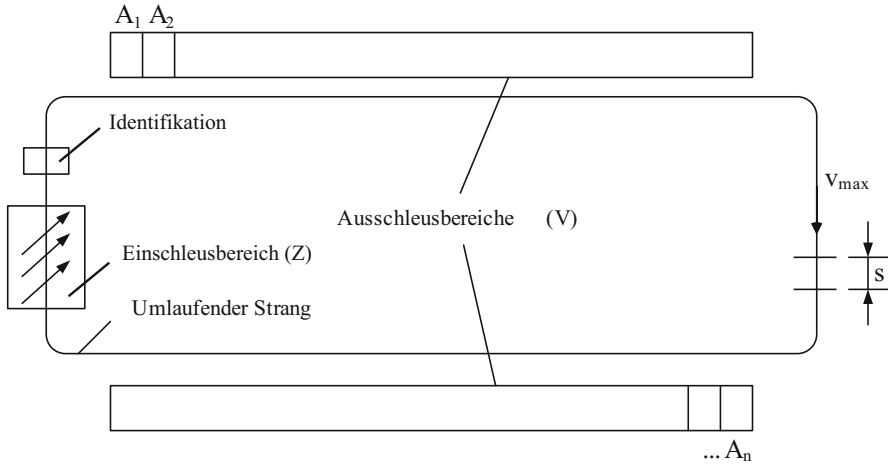
Dabei ist  $\lambda_{ges}$  der betriebliche Gesamtdurchsatz.

Bei vollständiger Unabhängigkeit der Wahrscheinlichkeiten dafür, dass eine Fördereinheit nicht identifiziert werden kann, entspricht die Verteilung der belegten Tragelemente einem Bernoulli-Prozess. Die Wahrscheinlichkeit  $p_{e,1}$  dafür, genau eine Fördereinheit einschleusen zu können, beträgt deshalb  $p_{e,1} = (1 - p_{ni}) \cdot p_{ni}$ . Für das Einschleusen von genau zwei Fördereinheiten erhält man mit den gleichen Überlegungen:  $p_{e,2} = (1 - p_{ni})^2 \cdot p_{ni}$  und für eine beliebige ganze Zahl  $k$  von Fördereinheiten  $p_{e,k} = (1 - p_{ni})^k \cdot p_{ni}$ .

Da nach jeder Einschleusung die Zeitlücken im Hauptstrom kleiner werden, sinkt der mögliche Durchsatz in den nachfolgenden Zuführungen zunehmend.

Auf dem in Abb. 6.4 dargestellten Grundprinzipien eines Sorters mit umlaufendem Strang basierend, sind zahlreiche Modifikationen als ausgeführte





**Abb. 6.4.** Grundprinzip eines einfachen Sorters mit horizontal umlaufendem Strang und zentraler Einschleusung ( $v_{max}$ =maximale Geschwindigkeit des umlaufenden Strangs,  $s$ =minimaler Abstand des Sorters bzw. Sortierguts bzw. Teilung der Tragelemente des Strangs)

Sorterbauarten am Markt. So kann beispielsweise der Strang horizontal oder vertikal umlaufen, beliebige Abstände  $s$  des Sortierguts zulassen oder, infolge einer diskreten Länge von Tragelementen, konstante Abstände vorgeben. Für die Ausführung der Ein- und Ausschleuselemente gibt es viele, sehr unterschiedliche Konzepte, die den Grenzdurchsatz des Sorters positiv oder negativ beeinflussen können. Da Sorter üblicherweise keine vollautomatisch arbeitenden Maschinen sind, muss der Einfluss des Bedienpersonals (siehe (Föller 2003), Kapitel 5) im Einschleusbereich (Zuführung des Sortierguts) und im Ausschleusbereich (Räumen der Abgabestellen) beachtet werden. Dazu können u.a. stochastische Modelle des Sortierprozesses auf Basis der in Kapitel 4 behandelten Bediensysteme analysiert werden. Die sichere und möglichst fehlerfreie Erkennung des Sortierguts als Voraussetzung zur Realisierung des Grenzdurchsatzes ist in hohem Maße abhängig von der Codier- und Lesetechnik des Identifikationssystems. Hier kommt neben den weit verbreiteten Klarschrift- und Barcodesystemen auch die RFID-Technik zur Anwendung. Insgesamt wird deutlich, dass ein wirtschaftlicher Sortierprozess die Optimierung zahlreicher – auch nichttechnischer Einflüsse voraussetzt.

## 6.4 Literaturempfehlungen zu Kapitel 6

Über Sortiersysteme in Materialflusssystemen existiert nicht sehr viel Literatur. Eine Einführung in das Thema gibt Beumer in Abschnitt C 2.4 des Handbuchs Logistik von Arnold, Isermann, A.Kuhn und Tempelmeier (2002).

Der VDI-Bericht 1796 (2003) sowie der VDI-Bericht 1624 (2001) geben einen Überblick über den Sorter und seine Einbettung in logistische Systeme.

In der Monographie von Jodin und ten Hompel (2005) werden die Bauarten von Sortiersystemen dargestellt und einige Formeln zur Durchsatzberechnung und zur Auslegung vorgestellt.

Die Dissertation von Föller (2003) stellt eine Materialzuführung zu Sortiersystemen vor, die eine gleichmäßige Einschleusung durch mehrere, hintereinanderliegende Einschleusstellen ermöglicht.

## 7. Planung von Materialflusssystemen

Materialfluss ist ein sichtbares Ergebnis von Produktions- und Vertriebsaktivitäten. Die Planung des Materialflusses hat somit einen unmittelbaren Bezug zu den strategischen Zielen des Unternehmens. Auf diese Weise ist die Materialflussplanung mit der *strategischen Planung* verknüpft.

Während die strategische Planung konzentriert in der Unternehmensspitze stattfindet, sind mit den operativen Planungen, wozu auch die Planung der Materialflusssysteme zählt, viele Unternehmensbereiche auf unterschiedlichen Hierarchieebenen befasst. Mit ihrer großen Zahl von Entscheidungen und ihren vielfältigen Wechselwirkungen (Fertigungsmittel, Materialfluss, Personaleinsatz, Informationssysteme usw.) bestimmen die operativen Planungen *gemeinsam* ganz wesentlich den Erfolg eines Unternehmens.

Den meist sehr einfachen Zielfunktionen der operativen Planungen (z.B. Maximierung der Ressourcennutzung oder Minimierung von Aufwendungen) steht eine Vielzahl teilweise unscharfer Randbedingungen gegenüber. Ferner sind diese Planungsprozesse gekennzeichnet durch eine Folge von Vorgängen, die weder seriell streng determiniert ablaufen können, noch völlig unkoordiniert ablaufen dürfen. Verzahnungen, mögliche Parallelisierungen und Sequenzbildungen der operativen Planungen prägen ihr interdisziplinäres Anforderungsprofil.

In diesem Kapitel steht die Planung der Materialflusssysteme im Vordergrund; systematisches Vorgehen und ausgewählte Methoden werden vorgestellt. Ausgangspunkt jeder Materialflussplanung sollte eine breite und redundanzfreie *Datenbasis* sein. Für die Beschaffung, Aufbereitung und Pflege der benötigten Daten muss i.d.R. ein erheblicher Zeitanteil der Planungsarbeit vorgesehen werden (siehe **Abschnitt 7.1**).

Beispielsweise setzen erfolgreiche Neu- und Änderungsplanungen von Materialflusssystemen in jedem Fall die Kenntnis der vorhandenen oder angestrebten betrieblichen Durchsätze  $\lambda_{ij}$  voraus. Ob diese Durchsätze am Ende tatsächlich erreicht werden, ist zunächst von den Grenzdurchsätzen  $\gamma_{ij}$  der eingesetzten Materialflusselemente und von den erreichbaren Auslastungsgraden  $\rho_{ij}$  abhängig. Mit den theoretischen Dimensionierungsgesichtspunkten aus Kapitel 2 bis 5 kommt man bei der Planungsarbeit so zu ersten „groben“ Systemkonzepten (siehe **Abschnitt 7.2**), die aber noch weitgehend frei bleiben sollen von technischen Gestaltungsdetails. Denn eine zu frühe Festlegung

auf konkrete Ausführungen bewirkt häufig, dass die *beste Lösung* übersehen wird. Sicherer ist es, mehrere Alternativen in den frühen Planungsstadien auszuarbeiten und die beste Lösung als Ergebnis technisch-wirtschaftlicher Bewertungen zu suchen (siehe **Abschnitt 7.3**).

Die Planung eines Materialflusssystems muss u.a. die Festlegung der räumlichen Zuordnung der betroffenen Betriebsmittel (siehe **Abschnitt 7.4**) und die Beurteilung des Verfügbarkeitskonzepts (siehe **Abschnitt 7.5**) beinhalten. Mithilfe von Simulationen (siehe **Abschnitt 7.6**) können dann sowohl die Materialflusskonzepte als auch dazu gehörende Verfügbarkeitskonzepte überprüft werden.

## 7.1 Aufnahme des Ist-Zustands

Definitionsgemäß versteht man unter einer *IST-Aufnahme*

das *Ermitteln* oder *Erfassen* und *Beurteilen* des aktuellen Zustands eines Materialflusssystems

mit den Zielen:

- neue *Konzepte* zu entwickeln,
- *Arbeiten* zu planen und
- *Betriebsmittel* (insbesondere der Förder- und Lagertechnik) auszuwählen,

um einen wirtschaftlichen *Material- und Datenfluss* zu realisieren.

Bei der Ist-Aufnahme handelt es sich meist um eine Teilaufgabe eines umfangreicheren Projektes. Aus diesem Grund sollten die Grundsätze des Projektmanagements bei der Durchführung einer Ist-Aufnahme berücksichtigt werden. Dazu zählt z.B., dass:

- die Zielsetzung der Ist-Aufnahme eindeutig beschrieben wird
- der Gegenstand der Untersuchung mit den dazugehörigen Schnittstellen definiert und abgegrenzt wird
- eine eindeutige Organisationsstruktur mit den dazugehörigen Verantwortlichkeiten festgelegt wird und
- Arbeits- und Strukturpläne erstellt werden, die den Ablauf der Ist-Aufnahme beschreiben.

Die Durchführung einer Ist-Aufnahme beginnt mit der Klärung der relevanten Parameter (siehe 7.1.1), die im nächsten Schritt in Ablauf-, Belastungs- und Kostenstudien sowie Wertstromdesign (siehe 7.1.2, 7.1.3 und 7.1.4 sowie 7.1.6) untersucht werden. Sie endet mit der Darstellung des Ist-Zustands (siehe 7.1.5) in einer für Präsentationen und weitere Arbeiten geeigneten Form.

Planungsaufgaben für Materialflusssysteme entstehen überwiegend im Zuge von Änderungen, Umstellungen und Erweiterungen bereits bestehender Einrichtungen. Die Planung „auf der grünen Wiese“ ist selten. Natürlich schränkt ein bereits vorgegebener Anfangszustand die Freiheiten der Planung

ein. Schon deshalb ist es notwendig, den vorhandenen Zustand mit allen daraus resultierenden Bedingungen im Rahmen der Ist-Aufnahme hinreichend zu erfassen. Nur so kann sichergestellt werden, dass die gegebenen Voraussetzungen bei der Planung eines neuen (*Soll-*)Zustands bestmöglich genutzt und die Konsequenzen aus Zustandsänderungen richtig beurteilt werden.

Die Ist-Aufnahme erstreckt sich *primär* auf den physischen Materialfluss einschließlich des damit verbundenen Informationsflusses. Neben den technischen sind *stets* auch betriebswirtschaftliche Aspekte zu berücksichtigen. Ferner ist es häufig nützlich oder sogar notwendig, sich über die physischen und logischen Schnittstellen hinausgehend mit ganz anderen als den unmittelbar betroffenen Materialflussbereichen zu beschäftigen.

Nicht selten müssen Gebäudezustände, Standortbedingungen, Personalstrukturen, Behördenauflagen – um nur einige Stichworte zu nennen – beachtet werden. Darum kann eine Ist-Aufnahme je nach Zahl und Art ihrer Parameter oft nur in interdisziplinärer Zusammenarbeit durchgeführt werden. Das Interdisziplinäre ergibt sich im Grunde bereits aus dem Dienstleistungscharakter der Materialflussfunktionen, weil häufig die Bedingungen anderer Bereiche zu erfüllen sind: beispielsweise der Produktion, des öffentlichen Verkehrs, der Datenverarbeitung usw.

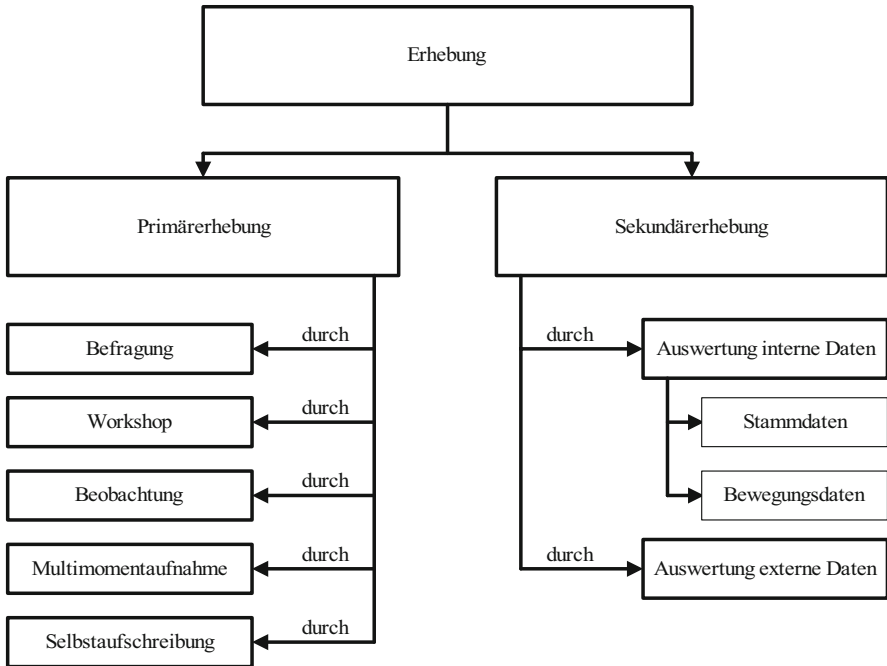
### 7.1.1 Parameter der Ist-Aufnahme

In der nachfolgenden Auflistung sind die wichtigsten Parameter genannt, die bei einer Ist-Aufnahme fallweise zu berücksichtigen sind.

1. Prozesse des Materialflusses:
  - Planungsprozesse
  - Beschaffungsprozesse
  - Herstellungsprozesse
  - Lieferungsprozesse
  - Rücklieferungsprozesse
2. Informationsverarbeitungssysteme, wie z.B.:
  - Lagerverwaltungssysteme
  - PPS- / ERP- / APS-Systeme
  - Personalverwaltungssysteme
  - Finanzbuchhaltungssysteme
  - und deren Verknüpfungen untereinander
3. Daten des „Materials“ (der Waren, der Fördergüter oder Fördereinheiten, siehe Bild 3.16):
  - Abmessungen, Volumina, Gewichte
  - Mengen (z.B. betrieblicher Durchsatz oder Ankunftsrate  $\lambda$ , Verteilungsfunktion der Zwischenankunftszeiten, Ankunftsaktzeiten)
  - Kennzeichnungen (z.B. Numerierung, Codierung)
  - Materialmerkmale (z.B. stoß- oder druckempfindlich, schmutzempfindlich, begrenzt lagerfähig, explosionsgefährdet, diebstahlgefährdet)

- Verwaltung der Bestände, der Zu- und Abgänge (z.B. Stammdaten, Warenstruktur, Inventur)
  - Ladungsträger (LT), Möglichkeiten der Stapelbildung auf LT
4. Daten vorhandener Fördermittel und Lageranlagen:
- Kapazitäten (z.B. Fassungsvermögen, Lagerplätze)
  - Taktzeiten, Spielzeiten, Bedienzeiten, Reaktionszeiten, Greifzeiten, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen usw.
  - Durchsätze (z.B. Grenzdurchsatz, Lagerumschlag, Leergutrücklauf)
  - Flächen- und Raumbedarf
  - Steuerungshardware (siehe Bild 1.5)
  - Steuerungssoftware (z.B. Lagerverwaltung, Auftragsausführung und -kontrolle)
  - Wiederanlaufkonzept, Programmverbund, DV-technische Schnittstellen)
  - Personalbedarf (z.B. für Betrieb, Wartung, Störungsbehebung)
5. Produktionstechnische Daten:
- Produkte (z.B. Stückzahlen, Produktgruppen, Losgrößen)
  - Produktion (Fertigungstechnik, Fertigungseinrichtungen, Fertigungsorganisation)
  - Aufträge (Auftragseingänge, Durchlaufzeiten, Bestände, Terminplanung)
  - Personaleinsatz (z.B. Qualifikation, Arbeitsbedingungen, Verantwortungskonzept)
  - DV-Technik und Schnittstellen zum Materialflusssystem
6. Daten des externen Warentransports:
- Lieferanten-/Kundenbeziehungen (z.B. Mengen, Entfernungen, Verkehrsmittel, Kommunikationstechniken)
  - physische und DV-Schnittstellen im Wareneingang und im Warenausgang
7. Betriebswirtschaftliche Daten:
- Investitionen, Kapitalbindungskosten
  - Betriebskosten (z.B. Energie, Wartung, Personal)
  - relevante Positionen der Bilanz sowie der Gewinn- und Verlust-Rechnung
8. Sonstige Parameter (beispielsweise):
- Gebäude (Zustand, Größe, Nutzung)
  - Grundstücke (Art, Größe, Nutzung, Verkehrs- und Energieanbindung, Umweltbedingungen, soziales Umfeld, behördliche Auflagen usw.)
  - Unternehmensstrategie (Fertigungstiefe, Kooperationen, Ziele der strategischen Planung usw.)
  - Allgemeine Auflagen (Gesetze, Tarifverträge, Unfallverhütungsvorschriften, diverse Verordnungen und Richtlinien (VDI, FEM, VDE ...), anerkannte Regeln der Technik, Normen usw.)

Die oben genannten Parameter der Ist-Aufnahme können grundsätzlich entweder durch eine Primärerhebung oder eine Sekundärerhebung erfasst werden (siehe **Bild 7.1**).



**Abb. 7.1.** Möglichkeiten der Datenerhebung

### ***Primärerhebung***

Bei der Primärerhebung werden die benötigten Daten für die Ist-Aufnahme eigens für diese Untersuchung ermittelt. Dies ist dann notwendig, wenn die benötigten Daten nicht oder nicht in der benötigten Qualität vorliegen. Einzelne Methoden der Primärerhebung werden in den Abschnitten Ablaufstudie und Belastungsstudie erläutert.

### ***Sekundärerhebung***

Bei der Sekundärerhebung wird eine Ist-Aufnahme durchgeführt, indem bestehende Daten, die für andere Zielsetzungen erhoben wurden, ausgewertet werden. Dies bedeutet, dass keine eigene Untersuchung für die Durchführung der Ist-Aufnahme notwendig ist und dadurch der Aufwand geringer ist, als bei einer Primärerhebung. Aus diesem Grund sollte bei der Auswahl der Er-

hebungsart immer überprüft werden, ob eine Sekundärerhebung ausreichend ist. Außerdem ist es häufig mit einer Sekundärerhebung möglich den Verlauf von Mengengerüsten über der Zeit (z.B. des Wareneingangs) in einer vertretbaren Zeit zu erheben.

Die bereits vorhandenen Daten, die bei einer Sekundärerhebung ausgewertet werden, können sowohl aus unternehmensinternen als auch aus unternehmensexternen Unterlagen ermittelt werden. Bei den möglichen unternehmensinternen Unterlagen sind z.B., in Anlehnung an die VDI-Richtlinie 2689, folgende zu nennen:

- Organisationspläne
- Lage- und Bebauungspläne
- Bauzeichnungen
- Einrichtungszeichnungen
- Produktionsprogramm
- Stücklisten
- Arbeits- und Fertigungspläne
- Terminpläne/Kapazitätspläne
- Materialbezugs- und Lieferscheine
- Lagerkarten
- Inventurbestandslisten
- Lohnbelege
- Instandhaltungskartei
- Betriebsabrechnungsbogen

Daneben sind als unternehmensexterne Unterlagen u.a. folgende zu nennen:

- Informationen des statischen Bundesamtes
- Branchenspezifische Informationen
- Geschäftsberichte
- Fachzeitschriften
- Marktforschungen
- Schriftenreihen
- Nachschlagewerke.

Diese Beispiele zeigen, dass eine große Anzahl verschiedener Unterlagen bei einer Sekundärerhebung berücksichtigt werden können. Deshalb müssen bei einer Sekundärerhebung zuerst die möglichen Quellen identifiziert und ausgewählt werden. Dabei ist zu überprüfen, ob die Qualität der verfügbaren Unterlagen bzw. Daten für die Ist-Aufnahme ausreicht.

Bei der Qualitätskontrolle sollten die Unterlagen daraufhin überprüft werden, ob

- die Zielsetzung, die bei der Entstehung der Unterlagen vorlag, für den Untersuchungszweck geeignet ist



- die Aussagekraft die die Unterlagen besitzen ausreichend ist
- die Entstehungsmethoden, mit denen die Unterlagen ermittelt wurden, die beabsichtigte Auswertung zulassen

Weiterhin muss die Struktur der Unterlagen überprüft werden, da Aufbau und Inhalt fehlerhaft sein könnte.

Bei diesen auftretenden Strukturfehlern kann es sich um Syntaxprobleme handeln, d.h. dass Inhalte der Unterlagen nicht interpretiert werden können, weil die Regeln der zusammengesetzten Zeichen nicht bekannt sind oder nicht eingehalten wurden, oder dass Inhalte der Unterlagen fehlerhaft bzw. nicht vorhanden sind. Ebenso können Probleme bei der Semantik der Unterlagen auftreten, d.h. dass den Inhalten der Unterlagen ein falscher Sinn und/oder Bedeutung zugeordnet wird. **Bild 7.2** zeigt Beispiele für Struktur- und Semantikfehler in einer Auftragsliste.

Aus diesem Grund sollten die Unterlagen auf

- Plausibilität, z.B. ob die Daten einer Stückliste realistisch sind
- Vollständigkeit, z.B. ob alle für die Untersuchung notwendigen Felder gefüllt sind
- Redundanz, z.B. ob Stammdaten mehrfach und/oder widersprüchlich vorhanden sind
- Konsistenz, z.B. ob alle Auftragsdaten Stammdaten zugeordnet werden können

hin untersucht werden.

Die Zahl der Fehler ist typischerweise gering, wenn Unterlagen zur Auswertung verwendet werden, die einen verbindlichen Charakter (z.B. Lieferscheine) besitzen. Hierzu gehören Dokumente und Daten die aufgrund von gesetzlichen Bestimmungen oder anderen Verordnungen unternehmensinternen oder unternehmensexternen gepflegt werden müssen. Es ist aber in der Regel nicht zu vermeiden, dass auch Unterlagen, deren Erstellung und Pflege keinem Zwang unterliegen (z.B. Stammdaten) zur Ist-Aufnahme herangezogen werden. Hierbei sollte zusätzliche Zeit zur Suche und Bereinigung von Strukturfehlern eingeplant werden.

Nachdem die Auswahl und Aufbereitung der Daten erfolgt ist, besteht die nächste Aufgabe der Sekundärerhebung in der Auflösung, Neuordnung, Klassifizierung und/oder Zuordnung der zweckfremden Daten entsprechend der Zielsetzung der Ist-Aufnahme, sodass zweckdienliche Daten entstehen. Im Folgenden wird dazu ein einfaches praktisches Beispiel vorgestellt.

Ein Unternehmen möchte den Materialfluss zwischen den Lieferanten und dem eigenen Werk untersuchen. Im Vordergrund stehen dabei die Fragen nach der Verteilung des Volumenstroms auf die Lieferanten und die Stärke der Schwankungen des Volumenstroms. Als Bewertungsgröße wird dazu der tatsächlich benötigte Volumenstrom pro Tag und Lieferant benötigt. Da eine Beobachtung des Wareneingangs über einem längeren Zeitraum zu aufwändig

AUFTRAG_NR	AUFT_DATUM	WUNSCH_DAT	KUNDEN_NR	KUN_GRUPPE	LAND	TOUR	ARTIKEL_NR
222421	041025	041028	230847	220	4	392	8607630620
226370	041027	041028	2410	220	4	312	7607010001
226384	041027	041028	2410	220	4	310	7607023003
226980	041027	041031	2445	220	4	322	7606500021
225996	041027	041031	2445	220	4	322	7643840060
229267	041028	041031	2461	220	4	88	AAAAAAA
226187	999999	041028	2488	220	4	341	AAAAAAA
226008	999999	041029	2488		4	341	AAAAAAA
DD6202	999999	041028	2488		4	341	AAAAAAA
225114	999999	041029			4	341	7607808010
226222	041027	041028	2488		4	341	7642751010
225133	041026	041028	2488	220	4	341	7643759010
DD0045	041031	041031	2526	220	4	395	7642855520
227649	041028	041028	2631	220	4	390	2121
227659	041028	041028	2631	220	4	390	7642852620
224136	041026	041028	2690	220	4	360	7607005705
224075	100426	041028	2690	220	4	360	7607054000
224060	041026	041028	2690	220	4	360	7607802030
224086	041026	041028	2690	220	4	360	7607803010
224104	041026	041028	2690	220	4	360	7607808010
227616	041027	041031	2690	220	4	360	7607840022
223035	041027	041026	2690	220	4	360	7607840022
224114	*****	*****	*****	*****	4	*****	7607900031
224122	*****	041028	*****	*****	*****	360	7607903010
224126	041026	041028	*****	220	*****	*****	7607935020
224129	041026	041028	*****	*****	*****	*****	7607936000
224142	041026	041028	2690	220	4	360	7608601920
224145	041026	041028	2690	220	4	360	7608602020
228696	041028	041031	3115	220	4	600	AAAAAAA
DD8632	041028	041031	170585	220	4	68	8607630581
228651	041028	041031	170585	220	4	68	8637611111
227635	041028	041028	210390	220	4	150	7644755052
227638	041028	041028	210390	220	4	150	7644755052
208115	041026	041017	K8521	80	4	600	7643778392
201120	041031	041012	K1150	80	4	510	7643795510
228572	041028	041028	K1561	80	4	40	7606096000



 Semantikfehler  Syntaxfehler

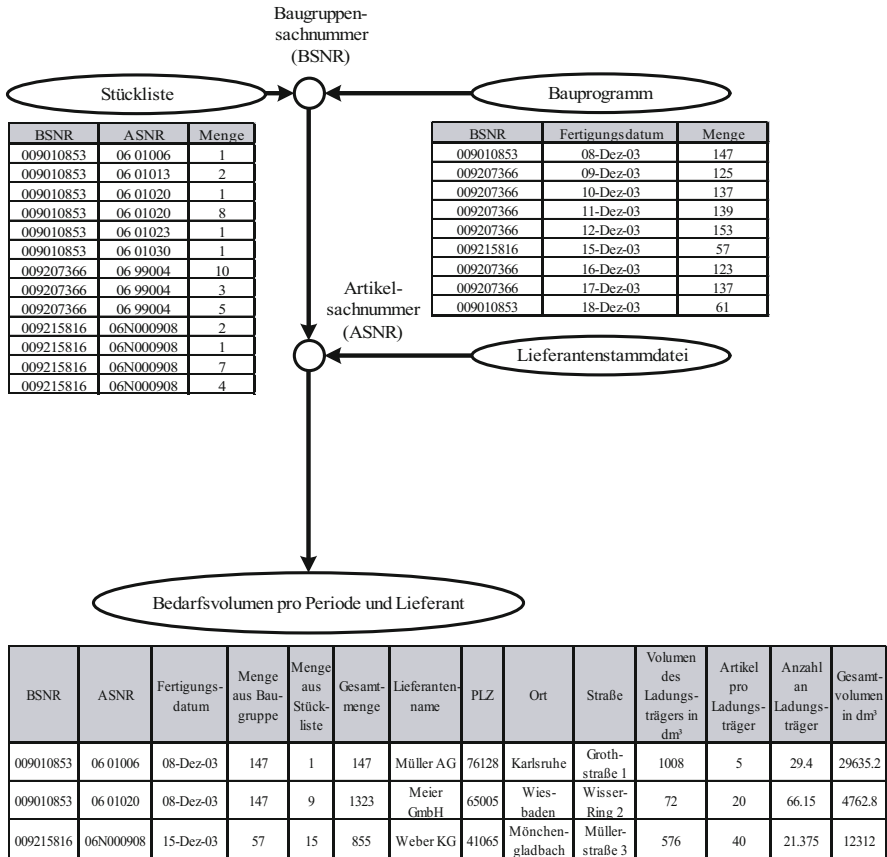
Abb. 7.2. Auszug aus einer Auftragsliste

ist und auch nicht mit Ende dieses Zeitraums abgeschlossen werden kann, wird eine Sekundärerhebung durchgeführt.

Für die Sekundärerhebung werden folgende Unterlagen ausgewählt:

- das *Bauprogramm*, das beschreibt, wann welche Endprodukte in welcher Stückzahl hergestellt werden,
- die *Stückliste*, die beschreibt, welche Vorprodukte in welcher Menge für die Herstellung eines Endproduktes benötigt werden,
- die *Lieferantenstammdaten*, die beschreiben, welche Lieferanten welche Vorprodukte liefern und darüber hinaus, wieviele Vorprodukte auf einen Ladungsträger, mit einem bestimmten Fassungsvermögen, transportiert werden können.

Nach der Auswahl der Unterlagen und der Beseitigung der Strukturfehler, erfolgt im nächsten Schritt die Auflösung und Neuordnung der Unterlagen, indem sie wie in **Bild 7.3** schematisch dargestellt, miteinander in einer Datenbank verknüpft werden.



**Abb. 7.3.** Beispiel für die Verknüpfung von Unterlagen bei der Sekundärerhebung

Dazu wird zunächst die Stückliste über die Baugruppensachnummer mit dem Bauprogramm verknüpft. Die resultierende Datei wird über die Artikelsachnummer mit der Lieferantenstammdatei verbunden und daraus das Bedarfsvolumen pro Tag und Lieferant für die jeweiligen Vorprodukte berechnet. Dies geschieht durch die

- Multiplikation der Mengen aus dem Bauprogramm mit den Stücklisteninformation, wodurch die benötigte Gesamtmenge ermittelt wird,
- Division der Gesamtmenge durch die Anzahl von Artikeln pro Ladungsträger, wodurch die Anzahl an benötigten Ladungsträgern berechnet wird,
- Multiplikation der Anzahl an Ladungsträgern mit dem Volumen pro Ladungsträger und
- Summation des Gesamtvolumens eines Lieferanten pro Tag, wodurch das Bedarfsvolumen pro Tag für einen Lieferanten entsteht.

Die resultierende Unterlage, „Bedarfsvolumen pro Periode und Lieferant“, kann im folgenden Schritt zum Einen durch eine ABC-Analyse, die eine vom Volumenstrom abhängige Klassifizierung der Lieferanten ermöglicht, und zum Anderen durch eine Analyse der Bedarfsschwankungen für ein Vorprodukt über der Zeit (siehe Kapitel 2) bewertet werden. Daraus können Ansatzpunkte für eine Verstetigung des Materialflusses und damit für einen effizienten Betrieb ermittelt werden.

Da die Ist-Aufnahme mit ihren Ergebnissen die Ergebnisse der weiteren Materialflussplanung erheblich beeinflusst, ist es wichtig, dass die verwendeten Daten nach Qualität und Aussagekraft ausgewählt werden. Für die Auswahl werden u.a. folgende Kriterien herangezogen:

- Untersuchungsobjekt
- Untersuchungsbereich
- Untersuchungsparameter
- Detaillierungsgrad der Ist-Aufnahme
- Qualität und Quantität des verfügbaren Personals
- Qualität und Quantität der verfügbaren Daten
- Kostenbudget
- Zeitbudget

In der Regel werden bei der Ist-Aufnahmen eines Materialflusses beide Erhebungsarten bzw. Kombinationen daraus herangezogen, um die notwendigen Parameter zu ermitteln. In den folgenden Ablauf- und Belastungsstudien (siehe Abschnitt 7.1.2 und 7.1.3) werden aus diesem Grund jeweils als Beispiel eine mögliche Erhebungsart vorgestellt. In den folgenden Abschnitten werden Anwendungen der Erhebungsarten exemplarisch gezeigt.

### 7.1.2 Ablaufstudien

Ablaufstudien werden z.T. parallel, z.T. aufbauend auf Ist-Aufnahmen erstellt. Das Ziel einer Ablaufstudie ist das Erstellen eines Modells, das die *Vorgänge* im Material- und Informationsfluss beschreibt und die Verknüpfungen (Abhängigkeiten) aufzeigt. Ein wichtiges Ergebnis der Ablaufstudien sind demnach die in Abschnitt 3.4.1 beschriebenen Adjazenzmatrizen.

Ablaufstudien sind die Basis für die i.d.R. daran anschließenden Belastungs- und Kostenstudien. Darum sollte auf ein geeignetes methodisches Vorgehen geachtet werden, das beispielsweise bei einer Primärerhebung durch Beobachtung mittels der Verwendung des *VDI/AWF-Materialflussbogens*, **Bild 7.4** (aus VDI-Richtlinie 3300), gewährleistet ist.

Im Rahmen der Ablaufstudien werden Material- und Informationsflüsse zweckmäßigerweise auch in Form von einfachen Skizzen dokumentiert, aus denen Vorgangsfolgen und Abhängigkeiten unmittelbar erkennbar sind.



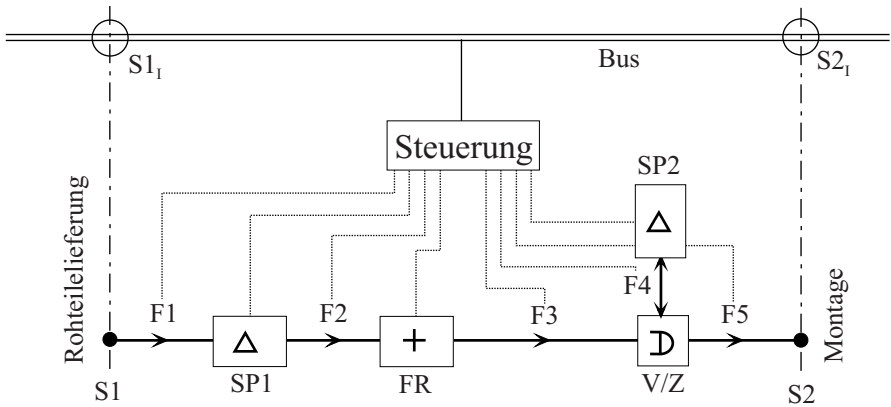


Abb. 7.5. Skizze zu einer Ablaufstudie

Tabelle 7.1. Ergebnisformular für Ablauf- und Belastungsstudien (eingetragen ist die Vorgangsfolge des Materialflusssystems aus Bild 7.5)

MATERIALFLUSSANALYSE						
Ablaufstudie				Belastungsstudie		
Nr.	Vorgang	Fkt.	Fördermittel	Weg [m]	Vorgangsdauer $\left[\frac{min}{100}\right]$	Durchsatz
1	F1	>	Rollenbahn			
2	SP1	$\Delta$	Rollenbahn			
3	F2	>	Rollenbahn			
4	FR	+	—			
5	F3	>	Rollenbahn			
6	V/Z	D	Roll./Kettenförd.			
7	F4	>	Kettenförderer			
8	SP2	$\Delta$	Kettenförderer			
9	F5	>	Rollenbahn			
⋮	⋮	⋮	⋮			

überprüft, aufgearbeitet und analysiert werden, wobei die in Kapitel 7.1.1 beschriebene Vorgehensweise sinngemäß zur Anwendung kommt.

7.1.3 Belastungsstudien

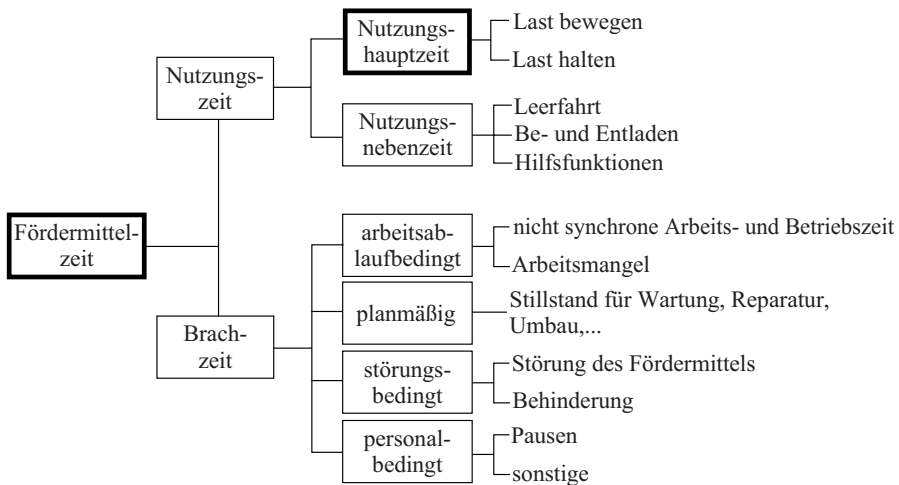
Belastungsstudien sollen Aufschluss geben über *Mengen*, *Wege* und *Zeiten* in einem Materialflusssystem. Im VDI/AWF-Materialflussbogen (Bild 7.4) ist dazu für jeden Vorgang eine Zeile mit den Werten für *Fördermenge*, *Entfernung* und *Einzelzeiten* vorgesehen. Darüber hinaus werden noch das für den Vorgang eingesetzte Fördermittel und das benötigte Personal (Spalte: Arbeitskräfte) notiert. Die an den VDI- AWF-Materialflussbogen angelehnte **Tabelle 7.1** könnte somit beispielhaft als Ergebnis der Ablauf- und Belastungsstudien für das in Bild 7.5 dargestellte einfache Materialflusssystem gel-

ten. Die Werte der Tabelle dienen als Basis zum Aufstellen der in Abschnitt 3.4 eingeführten Matrizen (Belastungsmatrix, Wegematrix usw.).

Die zeitliche Belastung eines Fördermittels oder eines Materialflusssystems wird häufig unter Verwendung der in **Bild 7.6** zusammengestellten Zeitarten als *Zeitnutzungsgrad*

$$\eta_t = \frac{\text{Nutzungshauptzeit}}{\text{Fördermittelzeit}}$$

angegeben. Darin entspricht die Fördermittelzeit der gesamten Arbeitszeit des Betriebes. Nach dieser Definition kann der Zeitnutzungsgrad von Unstetigförderern beispielsweise nie 100% erreichen. Insofern unterscheidet sich  $\eta_t$  grundlegend von dem in Abschnitt 2.1.2 eingeführten, auf den tatsächlichen technischen Grenzdurchsatz  $\gamma$  bezogenen Auslastungsgrad  $\rho$ .



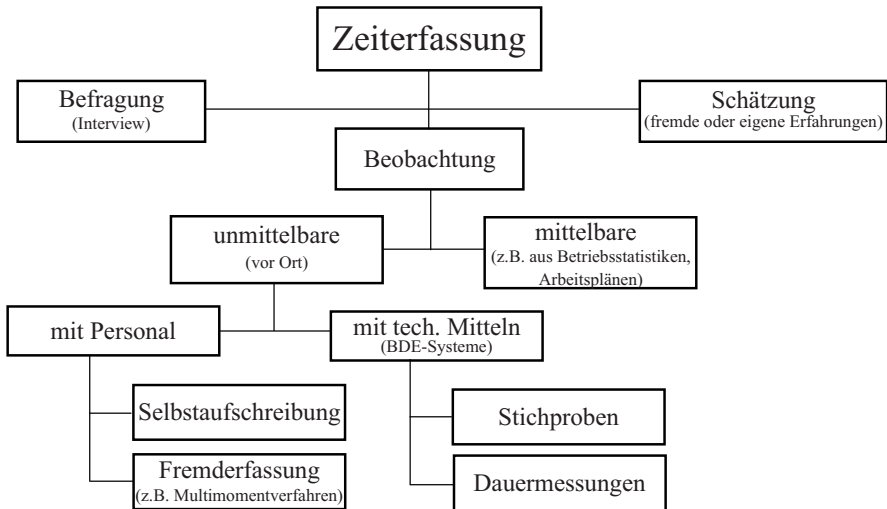
**Abb. 7.6.** Zeitarten (in Anlehnung an REFA-Buch (1991) Bd. I „Arbeitsgestaltung“)

Eindeutige und reproduzierbare Größen, die abzählbar oder messbar sind, wie z.B. gleichbleibende Mengen oder Transportwege, stellen für die Belastungsstudien keine Schwierigkeit dar. Bei der Ermittlung der *zeitlichen* Belastungen aus wechselnden Vorgangszeiten oder aus den Häufigkeiten zeitlich veränderlicher Zustände trifft man jedoch sehr oft auf zwei ganz unterschiedliche Probleme:

- einmal sind zeitabhängige Vorgänge i.d.R. mit der bereits in Abschnitt 2.1.4 behandelten, aus der Stochastik kommenden Streuung behaftet, sodass erst nach mehrfach durchgeführten Stichproben Mittelwerte und Streuungsparameter berechnet werden können,

- zum anderen sind arbeitsrechtliche Bestimmungen für die Beobachtung zeitabhängiger Vorgänge und insbesondere für die Zeiterfassung zu beachten.

Dies ist zu berücksichtigen, wenn eine der in **Bild 7.7** dargestellten Methoden der primären oder sekundären Zeiterfassung gewählt wird.



**Abb. 7.7.** Methoden der Zeiterfassung zur Ermittlung der zeitlichen Belastung

Aus den Ergebnissen der Messreihen von Zeiten oder Zuständen können mithilfe der in Abschnitt 3.6 angegebenen Methoden Punkt- und Bereichsschätzungen für die statistischen Parameter durchgeführt werden. Auf diesen Überlegungen basieren u.a. die nachfolgend beschriebenen Verfahren der Primärerhebung, aus der Gruppe der *Multimoment*-Verfahren, zur quantitativen Erfassung zeitlich veränderlicher Zustände.

#### a) Das Multimoment-Häufigkeitszähl-Verfahren (MMH):

Kennzeichen des bei Belastungsstudien vorteilhaft anwendbaren MMH-Verfahrens ist das Erfassen der relativen Häufigkeit unregelmäßig (zufällig) wechselnder Betriebszustände durch einfaches Zählen ihres Vorkommens. Voraussetzung ist, dass alle Zustände oft genug beobachtet werden können, insbesondere also, dass keine sehr seltenen Zustände beteiligt sind. Auf diese Weise kann z.B. die zeitliche Verteilung produktiver und unproduktiver Betriebszustände mit dem in **Tabelle 7.2** für einen Gabelstaplerbetrieb dargestellten prinzipiellen Ergebnis erfasst werden.



**Tabelle 7.2.** Zeitanteile verschiedener Betriebszustände für einen Gabelstaplerbetrieb.

Betriebszustand (produktiv/unproduktiv)	Zeitart (s. Bild 7.6)	Zeitanteil $p[\%]$
Fahren	Hauptzeit	$p_1$
Last aufnehmen oder absetzen	Nebenzeit	$p_2$
Warten	Brachzeit	$p_3$
Summe:		100%

Das MMH-Verfahren wird nachfolgend in kurzen Zügen erklärt<sup>1</sup>:

Zunächst ist zu fragen, wieviele Beobachtungen erforderlich sind, um zu statistisch gesicherten Aussagen zu kommen. Dazu können wir auf die Gleichung (3.88) in Abschnitt 3.6 zurückgreifen.

Für die Zählung binärer Zustände mit der Zufallsgröße  $x_i$

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{Merkmal erfüllt} \\ 0, & \text{Merkmal nicht erfüllt} \end{cases}$$

gilt allgemein:

$$E[X_i^2] = E[X_i] = p \quad (7.1)$$

mit  $0 \leq p \leq 1$  (relative Häufigkeit).

Somit ist die Varianz:

$$S^2 = E[X_i^2] - (E[X_i])^2 = p \cdot (1 - p) \quad (7.2)$$

bzw. falls  $p$  als %-Zahl angegeben ist:

$$S^2 = p \cdot (100 - p) \quad (7.3)$$

Setzt man in Gleichung (3.88) die Varianz aus Gleichung (7.3) und gleichzeitig die Quantile  $t = 1,96$  für  $\alpha = 0,05$  ein, so erhält man die in der Literatur immer wieder zu findende Formel:

$$N \geq \frac{3,84 \cdot p(100 - p)}{f^2} \quad (7.4)$$

zur Bestimmung des notwendigen Stichprobenumfangs bei einer statistischen Sicherheit von 95%. Auf das Beispiel „Gabelstaplerbetrieb“ in Tabelle 7.2 bezogen, müssen somit die Zahlenwerte für die Zeitanteile  $p_1, p_2$  und

<sup>1</sup> Ausführliche Erklärungen z.B. in VDI-Richtlinie 2492 (1968): Multimomentaufnahmen im Materialfluss oder in HALLER-WEDEL(1969): Das Multimoment-Verfahren in Theorie und Praxis.

$p_3$  der drei Betriebszustände im ersten Schritt gemäß der Erfahrungen aus dem praktischen Betrieb angenommen und daraus die notwendigen Stichprobenumfänge mit Gleichung (7.4) berechnet werden. Die Werte für das Streumaß  $f$  sollen dazu innerhalb folgender Grenzbereiche liegen:

$$f \leq 0,1 \cdot p \quad \text{und} \quad 1\% \leq f \leq 2,5\% \tag{7.5}$$

Das Ergebnis dieses ersten Schritts des MMH-Verfahrens ist in **Tabelle 7.3** eingetragen. Da in jeder Stichprobe *alle* Betriebszustände registriert werden sollen, ist der maximale gleichzeitig auch der notwendige Stichprobenumfang. Somit nimmt die Anzahl der im Arbeitsbereich der Gabelstapler durchzuführenden Rundgänge  $R$  mit zunehmender Zahl  $n$  der beobachtbaren gleichartigen Gabelstapler gemäß  $R = \frac{N}{n}$  ab.

**Tabelle 7.3.** Berechnung der Stichprobenumfänge für das Beispiel „Gabelstaplerbetrieb“.

Betriebszustand	Zeitanteil $p$ (geschätzt)	Streumaß $f$		$N$
		$f = 0,1 \cdot p$	gemäß (7.5)	
Fahren	$p_1 = 45\%$	$\pm 4,5$	$\pm 2,5$	1520
Last aufnehmen/absetzen	$p_2 = 25\%$	$\pm 2,5$	$\pm 2,5$	1152
Warten	$p_3 = 30\%$	$\pm 3,0$	$\pm 2,5$	1290
$\Sigma = 100\%$				gewählt: <b>Max <math>N = 1520</math></b>

Die Rundgänge sind in zufälligen Zeitabständen zu beginnen (Zufallszahlen verwenden!), um die Einflüsse evtl. wirksamer Taktprozesse zu kompensieren.

Alle Beobachtungen werden während der Rundgänge in Strichlisten festgehalten und wie folgt ausgewertet:

$$p = \frac{\text{Zahl der Beobachtungen des gleichen Zustands}}{\text{Gesamtzahl aller Beobachtungen}} \cdot 100 \quad [\%]$$

Die Strichliste mit den Auswerteergebnissen für das Beispiel „Gabelstaplerbetrieb“ ist in **Bild 7.8** dargestellt. Wenn die Ergebnisse  $p_1, p_2$  oder  $p_3$  zu stark von der Schätzung abweichen, ist das Verfahren zu wiederholen.

**b) Das Multimoment-Zeitmess-Verfahren (MMZ):**

Das MMZ-Verfahren wird benutzt, wenn die Zeitdauer von Vorgängen diskontinuierlich bestimmt werden soll, wie beispielsweise während des Durchlaufs eines Auftrags. Das MMZ-Verfahren bietet gegenüber der konventionellen Zeitmessung mit Uhren Vorteile, wenn die einzelnen Vorgangsdauern sehr lang sind (z.B. in der Größenordnung von Stunden). Wie beim MMH-Verfahren werden Rundgänge durchgeführt und Betriebszustände registriert,

a)

IFL-MMH		"Gabelstapler"				
Tagesprotokoll vom ...		8 Rundgänge				
Nr.	Betriebszustand	Stapler Nr.				Tages-Summe 1-20
		1	2		20	
1	Fahren	III	III		II	70
2	Last auf/ab	I	III		I	33
3	Warten	II	II		III	57
Summen:		8	8		8	160

b)

IFL-MMH		Auswertung "Gabelstapler"					
Nr.	Betriebszustand	Stapler Nr.				Summe 1-20	Zeitanteile p
		1	2		20		
1	Fahren	30	36		38	638	42%
2	Last auf/ab	19	15		12	350	23%
3	Warten	27	25		26	532	35%
Summen:		76	76		76	1520	100%

Abb. 7.8. Strichlisten (a) und Auswerteergebnisse (b) für das Beispiel „Gabelstaplerbetrieb“ ( $N = 1520$ ,  $n = 20$ ,  $R = 76$ , 10 Tagesprotokolle)

zusätzlich aber noch Zeitpunkte erfasst, die später nach folgenden Bedingungen ausgewertet werden (siehe Bild 7.9):

- $t_1$  = Zeitpunkt der *letzten* Beobachtung am *vorhergehenden* Vorgang
- $t_2$  = Zeitpunkt der *ersten* Beobachtung an dem zu untersuchenden Vorgang
- $t_3$  = Zeitpunkt der *letzten* Beobachtung an dem zu untersuchenden Vorgang
- $t_4$  = Zeitpunkt der *ersten* Beobachtung am *nachfolgenden* Vorgang

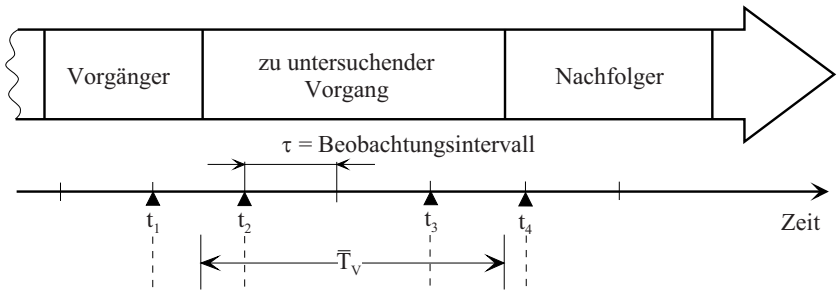


Abb. 7.9. Lage der ausgewerteten Beobachtungszeitpunkte beim MMZ-Verfahren

Die tatsächliche Vorgangsdauer  $T$  liegt dann zwischen den Zeitdifferenzen  $(t_4 - t_1)$  und  $(t_3 - t_2)$ . Sie wird aus den Stichprobenwerten  $\hat{T}_V$  anhand wiederholter Messungen

$$\hat{T}_V = \frac{(t_4 - t_1) + (t_3 - t_2)}{2} \quad (7.6)$$

als Punktschätzung  $\bar{T}$  (arithmetischer Mittelwert aus allen  $\hat{T}_V$ ) bestimmt. Bei kurzen Vorgangsdauern und zu langen Beobachtungsintervallen  $\tau$  ist das MMZ-Verfahren unsicher, da kurze Vorgangsdauern in den Zeitraum zwischen zwei Beobachtungen fallen und leicht übersehen werden können. Die Beobachtungsintervalle sind daher so zu wählen bzw. die zu beobachtenden Vorgänge so zu definieren, dass auch der mit dem kürzesten Vorgang verbundene Vorgangswechsel zuverlässig erfasst werden kann.

Generell ist zu beachten, dass die Multimoment-Verfahren MMH und MMZ im Sinne der Statistik als homogene, unregelmäßig mehrfach durchgeführte Stichproben gleichen Umfangs aus einer einheitlichen Grundgesamtheit behandelt werden.

Die dargestellten Verfahren der Multimomentaufnahme sind eine Möglichkeit der Primärerhebung. Es ist aber auch möglich die Belastungen durch eine Sekundärerhebung zu ermitteln, indem Maschinenbelegungspläne, Lieferscheine, Lohnbelege, Materialbezugsscheine usw. ausgewertet werden, wobei die in Kapitel 7.1.1 beschriebene Vorgehensweise angewendet wird.

#### 7.1.4 Kostenstudien

Im Rahmen einer Ist-Aufnahme sollen die klassischen Kostenarten

- Betriebsmittelkosten
- Raumkosten
- Kapitalbindungskosten
- Personalkosten

erfasst und bewertet werden.

Die *Betriebsmittelkosten* teilen sich auf in die aus den unabhängig von der tatsächlichen Nutzung anfallenden „fixen“ Kosten (wie Abschreibung, kalkulatorische Zinsen, Wartungskosten, Mietkosten usw.) und den der Nutzung proportionalen Kosten (Energie, Betriebsstoffe usw.). Die Betriebsmittelkosten können, bezogen auf eine der in Bild 7.6 benannten Zeitarten, als Stundensätze oder aber, bezogen auf die Materialflussvorgänge, als spezifische Prozesskosten angegeben werden.

*Raumkosten* (oder *Wegekosten*) sind zeitabhängige Kosten, die sich aus den kalkulatorischen Zinsen und den Abschreibungen (bzw. Mieten) von Grundstücks- und Gebäudeflächen berechnen.

*Kapitalbindungskosten* entstehen aus dem im Materialfluss gebundenen Umlaufvermögen. Sie können aus dem bilanzierten Umlaufvermögen, dem

kalkulatorischen Zinssatz und den Durchlaufzeiten ebenfalls als zeitabhängige Prozesskosten ermittelt werden. Während man früher vornehmlich die in den Lagerbeständen gebundenen Kosten beachtet hatte, zielen moderne Ansätze auf das gesamte Materialflusssystem. Die Verringerung der Bestände und die Verkürzung der Durchlaufzeiten sind daher übliche Ziele bei Neuplanungen des Materialflusses.

*Personalkosten* stellen in den heute vorherrschenden Materialflusssystemen mit hohen Automatisierungsgraden keine ausschlaggebende Kostenart mehr dar. Allerdings gibt es noch immer Bereiche (z.B. die Kommissionierung) und Betriebsmittel (z.B. Gabelstapler) mit sehr hohen Personalkostenanteilen. In Verbindung mit den unaufhaltsam gestiegenen Lohnkosten darf dies bei der Ist-Aufnahme und bei den anschließenden Kostenanalysen nicht übersehen werden.

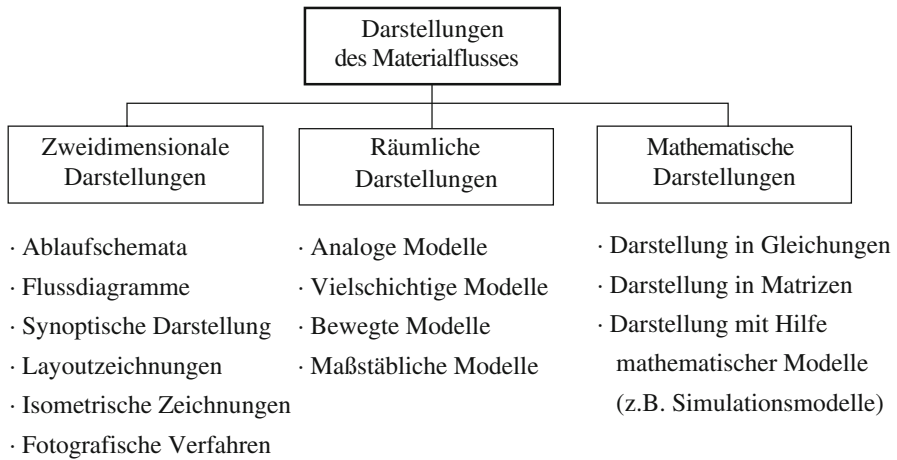
Die Kostenstudien einer Ist-Aufnahme sollten auch versuchen zu ergründen, ob das bestehende Materialflusssystem spezifische Kosteneinsparungspotentiale birgt, z.B. durch seine Konzeption oder seine technische Ausführung bedingte Stillstandskosten, Wartungs- oder Handlingskosten. Dabei ist zu beachten, dass Kosteneinsparungen sehr oft auch im materialflussbegleitenden Organisations- oder im Datenverarbeitungsbereich möglich sind.

### 7.1.5 Darstellung des Ist-Zustands

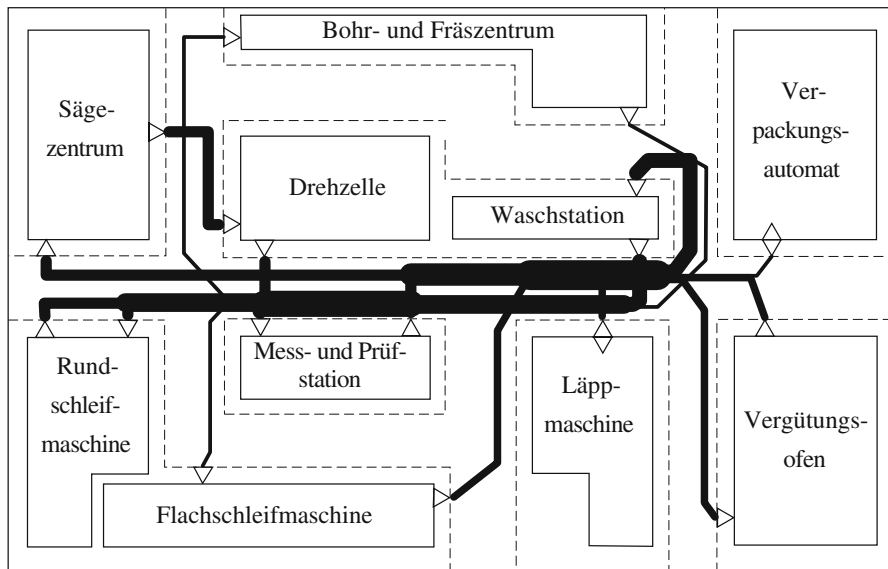
Mit den Ergebnissen der vorstehend beschriebenen Studien kann der Materialfluss im Ist-Zustand auf verschiedene Weise dargestellt werden. *Qualitative* Darstellungen zeigen die Verbindungen zwischen den Materialflusstationen noch ohne Angabe der Intensität ihrer Materialflussbeziehungen, die erst in entsprechenden *quantitativen* Darstellungen enthalten sind. Nach VDI-Richtlinie 3596 sind die möglichen Darstellungen des Materialflusses gemäß **Bild 7.10** gegliedert. Der Verwendungszweck entscheidet, welche dieser Möglichkeiten gewählt wird.

**Ablaufschema.** Das *Ablaufschema* oder Flussdiagramm (Beispiel: Bild 1.6) wird bevorzugt zur Darstellung von Konzepten benutzt, wenn Vorgangsfolgen und Anordnungsbeziehungen, aber noch keine Mengen, Zeiten oder sonstigen quantitativen Parameter diskutiert werden. Diese Darstellungsform ist u.a. hervorragend geeignet, um die logischen Verbindungen zwischen dem physischen Materialfluss und dem Informationsfluss zu zeigen.

**Sankeydiagramm.** Ein Flussdiagramm in mengenmaßstäblicher Darstellung, das sogenannte *Sankeydiagramm*, vermittelt dem Betrachter Vorstellungen vom Grad der Verflechtung und den quantitativen Verhältnissen des Materialflusses. Ein ins Layout eingezeichnetes Sankeydiagramm (siehe **Bild 7.11**) wird als strukturbefahtetes Sankeydiagramm bezeichnet.



**Abb. 7.10.** Darstellung des Materialflusses nach VDI-Richtlinie 3596



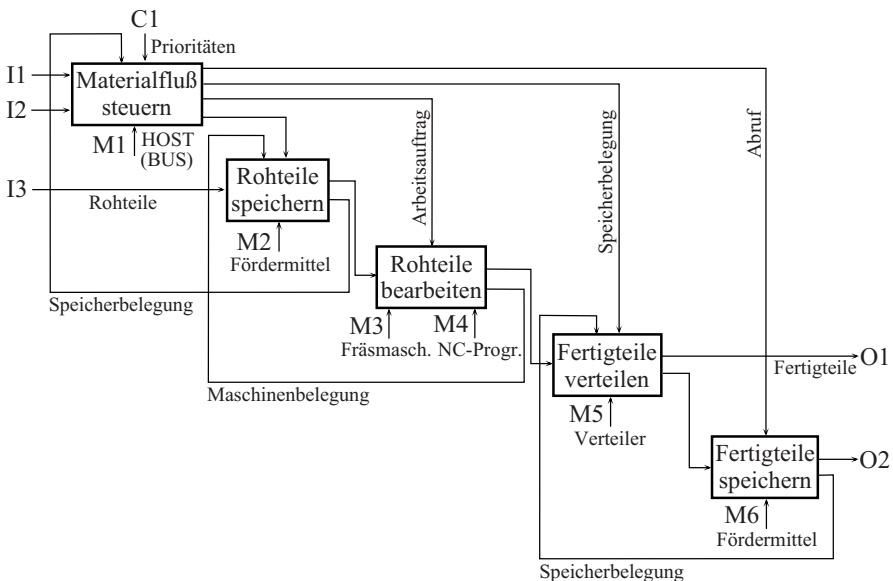
**Abb. 7.11.** Strukturbehaftetes Sankeydiagramm des Materialflusses in einem Fabriklayout

**Layoutzeichnung.** Die *Layoutzeichnung* (Beispiel: **Bild 7.39**) ist in einem fortgeschrittenen Stadium der Planung unverzichtbar. Mithilfe von CAD-Systemen sind auch sehr umfangreiche und detaillierte Darstellungen in kürzester Zeit änderbar; allerdings kann auf diese Weise noch nicht das materialflusstechnisch günstigste Layout gefunden werden (siehe Abschnitt 7.4).

**Tabellen- oder Matrixdarstellung.** Die *Tabellen- oder Matrixdarstellung* ist die geeignete quantitative Darstellungsform für umfangreiche Materialflusssysteme, wenn die Daten unmittelbar zur weiteren Rechnerverarbeitung verfügbar sein sollen. Die wichtigsten Arten von Matrizen wurden in Abschnitt 3.4 vorgestellt.

**Graph.** Ein *Graph* dient der bildhaften Darstellung von Materialflussmatrizen, insbesondere zu didaktischen oder sonstigen Präsentationszwecken (siehe Abschnitt 3.3).

**SADT.** *SADT*<sup>1</sup> ist eine Methode zur formalen Beschreibung von Aktivitäten (Funktionen oder Tätigkeiten) und den dazu benötigten oder dabei entstehenden Informationsflüssen (Datenflüssen). Die SADT-Diagrammsprache erlaubt eindeutige Beschreibungen auch komplexer Systeme und ersetzt umfangreiche verbale Formulierungen.



**Abb. 7.12.** SADT-Diagramm für das Materialflusssystem aus Bild 7.5

In **Bild 7.12** wird als Beispiel ein SADT-Diagramm für das Materialflusssystem aus Bild 7.5 gezeigt. Die durchzuführenden Aktivitäten sind in

<sup>1</sup> SADT = **S**tructured **A**nalysis and **D**esign **T**echnique

den Kästen eingetragen. Gemäß dem nach SADT vereinbarten Formalismus stehen die an der linken Seite auf die Kästen treffenden Pfeile für eingehende Objekte oder Informationen (Input I), die zur Abwicklung der Aktivitäten nötig sind. Die bei der jeweiligen Tätigkeit erzeugten Objekte oder Informationen (Output O) werden durch ausgehende Pfeile an der rechten Seite der Kästen symbolisiert. Von oben auf einen Kasten treffende Pfeile stehen für Steuerinformationen (Control C) zur Durchführung der Aktivitäten, während die von unten kommenden Pfeile die dazu benötigten Mittel (Mechanism M) wie z.B. Maschinen, Personal, Software symbolisieren.

Über die Diagrammgrenzen nach außen führende oder von außen kommende Pfeile werden mit den oben angegebenen Buchstaben (I, O, C, M) und einer laufenden Nummer versehen. Die O-Pfeile können zu I- oder C-Pfeilen innerhalb oder außerhalb eines Diagramms werden. Auf diese Weise entsteht aus mehreren Diagrammen eine vollständige und logisch strukturierte Materialflussbeschreibung mit mehreren hierarchisch gegliederten Konkretisierungsebenen, wobei der Informationsinhalt eines Diagramms in tieferen Ebenen nur verfeinert, nicht jedoch erweitert wird. Die Ebenen der SADT-Darstellung bilden einen gerichteten Baum, in dessen Wurzel die Aufgabe des Materialflusssystems in der am stärksten komprimierbaren Formulierung steht (siehe **Bild 7.13**).

SADT kommt als Beschreibungsmittel aus dem Bereich des Software-Engineering und wird in Materialflussplanungen bisher wenig angewendet. Die klare Strukturierung und der Zwang zum methodischen Vorgehen können jedoch auch hier, insbesondere zur gemeinsamen Darstellung von Material- und Informationsflüssen, nützlich sein.

**Petri-Netze.** Wechselnde Situationen und Ereignisse innerhalb des Materialflusses können in Petri-Netzen grafisch dargestellt werden. Diese Form der Darstellung bietet immer dann besondere Vorteile, wenn sie gleichzeitig zum Entwurf der Steuerung des Materialflusssystems benutzt wird.

Petri-Netze sind gerichtete Graphen, deren Knotenmengen in zwei Klassen partitioniert sind. *Ereignisse* (auch Transitionen oder Übergänge genannt), mit der Bedeutung von Zeitpunkten im Prozessablauf, werden im Graph als Rechteck-Knoten dargestellt. *Situationen* (auch Stellen, Plätze oder Bedingungen genannt) haben im Prozessablauf die Bedeutung von zeitverbrauchenden Vorgängen oder von Zuständen; sie werden im Graph als kreisförmige Knoten dargestellt. Die funktionale Zuordnung von Ereignissen und Situationen wird in der üblichen Weise mit Pfeilen gezeigt, wobei die Pfeile stets nur Ereignisse und Situationen (oder umgekehrt) miteinander verbinden. Ein Pfeil unmittelbar zwischen zwei Ereignissen oder zwischen zwei Situationen würde der Logik eines Petri-Netzes widersprechen.

Materialflussprozesse als Sequenzen von Ereignissen und den daraus folgenden Situationen können nun mit dieser einfachen Symbolik als Netze abgebildet werden, wie in **Bild 7.14** an dem Beispiel aus Bild 7.5 gezeigt. Das Netz beschreibt zunächst nur die *statische* Struktur des Materialflussprozesses.



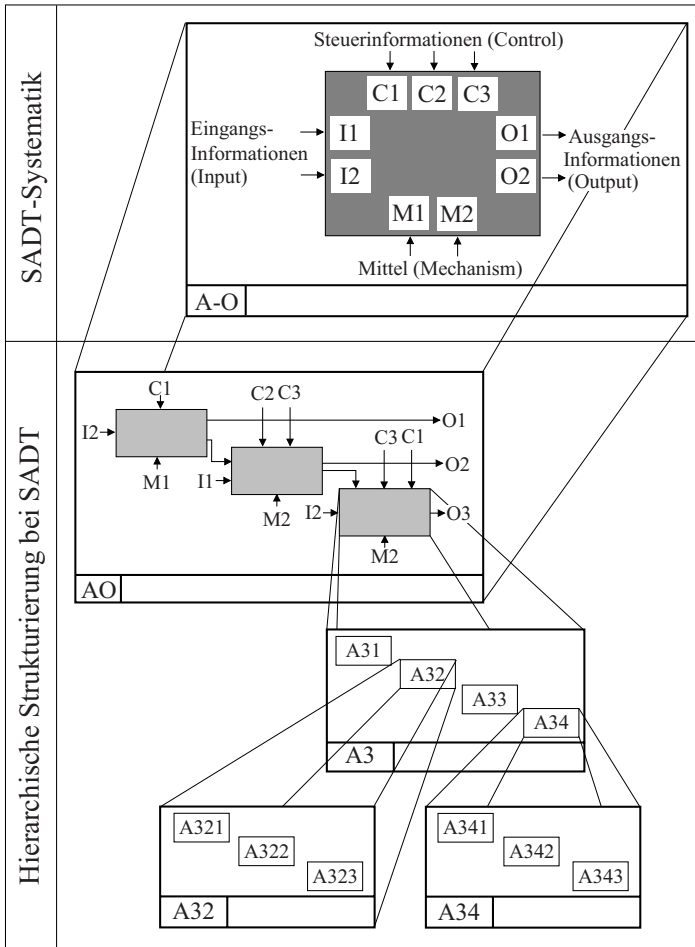
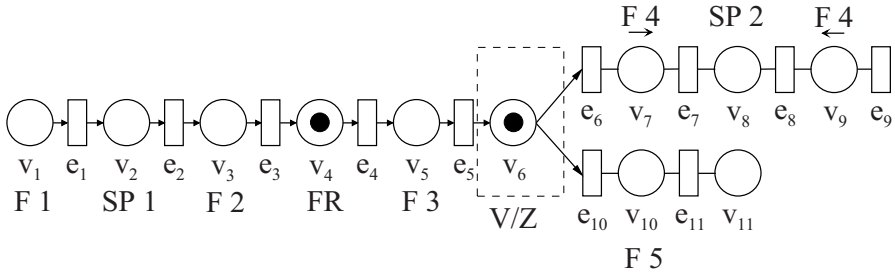


Abb. 7.13. SADT-Systematik (nach Holland-Letz (1992))

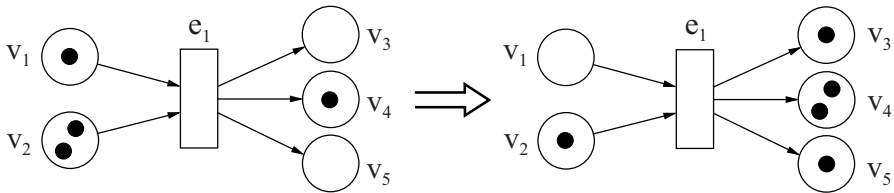
ses. Einen diskreten Prozesszustand stellt man dar, indem die entsprechenden Situationen im Netz mit Marken belegt werden. Im Graph versteht man dazu die entsprechenden Kreise mit Punkten, wie in Bild 7.14 zum Beispiel die Knoten  $v_4$  und  $v_6$ .

Die Abbildung der Prozessdynamik wird nun möglich, indem Marken im Netz platziert werden, die entsprechend der Änderung der Prozesszustände gelöscht und an nachfolgenden Situationen wieder neu erzeugt werden. Das Eintreten eines Ereignisses wird als „Schalten einer Transition“ bezeichnet, und es verändert die Markenbelegung nach fest vorgegebenen Regeln. Damit ein Ereignis stattfinden kann, müssen sämtliche Vorgänger-Situationen jeweils (mindestens) eine Marke tragen. Schaltet eine Transition, so wird von



**Abb. 7.14.** Darstellung des Materialflusssystems aus Bild 7.5 als Petri-Netz

jeder Vorgänger-Situation je eine Marke entfernt und auf jeder Nachfolger-Situation je eine erzeugt. In **Bild 7.15** sind diese Schaltregeln visualisiert.



**Abb. 7.15.** Darstellung der Schaltregeln einer Transition vor und nach dem Schalten

Petri-Netze eignen sich besonders zur Darstellung von Vorgängen mit einem hohem Grad an Parallelität, z.B. in Materialflusssystemen mit dezentraler Steuerung. Ereignisse, die unabhängig voneinander stattfinden, können im Petri-Netz gleichzeitig eintreten; dies wird im Modell als *Nebenläufigkeit* bezeichnet.

Sind im umgekehrten Fall zwei Ereignisse nicht nebenläufig und beide sind aktiviert (d.h. bei beiden sind sämtliche Vorgänger-Situationen mit Marken belegt), so besteht ein *Konflikt*, weil nur eine der beiden schalten darf. In Bild 7.14 ist dazu der Konfliktfall für die Verzweigung aus Bild 7.5 gezeigt. Die Ereignisse  $e_6$  und  $e_{10}$  sind beide aktiv, weil die Vorgänger-Situation  $v_7$  mit einer Marke belegt ist. Ohne das Vorliegen einer weiteren Entscheidungsregel ist keine der beiden Transitionen vorrangig. In solchen Konflikt-Situationen gilt in Petri-Netzen die Regel, dass dann ein Ereignis zufällig ausgewählt wird.

Bei dem Beispiel der Verzweigung aus Bild 7.14 kann noch ein weiteres Problem entstehen, wenn z.B. eine nachfolgende Fördereinheit in die Weiche einfahren möchte, obwohl deren Blockstrecke belegt ist. Um dies zu verhindern, müssen entsprechende Sicherungsmechanismen eingebaut werden. Eine mögliche Lösung ist in **Bild 7.16** mit einem entsprechend erweiterten Petri-Netz gezeigt (nach NAUHEIMER, 1988). Zusätzlich eingeführte Situationen

$z_1, z_2$  und  $z_3$  bilden mit den zusätzlich benannten Ereignissen  $ez_1, ez_2$  eine *Verriegelungsbedingung* ab, welche die Zielrichtung der Fördereinheit und die Weichenstellung koordiniert: Die vor der Verzweigung wartende Fördereinheit (symbolisiert durch die Marke an Situation  $v_3$ ) darf erst einfahren, nachdem die Weiche in die benötigte Fahrtrichtung geschaltet wurde (erkennbar an der Markierung von  $z_3$ ).

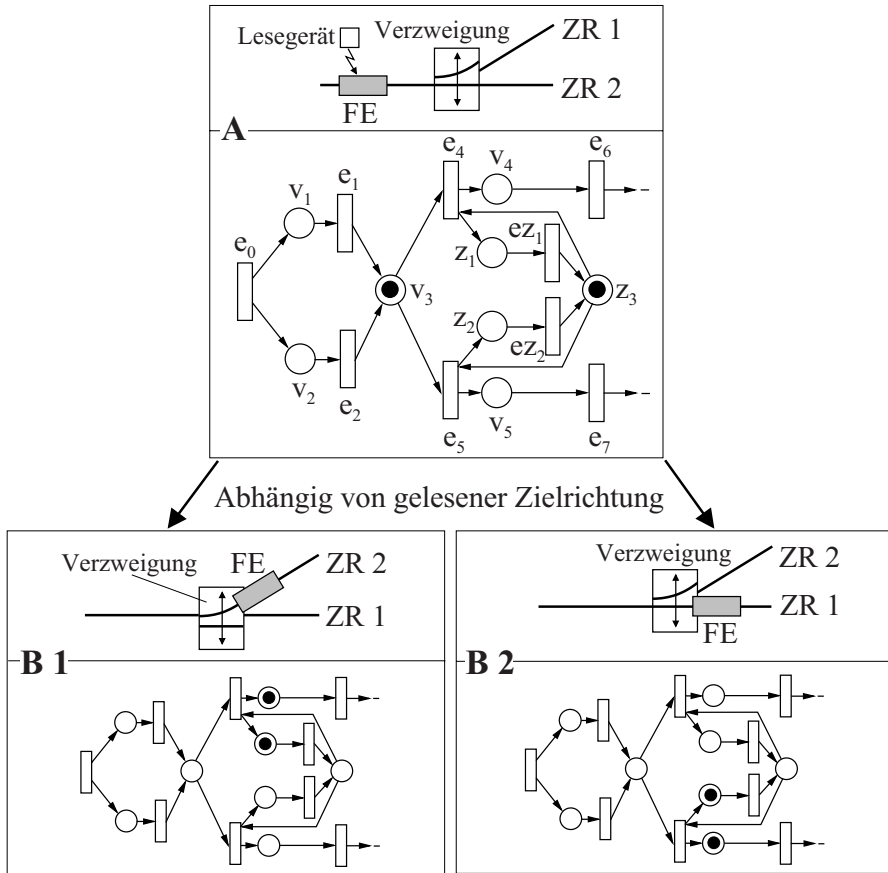
Die zusätzlichen Situationen und Ereignisse sind wichtig für den Steuerungsentwurf. Eine Analyse der Konfliktpunkte in Petri-Netzen ist algorithmierbar und kann im Rechner durchgeführt werden.

Zur Abbildung von Materialflussprozessen mit individuellen Objekten sind Petri-Netze als sogenannte *Prädikat/Ereignis-Netze* besonders geeignet. In dieser Darstellungsweise können den unterschiedlichen statischen und dynamischen Elementen eines Materialflusssystems individuelle Marken zugeordnet werden. **Bild 7.17** zeigt als Beispiel den Ausschnitt eines Prädikat/Ereignis-Netzes, in welchem die Elemente „Werkstückpalette“ und „Fördermittel“ als individuelle Marken  $\{p\}$  und  $\{f_m\}$  verwendet werden. Als Anfangsmarkierung sind drei Paletten dargestellt, die auf die Abfertigung durch zwei freie Fördermittel warten. Die Situationen, die jeweils gleiche Marken tragen, werden in Prädikat/Ereignis-Netzen zusammengefasst zu einem *Prädikat*. In Bild 7.17 sind dies die Prädikate „leer“, „beladen“ und „warten“. Die Zahl der Elemente, für die ein gewisses Prädikat gilt, wird durch das Eintreten von Ereignissen verändert; z.B. durch das Ereignis „Beladen eines Fördermittels mit Paletten“. Den Übergang der Marken legt die *Transformationsfunktion* fest. Im Beispiel ist als *Transformationsfunktion*  $F(x) : x \rightarrow 2p$  gewählt, d.h. es werden jeweils genau zwei Paletten auf ein Fördermittel geladen. Auf diese Weise werden Prozessregeln durch Transformationsvariablen und Transformationsfunktionen abgebildet, und die Materialflussteuerungen können rechnergestützt entwickelt werden (siehe NAUHEIMER, 1988).

Des Weiteren erlaubt die Darstellung in Petri-Netzen, Teilnetze zu einer einzigen Transition zusammenzufassen (etwa den Materialfluss in einem Produktionsbereich) oder umgekehrt, Transitionen lupenartig zu Teilnetzen zu erweitern (wie im Beispiel des Verzweigungselements). Damit sind hierarchisch gegliederte Konkretisierungsebenen, analog der SADT-Systematik, möglich.

Im Rahmen dieses Abschnitts konnte nur eine kurze Einführung in die Theorie der Petri-Netze gegeben werden. Ausführliche Darstellungen findet der interessierte Leser z.B. in: REISIG (1982), REISIG (1985) und ROSENSTENGEL, WINAND (1983).

**Theoretische Verteilungen.** Mit den bekannten *theoretischen Verteilungen* (siehe Abschnitt 3.5) beschreibt man zeitlich veränderliche Materialflüsse, wenn eine weitere analytische Bearbeitung beabsichtigt wird, z.B. die Untersuchung der Wartesystemmodelle aus Kapitel 4. Dazu werden aus den „Urlisten“ der Ist-Aufnahme, die z.B. in Form von Strichlisten, Histogram-



#### Transitionen

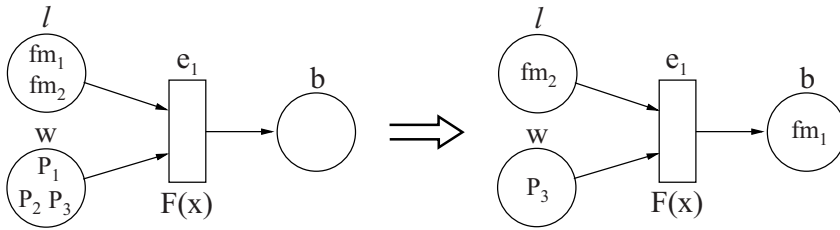
- $e_0$  - Beginn Lesen und Datenübertragung
- $e_1$  - Ende Lesen und Datenübertragung "ZR1"
- $e_2$  - Ende Lesen und Datenübertragung "ZR2"
- $e_4$  - Ende Weiche stellen in "ZR1"  
und Beginn Bedienung in "ZR1"
- $e_5$  - Ende Weiche stellen in "ZR2"  
und Beginn Bedienung in "ZR2"
- $e_6, e_7$  - Ende Bedienung in "ZR1" bzw. "ZR2"
- $eZ_1, eZ_2$  - Beginn Abfrage Weichenstellung  
"ZR1" bzw. "ZR2"

#### Situationen

- $V_1$  - Lesen und Datenübertragung "ZR1"
- $V_2$  - Lesen und Datenübertragung "ZR2"
- $V_3$  - Warten vor der Weiche
- $V_4$  - Bedienung eines Fahrzeuges in "ZR1"
- $V_5$  - Bedienung eines Fahrzeuges in "ZR2"
- $Z_1, Z_2$  - Weiche steht in Richtung "ZR1" bzw. "ZR2"
- $Z_3$  - Abfrage Weichenstellung "ZR1" bzw. "ZR2" und  
Weiche in gelese Zielrichtung stellen

ZR - Zielrichtung

**Abb. 7.16.** Verzweigung mit Verriegelungsbedingung im Petri-Netz (nach Nauheimer (1988))

Prädikate: $l$  = leer, unbeladen $w$  = warten $b$  = beladenIndividuelle Marken: $WP = \{P_i\}, i = 1, 2, \dots, n$  Menge der Werkstückpaletten $FM = \{fm_i\}, i = 1, 2, \dots, n$  Menge der FördermittelEreignisse: $E = \{e_i\}; i = 1, 2, \dots, n$ Menge der Ereignisse  
zwischen den  
Prädikaten  $l, w, b$ Transformationsvariable: $x \in FM$  $p \in WP$ Transformationsfunktion  $F(x)$ : $x \rightarrow 2p$ 

**Abb. 7.17.** Ausschnitt aus einem Prädikat/Ereignis-Netz für das Beladen von Fördermitteln mit Werkstückpaletten (nach Nauheimer (1988))

men oder Messwertreihen vorliegen, über die in Abschnitt 3.6 beschriebenen Anpassungstests geeignete theoretische Verteilungen gesucht.

### 7.1.6 Wertstromanalyse

In Kapitel 4 wurde die Bedeutung des Wartens und die Entstehung von Liegezeiten dargestellt. Damit diese Modelle in einem Anwendungsfall akzeptiert werden, ist es meist notwendig, mithilfe einer Wertstromanalyse zu zeigen, wo es im Materialfluss zu Wartezeiten kommt. Die Methode der Wertstromanalyse beschreibt eine Vorgehensweise zur Erfassung und Beschreibung des gesamten Wertstroms eines Produktes. Die Methode entstand aus dem *Toyota Produktionssystem* und wurde von Rother und Shook (2000) formalisiert und beschrieben. Der Begriff **Wertstrom** beschreibt dabei den Fluss eines Produktes durch ein logistisches System. Dabei werden sowohl wertschöpfende als auch nicht-wertschöpfende Aktivitäten betrachtet. Ziel ist dabei zu erkennen, an welchen Stellen des Materialflusses Produkte ineffizient bewegt werden, d.h. wo *Verschwendung* von Ressourcen, wie Maschinen, Personal oder Zeit vorliegt und zu erkennen, aus welchen Gründen der Materialfluss zum Erliegen kommt.

Die Wertstromanalyse ist Teil des **Wertstromdesigns**, das aufbauend auf einer Ist-Aufnahme einen Soll-Wertstrom entwirft. Einen Materialfluss aus der Perspektive des Wertstroms zu betrachten und zu bearbeiten, bedeu-

tet, am gesamten logistischen Ablauf zu arbeiten und nicht nur an einzelnen Prozessabschnitten oder Funktionen. Letztlich führt dies dazu, dass ein Wertstrom über Standort- und Unternehmensgrenzen hinweg, also über die gesamte „Supply Chain“ betrachtet wird.

Hier wird die Erfassung des Wertstroms innerhalb einer Produktionsstätte „von Rampe zu Rampe“, d.h. vom Wareneingang der eingekauften Produkte bis zum Versand an den Kunden dargestellt, um in die Wertstromanalyse einzuführen. Die Erweiterung über Unternehmensgrenzen hinweg ist möglich, dies geht jedoch über den Rahmen dieses Buches hinaus. Hierfür wird der interessierte Leser auf die im Literaturverzeichnis genannten Titel verwiesen.

### Erfassung des Ist-Wertstroms

Die Wertstromanalyse beginnt mit der Erfassung des Ist-Wertstroms, wobei *Prozesskategorien* (siehe Kapitel 1) wie

- Montage
- Schweißen
- Drehen
- Fräsen
- ...

aufgenommen werden. Sobald der Wertstrom auf dieser Ebene aufgenommen wurde, kann der Detaillierungsgrad erhöht oder vermindert werden, um entweder jeden Einzelschritt innerhalb einer Prozesskategorie darzustellen, oder um den Wertstrom auch außerhalb des Werkes über den gesamten externen Materialfluss hinweg zu erfassen.

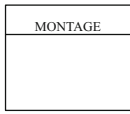
Mithilfe der in **Bild 7.18** gezeigten Symbole werden Prozesse und Flüsse dargestellt. Selbstverständlich können auch eigene Symbole entworfen werden. Dabei muss aber unbedingt auf Durchgängigkeit in Darstellung und Verwendung geachtet werden.

Die Wertstromanalyse beginnt damit, den Kunden eines Wertstroms rechts oben auf dem Zeichenblatt zu skizzieren und darunter einen Datenkasten zu setzen, der die wichtigsten Daten zur Kundennachfrage enthält. Typische Kenngrößen sind u.a.:

- Durchschnittlicher Bedarf
- Standardbehältergröße
- Schichtbetrieb

Zur Skizzierung der Materialflüsse im Wertstrom müssen die Prozesse abgebildet werden. Zur Darstellung eines Prozesses wird der Prozesskasten verwendet. Hierbei sollte pro Prozess ein Prozesskasten gezeichnet werden. Um Unübersichtlichkeit in der Zeichnung des Ist-Wertstroms zu vermeiden, sollte bei der ersten Erfassung ein Prozesskasten einen ganzen Bereich im Materialfluss beschreiben, idealerweise einen zusammenhängenden Fluss. Zu jedem

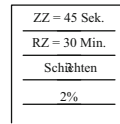
## Symbole für den Materialfluß



Prozeßkasten



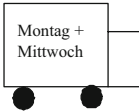
Externe Quellen  
(Zulieferer, Kunden)



Datenkasten



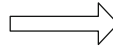
Bestand



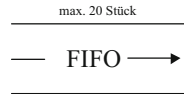
Lieferung  
per LKW



PUSH-Pfeil



Fertigwaren an  
den Kunden



First-In-First-Out  
Flussequenz

## Allgemeine Symbole



Puffer- oder  
Sicherheitsbestand



Supermarkt



Bediener



Entnahme

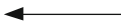


Ausschuß



Nacharbeit

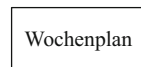
## Symbole für den Informationsfluß



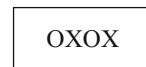
Manueller  
Informationsfluß



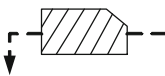
Elektronischer  
Informationsfluß



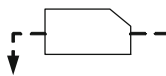
Produktionsplan



Produktions-  
ausgleich



Entnahme-  
Kanban



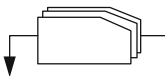
Produktions-  
Kanban



Signal-  
Kanban



Kanban-  
Posten



Kanban, die in  
Losmengen ankommen



„Go see“  
Produktionsplanung

Abb. 7.18. Symbole zur Beschreibung des Wertstroms (Rother und Shook (2000))

Prozesskasten gehört ein Datenkasten, in dem die für den Prozess relevanten Kenngrößen eingetragen werden. Diese können sich von Prozess zu Prozess unterscheiden, i.d.R. werden folgende Prozessgrößen verwendet:

- Durchlaufzeit
- Zykluszeit
- Rüstzeit
- Zahl der benötigten Mitarbeiter
- verfügbare Arbeitszeit pro Schicht
- Losgröße
- Maschinenzuverlässigkeit
- Ausschussrate
- EPE oder EPEI (*Every Part Every* oder *Every Part Each Interval*)

Dort wo Material zum Stehen kommt, befindet sich die Grenzen des Prozesses und damit auch des Prozesskastens. Wenn man dem Materialfluss eines Produktes folgt, wird man unweigerlich auf Stellen treffen, an denen sich Bestand angesammelt hat. Diese Punkte werden in die Ist-Darstellung eingetragen, um sicher zustellen, wo der Fluss zum Stillstand kommt. Dazu wird das Symbol für Bestand in Form eines „Warndreiecks“ verwendet, um die Bestandsmenge an der Stelle festzuhalten. Falls sich zwischen zwei Prozessen an mehreren Stellen Bestand ansammelt, kann für jede Stelle ein Dreieck gezeichnet werden. Für jedes Bestandsdreieck kann mithilfe von LITTLE's Gesetz (Kapitel 4) die Wartezeit eines Produktes angegeben werden. Sie ergibt sich aus:

$$t_W = \frac{\text{Bestandsmenge}}{\text{Rate des Kundenbedarfs (z.B. } 100 \frac{\text{Stück}}{\text{Tag}})}$$

Die Wartezeit eines Produktes entspricht gleichzeitig der *Reichweite* des Puffers vor dem jeweiligen Prozess.

Die Transporte vom Lieferanten bzw. zum Kunden werden mittels des LKW-Symbols dargestellt. Dabei werden Informationen über Lieferintervalle und Mindestliefermengen direkt in diesem Symbol vermerkt. Mit diesen wenigen Symbolen kann bereits der gesamte Materialfluss eines Produktes dargestellt werden.

Neben dem Materialfluss gehört zum vollständigen Wertstrom auch der *Informationsfluss* innerhalb der Produktionskette. Zur Darstellung des Informationsflusses wird ein Pfeil-Symbol verwendet. Die Produktionsplanung selbst wird ebenfalls durch einen Prozesskasten dargestellt. In der Praxis ist die genaue Erfassung der Produktionsplanung und -steuerung oft kompliziert. Oftmals findet keine systematische Planung statt. Diese Art der Planung wird mit dem Brillen-Symbol dargestellt und als „Go see“-Planung bezeichnet, da hier die Planung auf einer in Augenscheinnahme beruht.



Die Skizzierung des Informationsflusses macht schnell wichtige Wertstrom-Informationen sichtbar. Es können zwei Richtungen der Informationsübertragung vorliegen, die Materialbewegungen auslösen:

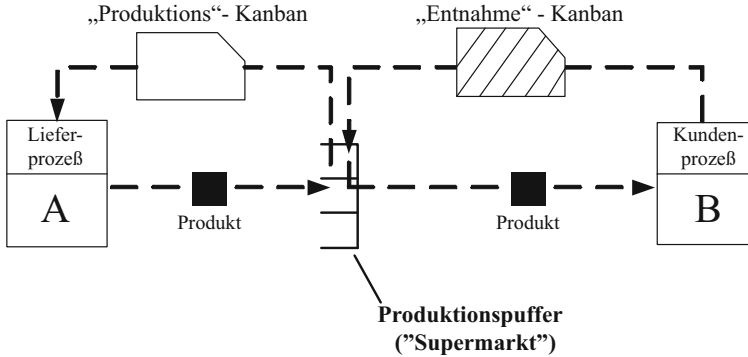
- Materialbewegungen, die vom Hersteller des Produktes angestoßen werden („**Push**“)
- Materialbewegungen, die vom Kunden initiiert werden („**Pull**“)

„Push“ bedeutet, dass ein Prozess ohne Kenntnis des tatsächlichen Bedarfs des nachgeordneten Kundenprozesses etwas produziert und dieses Material in den nächsten Puffer weitergibt („schiebt“). Wird nach einem vorher festgelegten Produktionsplan gefertigt, ergibt sich daraus eine „Push“-Materialbewegung. Da alle deterministischen Produktionsplanungsverfahren auf Prognosedaten beruhen, kommt es aufgrund von Prognosefehlern unweigerlich zur Über- oder Unterproduktion an einzelnen Stufen. Wird jeder Prozess nach einem eigenen Plan bearbeitet, bezeichnet man diesen Prozess als „isolierte Insel“. Dabei ergibt sich für jeden Prozess eine optimale Losgröße und es wird nach einem für ihn optimalen Rhythmus produziert ohne dabei den Gesamtwertstrom zu berücksichtigen.

Bei dieser Vorgehensweise kommt es durch die Entkoppelung der Prozesse dazu, dass Teile produziert werden, die vom Kundenprozess zu diesem Zeitpunkt nicht benötigt werden. Folglich müssen diese Teile gepuffert werden. Diese Art der „Los-und Push“-Fertigung macht die Einhaltung eines von Prozess zu Prozess gleichmäßig verlaufenden Arbeitsflusses mit kleinem Variationskoeffizienten - ein Kennzeichen für effiziente Produktion und Materialfußfast unmöglich.

Das Symbol für eine „Push“-Bewegung ist ein gestreifter Pfeil. Auf Materialbewegungen die nach Angaben des Herstellers nach dem „Pull“-Prinzip funktionieren, muss besonders geachtet werden, da Planungsänderungen basierend auf „Go see“ keine richtige Implementierung des Pull-Prinzips darstellen. Ein Pull-System stellt sicher, dass zum jeweiligen Zeitpunkt nur die Produkte hergestellt werden, die der nachgelagerte Kundenprozess tatsächlich benötigt. Dies wird über sogenannte *Kanbans* (Karten) erreicht, welche zwischen den Prozessen zirkulieren. Benötigt der Kundenprozess B (vgl. **Bild 7.19**) ein Produkt, sendet dieser ein „Entnahme“-Kanban an den Puffer, worauf dieser das entsprechende Produkt liefert. Um den Produktionspuffer nachzufüllen, wird ein „Produktions“-Kanban an den Lieferprozess A gesendet, was diesen zur Produktion eines neuen Produktes veranlaßt. Es wird somit wahlfrei auf kleine Mengen des zwischenliegenden Produktionspuffers zugegriffen. Aufgrund der Analogie zu einem Supermarkt, wird das *Kanban-Pull*-System auch *Supermarkt-Pull*-System genannt.

Mit den aus den Beobachtungen gewonnenen Daten, und dem auf Papier festgehaltenen Modell, kann der Ist-Wertstrom zusammengefasst werden. Dazu wird eine Zeitlinie unter den Prozesskästen und Bestandsdreiecken gezo-



**Abb. 7.19.** Supermarkt-Pull-System/Kanban-System nach Rother und Shook (2000)

gen, um daraus die Verweilzeit eines Produktes abzuleiten. Dies ist die Zeit, die ein Teil benötigt, um den Wertstrom vom Erhalt des Zukaufproduktes bis zur Lieferung an den Kunden zu durchlaufen. Die Verweil- oder Durchlaufzeit  $t_V$  ergibt sich aus Addition der Wartezeiten  $t_W$  in den  $n$  Puffern und den Bearbeitungszeiten  $t_b$  an den  $k$  Prozessen:

$$t_V = \sum_{i=1}^n t_{W,i} + \sum_{k=1}^l t_{b,k} \quad \forall l = 1, 2, \dots, n, \forall k = 1, 2, \dots, k$$

Für Wertströme mit mehreren zusammenfließenden Materialströmen kann vom längsten Produktionsweg ausgegangen werden, um die Verweilzeit zu errechnen. Der Vergleich der Summe aller Bearbeitungszeiten mit der Summe der Verweilzeiten ergibt ein gutes Maß für das Verbesserungspotential das der vorliegende Wertstrom birgt.

**Bild 7.20** zeigt das Ergebnis einer Wertstromanalyse am Beispiel eines Automobilzulieferers für Lenksäulenstützen. Diese werden in zwei Varianten gefertigt, als Rechtslenker („R“) oder als Linkslenker („L“). Dafür werden fünf Prozessschritte durchlaufen. Zuerst werden aus den angelieferten Stahlcoils Rohlinge gestanzt. Nach einem zweistufigen Punktschweißen folgt die ebenfalls zweistufige Montage der Lenksäulen. Es liegt eine deterministische Produktionsplanung vor. Die resultierende Verweilzeit von 23,6 Tagen bei einer reinen Bearbeitungszeit von nur 188 Sekunden zeigt das vorhandene Verbesserungspotential.

### Hinweise für die Gestaltung effizienter, kundenorientierter Wertströme

Im Folgenden werden sieben Hinweise vorgestellt, um die im Ist-Wertstrom identifizierten Potentiale auszuschöpfen. Die Hinweise basieren auch auf den

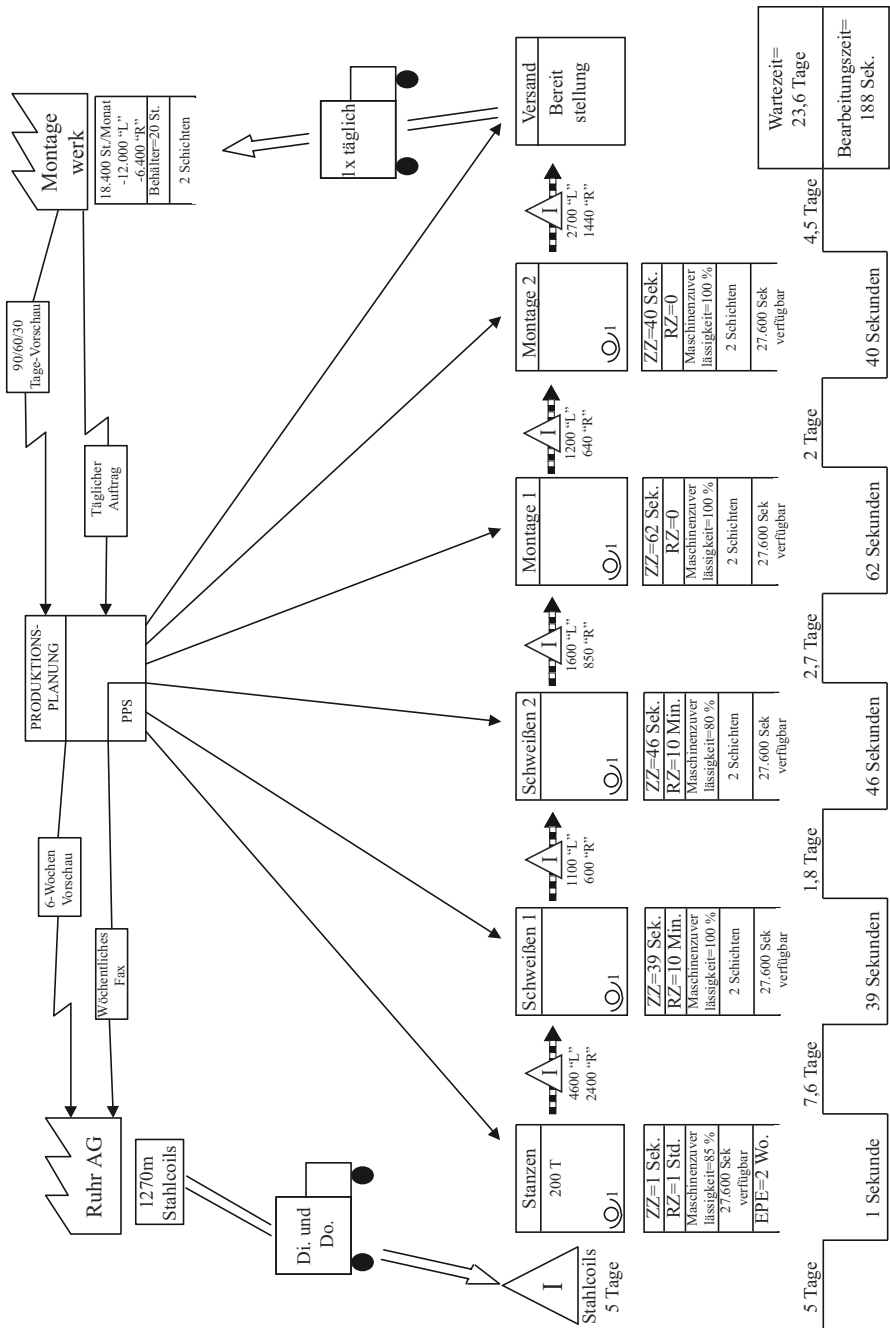


Abb. 7.20. Beispiel für den Wertstrom eines Automobilzulieferers für Lenksäulenstützen nach Rother und Shook (2000)

Erkenntnissen, die in Kapitel 4 (Warten und Bedienen im Materialfluss) aus der Analyse von Wartesystemen gewonnen werden konnten. Die wichtigste Maßnahme ist die Reduktion der Varianz von Bedien- und Zwischenankunftszeiten um dadurch die resultierenden Kenngrößen *Verweilzeit* und *Systembestand* zu reduzieren.

### 1. Einsatz von Supermarkt-Pull-Systemen

Es gibt im Wertstrom unweigerlich Stellen, an denen keine kontinuierliche Fließfertigung möglich ist und eine Produktion in Losmengen erforderlich wird. Diese Stellen sollten in der Philosophie des Wertstromdesigns **nicht** mit einer unabhängigen Produktionsplanung geplant werden, sofern die Durchlaufzeiten und Bedarfe stochastischen Charakter zeigen. An diesen Stellen ist es notwendig einen Puffer oder ein Lager einzurichten, damit die Folgeprozesse wahlfrei auf die verschiedenen Vorprodukte zugreifen können. Dies wird über die bereits beschriebenen Supermarkt-Pull-Systeme ermöglicht.

### 2. Identifikation und Planung des Schrittmacher-Prozesses

Wenn innerhalb eines Wertstroms *Supermarkt-Pull-Systeme* eingesetzt werden, ist es normalerweise nur an einem einzigen Punkt notwendig, die Produktion zeitlich zu planen. Dieser Planungspunkt wird als *Schrittmacher-Prozess* bezeichnet. Die gesamte Produktion kann gesteuert werden, indem der Rhythmus dieses Prozesses definiert wird. Dem Schrittmacher-Prozess sollten keine Supermarkt-Pull-Systeme nachgelagert sein, sondern die Waren sollten nach dem Schrittmacher-Prozess nur noch im Fluss weitergegeben werden. Im Soll-Zustand ist der Schrittmacher-Prozess der Produktionsprozess, der durch die externen Kundenaufträge gesteuert wird.

### 3. Montieren nach Taktzeit

Die Taktzeit ist die Zeit, die benötigt wird, um in der verfügbaren Betriebszeit genau den Kundenbedarf herzustellen. Sie ergibt sich aus:

$$Taktzeit = \frac{\text{verfügbare Betriebszeit pro Schicht}}{\text{benötigte Produktionsmenge pro Schicht}}$$

Mit diesem Wert kann das Montagetempo mit dem Verkaufstempo synchronisiert werden. Insbesondere der *Schrittmacher-Prozess* sollte darauf ausgelegt sein. Außerhalb der Serienfertigung kann es u.U. schwer sein, eine Einheit für den Kundenbedarf zu definieren. Eine Möglichkeit ist, das Arbeitsvolumen zu betrachten, das vom Wertstrom-Engpaß-Prozess in einem definierten Zeitraum bewältigt werden kann. Die Aufträge können in Einheiten dieses Taktintervalls aufgeteilt werden und so regelmäßig Arbeit in diesem Inkrement am Planungspunkt des Wertstroms freigegeben werden.

#### 4. Implementierung kontinuierlicher Fließfertigung

Wenn möglich, sollte immer eine *kontinuierliche Fließfertigung* implementiert werden. Im Idealfall bedeutet dies, dass ein Teil produziert und direkt ohne anzuhalten zum nächsten Prozessschritt weitergegeben wird. Dadurch können Kosten im Bereich *Handhabung, Transport und Lagerung* vermieden werden. Bei der ersten Skizzierung eines Soll-Wertstroms sollte das Ausmaß von zusammenhängenden, kontinuierlich fließenden Prozessen zunächst begrenzt sein, da durch die Reihenschaltung von Prozessen die Verfügbarkeit des Gesamtsystems reduziert wird (vgl. Kapitel 7.5). Ein guter Ansatz ist, mit einer Kombination aus Supermarkt-Pull-Systemen und FIFO-Prinzipien die Bearbeitung zu beginnen. Nach und nach können die Bereiche der kontinuierlichen Fließfertigung weiter ausgedehnt werden, sobald die dafür notwendige Prozesssicherheit zunimmt, Rüstzeiten kleiner werden und flexiblere, in die Fließfertigung integrierbare Maschinen eingesetzt werden.

#### 5. Reduktion der Rüstzeiten und Losgrößen

Durch Reduktion der Rüstzeiten werden Prozesse in die Lage versetzt kleinere Losgrößen bei gleichbleibenden Kosten zu produzieren, da die erhöhte Anzahl von Rüstvorgängen durch die Reduktion der Rüstzeiten kompensiert werden kann.

Neben der absoluten Losgröße existiert noch ein weiterer Messwert um Aussagen über die verwendeten Losmengen zu treffen. Der *EPE-* oder *EPEI-Wert* (*Every Part Every, Every Part Each Intervall*) gibt an, wie viel *Zeit* ein Prozess benötigt, um alle Produktvarianten zu produzieren. Dies können Werte von Wochen, über Tage bis Schichten oder gar Stunden sein. Mithilfe dieses Wertes kann somit der zeitliche Aspekt verschiedener Losgrößen beschrieben werden.

Nach Möglichkeit sollten die dem Schrittmacher-Prozess vorgelagerten Fabrikationsprozesse mindestens in der Lage sein, „jedes Teil jeden Tag“ ( $\hat{=}$  einem EPEI-Intervall von einem Tag) produzieren zu können. Ziel ist die Verkleinerung dieses Zeitrahmens hin zu „in jeder Schicht“ bis zu „jedem Liefertermin“.

Durch die Produktion kleiner Losgrößen sind Produktionsprozesse in der Lage schneller auf Bedarfsänderungen in den nachgelagerten Prozessen zu reagieren, da durch die kleinere Losbearbeitungszeit die Verweilzeit im System und damit die Länge der Warteschlange vor der Bearbeitungsstation reduziert wird (vgl. Kapitel 4.7).

#### 6. Produktionsmix ausgleichen

Den Produktionsmix ausgleichen heißt, die Produktion verschiedener Produkte gleichmäßig über einen bestimmten Zeitraum zu verteilen. Dies ist besonders beim Schrittmacher-Prozess notwendig. Anstatt beispielsweise sämtliche Produkte vom Typ A am Vormittag und Typ B am Nachmittag zu fertigen, heißt „Ausgleich“ ein häufigeres Wechseln zwischen

kleinen Losgrößen beider Typen. Dadurch wird der gesamte Wertstrom in die Lage versetzt, besser auf unterschiedliche Kundenanforderungen mit einer kurzen Durchlaufzeit zu reagieren und gleichzeitig nur einen kleinen Bestand fertiger Waren zu halten. Ebenso können die vorgelagerten Supermärkte kleiner bleiben. Dies kann mit den in Abschnitt 4.7 vorgestellten Gleichungen leicht begründet werden:

Entscheidend für die Reaktionsfähigkeit eines Bediensystems ist der Bestand im Bediensystem ( $N_S$ ). Unterschiedliche Losbearbeitungszeiten, die aus unterschiedlichen Losgrößen resultieren, verursachen eine Steigerung der Variabilität der Bearbeitungszeiten im Vergleich zu einer gleichmäßigen Losbearbeitungszeit. Werden im Zuge des Produktionsmisausgleichs die Losbearbeitungszeiten kleiner und regelmäßiger, sinkt damit die Variabilität der Losbearbeitungszeit. Nach Gleichung 4.51 bzw. Bild 4.10 verursacht eine Reduktion der Variabilität eine Reduktion des Systembestands.

## 7. Produktionsvolumen ausgleichen

Der Aufbau eines gleichmäßigen oder ausgeglichenen Produktionsniveaus am Schrittmacher-Prozess schafft einen vorhersehbaren Produktionsfluss, der Probleme rechtzeitig aufzeigt und schnelle Gegenmaßnahmen zulässt. Dies kann erreicht werden, indem in gleichmäßig kleinen Planungsinkrementen am Schrittmacher-Prozess (in der Serienfertigung oft ein Inkrement zwischen 5 und 60 Minuten) Arbeit freigegeben wird. Diese Vorgehensweise wird *taktgebundene Entnahme* genannt und führt ebenso wie ein ausgeglichener Produktionsmix zu einer Reduktion der Variabilität. Im Idealfall wird die Variabilität des Ankunftsprozesses auf Null reduziert. Das gleichmäßige Arbeitsinkrement, der sog. *Pitch*, sollte entsprechend der verwendeten Fertigwarenbehältergrößen oder deren Bruchteile bzw. Vielfache berechnet werden:

$$Pitch = \text{Taktzeit} \times \text{Fertigwaren pro Behälter}$$

Der *Pitch* entspricht einem Vielfachen der Taktzeit, hochgerechnet auf die Transfermenge von Fertigwaren aus dem Schrittmacher-Prozess. Dies sollte als Basiseinheit der Produktionsplanung einer Produkteinheit verwendet werden.

Der Begriff *Pitch* kann auch als „Management-Zeitraumen“ verstanden werden. Wenn die Produktion am Schrittmacher nach jedem Pitch geplant und überprüft wird, ist man in der Lage, Probleme schnell zu erkennen, darauf zu reagieren und dabei die Taktzeit einzuhalten. Genausowenig wie Material in großen Losmengen weitergegeben werden sollte, sind auch Produktionsanweisungen (Informationen) in großen Mengen unerwünscht.

**Bild 7.21** zeigt einen Soll-Wertstrom, auf Basis des in Bild 7.20 gezeigten Ist-Wertstrom eines Produktionssystems. Dabei wurde versucht, alle genannten

Richtlinien umzusetzen. Statt den bisher wöchentlich übermittelten Aufträgen werden diese nun täglich übermittelt (ausgeglichenes Produktionsniveau). Ebenso wurde der Belieferungsrhythmus von zwei auf fünf Fahrten erhöht. Die gesamte Produktion wird über Supermarkt-Pull-Systeme gesteuert. Vom Prozess *Stanzen* erfolgt das Sammeln der Kanbans in einem *Kanbanposten* für die Nachbestellung. Als Schrittmacher-Prozess fungiert die Montage, die aufgrund des Nivellierungsmusters einen ausgeglichenen Produktmix produziert.

Die Reduktion der Rüstzeiten beim Stanzen, sowie die Einführung fester Losgrößen durch Kanbans erlauben eine gleichmäßige und varianzarme Produktion, bei hoher Flexibilität, woraus die reduzierte Wartezeit des gesamten Systems resultiert.

Der gezeigte Soll-Wertstrom ist keinesfalls als Idealplan zu verstehen. Die Umsetzung der genannten Hinweise zur Gestaltung effizienter Wertströme muss individuell an die jeweilige Planungssituation angepasst werden.

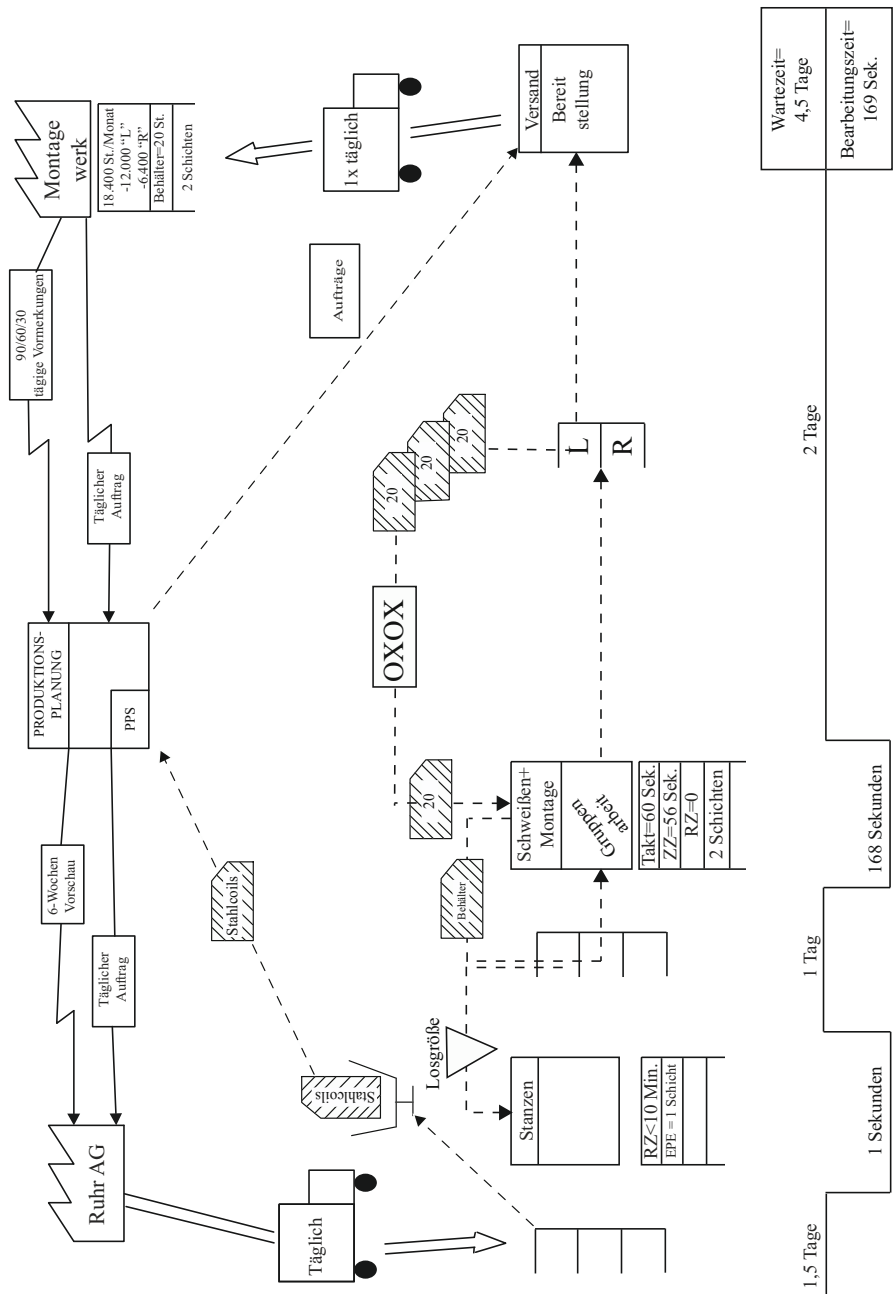
## 7.2 Planungsstufen

Die Materialflussplanung orientiert sich an den mittel- und langfristigen Unternehmenszielen. Die für die Planung wichtigen Einzelziele, Voraussetzungen und Forderungen werden zweckmäßig in einem *Pflichtenheft* zusammengefasst. Immer wiederkehrende vorrangige Einzelziele sind:

- *Kostenziele*; z.B. das Senken von Kapitalbindungskosten, Betriebsmittelkosten und Personalkosten oder die Nutzung von Kostenvorteilen durch Einbeziehen externer Ressourcen (Zulieferer, Kooperationspartner)
- *Betriebstechnische Ziele*; z.B. die Steigerung der Flexibilität in der Produktion, die Verbesserung der Verfügbarkeit von Betriebsmitteln, die Erhöhung des Automatisierungsgrads, die Standardisierung von Ladungsträgern oder die Verbesserung der externen Materialflussanbindungen

Daraus leiten sich die *materialflussspezifischen Einzelziele* ab, wie z.B.: kürzere Wartezeiten, kleinere Pufferbereiche, Einschränkung der Typenvielfalt bei Ladungsträgern, automatische Identifikation, schnellerer Informationsfluss (intern/extern) usw.

Wie nahezu jede menschliche Tätigkeit hat auch die Planung unter vielfältigen Restriktionen zu leiden. Kapazitätsmangel, Termindruck, divergierende Kosten- und Sozialaspekte belasten üblicherweise die Planungstätigkeit. Daher soll die eigentliche Planungsarbeit ökonomisch sinnvoll *in Stufen* so durchgeführt werden, dass der stufenweise zunehmende Zeit- und Kostenaufwand den Realisierungschancen angepasst ist. Dazu haben sich die vier Stufen: *Grob-, Ideal-, Real- und Detailplanung* bewährt. In vielen Publikationen werden Ideal- und Realplanung als Bestandteile der Grobplanung dargestellt, z.B. bei Kettner, Schmidt und Greim (1984). Wichtiger als die Zuordnung ist



**Abb. 7.21.** Wertstrom des Automobilzulieferers aus Bild 7.20 nach Implementierung der Richtlinien für effiziente, kundenorientierte Wertströme (vgl. Rother und Shook (2000))



die Durchführung der Tätigkeiten an sich, zumal sich in der Planungspraxis die Stufen nicht streng voneinander trennen lassen. Auf keinen Fall darf diese Vorgehensweise dazu führen, dass in der frühen Planungsphase wichtige Grundsatzentscheidungen auf unsicherer Informationsbasis getroffen werden. Die Stufenplanung kommt andererseits den Forderungen des „*Simultaneous Engineering*“ entgegen, weil sie der Überlappung und zeitlichen Parallelarbeit mit anderen Unternehmensbereichen (z.B. Konstruktion, Produktionsplanung, Vertriebsorganisation usw.) Vorschub leistet.

### 7.2.1 Grobplanung

Zweck der *Grobplanung* ist es,

- *Materialflusskonzepte* als Basislösungen zu erarbeiten
- *Alternativen* aufzuzeigen (und möglicherweise vergleichend zu bewerten)
- *Grundsatzentscheidungen* der Unternehmensleitung vorzubereiten (Kosten, Termine, Kapazitäten)

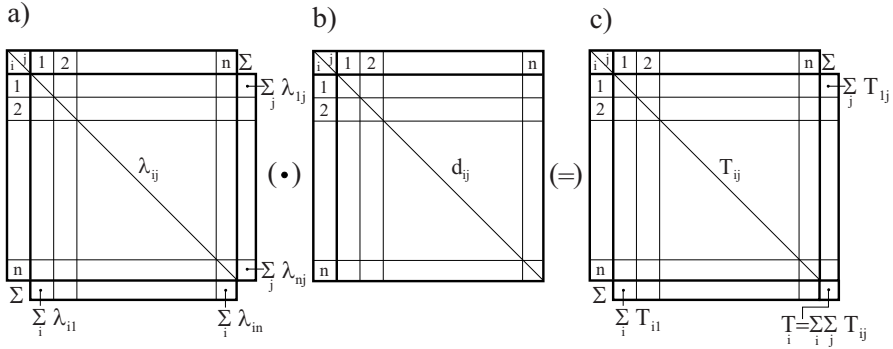
Eine wichtige Aufgabe besteht in dieser Phase darin, Betriebsbereiche in eine funktions- und materialflusstechnisch günstige Anordnung zu bringen. Typisch für die Grobplanung eines Materialflusssystems ist daher die Beschäftigung mit den verschiedenen *Materialflussmatrizen* (siehe Abschnitt 3.4). Durch Ändern der Anordnung von Betriebsmitteln und evtl. von Betriebsabläufen (Mengen, Wegen) sucht man den Materialfluss zu optimieren. Als Bewertungsgröße dient dazu der *Gesamt-Transportaufwand* im Materialflusssystem:

$$T = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n T_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \lambda_{ij} \cdot d_{ij} \quad (7.7)$$

Die Einzelwerte des Transportaufwands  $T_{ij}$  als Elemente einer  $T_{ij}$ -Matrix findet man durch Multiplikation der entsprechenden Elemente der Transportmatrix und der Matrix der kürzesten Wege, wie in **Bild 7.22** schematisch dargestellt. Mit der Änderung der Anordnung und/oder der Betriebsabläufe ändern sich auch die Matrixelemente  $T_{ij}$  und damit der Gesamt-Transportaufwand.

Die Minimierung des Gesamt-Transportaufwands liefert somit den unter diesem Gesichtspunkt (ohne Berücksichtigung anderer, ebenfalls wichtiger Einflussgrößen) wirtschaftlichsten Materialfluss.

Sofern man in der Wahl der Förderstrecken noch frei ist, entsteht der kleinste Transportaufwand, wenn es gelingt, einen Materialfluss mit im Wesentlichen gleichbleibendem Richtungssinn von der stärksten Quelle zur stärksten Senke mit den kleinstmöglichen „Rückströmungen“ zu erzeugen. Ein Algorithmus, der zu diesem Ergebnis hinführt, benutzt die Elemente  $\lambda_{ij}$  der Transportmatrix einer beliebigen Ausgangslösung zu folgenden Operationen:



**Abb. 7.22.** Transportmatrix (a), Distanzmatrix (b) und Matrix des Transportaufwands (c)

1. Schritt: Aus der ersten Zeilensumme und der ersten Spaltensumme der Transportmatrix (siehe Bild 7.22) wird der Quotient:

$$Q_{11}^{(1)} = \frac{\sum_j \lambda_{1j}}{\sum_i \lambda_{i1}} \quad (7.8)$$

gebildet. In gleicher Weise wird aus der zweiten Zeilensumme und der zweiten Spaltensumme der Quotient:

$$Q_{22}^{(1)} = \frac{\sum_j \lambda_{2j}}{\sum_i \lambda_{i2}} \quad (7.9)$$

gebildet und so weiter bis zu:

$$Q_{nn}^{(1)} = \frac{\sum_j \lambda_{nj}}{\sum_i \lambda_{in}} \quad (7.10)$$

Nachdem alle  $Q_{ij}^{(1)}$  für  $(i = j)$  gebildet sind, sucht man deren größten Wert  $\text{MAX } Q_{ij}^{(1)}$  und eliminiert die entsprechende Zeile  $i$  sowie die Spalte  $j$  der Transportmatrix.

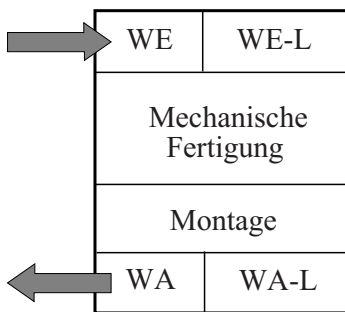
Für die nunmehr nur noch  $(n - 1)$  Zeilen und  $(n - 1)$  Spalten umfassende Matrix werden im zweiten Schritt, in gleicher Weise wie zuvor, neue Quotienten  $Q_{ij}^{(2)}$  gebildet und am Ende wiederum die Zeile und Spalte des Wertes  $\text{MAX } Q_{ij}^{(2)}$  eliminiert. Die Reihenfolge des Eliminierens ist gleichbedeutend mit der günstigsten Reihenfolge der Materialflusstationen im oben beschriebenen Sinne und liefert den minimalen Gesamt-Transportaufwand.

Eine in dieser Weise optimierte Transportmatrix wird zeigen, dass nur wenige oder im Idealfall keine ihrer Elemente unterhalb der Diagonalen liegen. Wir finden somit wieder den bereits im Abschnitt 3.4 herausgestellten Vorteil einer topologischen Sortierung. Möglichkeiten zur Verbesserung des

Materialflusses erkennt man prinzipiell an der Existenz von Elementen  $\lambda_{ij}$  oder  $T_{ij}$  unterhalb der Diagonalen in der Transportmatrix oder in der Matrix des Transportaufwands. Es ist aber nicht in jedem Fall möglich, diese „unproduktiven“ Anteile zu eliminieren. Außerdem kann der endgültig erforderliche Gesamt-Transportaufwand erst später ermittelt werden, wenn mehr Informationen über die räumliche Zuordnung der Betriebsmittel innerhalb des Materialflusssystems vorliegen (siehe Abschnitt 7.4).

Im Rahmen der Grobplanung wird u.a. die Kapazität notwendiger Lagerbereiche gemäß der im Abschnitt 5.2 vorgestellten Vorgehensweise bestimmt; allerdings sollten auch hier, ebenso wie im fördertechnischen Bereich, noch keine Entscheidungen über Bauweisen und technische Ausführungen getroffen werden.

Die Lösungsvarianten der Grobplanung stellt man häufig in Form sogenannter *Blocklayouts* (**Bild 7.23**) dar, die im weiteren Planungsablauf diskutiert, bewertet, verbessert und detailliert werden können. Der Informationsfluss sollte ebenfalls in groben Zügen konzipiert sein.



**Abb. 7.23.** Blocklayout für das Materialflusssystem aus Bild 1.3

### 7.2.2 Idealplanung

Eine Idealplanung beschreibt die technisch/organisatorisch beste Lösung der Planungsaufgabe. Die stets vorhandenen wirtschaftlichen, räumlichen oder sonstigen Restriktionen werden ganz bewußt noch nicht berücksichtigt.

Der Wert der Idealplanung ist gelegentlich umstritten. Weiß man jedoch, wie schwierig es oft genug in der Planungspraxis ist, angesichts der großen Zahl von Kompromissen überhaupt eine eindeutig beste Lösung zu finden, so wird man die Ergebnisse der Idealplanung zumindest als Vergleichsbasis schätzen. Es kann so z.B. schneller und sicherer festgestellt und nachvollziehbar gezeigt werden, welches Kosten-Nutzen-Verhältnis mit bestimmten Restriktionen verbunden ist. Damit ist einfacher zu entscheiden, ob solche Restriktionen beibehalten oder fallengelassen werden.

Auch die Idealplanung kann grundsätzlich mehrere Lösungsvarianten liefern, beispielsweise wenn mehrere Sichtweisen des Blocklayouts möglich sind:

z.B. die Sicht der Produktionstechnik oder der Materialflusstechnik. Dies führt zu der häufig diskutierten Frage, ob der Materialfluss produktionsorientiert oder die Produktion materialflussorientiert zu gestalten sei, was leider nicht immer objektiv geklärt werden kann. Die Bewertungen der Lösungsvarianten einer Idealplanung können auch in diesem Fall helfen, eine sachliche Entscheidung herbeizuführen.

### 7.2.3 Realplanung

In dieser Planungsstufe wird, nach Kenntnis der Ergebnisse der beiden vorangegangenen Stufen, die *beste* Grobplanungsvariante weiterbearbeitet. Jetzt werden alle noch verbleibenden Freiheitsgrade und Restriktionen berücksichtigt. Zunächst wird man auch im Rahmen der Realplanung mehrere Varianten erarbeiten, sofern es nicht eine einzige a priori beste Lösung gibt. Die Varianten berücksichtigen nun beispielsweise:

- die geeigneten Fördermittel (Stapler, fahrerloses Transportsystem, Elektrohängebahn, Förderbänder, Krane usw.)
- die Lagerbauweise (Block-, Regal-, Hochregallager oder andere mögliche Bauweisen, siehe Abschnitt 5.3)
- das Grundkonzept eines Kommissioniersystems (siehe Abschnitt 5.9)
- Betriebsmittel, die in den Materialfluss integriert sind (Handhabungsgeräte, Verpackungsmaschinen usw.)
- Arbeitsbereiche und Materialbereitstellungsbereiche (z.B. im Materialflusssystem eines Montagebetriebs)
- die räumliche Zuordnung der Betriebsmittel (siehe Abschnitt 7.4)
- die Hardware der Informations- und Datenverarbeitungssysteme
- das Verfügbarkeitskonzept (siehe Abschnitt 7.5)

Das endgültige Ergebnis der Realplanung ist schließlich die nach allen relevanten Kriterien am besten bewertete Planungsvariante als Lösung der ursprünglichen Planungsaufgabe. Neben der Erarbeitung der Varianten stellt deren Beurteilung eine wichtige Arbeit auf dieser Planungsstufe dar. Zur Beurteilung der Varianten können u.a. die in Abschnitt 7.3 vorgestellten Verfahren benutzt werden.

### 7.2.4 Detailplanung

Auf dieser letzten Stufe, auch *Feinplanung* genannt, werden alle Realisierungsvorbereitungen für das endgültig ausgewählte Materialflusssystem getroffen. Dazu zählen beispielsweise:

- das Prüfen und Vervollständigen der technischen Daten
- das Festlegen und Prüfen von Funktionsabläufen; z.B. mit analytischen Methoden oder per Simulation (siehe hierzu Abschnitt 7.6)
- die Klärung von Fragen zu Bautechnik, Haustechnik, Steuerungstechnik usw.
- das Erstellen von Organisations- und Terminplänen
- das Ausarbeiten von Ausschreibungsunterlagen für die verschiedenen Gewerke

Diese Liste kann noch erheblich verlängert werden, wenn Genehmigungsverfahren, Finanzierungen, Baustellenbedingungen, Sicherheitsfragen usw. berücksichtigt werden müssen.

## 7.3 Beurteilung von Planungsvarianten

Wie in Abschnitt 7.2 u.a. deutlich wurde, erfordert die Planungstätigkeit immer wieder das Beurteilen von Lösungsvarianten. Damit diese Beurteilungen so weit als möglich objektiv und vergleichbar bleiben, müssen *quantitative Bewertungen* methodisch durchgeführt werden.

Unproblematisch ist dabei stets die Bewertung von Systemeigenschaften, die mit eindeutig festgelegten Zahlenwerten gefordert sind, wie beispielsweise Geschwindigkeiten, Spielzeiten oder Grenzdurchsätze. Werden solche Forderungen nicht erfüllt, so gilt das als „K.O.-Kriterium“ für die Variante, während andererseits meist kein Interesse daran besteht, die geforderten Werte zu übertreffen.

Schwieriger ist die Bewertung, falls es Systemeigenschaften gibt, denen ein Bereich zwischen tolerierbaren Maximal- und Minimalwerten eingeräumt werden kann, und solche Eigenschaften Konkurrenten mit gegenläufigen Werten besitzen; z.B. wenn eine höhere Automatisierung geringere Flexibilität bewirkt, wenn Preisvorteile mit funktionalen Nachteilen verbunden sind, oder wenn einfachere Betriebsabläufe höhere technische Risiken in sich bergen.

In solchen Fällen muss die Bewertung über gewichtete Kriterien erfolgen, wobei die Gewichtungsfaktoren nicht mit mathematischer Strenge festgelegt werden können.

### 7.3.1 Nutzwertanalysen

In Anlehnung an eine Definition von Zangemeister (1976) versteht man unter einer Nutzwertanalyse „die Analyse einer Menge komplexer Handlungsalternativen (also hier: Planungsalternativen) mit dem Zweck, die Elemente dieser Menge entsprechend den *Präferenzen* des Entscheidungsträgers bezüglich eines multidimensionalen Zielsystems zu ordnen. Die Abbildung dieser Ordnung erfolgt durch die Angabe von *Nutzwerten* der Alternativen.“

Der Bewertungsvorgang besteht aus drei getrennten Schritten:

- a) Bestimmen von *Bewertungskriterien*  $K_i$ ; das meint obige Definition mit dem „multidimensionalen Zielsystem“ (z.B.  $K_1$  bis  $K_n$ ).  
Der methodisch wichtige Aspekt dieses Schrittes ist, dass zu Beginn festgelegt wird, *was* im einzelnen bewertet werden soll.
- b) Festschreiben der Bedeutung der Bewertungskriterien  $K_i$  durch *Gewichtungsfaktoren*  $G_i$ ; das sind die „Präferenzen des Entscheidungsträgers“. Hier fließen auch durchaus subjektive Gesichtspunkte (gewollt) in die Bewertung ein – aber mit gleicher Wertigkeit für alle Alternativen. Das Subjektive kann z.B. eine „unternehmerische Entscheidung“ von strategischer Bedeutung ausdrücken.
- c) Bewerten der Kriterienerfüllung durch Vergabe von *Noten*, *Punkten* oder *Erfüllungsgraden* für alle Alternativen. Üblich sind Noten- oder Punktsysteme beispielsweise für die Bereiche  $P = 1(1)10$  oder  $P = 1(1)5$ . Beispiele für Erfüllungsgrade wären:

$E = 0$     schlechter als gefordert  
 $E = 1$     Forderung erfüllt  
 $E = 2$     besser als gefordert

Die *Nutzwerte* der Alternativen  $A_j$  für  $j = 1(1)m$  ergeben sich dann zu

$$N_j = \sum_{i=1}^n G_i \cdot P_{ij} \quad \text{für } j = 1(1)m \quad (7.11)$$

Der Nutzwert ist ein dimensionsloser Ordnungsindex, der die Eignung einer Alternative im Vergleich mit anderen bewertet. Natürlich können aus den Bewertungskriterien auch Gruppen (beispielsweise aus technischen, betriebswirtschaftlichen oder ergonomischen Kriterien) gebildet und daran *Teilnutzen* erkannt werden.

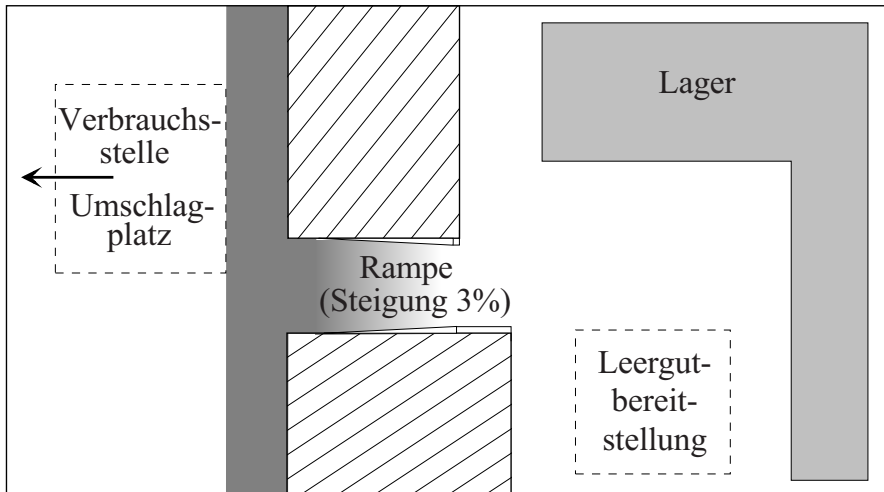
Nutzwertanalysen dürfen nur als Entscheidungshilfen angesehen werden; fachliche Kompetenz und unternehmerischen Weitblick können sie niemals ersetzen. Außerdem ist das Verfahren, besonders bei der Festlegung der Kriterien und ihrer Gewichtung, sehr von persönlichen Erfahrungen und auch von Vorurteilen abhängig. Vielfach ist es schwierig, Kriterien festzulegen, die voneinander vollständig unabhängig sind. Darum sollten Nutzwertanalysen, wenn möglich, von mehreren Personen unabhängig oder im Team durchgeführt werden. Abschließend wird die Durchführung einer Nutzwertanalyse anhand eines Beispiels vorgestellt.

## Beispiel

Bei einem Automobilhersteller sollen Montageteile (Groß- und Kleinteile) von einem Zentrallager zu einem Umschlagpunkt in der Montagehalle geliefert

werden (siehe **Bild 7.24**). Mithilfe einer Nutzwertanalyse soll die Eignung der folgenden Systemalternativen bezüglich dieser Transportaufgabe bewertet werden:

- A1: Pendelverkehr mit Gabelstapler
- A2: Pendelverkehr mit Schleppzug
- A3: Pendelverkehr mit FTS
- A4: Elektrohängebahn



**Abb. 7.24.** Werkslayout

### Daten zur Nutzwertanalyse

#### a) Fördermittel für den Transport von Ladungsträgern (LT)

- vom Lager zum Umschlagplatz
- vom Umschlagplatz zur Leergutbereitstellung

Alternative	Fördermittel (FM)	Beschreibung
A1	Gabelstapler	siehe Kenndaten (Tabelle 7.5)
A2	Schleppzug	siehe Kenndaten (Tabelle 7.5) - Verbrennungsmotor - Länge: 2 Plattformwagen
A3	FTS	siehe Kenndaten (Tabelle 7.5) - Elektroantrieb
A4	Elektrohängebahn	siehe Kenndaten - Ladegeschirr für Transporthilfsmittel

b) *Materialfluss*

Grundlage der Berechnung der Kenndaten für die Alternativen sind die der Transportaufgabe zugrundeliegende Transportmatrix und die Belastungsmatrix.

c) *Werkslayout - Transportabwicklung*

Die Transportabwicklung geht in allen Fällen folgendermaßen vor sich: Die Transportgüter werden vom Lager mittels des jeweiligen Ladungsträgers (LT) über die Rampe zur Verbrauchsstelle gebracht. Die leeren Ladeeinheiten (LE) werden zurück zum Leergutbereitstellungsplatz gebracht. Die Alternativen A2 und A4 erfordern den zusätzlichen Einsatz eines Staplers zum Leergutumschlag.

**Tabelle 7.4.** Hierarchie der Bewertungskriterien (Zielprogramm)

Aufgabe: Transport von Montageteilen zwischen Lager und Fertigung					
$l$	$i$	Bewertungskriterium $K_i$	$G_l$	$G_k$	$G_i = G_l \cdot G_k$
I		Maße der Fördermittelalternative	0,2		
	1	Länge		0,3	0,06
	2	Breite		0,4	0,08
	3	Höhe		0,1	0,02
	4	Gesamtgewicht		0,2	0,04
II		Funktion und technisches Leistungsvermögen	0,3		
	5	Förderung von Stapelbehältern		0,3	0,09
	6	Hubhöhe		0,1	0,03
	7	Stapelvermögen		0,3	0,09
	8	Überwinden von Steigungen		0,1	0,03
	9	Wenderadius		0,2	0,06
III		Anzahl notwendiger Fahrzeuge	0,1		
	10	Anzahl Fahrzeuge		1	0,1
IV		Wirtschaftliche Gesichtspunkte	0,4		
	11	Gesamtkosten je Betriebsstunde		0,3	0,12
	12	Personal		0,2	0,08
	13	Lastzeit-Nutzungsgrad		0,3	0,12
	14	Entkopplung vom übrigen Werksverkehr		0,2	0,08

**Durchführung der Nutzwertanalyse**

Die hier für die Bewertung herangezogenen Kriterien sind zusammen mit ihrer Gewichtung in **Tabelle 7.4** aufgelistet. Zur Verfeinerung der Bewertung sind die Hauptbewertungskriterien  $l$  (I - IV) in einzelne Bewertungskriterien  $i$  (1-14) aufgeteilt, die in **Tabelle 7.5** näher beschrieben sind.

Diese Kriterien sind nun zu bewerten, was anhand der Diagramme in den Bildern **7.25** und **7.26** geschieht. Damit ergeben sich die in **Tabelle 7.6** dargestellten Erfüllungswerte der einzelnen Bewertungskriterien. Die Spalte



**Tabelle 7.5.** Kenndaten der System-Alternativen (FM = Fördermittel)

		Kenndaten (Herstellerang.)		Systemalternative $A_j$			
				$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
I	1	FM-Länge	mm	3260	9760	3120	1750
	2	FM-Breite	mm	1700	1050	1050	1075
	3	FM-Höhe	mm	2575	1400	1200	2150
	4	FM-Gewicht (einschl. Tragfähigkeit)	kg	4100	10700	2500	1700
II	5	Fördergut		alle Behälter und Stückgut		alle Behälter	
	6	Hubhöhe (mit Vollast)	mm	3400	–	–	–
	7	Stapelvermögen	mm	2300	1100	1100	1100
	8	Steigfähigkeit	%	31	6	5	15
	9	Wenderadius	mm	2800	2500	2500	1500
III	10	Anzahl der Fahrzeuge der Alternative $A_j$	Fzg.	20	13 +2	60	80 +2
IV	11	Gesamtkosten/h	$\frac{DM}{h}$	1800	1545	3600	780
	12	Personalbedarf	Pers.	2	2	0	1
	13	Lastzeit/Nutzungsgrad	%	0,65	0,55	0,7	0,83
	14	Entkopplung vom übrigen Werksverkehr		nicht möglich			mögl.

„Grenzen“ gibt dabei für ein Kriterium den Grenzwert an, ab dessen Über- bzw. Unterschreitung die entsprechende Alternative überhaupt nicht in Frage käme (K.O.-Kriterium).

Bewertet man nun diese Tabelle mit den in der Tabelle 7.4 angegebenen Gewichten, so ergibt sich die in **Tabelle 7.7** dargestellte *Erfüllungsmatrix*. Aufsummiert über alle Kriterien ergibt sich der Nutzwert der einzelnen Alternativen. Aufgrund des höchsten Nutzwertes wäre hier die Alternative A4 (Elektro-Hängbahn) auszuwählen.

Da dieser Wert sich relativ deutlich von den anderen Werten abhebt, ist es nicht unbedingt erforderlich, die Sensitivität des Ergebnisses der Nutzwertanalyse bezüglich der Gewichtungen zu überprüfen. Oft ist es jedoch sinnvoll, die in der Erfüllungsertragsmatrix erhaltenen Informationen auch grafisch zu veranschaulichen. Hierbei wird beispielsweise deutlich, ob eine Alternative über alle Kriterien gleichmäßige Zielwerterfüllung erreicht, oder ob sich der Zielwert der Erfüllungsertragsmatrix aus der Zusammenfassung von sehr hohen und sehr niedrigen Werten ergibt. Als Darstellungsform haben sich zu diesem Zweck z.B. *ordinale Wertprofile* in Polarkoordinatendarstellung bewährt. Die Einstufung der Alternativen bezüglich der  $n$  Kriterien wird auf  $n$  Koordinatenachsen abgetragen. Die Winkelaufteilung zwischen den Achsen ist dabei proportional zu ihren Gewichten  $G_i$ . Die Erfüllungswerte werden für jedes Kriterium auf den Koordinatenachsen eingetragen (siehe **Bild 7.27**). Verbindet man die so aufgetragenen Zielwerte, so ergibt sich ein geschlossener Linienzug, das sogenannte Wertprofil dieser Alternative.

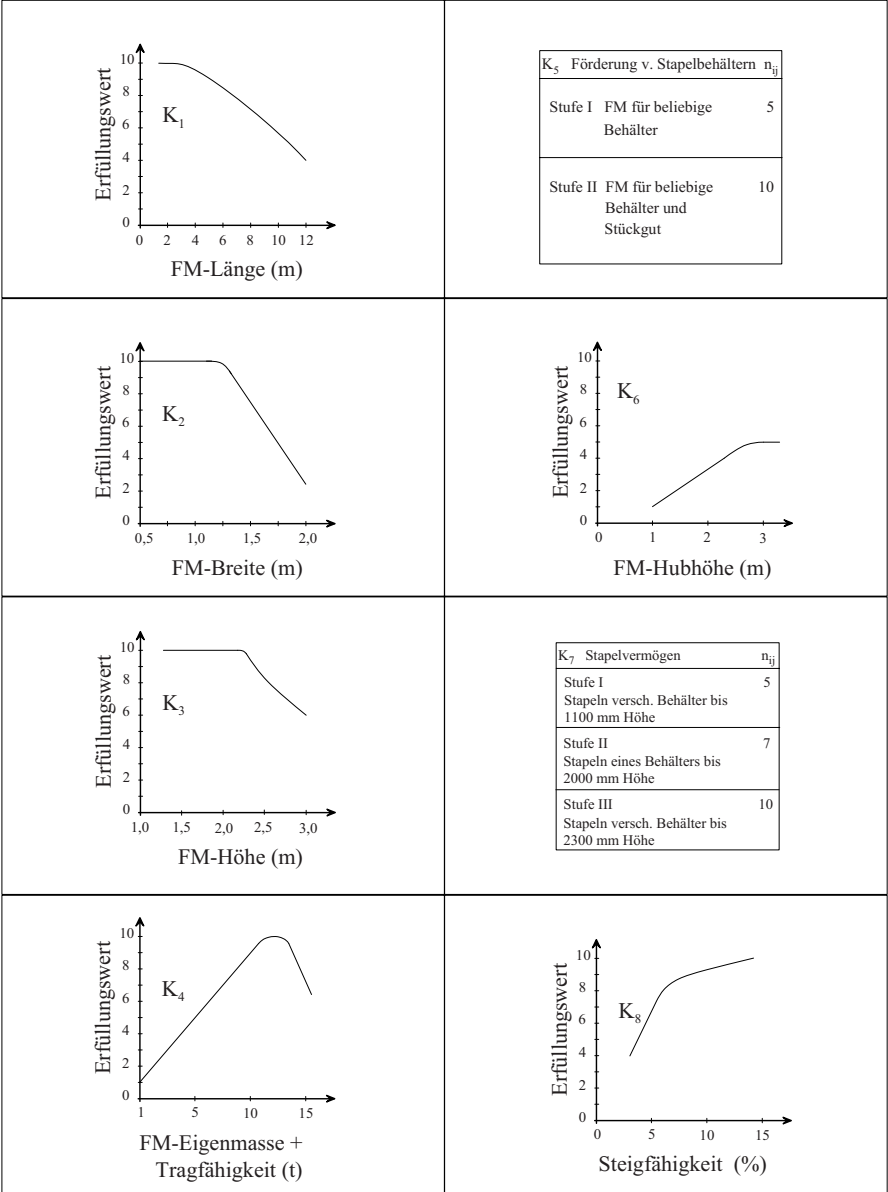


Abb. 7.25. Bewertungsdiagramme der Kriterien

**Tabelle 7.6.** Erfüllungswerte der Kriterien für die Alternativen

Bewertungskriterien				Systemalternativen			
Bezeichnung			Grenzen	$A_j$			
				$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
1	FM-Länge	mm	12000	9,6	6	9,8	9,9
2	FM-Breite	mm	1800	6	10	10	10
3	FM-Höhe	mm	3000	8	10	10	10
4	FM-Gesamtgewicht	kg	15000	4,2	10	3,9	1,7
5	Förderung von Stapelbehältern	Stufe	–	10	10	5	5
6	Hubhöhe	mm	3500	5	0	0	0
7	Stapelvermögen	Stufe	–	10	5	5	5
8	Überwindung von Steigungen	%	–	10	8	4	10
9	FM-Wenderadius	mm	3000	3,4	5,5	8	9
10	Fahrzeuge pro $A_i$	#	–	10	10	8	7
11	Gesamtkosten pro Betriebsstunde	$\frac{DM}{h}$	–	8	9	6	10
12	Personalbedarf	Pers.	–	4	4	10	7
13	Lastzeit-Nutzungsgrad	%	50 - 100	6,4	4,8	6,9	9,6
14	Entkopplung v. übr. Werksverkehr	Stufe	–	0	0	0	10

**Tabelle 7.7.** Gewichtete Erfüllungsmatrix

	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$	$K_6$	$K_7$	$K_8$
$A_1$	0,58	0,48	0,16	0,17	0,9	0,15	0,9	...
$A_2$	0,36	0,8	0,2	0,4	0,9	0	0,45	...
$A_3$	0,58	0,8	0,2	0,16	0,45	0	0,45	...
$A_4$	0,59	0,8	0,2	0,07	0,45	0	0,45	...
$G_i$	0,06	0,08	0,02	0,04	0,09	0,03	0,09	...

$K_7$	$K_8$	$K_9$	$K_{10}$	$K_{11}$	$K_{12}$	$K_{13}$	$K_{14}$	Nutzwert $\Sigma$
...	0,3	0,2	1	0,96	0,32	0,77	0	6,89
...	0,24	0,33	1	1,08	0,32	0,58	0	6,66
...	0,12	0,48	0,8	0,72	0,8	0,83	0	6,39
...	0,3	0,54	0,7	1,2	0,56	1,15	0,8	7,81
...	0,03	0,06	0,1	0,12	0,08	0,12	0,08	

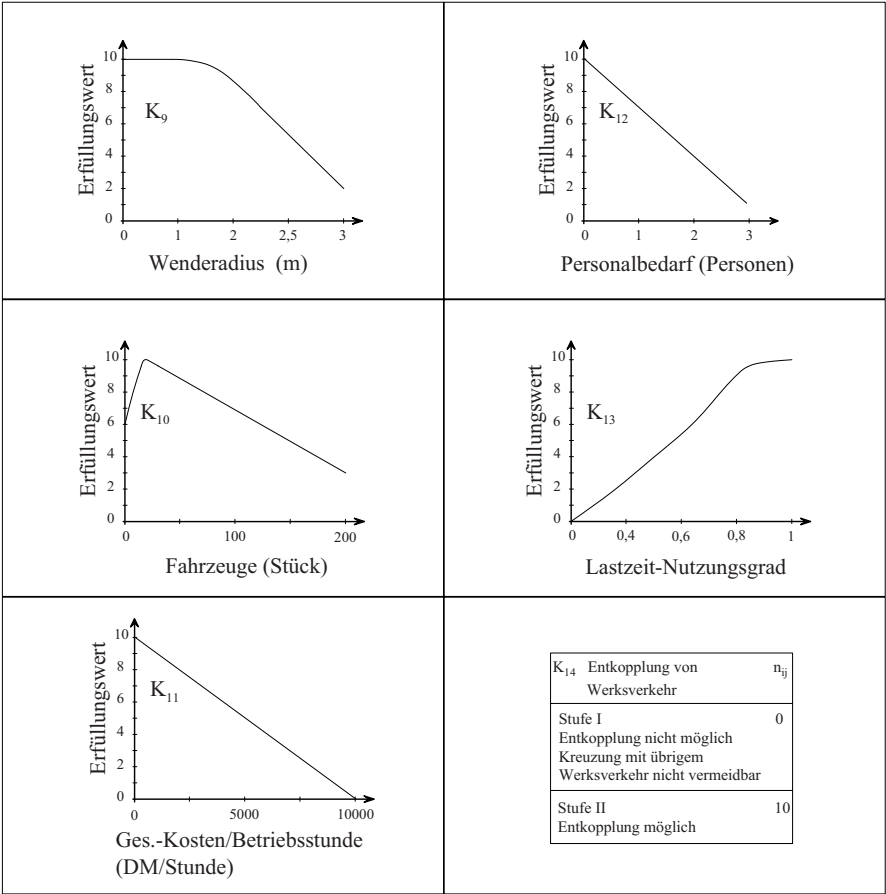


Abb. 7.26. Bewertungsdiagramme der Kriterien (Fortsetzung)

Die Darstellung der Wertprofile aller Alternativen in einem Schaubild wird bereits für wenige Alternativen sehr unübersichtlich. Deshalb empfiehlt es sich, die ordinalen Wertprofile für jede Alternative in ein getrenntes Schaubild zu zeichnen und dann die Gestalt der Profile miteinander zu vergleichen (siehe **Bild 7.28**). Durch Vertauschung der Reihenfolge der Kriterien lassen sich allerdings sehr unterschiedliche Wertprofile ohne Änderung der inhaltlichen Aussage erzeugen.

Will man darüber hinaus noch die Erfüllungswerte der Alternativen bezüglich der einzelnen Kriterien in eine flächentreue Darstellung übersetzen, so eignen sich dafür *kardinale Wertprofile* (vgl. Zangemeister (1976)). Hierbei werden die Erfüllungswerte der einzelnen Kriterien als Länge von Balken oder Kreissegmenten dargestellt; die Gewichtung der Kriterien entspricht der Breite des Balkens bzw. dem eingeschlossenen Winkel des Kreissegmentes. Die

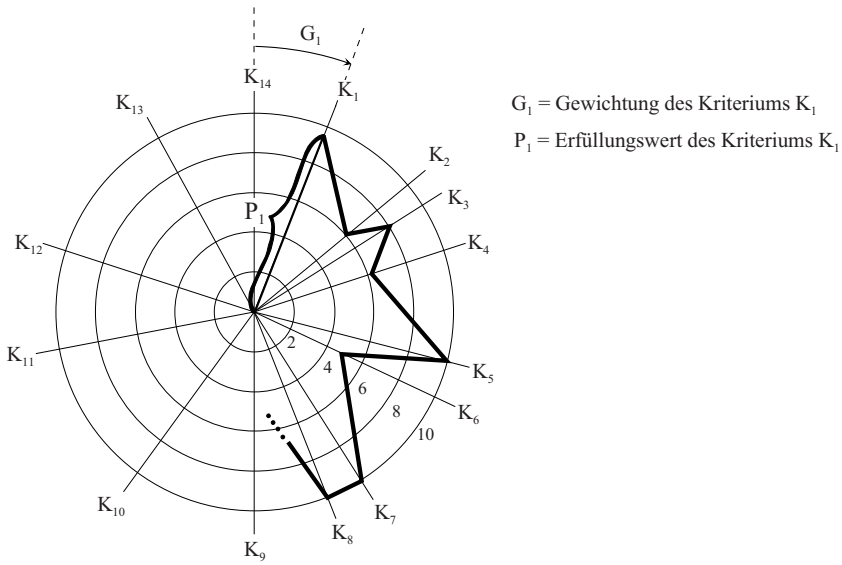


Abb. 7.27. Aufbau eines ordinalen Wertprofiles

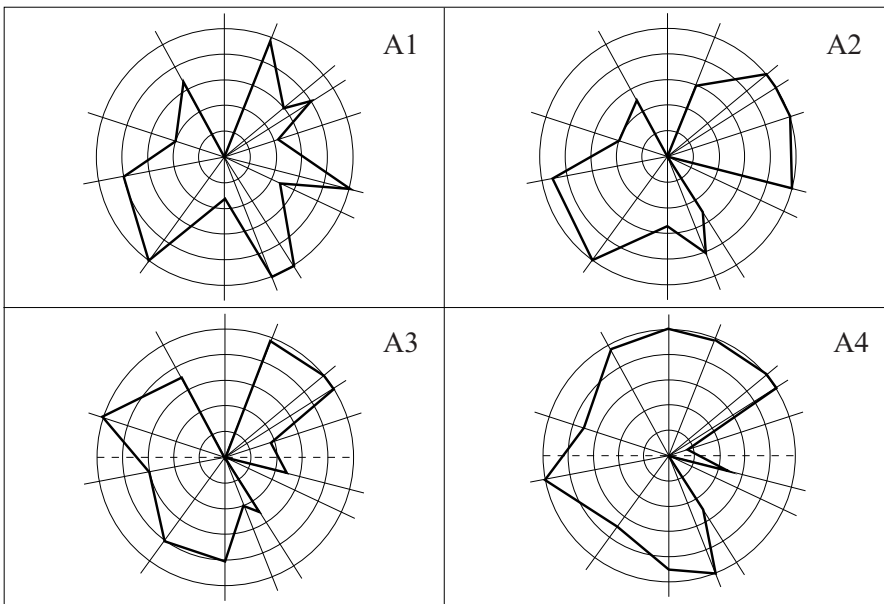


Abb. 7.28. Ordinale Wertprofile der Alternativen

umschlossene Fläche repräsentiert den gewichteten Zielwert bezüglich eines Kriteriums.

### 7.3.2 Wirtschaftlichkeitsanalysen

Voraussetzung bei der Entscheidung für eine Planungsvariante ist i.d.R. der Nachweis ihrer Wirtschaftlichkeit. Wirtschaftlichkeitsanalysen sind daher fester Bestandteil der Planungsarbeit und müssen von jedem kompetenten Planer durchgeführt werden können.

Im Rahmen von Wirtschaftlichkeitsanalysen vergleicht man die aufzuwendenden (einmaligen) *Investitionsausgaben* mit den *Einsparungen*, zusätzlichen *Einnahmen* und laufenden *Ausgaben* (Cash Flows), die während der zugrundegelegten Nutzungsdauer zu erwarten sind.

*Einsparungen* findet man durch Vergleich der Ausgaben im Ist-Zustand mit den künftigen Ausgaben der Alternativen. Bei Investitionen in neue Materialflusstechnik sind Einsparungen insbesondere über die Reduzierung des Umlaufvermögens (Working Capital) aus verkürzten Durchlaufzeiten sowie durch das Freisetzen von Arbeitskräften zu erwarten.

*Zusätzliche Einnahmen* oder gar zusätzliche Gewinne, die man dem Materialflusssystem ursächlich zuordnen kann, sind im innerbetrieblichen Bereich selten, in Logistiksystemen häufiger möglich, z.B. durch Umsatzsteigerungen aufgrund verbesserter Lieferbereitschaft.

*Ausgaben* sind im Wesentlichen nach den bereits unter Abschnitt 7.1.4 genannten Kostenarten zu unterscheiden; sie können einem Investitionsprojekt meist direkt zugeordnet werden. Die Quantifizierung der mit der Investition verbundenen Einsparungen ist jedoch schwieriger, und sie können oft nur von Experten abgeschätzt werden.

Die hier ausschließlich betrachteten dynamischen Verfahren zur Berechnung der Wirtschaftlichkeit berücksichtigen die zeitliche Verschiebung von Ausgaben und Einnahmen und die Verzinsung über sogenannte *Barwerte*. Neben der Ermittlung der Investitionsausgaben besteht eine wichtige Aufgabe der Materialflussplanung folglich darin, die zu erwartenden Einsparungen, eventuelle zusätzliche Einnahmen und alle laufenden Ausgaben für die möglichen Alternativlösungen zu prognostizieren.

Die Wirtschaftlichkeit einer Investition  $I_0$  kann anhand der in Gleichung (7.12) angegebenen Größen nach verschiedenen, nachfolgend unter den Punkten a), b) und c) dargestellten Methoden analysiert werden.

$$\frac{E_1}{q} + \frac{E_2}{q^2} + \dots + \frac{E_n}{q^n} + \frac{R_n}{q^n} - I_0 = K_0 \quad (7.12)$$

darin bedeuten:

$E_1$	=	in Geld bewertete Einsparungen bzw. die Differenz zwischen zusätzlichen Einnahmen und den dazu gehörenden Ausgaben des <i>ersten</i> Jahres nach der Investition (dem Zeitpunkt $t_1$ zugeordnet)
$\frac{E_1}{q}$	=	„Barwert“ für $E_1$ . Durch die Division mit dem Zinsfaktor $q = 1 + \frac{p}{100}$ , worin $p$ der zu fordernde <i>Mindestzinssatz</i> ist, wird $E_1$ auf den Zeitpunkt $t_0$ der Investition zurückgerechnet (man sagt auch „abgezinst“).
$E_2 \dots E_n$	=	die dem Wert $E_1$ entsprechenden Werte der folgenden Jahre, jeweils auf $t_2$ bis $t_n$ bezogen
$\frac{E_2}{q^2} \dots \frac{E_n}{q^n}$	=	Barwerte der folgenden Jahre, auf den Zeitpunkt $t_0$ bezogen (abgezinst)
$I_0$	=	Kapitaleinsatz, entspricht den Auszahlungen zum Zeitpunkt $t_0$ . Üblicherweise ist $t_0$ der Zeitpunkt der Inbetriebnahme.
$\frac{R_n}{q^n}$	=	„Barwert“ des Restwertes der Investition nach Ablauf einer rechnerischen Nutzungsdauer von $n$ Jahren ( $n$ kann z.B. die Abschreibungszeit sein)
$K_0$	=	sogenannter <i>Kapitalwert</i> ; er stellt quasi die Summe aller auf den Investitionszeitpunkt $t_0$ bezogenen, während $n$ Jahren insgesamt realisierbaren und in Geld bewertbaren Auswirkungen des Kapitaleinsatzes $I_0$ (einschließlich der Investitionsausgaben selbst) dar. Der Kapitalwert ist somit eine Messgröße für den wirtschaftlichen Erfolg des eingesetzten Kapitals.

a) *Kapitalwertmethode*

Die Bestimmung des Kapitalwerts  $K_0$  aus Gleichung (7.12) zeigt sehr klar, dass eine Investition nur dann absolut wirtschaftlich sein kann, wenn ihr Kapitalwert größer Null ist.

Zum Vergleich der *relativen* Wirtschaftlichkeit verschiedener Planungsvarianten wird die Kapitalwertmethode wie folgt benutzt: Wenn die Investitionsausgaben in vergleichbarer Größe liegen, ist der Variante mit dem größten Kapitalwert der Vorzug zu geben. Bei erheblichen Unterschieden der Investitionsausgaben zweier Varianten muss der Kapitalwert aus der Differenz der Investitionsausgaben und aus den Differenzen aller Barwerte berechnet werden. Einer Variante mit größeren Investitionsausgaben kann nur dann der Vorzug gegeben werden, wenn sich auf die Differenz der Investitionsausgaben bezogen ein positiver Kapitalwert ergibt.

Wichtige Größen der Kapitalwertmethode sind der angesetzte Zinssatz  $p$  der Mindestverzinsung und der zu schätzende Restwert  $R_n$ . Über eine

angemessene Kapitalverzinsung hinaus sind bei der Wahl des kalkulierten Zinssatzes  $p$  gegebenenfalls das finanzielle Risiko der Investition sowie ihre häufig nur zum Teil vorhandene Ertragswirksamkeit zu berücksichtigen. Die Schätzung des Restwerts einer Investition über viele Jahre hinaus ist im vorhinein naturgemäß mit erheblicher Unsicherheit verbunden. Beim Variantenvergleich kompensieren sich diese Unsicherheiten, jedoch sind die absoluten Größen der Kapitalwerte aus den genannten Gründen mit entsprechender Vorsicht zu bewerten.

b) *Rentabilitätsrechnung*

Die Rentabilität einer Investition kann durch den „internen Zins“ ausgedrückt werden, der sich aus der Investition ergibt. Für die Ermittlung von Rentabilitäten wird der Kapitalwert  $K_0$  zu Null angesetzt. Unter dieser Voraussetzung berechnet man aus Gleichung (7.12) einen Zinsfaktor  $q'$  und einen Zinssatz  $p'$  für jede Planungsvariante. Eine Variante ist dann absolut rentabel, wenn der berechnete Zinssatz  $p'$  größer ist als der unter a) angesetzte Mindestzinssatz  $p$ . Die Variante mit dem größten  $p'$  besitzt die relativ größte Rentabilität.

Die Rentabilitätsrechnung hat im Vergleich zur Kapitalwertmethode eine größere Aussagekraft bei Entscheidungen über die Wirtschaftlichkeit von Materialflusssystemen.

c) *Amortisationsrechnung*

Damit wird die Zeit  $n'$  für den Kapitalrückfluss ermittelt. Das ist die Zeit, nach deren Ablauf dem Unternehmen aufgrund der (abgezinsten) Einnahmenüberschüsse und Einsparungen der ursprüngliche Kapitaleinsatz  $I_0$  wieder zur Verfügung steht.

Für die Berechnung von  $n'$  werden Kapitalwert  $K_0$  und Restwert  $R_n$  in Gleichung (7.12) zu Null angenommen. Die beste Planungsvariante besitzt demnach die kürzeste Amortisationszeit.

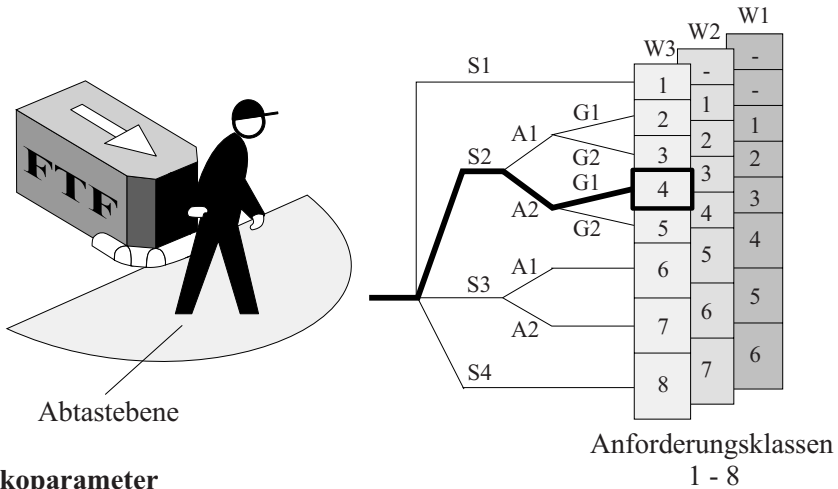
Ein Vorteil der Amortisationsrechnung liegt darin, dass die unsichere Schätzung des Restwerts  $R_n$  nicht erforderlich ist. Ferner lässt sie Rückschlüsse auf das finanzielle Risiko einer Investition zu. Das Risiko nimmt mit der Amortisationszeit  $n'$  zu. Als wertvolle Ergänzung zum Vergleich der Rentabilitäten und der Kapitalwerte gilt die Amortisationsrechnung immer dann, wenn die Prognose der künftigen Einnahmen und Ausgaben sehr unsicher ist.

### 7.3.3 Risikoanalysen

Wenn der Betrieb von Materialflusssystemen mit erkennbaren Risiken behaftet ist, müssen diese bereits in der Planungsphase analysiert werden. Beispielsweise entstehen diverse Risiken durch sogenannte Gefahrstoffe, die in Materialflusssystemen gefördert, gelagert und kommissioniert werden. Personen, die sich in Materialflusssystemen aufhalten, können individuellen Gefah-



ren ausgesetzt sein, die Anlaß zu Risikoanalysen geben, wie das in **Bild 7.29** dargestellte Beispiel aus einem Fahrerlosen Transportsystem zeigt.



#### Risikoparameter

- Schadensausmaß

S1 = leichte Verletzung

**S2 = schwere irreversible Verletzung einer oder mehrerer Personen oder Tod einer Person**

S3 = Tod mehrerer Personen

S4 = katastrophale Auswirkung, sehr viele Tote

- Aufenthaltsdauer

A1 = selten bis höher

**A2 = häufig bis dauernd**

- Gefahrenabwendung

**G1 = möglich unter bestimmten Bedingungen**

G2 = kaum möglich

- Eintrittswahrscheinlichkeit des unerwünschten Ereignisses

W1 = sehr gering

W2 = gering

**W3 = relativ hoch**

**Abb. 7.29.** Risikoanalyse für den Auffahrschutz der Fahrzeuge eines Fahrerlosen Transportsystems (FTF = Fahrerloses Transportfahrzeug) nach Reinert, Bömer und Borowski (1994)

Die Quantifizierung des Risikos erfolgt allgemein nach der aus der Versicherungswirtschaft stammenden Formel:

$$R = p_R \cdot S \quad (7.13)$$

mit:

- $p_R$
- =
- Wahrscheinlichkeit des Risikofalles,
- $S$
- =
- Ausmaß des Schadens (finanzielle Verluste, Gesundheitsschäden, Todesfälle) monetär bewertet.

Da es keine technischen Einrichtungen mit  $p_R = \text{Null}$  gibt, kann auch das so definierte Risiko nie zu Null werden. Man behilft sich daher zur weiteren phänomenologischen Klärung mit der Einführung des Begriffs *Grenzrisiko* für das in einem speziellen Fall noch vertretbare Risiko. Damit lassen sich nun auch die komplementären Begriffe *Gefahr* und *Sicherheit* definieren (siehe DIN 31000):

- *Gefahr* ist eine Sachlage, bei der das Risiko größer als das Grenzrisiko ist.
- *Sicherheit* ist eine Sachlage, bei der das Risiko *nicht* größer als das Grenzrisiko ist.

Unbefriedigend bleibt allerdings, dass im Allgemeinen das *Grenzrisiko* nicht quantitativ erfasst werden kann. Es muss indirekt durch die sicherheitstechnischen Festlegungen in Gesetzen, Rechtsverordnungen und sonstigen Erlassen des Gesetzgebers beschrieben werden. Ferner hat die Einschätzung von Risiken, also speziell auch von Grenzkrisiken, eine hohe subjektive Komponente und kann sich mit der Zeit zu höherer oder geringerer Akzeptanz verändern.

Trotz der Unschärfe des *absoluten* Risikobegriffs ist ein Planer verpflichtet, sich ausreichend mit den *relativen* Risiken der Planungsvarianten auseinanderzusetzen und diese so weit wie möglich zu quantifizieren. Dazu kann beispielsweise nach dem in **Bild 7.30** dargestellten Schema verfahren werden. Am Ende rechtfertigen die Teil- und Gesamtrisiken der Planungsvarianten geeignete technische Vorkehrungen wie im Falle eines Gefahrstofflagers z.B. Auffangwannen, Raumauskleidungen, besondere automatische Löscheinrichtungen, Filter usw.

IFL-Risikoanalyse: "Gefahrstofflager"									
Alternative ↓ Risikofall	Blocklager			Regallager			Hochregallager		
	$p_R$	S	R	$p_R$	S	R	$p_R$	S	R
Explosion									
Brand									
Rauchgase									
kontaminiertes Löschwasser									
kontaminierter Boden und Grundwasser									

**Abb. 7.30.** Schema zum Vergleich von Eintrittswahrscheinlichkeiten, Schäden und Risiken von Planungsvarianten am Beispiel eines Gefahrstofflagers

Einer Klärung spezieller Risiken dient auch die weitere Präzisierung des Risikobegriffs in:

- *Versagensrisiko* mit Schäden, die bei einem Störfall eintreten
- *Betriebsrisiko* mit Schäden, die bereits bei störungsfreiem Betrieb eintreten (z.B. Umweltschäden)
- *Mißbrauchsrisiko* mit Schäden, die aus dem sogenannten „nichtbestimmungsgemäßen“ Gebrauch entstehen

## 7.4 Layoutplanung

Mit dem *Layout* eines Materialflusssystems ist die räumliche Anordnung von Betriebsmitteln und Funktionsflächen gemeint, die in *quantifizierbaren Beziehungen* zueinander stehen. Nachfolgend werden allein die *Materialflussbeziehungen* als Kriterium zur Bewertung des Layouts berücksichtigt, wobei die im Materialfluss integrierten Betriebsmittel und Funktionsflächen sehr oft den Fertigungs-, Montage- oder Versandbereichen zuzuordnen sind. In die Bewertung des realen Layouts sind daher fallweise weitere wichtige Kriterien einzubeziehen, wie z.B.:

- produktionstechnische Bedingungen
- Möglichkeiten der Energieversorgung
- Auflagen zur Arbeitssicherheit
- Verkehrsanbindung

und vieles mehr.

Im Rahmen eines methodischen, rechnerunterstützten Vorgehens ist es dennoch zweckmäßig, das Layout im ersten Schritt allein nach den Materialflussbeziehungen zu bewerten und erst dann die Einflüsse weiterer Kriterien mit den daraus resultierenden Modifikationen des Layouts zu berücksichtigen.

### 7.4.1 Das Optimierungsproblem

Die Aufgabe der Layoutplanung eines Materialflusssystems besteht darin, räumliche Anordnungen mit günstigen Materialflussbeziehungen, im Extremfall die *kostenminimale* Anordnung, zu finden. Als Bewertungsgröße für die Materialflusskosten dient dabei der bereits in Abschnitt 7.2.1 eingeführte *Transportaufwand* mit den in Gleichung (7.7) verwendeten Größen  $d_{ij}$  als Distanzen zwischen den Betriebsmitteln und den entsprechenden betrieblichen Durchsätzen  $\lambda_{ij}$  aus der Transportmatrix. Sofern die in der Transportmatrix enthaltenen Richtungen der Materialflüsse zunächst noch keine Bedeutung haben und es nur auf die richtungsunabhängigen Materialflussbeziehungen

ankommt, genügt es, den Transportaufwand aus den sogenannten *Transportintensitäten*  $I_{ij}$  zu berechnen. Die Werte  $I_{ij}$  sind Elemente der *Intensitätsmatrix*, einer einseitigen Dreiecksmatrix, die mit der Transportmatrix in folgender Beziehung steht:

$$\begin{aligned} I_{ij} &= \lambda_{ij} + \lambda_{ji} \text{ für } i, j = 1(1)n \text{ und } i < j \\ I_{ij} &= 0 \text{ für } i, j = 1(1)n \text{ und } i \geq j \end{aligned} \quad (7.14)$$

Für ein Materialflusssystem mit  $n$  Betriebsmitteln, die an genau  $n$  Orten platziert werden können, ist der Transportaufwand:

$$T = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n I_{ij} d_{ij} \quad \text{mit } d_{ij} = d_{ji}, \text{ für } i, j = 1(1)n \quad (7.15)$$

Sofern *ausschließlich* dieser Transportaufwand als Kriterium einer Optimierung der räumlichen Anordnung berücksichtigt wird, lautet die Zielfunktion dieser Optimierung:

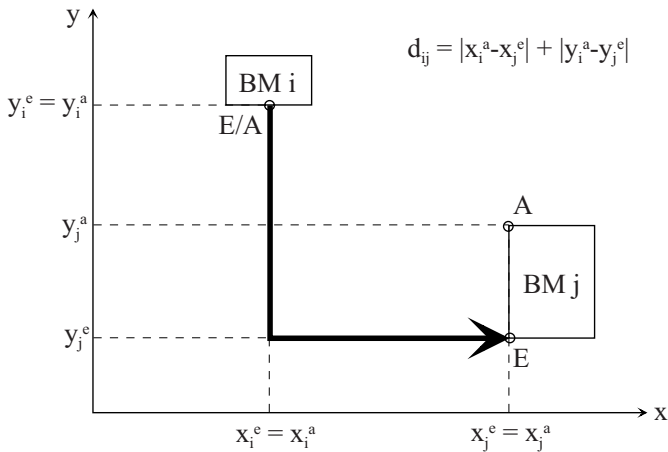
$$\text{MIN} \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n I_{ij} d_{ij} \quad (7.16)$$

mit der Nebenbedingung, dass jedem Betriebsmittel genau *ein* Ort und jedem Ort genau *ein* Betriebsmittel zugewiesen wird. Falls in einem Layout die Zahl der möglichen Orte auf der Planungsfläche größer als die Zahl der Betriebsmittel ist, wird die Nebenbedingung durch Einführen von „Dummy-Betriebsmitteln“ erfüllt.

Das mit der Zielfunktion (7.16) formulierte Optimierungsproblem begleitet im Grunde alle Planungsstufen. Während die Intensitäten normalerweise aus der Produktions- oder Vertriebsplanung, also bereits mit der Aufgabenstellung, dem Planer vorgegeben sind, kann der Transportaufwand durch Verändern der Betriebsmittelanordnung, und damit der Distanzen  $d_{ij}$  zwischen den Betriebsmitteln, beeinflusst werden. Die Wege zwischen den Ausgängen und Eingängen der Betriebsmittel verlaufen in der Regel in orthogonalen Richtungen, wie in **Bild 7.31** dargestellt. Nur selten ist die Luftlinie als kürzeste Verbindung möglich, gelegentlich muss der Richtungssinn betrieblicher Verkehrswege (Einbahnstraße) beachtet werden.

Sofern bereits ein Layout vorhanden ist – zumindest als erster Entwurf – können daraus die Distanzen  $d_{ij}$  als Elemente der Distanzmatrix ermittelt und der Transportaufwand als charakteristischer Wert des Layouts mit Gleichung (7.15) berechnet werden. Eine Optimierung dieser *Anfangslösung* durch rechnerunterstützte Suche des Minimums der Zielfunktion (7.16) ist so nach einem der in 7.4.3 vorgestellten Verfahren möglich.

Zuvor soll anhand eines sehr einfachen Beispiels gezeigt werden, wie ein erstes Layout als Anfangslösung erstellt werden kann, wenn noch nicht mehr bekannt ist als die in einer Intensitätsmatrix zusammengefassten Materialflussbeziehungen, also eine Situation, in der sich ein Planer bei Neuplanungen stets befindet.



**Abb. 7.31.** Bestimmung der Weglänge zwischen zwei Betriebsmitteln (A=Ausgang, E=Eingang)

#### 7.4.2 Das Dreieck-Verfahren

Der Grundgedanke dieses Layoutplanungs-Verfahrens besteht darin, die Betriebsmittel mit der stärksten Intensität in einem sogenannten Layoutkern anzuordnen, an den weitere Betriebsmittel sukzessive angelagert werden. Zur Konstruktion<sup>2</sup> benutzt man ein regelmäßiges Raster aus gleichseitigen Dreiecken; daher wird diese Vorgehensweise *Dreieckverfahren* genannt.

i \ j von nach					
		BM 1	BM 2	BM 3	BM 4
BM 1		0	3	5	2
BM 2			0	15	1
BM 3				0	8
BM 4					0

**Abb. 7.32.** Beispiel einer Intensitätsmatrix für vier Betriebsmittel

Der in **Bild 7.32** dargestellten Intensitätsmatrix ist zu entnehmen, dass die größte Intensität, d.h. die stärkste Materialflussbeziehung, zwischen den Betriebsmitteln 2 und 3 mit dem Wert  $I_{23} = 15$  besteht. Demnach werden diese beiden Betriebsmittel in das Dreiecksraster **Bild 7.33** als *Layoutkern* aufgenommen. Als nächstes Betriebsmittel wird nun dasjenige an den Layoutkern angelagert, das zu den beiden platzierten in Summe die stärksten

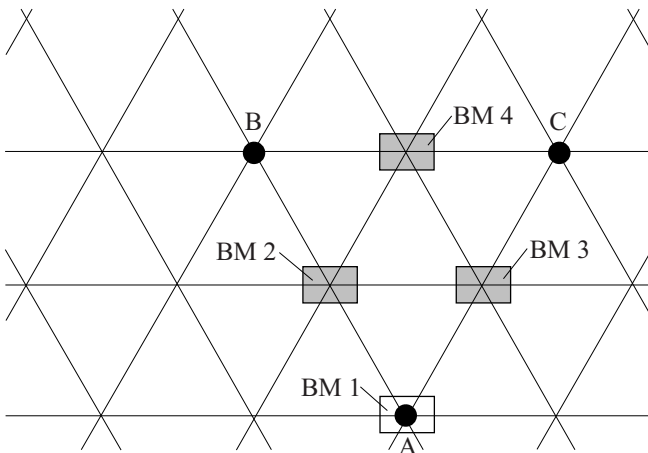
<sup>2</sup> Man spricht auch von *konstruktiven* Verfahren oder konstruktiven Aufbaualgorithmen.

Intensitäten besitzt. Für BM1 ist dieser Wert  $I_{12} + I_{13} = 8$  und für BM4  $I_{24} + I_{34} = 9$ , also wird BM4 als nächstes Betriebsmittel im Dreiecksraster platziert. Der Platz für BM4 kann jetzt oberhalb oder unterhalb der beiden platzierten Betriebsmittel frei gewählt werden (im Beispiel oberhalb). Für das letzte noch zu platzierende Betriebsmittel BM1 ist nun der Platz nicht mehr frei wählbar, sondern aus dem Vergleich der Summen der Intensitäten zu den drei bereits platzierten Betriebsmitteln zu bestimmen. Von den in Frage kommenden Plätzen A, B und C ist A der geeignete, wie die einfache Berechnung der Intensitätssummen aus den Matrixelementen Bild 7.32 zeigt:

$$\text{Position A: } I_{12} + I_{13} = 8$$

$$\text{Position B: } I_{12} + I_{14} = 5$$

$$\text{Position C: } I_{13} + I_{14} = 7$$

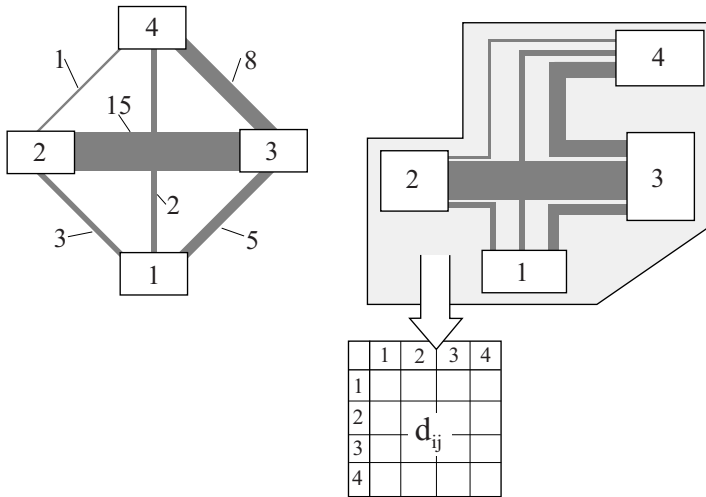


**Abb. 7.33.** Dreiecksraster mit Anordnung der Betriebsmittel der Intensitätsmatrix aus Bild 7.32.

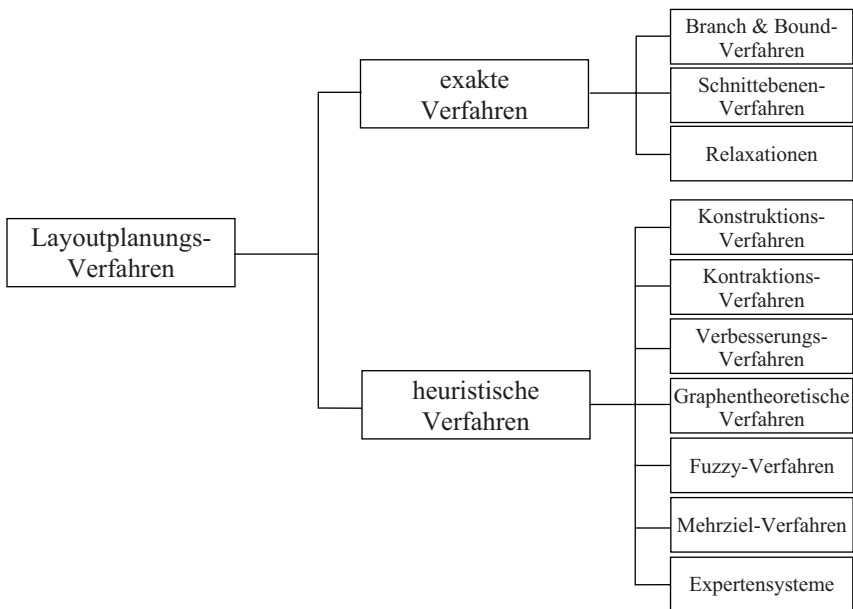
In **Bild 7.34** ist dargestellt, wie die im Dreiecksraster noch realitätsfremd angeordneten Betriebsmittel jetzt auf einer realen Planungsfläche, die beispielsweise dem Grundriß einer Fabrikhalle entspricht, nach weiteren Planungskriterien verschoben werden. Damit ist ein erstes Layout gefunden, aus dem man jetzt die Distanzen  $d_{ij}$  und den Transportaufwand bestimmen kann.

Es ist allerdings nicht anzunehmen, dass die so gefundene *Anfangslösung* bereits optimal gemäß der Zielfunktion (7.16) ist.

Das Dreieckverfahren gehört nach der in **Bild 7.35** dargestellten Klassifikation als Konstruktionsverfahren zur Gruppe der heuristischen Verfahren. In der vorgestellten Anwendung liefert es als sogenanntes *Eröffnungsverfahren* eine *Anfangslösung*, die in weiteren Schritten – z.B. durch Vertauschen der Betriebsmittelpätze – gegebenenfalls verbessert werden kann. Die Wahr-



**Abb. 7.34.** Layout-Anordnung im Dreiecksraster und Umsetzung in ein Fabriklayout



**Abb. 7.35.** Klassifikation der Verfahren zur Layoutplanung

scheinlichkeit, mit dem Dreieckverfahren eine Anfangslösung zu finden, die bereits optimal gemäß der Zielfunktion (7.16) ist, wird mit zunehmender Anzahl an Betriebsmitteln immer geringer. Außerdem nimmt der Rechenaufwand eines *Verbesserungsverfahrens* ebenfalls mit der Betriebsmittelanzahl zu. Darum fordert in praxi die Optimierung der Layoutplanung den Rechereinsatz.

### 7.4.3 Rechnergestützte Layoutplanungsverfahren

Für das unter 7.4.1 formulierte Optimierungsproblem gibt es Lösungsverfahren (siehe Bild 7.35), welche das *exakte* Minimum der Zielfunktion (7.16) und damit das optimale Layout mit Sicherheit liefern. Allerdings sind die Rechenzeiten und der Speicherplatzbedarf so hoch, dass diese *exakten Verfahren* lediglich von wissenschaftlichem Interesse sind. Eine kurze Beschreibung der bekanntesten exakten Verfahren findet man bei Dambach (1992).

*Heuristische Verfahren* benötigen generell kürzere Rechenzeiten und weniger Speicherplatzbedarf als die exakten Verfahren. Darüber hinaus werden die für den praktischen Einsatz notwendigen Restriktionen besser berücksichtigt. Allerdings liefern sie lediglich Näherungslösungen, deren Abweichung vom Optimum nicht einfach und nicht mit letzter Sicherheit nachzuweisen ist.

Nachfolgend werden die in Bild 7.35 genannten heuristischen Verfahren nur kurz vorgestellt. Die angegebenen Veröffentlichungen sollen dem interessierten Leser ein weiteres Eindringen in das Thema erleichtern.

#### a) Konstruktionsverfahren

Die typische Vorgehensweise der Konstruktionsverfahren wurde bereits am Dreieckverfahren unter 7.4.2 exemplarisch gezeigt. Generell werden die Layouts mit Konstruktionsverfahren schrittweise erstellt. Mittels einer Auswahlregel wird in jedem Schritt das als nächstes ins Layout aufzunehmende Betriebsmittel bestimmt und gemäß einer Anordnungsregel platziert. Obwohl die Entscheidung in jedem Schritt, isoliert betrachtet, optimal ist, führt der Konstruktionsalgorithmus nicht notwendigerweise zu einem optimalen Gesamtlayout.

Mit dem Einsatz von Grafikterminals bietet sich die Möglichkeit, die Schritte im Ablauf eines Konstruktionsverfahrens nicht nur rein algorithmisch, sondern auch interaktiv – also vom Planer selbst – zu steuern. Das von Dangelmaier (1986) entwickelte Verfahren INTALA ist so konzipiert, dass es diese Möglichkeit nutzt und weitere Schwachpunkte früherer rechnergestützter Layoutplanungsverfahren vermeidet. Die Bewertungsfunktion von INTALA berücksichtigt standardmäßig ebenfalls nur den Transportaufwand gemäß Gleichung (7.15); das Programm erlaubt es jedoch, weitere Kriterien, wie z.B. die Flächenausnutzung, in die Bewertung aufzunehmen.



Ein Ansatz zur Aufnahme weiterer Bewertungskriterien stammt von Engelhardt (1987). Neben der Minimierung des Transportaufwands zeigt er Möglichkeiten der Skalierung nicht quantifizierbarer Größen wie Richtungsorientierung und Kreuzungsfreiheit von Materialflüssen sowie die Nachbarschaft oder die Randlage von Betriebsmitteln. Bei geeigneter Gewichtung dieser Kriterien wird eine bessere Bewertung von Layouts möglich. Die Betriebsmittel werden als Kreisflächen gleicher Größe angenommen, die dann in der nachfolgenden Planungsphase in Rechteckflächen umzuwandeln sind.

b) Kontraktionsverfahren

Als beispielhaft für diese Gruppe wird hier das Verfahren DISCON (siehe Drezner (1980)) genannt. Die Betriebsmittel werden als Kreise unterschiedlicher Größe dargestellt. In der ersten Phase des Verfahrensablaufs (DISpersion) verteilt ein Algorithmus die Betriebsmittel so auf der Planungsfläche, dass die Kreise sich nicht mehr berühren. In der zweiten Phase (CONcentration) lässt man die Anordnung soweit kontrahieren, dass es nicht zur Überlappung von Betriebsmitteln kommt. Die Bewertungsfunktion berücksichtigt den Transportaufwand gemäß Gleichung (7.15), wobei als Distanzen  $d_{ij}$  die Luftlinienentfernungen zwischen den Kreisen benutzt werden.

c) Verbesserungsverfahren

Mit den Verfahren dieser Gruppe soll die Anfangslösung eines Layouts durch eine regelbasierte Veränderung der Betriebsmittelanordnung schrittweise verbessert werden. Die Anfangslösung wird entweder dem Ist-Zustand entsprechend vorgegeben (so bei Umstellungsplanungen) oder beispielsweise mit einem der unter a) und b) genannten Verfahren initialisiert (so bei Neuplanungen). Der Grad der Verbesserung ist von der Anfangslösung abhängig und wird als Reduzierung des Transportaufwands bewertet.

Eines der ältesten Verfahren dieser Art ist das von Armour und Buffa (1963) entwickelte CRAFT (Computerized Relative Allocation of Facilities Technique). Das Verfahren benötigt als Eingabe eine zulässige Anfangslösung, die Transportintensitäten und die Kosten für das Verlagern von Betriebsmitteln. Es sucht alle paarweisen Vertauschungen zwischen benachbarten gleich großen Betriebsmitteln und realisiert diejenige Vertauschung, welche das Layout am stärksten verbessert. Das Verfahren endet (Abbruchkriterium), wenn sich durch das paarweise Vertauschen der Betriebsmittel keine Verringerung des gesamten Transportaufwands mehr erzielen lässt. Die gefundene Lösung entspricht nicht notwendigerweise dem Optimum.

Verfahren wie z.B. LAPEX (siehe Mayer (1983)) bieten weitere Möglichkeiten der Vertauschung und Verschiebung für Betriebsmittel unterschiedlicher Flächengrößen und -formen.

## d) Graphentheoretische Verfahren

Aus der Darstellung eines Materialflusssystems als Graph kann unmittelbar ein Blocklayout abgeleitet werden. Allerdings enthält das Blocklayout nicht notwendigerweise die realen Abmessungen der Betriebsmittel, und zum anderen kann die Dominanz eines Betriebsmittels zu insgesamt ungünstigen Anordnungen führen. Daher versuchen neue Konzepte, diese Nachteile durch Kopplung der graphentheoretischen Überlegungen mit der Vorgehensweise konstruktiver Verfahren zu umgehen. Hierzu beschreiben Hassan und Hogg (1991) ein Verfahren, welches einen Graph als tatsächliches Layout aufbaut. Dabei entspricht die Auswahl des jeweils einzufügenden Knotens in den Graph zunächst der konventionellen Adjazenz-Beziehung, jedoch wird unmittelbar nach Einfügen des Knotens die geometrische Zulässigkeit überprüft, und zwar anhand der realen Abmessungen des Betriebsmittels. Falls danach das Betriebsmittel an der ermittelten Stelle nicht eingebaut werden kann, wird es an einer anderen Stelle des Layouts so platziert, dass die Zunahme des Transportaufwands minimal ist.

## e) Fuzzy-Verfahren

Die Ausgangsdaten einer Layoutplanung sind im Fall der Neuplanung *prognostischer*, im Fall der Umstellungsplanung zum Teil *statistischer* Natur. Alle bislang vorgestellten Verfahren behandeln diese in der Regel „vagen“ Daten jedoch so, als wären sie exakt. Seit Fuzzy-Verfahren einen Ansatz zur mathematisch exakten Behandlung vager Daten bieten, war ihre Anwendung auch auf das Problem der Layoutplanung zu erwarten. Der Ansatz von Evans, Wilhelm und Karkowski (1987) bestimmt für ein Konstruktionsverfahren die Reihenfolge, in der die Betriebsmittel ins Layout eingefügt werden, mithilfe von binären Fuzzy-Relationen. Dazu werden die linguistischen Variablen *importance* (für die Beschreibung der Intensität) und *closeness* (für die Beschreibung der gewünschten Distanz) verwendet. Die Platzierung der Betriebsmittel erfolgt manuell.

Einen weiteren Versuch, Konstruktionsalgorithmen als Fuzzy-Verfahren zu beschreiben, stellen Raot und Rakschit (1991) vor: Der Materialfluss, organisatorische und personelle Beziehungen, Umgebungsrestriktionen usw. werden mithilfe linguistischer Variablen erfasst. In die Lösungsstrategie gehen Expertenmeinungen neben Algorithmen zur Reihenfolgeauswahl, Anordnung und Konfliktlösung ein. Das Verfahren liefert im Vergleich mit bekannten Konstruktionsverfahren recht gute Lösungen, ist jedoch weder in der Lage, eine vorgegebene Planungsfläche zu berücksichtigen, noch werden die Betriebsmittel flächentreu angeordnet.

## f) Mehrzielverfahren

Bei der Layoutplanung ist es nicht ungewöhnlich, mehrere Ziele zu setzen, d.h. im Grunde mehrere Zielfunktionen simultan zu betrachten. Sofern die einzelnen Ziele miteinander konkurrieren, treten Zielkonflikte auf. Diese Problematik versucht das Konstruktionsverfahren von Jacobs

(1987) methodisch zu lösen. Im Rahmen einer mehrfachen Zielsetzung wird versucht, den gesamten Transportaufwand, die Layoutstruktur, den Raumbedarf sowie die Zahl der nicht erfüllten Adjazenzen zu berücksichtigen. Als Eingabe werden die Transportmatrix, die Adjazenzpräferenz, die Betriebsmitteldaten und der Planungsraum benötigt. Die Betriebsmittel werden zufällig ausgewählt und mithilfe eines „generate-and-test“-Verfahrens plazierte.

Dem vorstehend beschriebenen Konstruktionsverfahren kann sich das Mehrziel-*Verbesserungsverfahren* von Fortenberry und Cox (1985) anschließen. Eingabedaten sind das soeben gefundene Anfangslayout, die Transportmatrix und die Distanzmatrix. Mithilfe des paarweisen Tauschverfahrens unter Berücksichtigung von Durchsatz- und Adjazenz-Zielen können Verbesserungen der Zielfunktion ermittelt werden.

#### g) Expertensysteme

Im Rahmen der Layoutplanung wurden Expertensysteme bislang für zwei verschiedene Aufgaben eingesetzt:

Kusiak und Heragu (1988) entwickelten ein System, welches Heuristiken zur Herstellung von Layouts bestimmter Grundtypen von Betriebsmittelanordnungen verwaltet und zur Auswahl geeigneter Algorithmen dienen kann. Darüber hinaus wurden Regeln zur Überprüfung der Zulässigkeit eines Layouts implementiert.

Kloth (1988) beschreibt einen Ansatz, Expertensysteme unmittelbar zur Layoutplanung einzusetzen. Dazu wird ein „Blackboard“ verwendet, auf dem sich ursprünglich nur die Betriebsmittel mit ihren spezifischen Eigenschaften befinden. Mithilfe der in der Wissensbasis verfügbaren Konditions- und Aktionsteile sollen die Einträge zyklisch analysiert und geändert werden.

### 7.4.4 Ein vektorbasiertes Layoutplanungsverfahren

Nach der Beschäftigung mit den unter 7.4.3 vorgestellten Verfahren zur Layoutplanung stellt man fest, dass Konstruktionsalgorithmen in besonderer Weise für eine *interaktive* Layoutplanung geeignet sind. Der schrittweise Aufbau des Layouts gestattet es dem Planer jederzeit, manuell Änderungen vorzunehmen, die bei den nachfolgenden Berechnungen sofort berücksichtigt werden. Grundsätzlich sind die Konstruktionsalgorithmen daher auch prädestiniert für den Einsatz in integrierten Planungssystemen mit CAD-Kopplung. Eine Schwierigkeit stellt dabei jedoch die Datenrepräsentation der bekannten Konstruktionsverfahren dar, weil die Planungsfläche als Matrix und daher mit sehr begrenztem Auflösungsvermögen abgebildet wird, während CAD-Systeme aufgrund ihrer vektoriellen Modellbildung nahezu unbegrenzte Auflösung bieten.

Dambach (1992) hat ein Layoutplanungsverfahren entwickelt, dessen vektorielle Datenrepräsentation nunmehr die Kompatibilität mit CAD-Systemen

sicherstellt. Darüber hinaus bietet die vektorielle Datenrepräsentation den Vorteil, im Gegensatz zu der bekannten „center-of-gravity-Methode“ jeweils den tatsächlich transportaufwandsminimalen Einbauort eines Betriebsmittels zu berechnen.

Das Verfahren von Dambach benutzt ein Modell, dessen Planungsfläche von einem beliebigen Polygonzug begrenzt ist (im einfachsten Fall ein Rechteck). Die Betriebsmittel sind Rechtecke in orthogonaler Orientierung mit wahlweise variablem Seitenverhältnis und beliebigem Materialein- und -ausgang. Randbedingungen (wie z.B. Hallenhöhe, Deckentragfähigkeit usw.) werden mithilfe von Attributflächen berücksichtigt. Das Modell stellt die Grundlage eines Konstruktionsverfahrens dar, welches Algorithmen für folgende Aufgaben beinhaltet:

- Auswählen des ersten/nächsten Betriebsmittels,
- Berechnen des transportaufwandsminimalen Einbauorts eines Betriebsmittels,
- Prüfen der Zulässigkeit von Anordnungen (d.h. insbesondere auf Überdeckungen oder Überlappungen)
- Bestimmen des transportaufwandsminimalen *und* zulässigen Einbauorts.

Zur Beantwortung der Frage, in welcher Reihenfolge die Betriebsmittel ins Layout einzufügen sind, hat Dambach fünf verschiedene Auswahlstrategien an etwa 6000 systematisch erzeugten Anordnungen ausgewertet. Das Ergebnis besagt, dass für praxisnahe Layouts eine Auswahlstrategie, welche *Betriebsmittel mit kleiner Fläche und starker Intensität zu bereits eingebauten Betriebsmitteln* bevorzugt, den kleinsten Gesamttransportaufwand ergibt.

Beispielhaft wird nachfolgend ein kurzer Einblick gegeben in die interaktive Layoutplanung mit dem vektorbasierten Verfahren nach Dambach. Dazu wird das am Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe entwickelte modulare System zur Materialflussplanung<sup>3</sup> verwendet, in das die Layoutplanungskomponente integriert wurde. Während die Programmsteuerung zusammen mit den für die Layoutplanung benötigten Algorithmen als eigenständiges Programm implementiert wurde, erfolgt die Verwaltung der umfangreichen Planungsdaten sowie die grafische Aufbereitung mithilfe von Programmsystemen, die unter Verwendung eines Client-Server-Modells (siehe Keppler (1992)) und definierter Schnittstellen als Services eingebunden sind. Eine Datenbankschnittstelle ermöglicht den Einsatz sowohl relationaler als auch objektorientierter Datenbanken. Die grafischen Darstellungen können wahlweise über das am Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe entwickelte Programm X-CAD oder auf kommerziellen CAD-Systemen wie z.B. MEDUSA erfolgen.

<sup>3</sup> Das System wurde im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 346 „Rechnerintegrierte Konstruktion und Fertigung von Bauteilen“ mit finanzieller Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft erstellt.

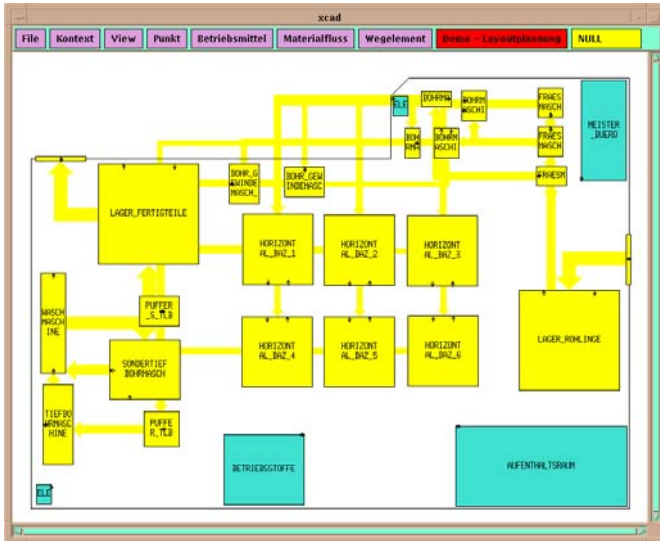


Abb. 7.36. Orthogonales Sankey-Diagramm des Ausgangszustands

**Bild 7.36** zeigt das Layout einer Teilefertigung im Ausgangszustand mit Betriebsmitteln und Sperrflächen. Eingebildet ist ein strukturbefahtetes orthogonales Sankeydiagramm. In diesem Layout sollen durch Änderung der Betriebsmittelanordnung der Transportaufwand reduziert und der Materialfluss transparenter gestaltet werden. Die rein algorithmische Lösung dieser Planungsaufgabe ohne interaktives Eingreifen eines Planers ist in **Bild 7.37** dargestellt. Mit diesem nicht realisierbaren Ideallayout wird der Transportaufwand zwar auf etwa 35% reduziert, aber die Anordnung müsste grundlegend überarbeitet werden, um ein praktisch sinnvolles Layout zu finden. Die gestellte Planungsaufgabe ist interaktiv schneller zu lösen.

Dazu wird in **Bild 7.38** gezeigt, wie das manuelle Anordnen von Betriebsmitteln unterstützt werden kann. Die mit unterschiedlichen Farbstufen gekennzeichneten Polygonflächen markieren Bereiche auf der Planungsfläche, in denen das Anordnen eines Betriebsmittels (im Bild der *Waschmaschine*) einer Erhöhung des Transportaufwands um jeweils 10%, bezogen auf den optimalen Einbauort, entspricht. Betriebsmittel, zu denen das aktuelle Betriebsmittel Transportbeziehungen hat, sind farbig hinterlegt (hier *Fertigteile-Lager*, *Tiefbohrmaschine* und *Sondertiefbohrmaschine*).

In den **Bildern 7.39** und **7.40** ist das Ergebnis der interaktiven Layoutplanung dargestellt. Das in **Bild 7.40** eingebildete Sankeydiagramm zeigt im Vergleich mit **Bild 7.36** deutlich die erreichte Entflechtung der Materialflusstrome. Der Transportaufwand konnte dabei auf ca. 65% des Ausgangswerts gesenkt werden.

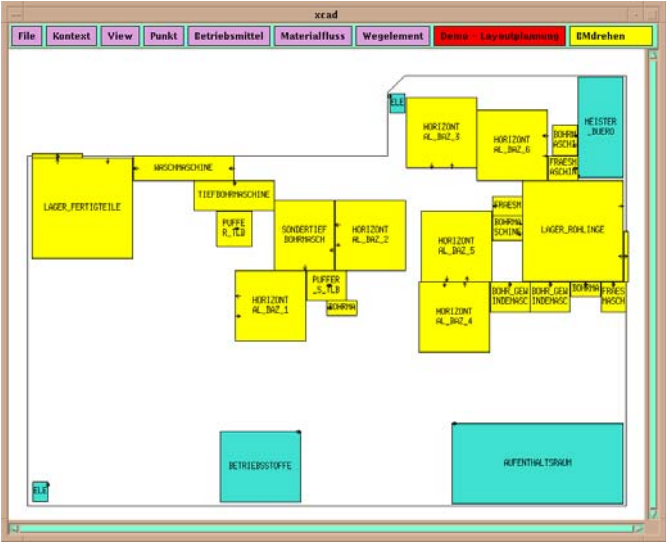


Abb. 7.37. Rein algorithmisch entworfenes Layout

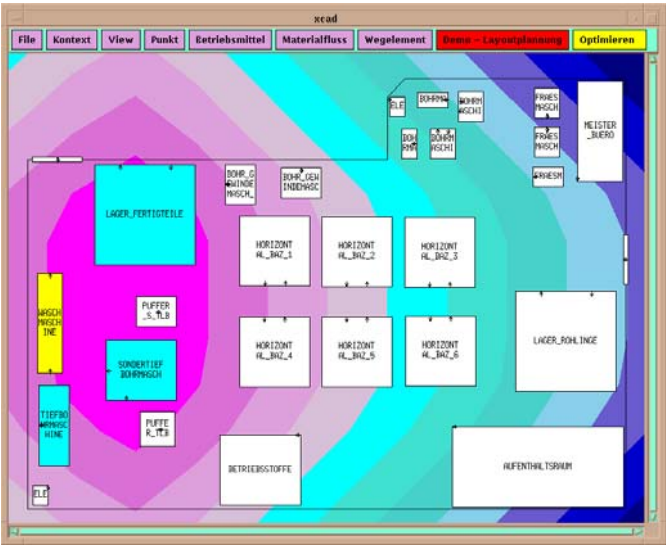


Abb. 7.38. Manuelles Anlagern mit Rechnerunterstützung und Visualisierung

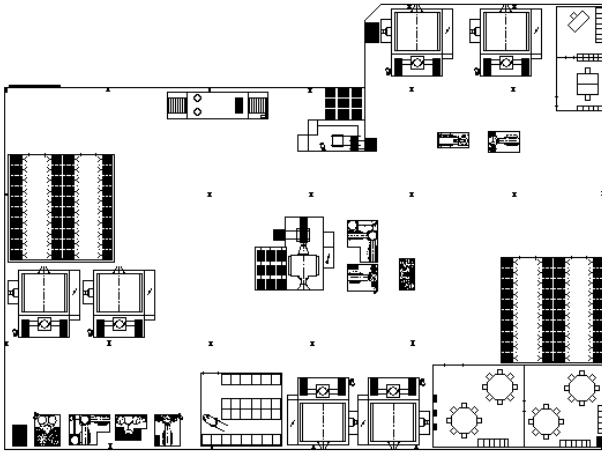


Abb. 7.39. Interaktiv entworfenes Layout (CAD-System MEDUSA)

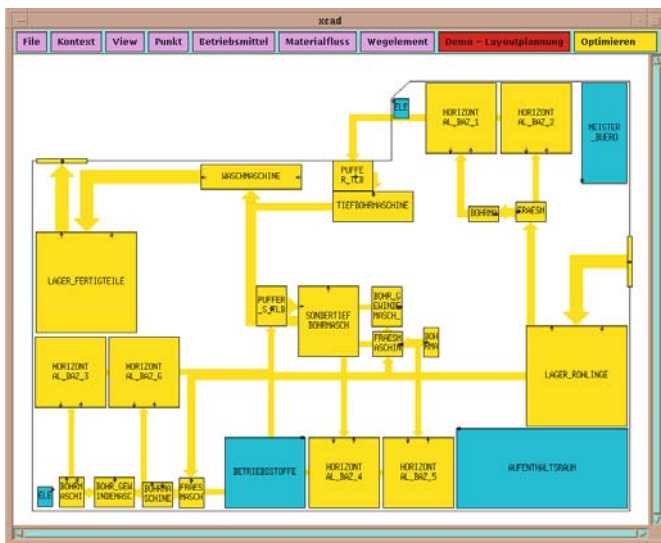


Abb. 7.40. Orthogonales Sankey-Diagramm des interaktiv entworfenes Layouts (X-CAD)

## 7.5 Verfügbarkeit

Nicht geplante Unterbrechungen des Materialflusses wirken sich ungünstig auf die Wirtschaftlichkeit einer Anlage aus. Darum sollte bei Investitionsentscheidungen stets auch eine Prognose des künftigen Ausfall- und Reparaturgeschehens berücksichtigt werden. Als geeignete Kennziffer bietet sich dazu die *Verfügbarkeit* an, die im Wesentlichen die Relation zwischen der Summe der zu erwartenden Ausfallzeiten und der gesamten theoretisch nutzbaren

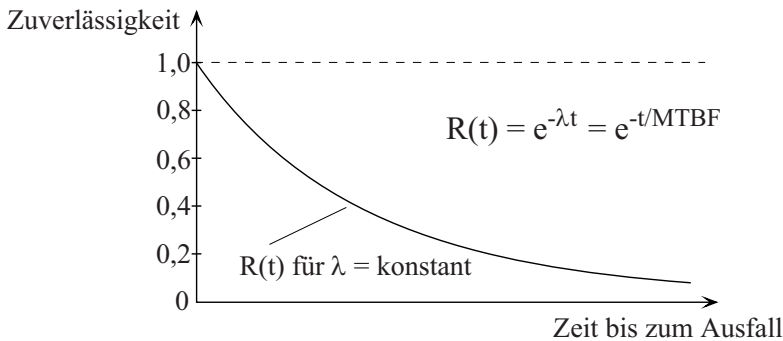
Einsatzzeit erfasst. Allerdings kann die Verfügbarkeit als Zahlenwert im voraus, z.B. in der Planungsphase, nur mit großen Anstrengungen und nicht exakt ermittelt werden. Ihr Nachweis im praktischen Betrieb ist erst nach längerer Beobachtungszeit möglich, weil eine ausreichende Zahl von Ausfällen eingetreten sein muss, um zu statistisch gesicherten Aussagen zu kommen.

### 7.5.1 Definition und Bestimmungsgrößen der Verfügbarkeit

Unter der Voraussetzung, dass die Wahrscheinlichkeiten der Ausfälle zeitabhängig, aber für disjunkte Zeitabschnitte statistisch unabhängig sind, kann der Poisson-Prozess zur mathematischen Darstellung der Ausfälle als „seltenere Ereignisse“ benutzt werden. Damit gilt, dass die Zeiten zwischen je zwei Ausfällen exponentialverteilt sind. Die Verteilungsfunktion der Ausfallzeiten liefert als komplementäre Funktion die sogenannte *Zuverlässigkeitsfunktion*

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (7.17)$$

die eine Prognose des Ausfall- oder Versagensverhaltens, z.B. von Bauelementen (mechanisch, elektrisch, elektronisch) erlaubt, wenn deren *Ausfallraten*  $\lambda$  bekannt sind. Für eine konstante Ausfallrate kann nun die sogenannte *technische Zuverlässigkeit* als die Überlebenswahrscheinlichkeit einer vorgegebenen Zeitdauer sehr einfach bestimmt werden (siehe **Bild 7.41**).



**Abb. 7.41.** Verlauf einer Zuverlässigkeitsfunktion für konstante Ausfallrate

Die Zahlenwerte der Ausfallraten von Bauteilen (z.B. Kugellager) sind üblicherweise das Ergebnis von Lebensdauerprüfungen, die mit ausreichend großen Prüflosen durchgeführt werden. Hier zeigt sich bereits das erste Problem, für die *individuellen* Elemente der Materialflusssysteme die entsprechenden Zahlenwerte ihrer Zuverlässigkeit zu gewinnen. Dies gelingt in der Regel nur durch die Kombination weniger Versuchsergebnisse mit den unternehmensspezifischen Erfahrungswerten qualifizierter Mitarbeiter und mit den Erfahrungswerten kompetenter Bauteilzulieferer. Obwohl die zahlenmäßige

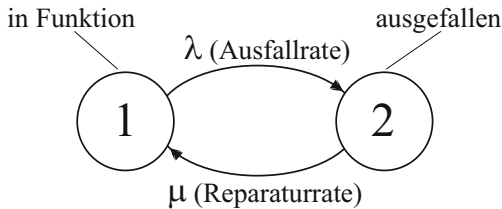


Bestimmung der Zuverlässigkeit von Systemelementen aus deren Ausfallraten analytisch möglich ist, wird sie in der Förder- und Materialflusstechnik wegen der genannten Schwierigkeit noch selten auf diese Weise vorgenommen.

Aus wirtschaftlichen Gründen werden technische Systeme nach Versagensfällen so schnell wie möglich wieder in einen funktionsfähigen Zustand zurückversetzt. Die zufällige Folge der Zustände „funktionsfähig“ und „ausgefallen“ kann in mathematisch gleicher Weise wie in Kapitel 4 vereinfacht als Markov-Prozess modelliert und anschaulich als Zustandsgraph dargestellt werden, sofern folgende Voraussetzungen erfüllt sind:

- Das System befindet sich zu jedem Zeitpunkt in genau einem seiner möglichen Zustände.
- Die Übergangsraten  $\lambda$  und  $\mu$  zwischen den Zuständen sind konstant.
- Frühere Zustände haben den gegenwärtigen Zustand herbeigeführt und beeinflussen den künftigen Ablauf des Zufallsprozesses nicht mehr.

Diese einschränkenden Voraussetzungen akzeptiert man bei der praktischen Durchführung der meisten Verfügbarkeitsprognosen und -diagnosen, so auch für Materialflusssysteme. Selbst sehr komplexe Anlagen können als binäre Systeme gemäß **Bild 7.42** modelliert werden, wenn nur die beiden Zustände „in Funktion“ und „ausgefallen“ interessieren.



**Abb. 7.42.** Zustandsgraph eines binären Systems

Die Funktionsfähigkeit des binären Systems, mathematisch formuliert, ist die Wahrscheinlichkeit  $P_1(t)$ , dass es sich zu beliebiger Zeit  $t$  im Zustand 1 (in Funktion) befindet. Wird die Funktionsfähigkeit zur Zeit  $t = 0$  als  $P_1(0) = \alpha$ , mit  $0 \leq \alpha \leq 1$  geschrieben, so ist  $P_2(0) = 1 - \alpha$  die Wahrscheinlichkeit der Nicht-Funktionsfähigkeit. Mit den konstanten Übergangsraten des binären Systems führt die Lösung des linearen Gleichungssystems zu der gesuchten Wahrscheinlichkeit  $P_1(t)$ , die per Definition der *Verfügbarkeit* entspricht:

$$P_1(t) = V(t) = \frac{\mu}{\mu + \lambda} + \left( \alpha - \frac{\mu}{\mu + \lambda} \right) \cdot e^{-(\mu + \lambda)t} \quad (7.18)$$

An dieser Gleichung ist die wichtige Tatsache erkennbar, dass die Verfügbarkeit eine Funktion der Zeit ist! Erst der Grenzübergang für  $t \rightarrow \infty$  liefert die bekannte einfache Form:

$$V = \lim_{t \rightarrow \infty} P_1(t) = \frac{\mu}{\mu + \lambda} \quad (7.19)$$

Die nach Gleichung (7.19) berechnete Verfügbarkeit kennzeichnet demnach einen Prozess, der sich über sehr lange Zeit in einem Gleichgewichtszustand zwischen *Verschlechterung* (infolge von Ausfällen) und *Verbesserung* (infolge von Reparaturen) befindet. Unter dieser Voraussetzung kann die Verfügbarkeit auch aus den statistisch gesicherten Werten:

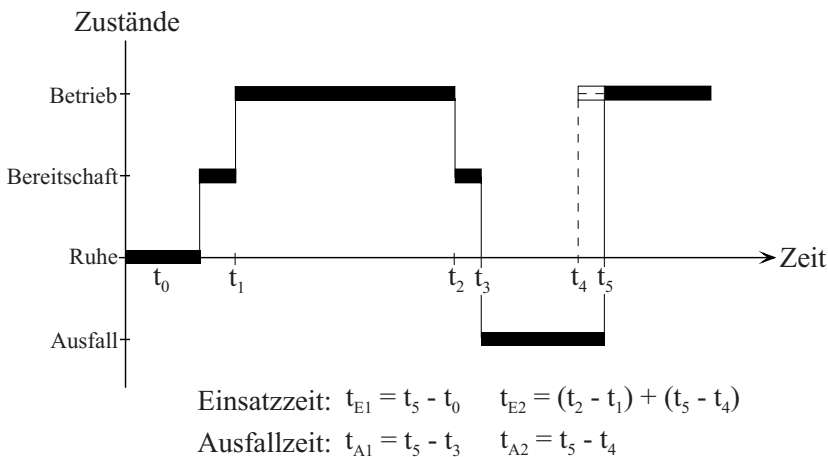
$$\begin{aligned} \text{MTBF} &= E(t_E) = \text{Erwartungswert der störungsfreien Einsatzzeitdauern (mean time between failures)} \\ \text{MTTR} &= E(t_A) = \text{Erwartungswert der Ausfallzeitdauern (mean time to repair)} \end{aligned}$$

berechnet werden.

Mit  $\text{MTBF} = 1/\lambda$  und  $\text{MTTR} = 1/\mu$  kann Gleichung (7.19) dann in einer Form geschrieben werden, die man in der Literatur sehr oft findet:

$$V = \frac{\text{MTBF}}{\text{MTBF} + \text{MTTR}} \quad (7.20)$$

Die Zahlenwerte der nach Gleichung (7.20) berechneten Verfügbarkeit sind u.a. davon abhängig, welche Vereinbarungen zwischen dem Hersteller und dem Betreiber einer Materialflussanlage über die verfügbarkeitsmindernde oder verfügbarkeitsneutrale Wirkung von Ausfallzeiten  $t_A$  getroffen wurden. Dies ist beispielhaft in **Bild 7.43** dargestellt: Unter der Voraussetzung, dass Ausfälle während der Bereitschaftszeit den Betrieb effektiv nicht behindern, werden kürzere Ausfallzeiten  $t_{A2}$  und somit höhere Verfügbarkeiten berechnet.



**Abb. 7.43.** Betriebszustände und deren Zeitanteile

Solche Vereinbarungen sind notwendig und widersprechen keineswegs der Definition oder dem mathematischen Hintergrund der Verfügbarkeit. Die Aufteilung der Ausfallzeiten soll die Zuständigkeit für Zeitanteile zwischen Hersteller und Betreiber regeln; einen sinnvollen Vorschlag hierzu macht die FEM-Regel 9.222:

$$t_A = t_{A1} + t_{A2} + t_{A3} + t_{A4} \quad (7.21)$$

mit:

$t_{A1}$  = Zeitdauer zwischen Auftreten einer Störung und Beginn der Störungssuche durch das zuständige Personal

$t_{A2}$  = Zeitdauer, die zur Feststellung des Störungsgrundes benötigt wird

$t_{A3}$  = Zeitdauer für die Vorbereitung und Organisation der Störungsbehebung, Bereitstellung, usw.

$t_{A4}$  = Zeitdauer, die zur Behebung der Störung bis zur Betriebsbereitschaft oder bis zur Wiederaufnahme des Betriebes benötigt wird (die eigentliche Reparaturzeit). Die Betriebsbereitschaft der Anlage kann wiederhergestellt sein vor dem endgültigen Abschluss der Reparatur. Dabei ist zu beachten, dass die Ausfallzeit sowohl in der Bereitschaftszeit als auch in der Betriebszeit liegen kann. Somit gilt:

$$t_A = t_{ABer} + t_{ABtr}$$

mit:

$t_{ABer}$  = Ausfallzeit während der Bereitschaftszeit

$t_{ABtr}$  = Ausfallzeit während der Betriebszeit

Es zeigt sich hier bereits sehr deutlich, dass die Verfügbarkeit nicht ohne weiteres als eine „Systemkonstante“ anzusehen ist, die der Hersteller allein beeinflussen kann. Zwar hängt die Verfügbarkeit von der „Qualität“ im weitesten Sinne ab, also wie oben gesagt von der „Zuverlässigkeit“ der Systemelemente, ferner von ihrer reparaturfreundlichen konstruktiven Gestaltung, aber auch von den Beanspruchungen im Betrieb, von diversen organisatorischen Bedingungen und von den Instandhaltungsmaßnahmen. Demnach lassen sich quantitativ verschiedene Verfügbarkeiten angeben, die alle auf der gleichen Definition basieren und alle nach dem einfachen Zusammenhang der Gleichung (7.20) berechnet werden, jedoch unterschiedliche Vereinbarungen der Bestimmungsgrößen  $t_E$  und  $t_A$  berücksichtigen und somit verschiedene Zuständigkeiten erkennen lassen (wie in **Tabelle 7.8** dargestellt).

### 7.5.2 Verbesserung der Verfügbarkeit von Systemen durch die Anordnung ihrer Elemente

Zur Anhebung der Verfügbarkeit komplexer Systeme bieten sich neben der erwähnten Qualitätsverbesserung einzelner Systemelemente auch Möglichkei-

Verfügbarkeit	zu berücksichtigende Zeiten	zuständig
theoretische (innere)	nur für Ausfall und Instandsetzung	Zulieferer, Hersteller
technische	zusätzlich für Inspektion, Wartung/ Instandhaltung	Zulieferer, Hersteller, Betreiber
operationelle	zusätzlich für administrative organisator., logistische Verzögerungen	Zulieferer, Hersteller, Betreiber und andere
totale	zusätzlich die nicht beeinflussbaren (höhere Gewalt)	Alle, Umwelt, Markt usw.

**Tabelle 7.8.** Quantitativ verschiedene Verfügbarkeiten in Anlehnung an VDI-Richtlinie 4004.0, Blatt 4

ten über die Verknüpfung der Systemelemente miteinander. Ist zur Funktion eines Systems die Funktion eines jeden Elements erforderlich, so entspricht dies einer Reihenanordnung aller Systemelemente.

Die Gesamt-Verfügbarkeit für diesen Fall wird durch Multiplikation der Verfügbarkeiten der Elemente  $i = 1$  bis  $n$  berechnet:

$$V_{ges} = \prod_{i=1}^n V_i \quad (7.22)$$

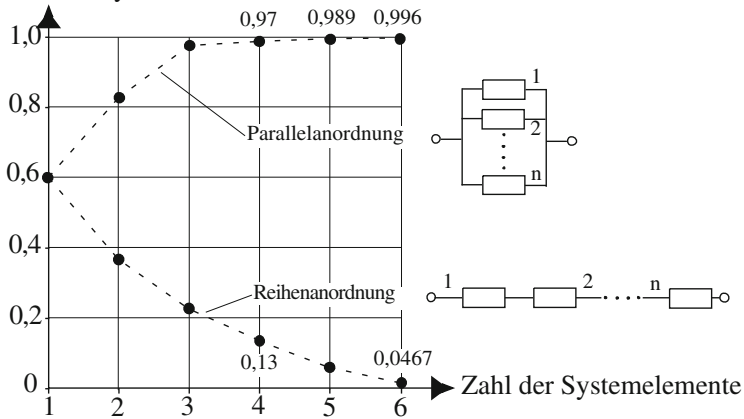
Ist dagegen für die Funktion eines Systems die Funktion eines seiner Elemente bereits ausreichend, so entspricht dies einer Parallelanordnung. Die Gesamt-Verfügbarkeit dieser Anordnung wird aus den Verfügbarkeiten der Elemente dann wie folgt berechnet:

$$V_{ges} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - V_i) \quad (7.23)$$

**Bild 7.44** zeigt für die Parallel- und Reihenanordnung mehrerer Systemelemente der gleichen Element-Verfügbarkeit, wie sich die System-Verfügbarkeit mit der Zahl der Elemente drastisch ändert. Der Zahlenwert  $V_i = 0,6$  für ein einzelnes Systemelement ist bewußt sehr niedrig gewählt, um den Effekt deutlich zu machen. Dadurch ist die System-Verfügbarkeit bei nur sechs in Reihe angeordneten Elementen bereits unter 0,05 abgesunken! In der Praxis sind bereits Systemverfügbarkeiten von weniger als 90% nicht mehr akzeptabel. Aber auch bei einem sehr guten Praxiswert des Elements von  $V_i = 0,99$  würde die Verfügbarkeit des Systems bei zehn in Reihe angeordneten Elementen auf  $\approx 0,9$  absinken, bei 50 Elementen bereits auf  $\approx 0,6$  und bei 100 Elementen auf  $\approx 0,36$ ! Es gibt viele Fälle in der Materialflusstechnik, wo mehr als 100 Elemente gleichzeitig funktionieren müssen, um eine fehlerfreie Funktion zu erbringen!

Die Verbesserung der Verfügbarkeit durch Parallelschalten ist ebenso drastisch. Hier zeigt sich der Weg, Systeme hoher Verfügbarkeit aus *normalen*

## Verfügbarkeit des Systems



**Abb. 7.44.** System-Verfügbarkeiten für Parallel- und Reihenanordnungen mehrerer Systemelemente mit  $V_i = 0,6$

Elementen durch geschickte Kombination von Reihen- und Parallelanordnung aufzubauen, d.h. Systeme ganz oder teilweise *redundant* zu gestalten, sodass Teilbereiche gelegentlich kurzzeitig ausfallen dürfen.

Bereits die grobe theoretische Betrachtung gibt einen deutlichen Hinweis, wie wichtig es ist, die Anordnung der Elemente eines Materialflusssystems rechtzeitig zu bedenken. Dies gilt für die Mechanik wie für die elektrische Steuerung und die eingesetzten Rechner in gleicher Weise.

### 7.5.3 Die Problematik des Nachweises der Verfügbarkeit

Bei jedem realen System ändert sich der Zahlenwert der Verfügbarkeit über längere Zeiträume. Das liegt z.B. daran, dass die Ausfallraten  $\lambda$  und die Wartungsraten  $\mu$  keine Konstanten sind. Somit dürfen auch die MTBF und die MTTR nicht mehr als konstante Werte aufgefasst werden. Die Berechnung der Verfügbarkeit kann demnach lediglich eine *Zeit*-Verfügbarkeit für eine Beobachtungszeit sein, während der einigermaßen gleichbleibende Bedingungen (u.a.  $\lambda \approx \text{konst.}$ ) herrschen. Es ist z.B. nicht sinnvoll, die Verfügbarkeit einer Anlage während der Anlaufphase zu messen, weil die Ausfallrate i.d.R. dann noch hoch ist und üblicherweise während der folgenden Monate deutlich zurückgehen wird.

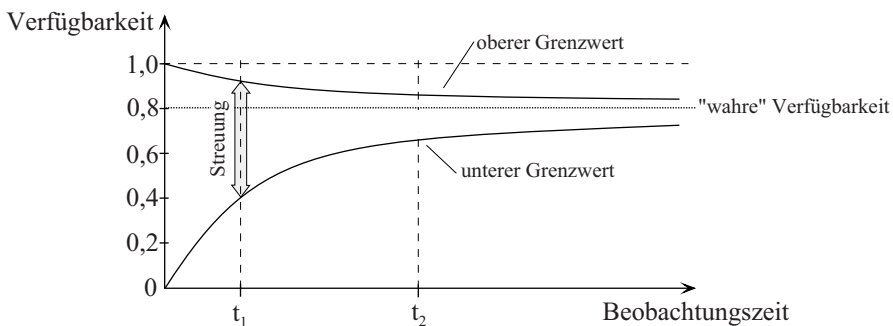
Die Verfügbarkeit muss unter Anwendung der üblichen statistischen Methoden ermittelt werden, d.h. dass einzelne Messungen nicht ausreichen und mehrere Messungen durchgeführt werden müssen („Eine Messung ist *keine* Messung“). Verlässliche Zahlenwerte für die Verfügbarkeit eines ganzen Systems kann man nur aus den Ergebnissen wiederholter Beobachtungen der Bestimmungsgrößen gewinnen. Für einzelne Bauteile kann die Verfügbarkeit

(bzw. Zuverlässigkeit) auch aus der gleichzeitigen Beobachtung eines ausreichend großen Kollektivs ermittelt werden; die Werte kann man gelegentlich von den Zulieferern solcher Bauteile erhalten.

Zunächst führt die empirische Ermittlung der Verfügbarkeit wie jedes Stichprobenexperiment zu einer Datenmenge, die man als Verteilung (im einfachsten Fall als Histogramm) darstellen kann. Ist die Streuung dieser Verteilung sehr groß, so lässt das prinzipiell zwei verschiedene Erklärungen zu:

- a) Die Verfügbarkeit schwankt tatsächlich mit der gemessenen Streuung, z.B. weil die Ausfallrate nicht annähernd konstant ist.
- b) Die Beobachtungszeit ist (im Vergleich zu der tatsächlichen MTBF bzw. MTTR) zu kurz gewesen.

Erst wenn die Wiederholungen der Messreihe mit längeren Beobachtungszeiten geringere Streuungen liefern, darf man die Erklärung a) verwerfen und erkennt gegebenenfalls den Bereich, in dem der „wahre“ Wert der Verfügbarkeit liegt. Das aber bedeutet, dass eine Anlage umso länger beobachtet werden muss, je „besser“ sie ist, weil eine statistisch notwendige Mindestanzahl von Ausfällen für die Auswertung vorliegen muss. **Bild 7.45** soll diesen Zusammenhang deutlich machen. Dazu ist die unbekannte „wahre“ Verfügbarkeit eines Materialflusssystems mit dem Wert 0,8 eingetragen. Dies sei die theoretische (innere) Verfügbarkeit auf der Basis *absolut* konstanter Ausfall- und Reparaturraten. Ein Beobachter, der diese „wahre“ Verfügbarkeit noch nicht kennt, wird als Ergebnis von Messungen über jeweils sehr kurze Beobachtungszeiten ( $t_1$ ) eine große Streuung der ermittelten Werte feststellen und die Erklärung a) oder b) vermuten. Wiederholte Messungen mit längeren Beobachtungszeiten ( $t_2$ ) liefern als Ergebnis möglicherweise eine Verteilung mit wesentlich geringerer Streuung und deutlicher erkennbarem Mittelwert als *Schätzwert* der „wahren“ Verfügbarkeit.



**Abb. 7.45.** Grenzwerte der Verfügbarkeit als Funktion der Beobachtungsdauer für ein System mit einer gleichbleibenden „wahren“ Verfügbarkeit

Wegen der in der Praxis stets schwankenden Ausfallraten werden auch die *technischen* Verfügbarkeiten und noch viel mehr die *operationellen* Verfügbarkeiten stets innerhalb von Bereichen schwanken. Mit den Methoden der Statistik lassen sich für diese *Vertrauensbereiche* die oberen und die unteren Grenzen berechnen. Die Grenzen ermittelt man nach dem in Abschnitt 3.6 ausgeführten Vorgehen für eine gewählte statistische Sicherheit umso exakter, je mehr Messwerte vorliegen. Für den Nachweis der Verfügbarkeit aus vertraglicher Sicht interessiert insbesondere die untere Vertrauensgrenze. Mit Gleichung (7.20) kann man diesen unteren Grenzwert der Verfügbarkeit aus dem unteren Grenzwert  $MTBF_U$  und dem oberen Grenzwert  $MTTR_O$  berechnen zu:

$$V_U = \frac{MTBF_U}{MTBF_U + MTTR_O} \quad (7.24)$$

Der einschlägigen Literatur (z.B. Bitter (1986)) ist für die Berechnung der  $MTBF_U$  und  $MTTR_O$  zu entnehmen:

$$MTBF_U = \frac{2 \cdot (t_E - t_A)}{\chi_{2(N+1);(1-\alpha/2)}^2} \quad (7.25)$$

$$MTTR_O = \frac{2 \cdot t_A}{\chi_{2M;(1-\alpha/2)}^2} \quad (7.26)$$

darin sind  $\chi^2$  die tabellierten Werte der  $\chi^2$ -Verteilung für:

N	=	Zahl der Ausfälle
M	=	Zahl der Reparaturen
$\alpha$	=	Irrtumswahrscheinlichkeit
$t_E$	=	kumulierte Einsatzzeiten
$t_A$	=	kumulierte Ausfallzeiten

Eine seriöse vertragliche Vereinbarung über den Nachweis der Verfügbarkeit sollte eine Auswertevorschrift mit Angabe des Vertrauensbereiches auf der Basis bekannter statistischer Schätzverfahren enthalten.

## 7.6 Simulation

*Simulieren* im weitesten Sinne heißt, Experimente nicht am Original, sondern an einer geeigneten Nachbildung (Modell) durchzuführen. *Simulationen* sind zu wichtigen Hilfsmitteln in vielen Bereichen der Wissenschaft und der Technik geworden. Häufig ist die Simulation das einzig mögliche Verfahren, mit Prozessen in sehr komplexen Systemen zu experimentieren, beispielsweise mit wirtschaftlichen oder gesellschaftlichen Entwicklungen unter gegebenen und unter hypothetischen Randbedingungen.

In Naturwissenschaft und Technik bieten sich neben dem vermutlich niemals völlig unverzichtbaren Experimentieren am Original häufig Möglichkeiten zur *physischen* Simulation an Funktionsmodellen eines Systems oder seiner Elemente. Zunehmend werden jedoch rein *numerische* Simulationen auf Computern durchgeführt. Die Nachbildung (Modell) des Originals ist in diesem Fall eine *rechnerinterne Darstellung*, welche die in der Wirklichkeit gegebenen Situationen und Vorgänge mit für die Beantwortung der zu untersuchenden Fragestellungen ausreichender Genauigkeit abbildet. Das eigentliche Experimentieren besteht darin, durch Verändern von Daten oder Strategien zu Erkenntnissen zu gelangen, die (möglicherweise erst nach Interpretation) auf die Wirklichkeit übertragbar sind. Die hier behandelten *Materialflusssimulationen* sind in diesem Sinne zu verstehen.

Die (numerische) Simulation bietet sich als Verfahren zur Untersuchung von Problemen in Materialflussprozessen an, wenn es (noch) keine oder nur sehr aufwändige analytische Berechnungsverfahren gibt und wenn Experimente am Original unwirtschaftlich (Kosten, Zeit) oder unzulässig (Gefahr, Risiko) sind. Es ist möglich verschiedene Gestaltungsvarianten bei geringem Arbeitsaufwand zu testen.

Nachfolgend wird an zwei Beispielen gezeigt, wie man dynamische Vorgänge in Materialflussprozessen simuliert. Dabei wird auch auf die Verbindung mit analytischen Verfahren eingegangen.

### 7.6.1 Simulation der Arbeitsweise eines Regalbediengeräts im Hochregallager

In Kapitel 5 hatten wir u. a. die Frage gestellt, welche Spielzeit ein Regalbediengerät (RBG) während einer längeren Beobachtungsdauer „im Mittel“ benötigt. Mit Gleichung (5.48) für den Erwartungswert  $E(t_s)$  der Einzelspiele konnte die Antwort auf *analytischem* Wege gefunden werden.

Wie würde man nun die gleiche Fragestellung mittels einer *stochastischen numerischen Simulation* bearbeiten und zu welchem Ergebnis käme man? Dazu kann auf einige Vorarbeiten aus Kapitel 5 zurückgegriffen werden. In einem praxisnahen Modell ist der Zeitbedarf  $t_s$  für ein typisches Arbeitsspiel des Regalbediengerätes aus Bild 5.24 ablesbar und mit Gleichung (5.23) beschrieben. Darin sind die relevanten Wegzeiten  $t_x$  und  $t_z$  entsprechend den Gleichungen (5.26) und (5.30) oder (5.32) einzusetzen.

Zur vollständigen Beschreibung des Modells muss nun noch festgelegt werden, nach welcher Wahrscheinlichkeitsverteilung das Regalbediengerät die Lagerfächer bedienen soll. Wie in der analytischen Betrachtung soll für alle  $m$  Lagerfächer die gleiche Anfahrtswahrscheinlichkeit gegeben sein, also  $p_i = \frac{1}{m}$ . Zur Durchführung der Simulation werden demnach  $m$  unabhängige Zufallszahlen  $Z_i$  benötigt, die insgesamt eine diskrete Gleichverteilung mit dem Verteilungsgesetz  $p_i = \frac{1}{m}$  darstellen (siehe 3.5.1).



Die Simulation der Arbeitsweise des Regalbediengerätes läuft nun wie folgt ab:

- Die Simulationsuhr wird auf  $t = 0$  gestellt.
- Die erste, nach einem festen Schema ausgewählte Zufallszahl  $Z_1$  dient als Startwert für einen Algorithmus zur Bestimmung des ersten zu bedienenden Lagerfaches, mit dessen Koordinaten die Spielzeit  $t_{s1}$  des ersten Arbeitsspiels nach Gleichung (5.23) berechnet wird.
- Danach wird die Simulationsuhr um den diskreten Wert  $t_{s1}$  vorgerückt (darum auch die Bezeichnung „diskrete Simulation“).
- Weitere Zufallszahlen  $Z_2, Z_3, \dots$  lösen jeweils die Bestimmung neuer Ziel-fächer und die Berechnung der zugehörigen Spielzeiten  $t_{s2}, t_{s3}, \dots$  aus.
- Wegen der jeweils auf ein Ereignis (z.B. „Arbeitsspiel beendet“) bezogenen Zeitfortschreibung ist die Bezeichnung „ereignisorientierte Simulation“ üblich.<sup>4</sup>
- Der Simulationslauf wird in der beschriebenen Weise solange fortgesetzt, bis eine vorgegebene Abbruchbedingung erfüllt ist. Als Abbruchbedingung kann beispielsweise die mit zunehmender Spielzahl abnehmende Streuung der fortlaufend aus den gespeicherten Spielzeiten berechneten Mittelwerte

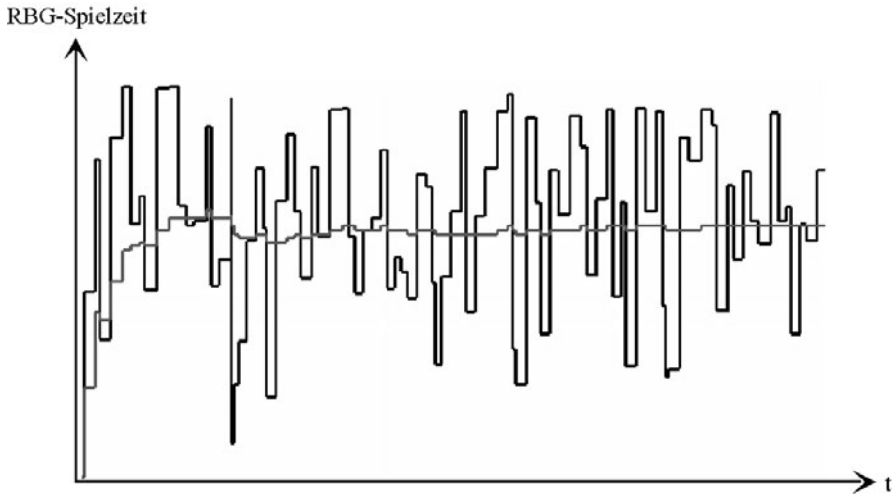
$$\bar{t}_{s(n)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{s_i} \quad (7.27)$$

vereinbart werden (siehe **Bild 7.46**). Hier zeigt sich deutlich, dass eine Simulation im Prinzip auf Stichproben aus dem Verhalten des Modells beruht.

Selbst wenn die Anzahl  $n$  der simulierten Arbeitsspiele größer als die Anzahl  $m$  der Lagerfächer ist, hat man bei der hier beschriebenen stochastischen Simulation theoretisch noch keine Sicherheit, dass der gefundene Mittelwert dem analytisch aus Gleichung (5.48) berechenbaren Erwartungswert  $E(t_s)$  entspricht (siehe Abschnitt 3.6.2, Bedeutung des Stichprobenumfangs). In dem vorgestellten, einfachen Beispiel wäre der Aufwand einer Simulation mit zufälliger Auswahl der Lagerfächer im Grunde nicht nötig gewesen, weil die

<sup>4</sup> andere Möglichkeit: Zeit- oder Zeitschrittorientierte Simulation:

Bei *zeitgesteuerter* Simulation (auch zeitschrittorientierte Simulation genannt) wird die Simulationszeit  $t$  in Inkrementen fester oder variabler Schrittlänge vorangeschaltet. Nach jeder Zeiterhöhung treten alle Ereignisse in einer prinzipiell willkürlichen Reihenfolge ein. Das Inkrement muss dabei klein genug gewählt werden, damit ein in einem Zeitintervall eintretendes Ereignis nur Ereignisse in der simulierten Zukunft, nicht aber andere Ereignisse des gleichen Zeitintervalls beeinflussen kann. Andererseits sollte das Inkrement jedoch auch nicht zu klein gewählt werden, damit möglichst wenig Intervalle simuliert werden müssen, in denen überhaupt keine Ereignisse stattfinden. Die Simulation solcher *Totzeiten* stellt einen wesentlichen Nachteil zeitgesteuerter Simulation dar.



**Abb. 7.46.** Streuung der simulierten Spielzeiten (schwarze Kurve) sowie der daraus bestimmten mittleren Spielzeit (graue Kurve) des Regalbediengerätes über der abgelaufenen Simulationszeit

numerische Berechnung unter Verwendung der in Gleichung (5.33) enthaltenen Vorarbeit ein *sicheres* Ergebnis mit wesentlich geringerem Aufwand liefern kann. Für  $n = m$  berechnete Arbeitsspiele wird jedes Lagerfach genau einmal bedient, und die Zahl der Stichproben entspricht somit der Zahl der Elemente der Grundgesamtheit. Gelegentlich wird diese Vorgehensweise als *deterministische Simulation* bezeichnet. Eine geschlossene analytische Lösung kann auf diese Weise allerdings ebensowenig wie mit der Simulation gefunden werden. D.h. für jede Parameteränderung (z.B. Länge und Höhe der Regalwand, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen des Regalbediengerätes in  $X$ - oder  $Z$ -Richtung) muss, ebenso wie bei der Simulation, die gesamte numerische Berechnung stets aufs Neue durchgeführt werden. Der funktionale Einfluss der Parameter auf das Ergebnis der Berechnung bleibt auch bei noch so vielen Wiederholungen verborgen, während er sich in Gleichung (5.48) deutlich zeigt.

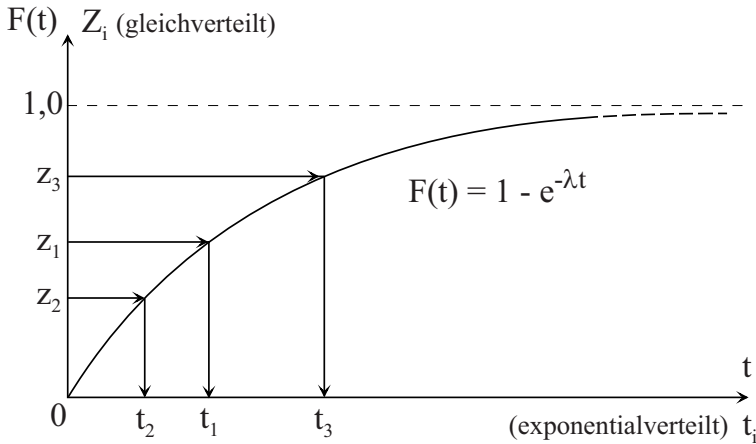
Im „Simulations-Alltag“ wird gelegentlich zu früh auf der ersten programmierbaren Nachbildung des Originals mit einer numerischen Simulation aufgesetzt, ohne die möglichen analytischen oder numerischen Lösungsverfahren anzuwenden. Wie das nächste Beispiel zeigen wird, ist die Simulation geeignet, Fragestellungen zu untersuchen, wenn analytische Verfahren versagen oder nur unzureichende Aussagen erlauben.

### 7.6.2 Simulation eines Warteprozesses

Im zweiten Teil des Beispiels in Abschnitt 4.11 wurde der Übergang zwischen einer Rollenbahn und einem Kreiskettenförderer als  $M|D|1$ -Wartesystem mit-

hilfe der in Kapitel 4 angegebenen Gleichungen behandelt. Nachfolgend wird gezeigt, wie man für dieses M|D|1-Wartesystem eine Simulation durchführt und zu welchen Ergebnissen man dabei kommt.

Um die poissonverteilten Ankünfte der Werkstücke im Simulationsmodell bzw. im Simulator nachzubilden, werden nun exponentialverteilte zufällige Zwischenankunftszeiten benötigt. Nach der *Inversionsmethode* können die gleichverteilten Zahlen zwischen Null und Eins, die ein Zufallszahlengenerator üblicherweise liefert, ohne Schwierigkeiten in Zufallszahlen aus anderen Verteilungen umgewandelt werden. Die Methode ist in **Bild 7.47** für eine Exponentialverteilung grafisch dargestellt.



**Abb. 7.47.** Inversionsmethode zur Gewinnung von exponentialverteilten Zwischenankunftszeiten  $t_i$  aus gleichverteilten Zufallszahlen  $Z_i$

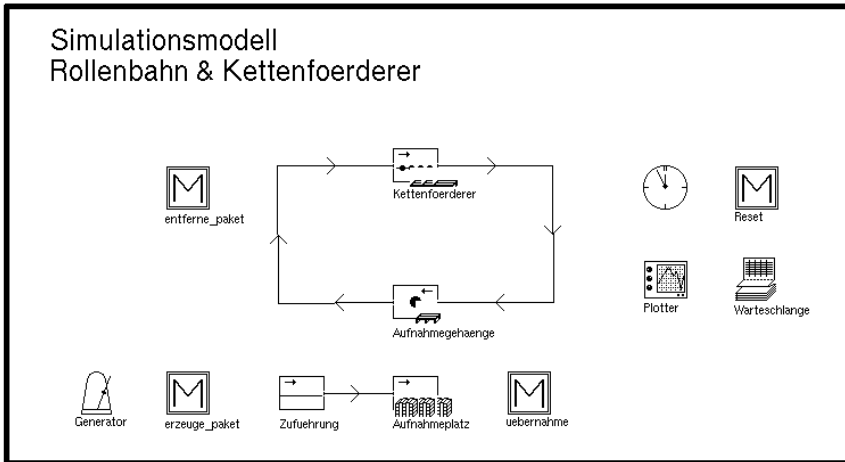
In gleicher Weise wie in Beispiel 7.6.1 die Folge der Lagerfächer, kann jetzt während eines Simulationslaufs die Folge der Werkstückankünfte in der Stautrecke der Rollenbahn durch Ziehen von Zufallszahlen bestimmt werden. Die Berechnung der entsprechenden Zahlenwerte aus der inversen Funktion

$$t_i = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1 - z_i) \quad (7.28)$$

stellt sicher, dass am Ende des Simulationslaufs die zufällig gewählten Zwischenankunftszeiten mit guter Näherung exponentialverteilt sind.

In **Bild 7.48** ist für das Beispiel des Kettenförderers die grafische Oberfläche des zugehörigen Simulationsmodells dargestellt: Mittels eines Generators werden die Fördereinheiten (Pakete) durch die Methode<sup>5</sup> **erzeuge-paket** im

<sup>5</sup> Steuerungsbausteine werden im Simulationsmodell als „Methode“ bezeichnet und im Bild mit einem „M“ symbolisiert



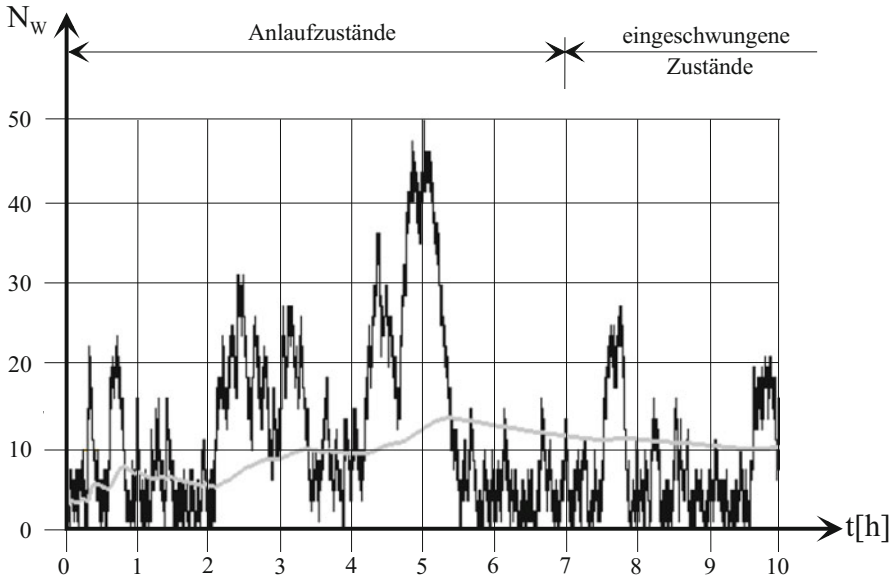
**Abb. 7.48.** Simulationsmodell für die Übergabe von Fördereinheiten einer Rollenbahn an einen Kettenförderer

Modell erzeugt und über die Zuführung zum Aufnahmeplatz gebracht. Sobald dort ein Aufnahmegehänge des Kettenförderers eintrifft, wird die Methode **uebernahme** aktiv und sorgt für die Übergabe der Fördereinheit an den Kettenförderer. Der weitere Verbleib der Fördereinheiten ist in diesem Beispiel nicht von Interesse, deshalb werden durch die Methode **entferne-paket** die Aufnahmegehänge nach dem Verlassen des Aufnahmeplatzes wieder entleert. Die dynamischen Prozesszustände während der Simulation können auf einem Plotter – entsprechend der Darstellung von Bild 7.46 – ausgegeben werden. Zur Initialisierung des Modells dient die Methode **reset**; die Verwaltung der diskreten Prozesszustände im zeitlichen Ablauf erfolgt mit einem sogenannten Ereignisverwalter.

Der numerisch simulierte stochastische Ankunftsprozess (M) und der streng determinierte (getaktete) Abfertigungsprozess (D) liefern für jeden Zyklus des Simulationslaufes eine aktuelle Belegung des Stauraums, d.h. die Länge der Warteschlange  $N_W$ . Graphische Darstellungen der Ausgabedatei – wie in **Bild 7.49** – lassen die Dynamik des Prozesses, hier der Zu- und Abnahme der Warteschlangenlänge  $N_W(t)$ , deutlich erkennen. Mit den Daten können u.a. Schätzungen der mittleren Warteschlangenlänge durchgeführt und mit den entsprechenden Werten der analytischen Verfahren verglichen werden. An Bild 7.49 zeigt sich wiederum sehr deutlich der Charakter des Stichprobenexperiments einer Simulation und damit die Bedeutung des Probenumfangs.<sup>6</sup>

Die Simulation zeigt im Gegensatz zu analytischen Verfahren den Unterschied zwischen Anlaufzuständen und sogenannten *eingeschwungenen* Zu-

<sup>6</sup> vgl. hierzu Whitt (1989)



**Abb. 7.49.** Darstellung dynamischer Prozesszustände über der abgelaufenen Simulationszeit (schwarze Kurve: Aktuelle Warteschlangenlänge  $N_w(t)$ , graue Kurve: Mittlere Warteschlangenlänge  $\bar{N}_w(t)$ )

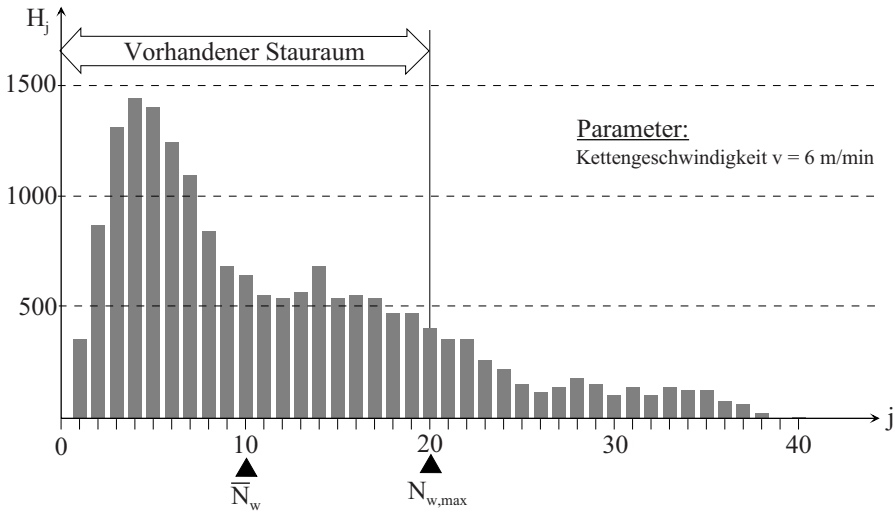
ständen sehr deutlich. Dies ist jedoch nicht immer als Vorteil zu werten. Sofern Anlaufzustände nicht interessieren und die dazu benötigte Simulationszeit gespart werden soll, muss der Simulationslauf mit einem eingeschwungenen Zustand gestartet werden. Die geeigneten Startbedingungen festzulegen, ist allerdings nicht immer einfach.

Während die analytische Berechnung unter Abschnitt 4.11 zunächst nur die mittlere Warteschlangenlänge der eingeschwungenen Zustände lieferte, erlaubt die statistische Auswertung eines Simulationslaufs nun detaillierte Angaben zur Auslastung des Systems und zur Häufigkeitsverteilung der Stauraumbelegung, wie beispielsweise in **Bild 7.50** dargestellt. Des Weiteren ist es möglich, die Auswirkung einer während des Betriebs zustandsabhängig änderbaren Kettengeschwindigkeit für das Beispiel 4.11 zu simulieren.

Es ist leicht vorstellbar, dass Simulationen für Wartesysteme mit beliebigen Ankunfts- und Abfertigungsprozessen ohne prinzipielle Schwierigkeiten in der hier dargestellten Weise durchgeführt werden. Besondere Vorteile bieten sich bei Systemen, die analytisch schwierig zu behandeln sind, wie z.B.  $G|G|m$ -Systeme oder die in Kapitel 4 vorgestellten vernetzten Wartesysteme.

### 7.6.3 Simulation vernetzter Materialflusssysteme in der Planungsphase

Häufig wird in der industriellen Praxis die Simulation für die Analyse von vernetzten Materialflusssystemen eingesetzt. Vor der Investition in teure An-

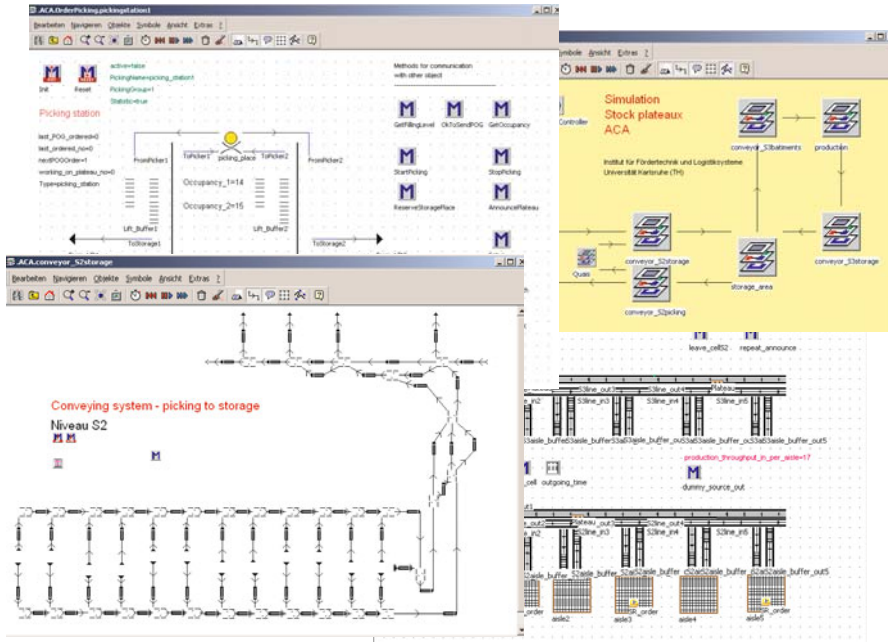


**Abb. 7.50.** Häufigkeiten der Stauraumbelegung während des Simulationslaufs im eingeschwungenen Zustand

lagen sollten die in die engere Wahl gezogenen Varianten hinsichtlich Kapazitäten, Layout, Produktionsplänen und Steuerungsstrategien untersucht werden. Eine Simulation kann vorab helfen, Schwachstellen und Engpässe im geplanten System zu identifizieren und folglich zu korrigieren. Es können mehrere Gestaltungsvarianten bei geringem Aufwand untersucht werden. Produktionspläne und Steuerungsstrategien können vor Inbetriebnahme der Anlagen untersucht und verbessert werden.

Die Simulation ist als Hilfsmittel zur Bewertung für Planungsvarianten und keinesfalls als Ersatz für den Einsatz analytischer Methoden zu sehen. So sind vor der rechnergestützten Simulation die analytischen Methoden auszuschöpfen, die die Erklärung von Wirkungszusammenhängen erleichtern. Der Grenzdurchsatz von einzelnen Materialflusselementen kann bestimmt (siehe Kapitel 2), der Materialfluss kann in Form von Matrizen abgebildet und analysiert (siehe Kapitel 3) und die Dimension von Puffern kann mittels der Bedientheorie abgeschätzt werden. Die dadurch ermittelten Größen können nach der Erstellung des Simulationsmodells zur Validierung (siehe Abschnitt 7.6.4) herangezogen werden. Kann das zu untersuchende System aufgrund seiner Komplexität und der gegenseitigen Beeinflussung der Einzelsysteme nicht ausreichend analytisch bewertet werden, ist die Simulation das geeignete Werkzeug.

Bild 7.51 zeigt einen Bildschirmausschnitt eines vernetzten Materialflusssystems, das in der Simulationssoftware eM-Plant modelliert ist. Die Simulation umfasst eine komplette Fabrikanlage mit den Bereichen Produktion, Lager, Kommissionierung und Versorgung der verschiedenen Arbeitsbereiche mit Material. Es besteht aus mehreren Ebenen, die hierarchisch angeordnet



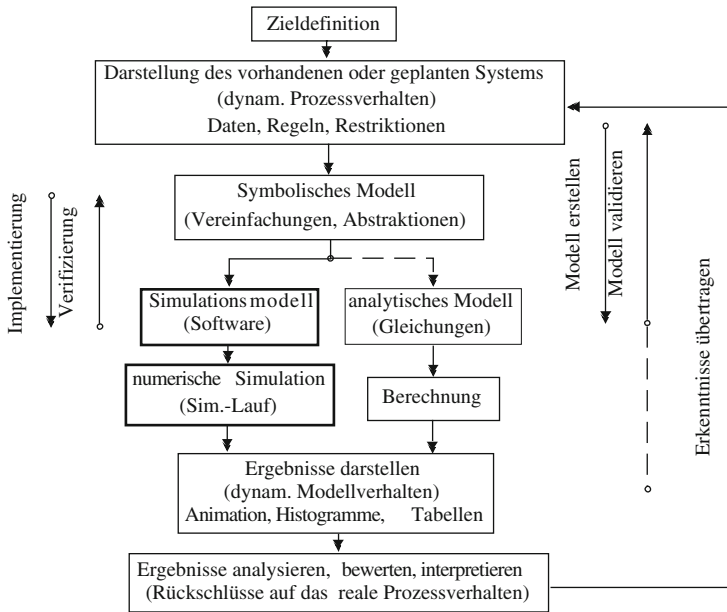
**Abb. 7.51.** Simulationsmodell einer Fabrikanlage mit den Bereichen Produktion, Lager und Kommissionierung

sind. Die erste Ebene in dem gezeigten Beispiel besteht aus den Objekten Produktion, Kommissionierung, Lager und Fördersystem (siehe Bild 7.51 rechts oben). Diese setzen sich wiederum aus einzelnen Objekten zusammen. Dabei besteht das Lager aus mehreren unterschiedlichen Lagerbereichen. Ein Lagerbereich beinhaltet Objekte wie Regalgasse, Eingangs- und Ausgangspuffer und Förderstrecke (siehe Bild 7.51 rechts unten). Eine Regalgasse gliedert sich erneut in mehrere Objekte. Die Aufspaltung in immer detaillierter modellierte Elemente wird bis zur Abbildung der Grundelemente mit ihren dazugehörigen Steuerungsstrategien fortgesetzt. Die einzelnen Objekte, aus denen das Modell nach dem „Baukastenprinzip“ zusammengestellt werden kann, sind in einer Klassenbibliothek implementiert.

#### 7.6.4 Charakteristische Arbeitsphasen und typische Probleme bei der Durchführung einer Simulation

**Bild 7.52** zeigt die Stellung der Simulation im allgemeinen Ablauf der Untersuchung eines Materialflussprozesses. Der eigentlichen Simulation gehen stets Arbeitsphasen voraus, die nicht simulationsspezifisch sind. So ist zunächst das dynamische Prozessverhalten darzustellen, um daraus die *Daten*, *Regeln* und *Restriktionen* zu ermitteln, die zur Abbildung des Originalsystems

in einem Modell generell benötigt werden. Dies geschieht üblicherweise nach den in Abschnitt 7.1 behandelten Methoden der IST-Aufnahme.



**Abb. 7.52.** Der Einsatz der Simulation bei der Untersuchung von Materialflussprozessen

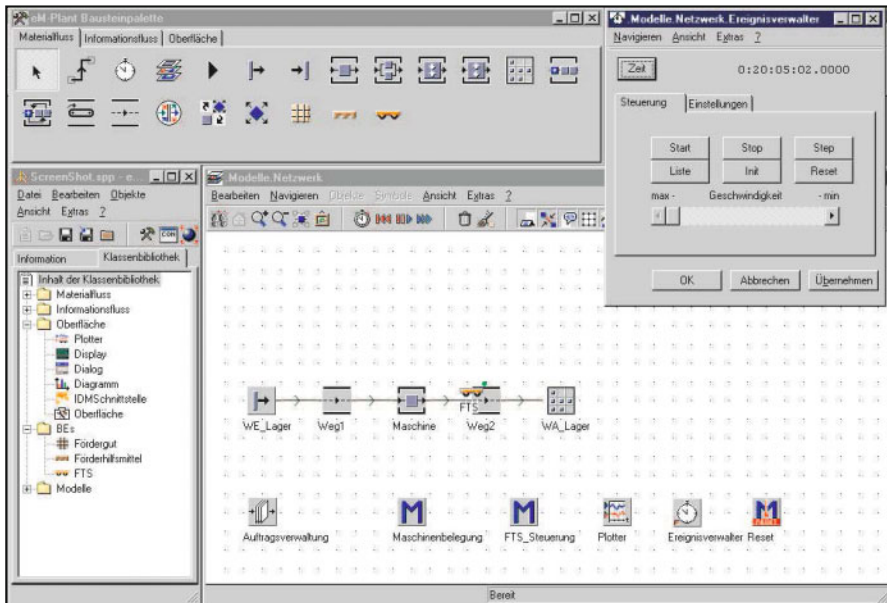
In der nächsten Arbeitsphase soll (wie bereits in Bild 3.1 gezeigt) durch Vereinfachen und Abstrahieren ein *symbolisches Modell* geschaffen werden, das nur noch diejenigen Eigenschaften des Originalsystems besitzt, die das Prozessverhalten maßgeblich prägen. Ohne Zweifel ist diese Aufgabe eine der schwierigsten – gleichermaßen auf dem Weg zu analytischen wie zu Simulationsmodellen. Der Entscheidungsprozess, Wesentliches von Unwesentlichem zu trennen, kann nicht formalisiert werden; hilfreich kann jedoch die Anwendung der strukturbildenden Methoden sein, die unter Abschnitt 7.1.5 behandelt wurden.

Zur Umsetzung des symbolischen Modells in ein *Simulationsmodell (Software)* sind verschiedene Möglichkeiten gegeben. Die mühevollste besteht darin, in einer der *höheren Programmiersprachen* (Fortran, Algol, Basic, Pascal, C,...) die Simulations-Software selbst zu entwickeln. Etwas komfortabler ist es, eine der bekannten *Simulationssprachen* (GASP, GPSS, SIMAN, SIMSCRIPT, SIMULA, SLAM,...) zu verwenden, die in höhere Programmiersprachen eingebettet sind und simulationsspezifische Sprachelemente enthalten, beispielsweise Algorithmen für die Ablaufsteuerung oder zur Erzeugung von Zufallszahlen. Allerdings ist dann noch immer ein hohes Maß an Software-



Eigenleistung zur Implementierung eines lauffähigen Simulationsmodells nötig.

Am einfachsten ist die DV-gerechte Umsetzung eines symbolischen Modells, wenn man einen *bausteinorientierten Simulator* (z.B. AutoMOD, eM-Plant, quest, ARENA, Enterprise Dynamics) verwendet. Diese Simulatoren wurden zumeist speziell für die Modellierung von Materialflussprozessen entwickelt und bieten daher einen vorgefertigten Baukasten an, welcher komplexe Materialflusselemente beinhaltet. Dabei wird zwischen *statischen* Elementen (wie Verzweigungen, Förderstrecken, Zusammenführungen) und *dynamischen* Elementen (wie Förderhilfsmittel oder Fahrzeuge in fahrerlosen Transportsystemen) unterschieden. Durch geeignete Parametrisierung können diese Bausteine an die jeweilige Problemstellung angepasst werden. Über einen grafischen Editor werden die statischen Elemente in das Modell eingesetzt und miteinander verknüpft. In einem nachfolgenden Schritt werden dann die dynamischen Elemente hinzugefügt, die sich im System gemäß den zugrundeliegenden Steuerungsregeln bewegen. In **Bild 7.53** ist exemplarisch ein Bildschirmausschnitt des Simulationssystems eM-Plant, welches bereits in diesem Abschnitt verwendet wurde, abgebildet. Das Bild zeigt auf der linken Seite die Bausteinbibliothek, in der Mitte ein einfaches Simulationsmodell und im Vordergrund den Ereignisverwalter, der den Programmablauf steuert.



**Abb. 7.53.** Beispiel für die grafische Benutzeroberfläche eines Simulators (eM-Plant)

Darüber hinaus ist oft die Hierarchisierung von Simulationsmodellen von Vorteil, d.h. Teile eines Modells werden getrennt modelliert. Die Abbildungsgenauigkeit kann dadurch während der Modellierung schrittweise verfeinert werden (top down) oder einfache Bausteine können zu komplexeren Materialfluss-Subsystemen zusammengefasst werden (bottom up). Ein Nachteil der bausteinorientierten Simulatoren liegt in der Definition der Bausteine, die vom Hersteller vorgenommen wird. Um eine möglichst breite Anwendung zu erlauben, sind diese meist nur mit einfachsten Steuerungsregeln ausgestattet. Zur Abbildung komplexer Materialflusssysteme ist es daher oft nötig, eigene „neue“ Bausteine zu programmieren.

Ein weiteres Problem beim Einsatz von bausteinorientierten Simulatoren besteht in der aufwändigen Neuparametrisierung eines Bausteins (z.B. der Fördergeschwindigkeit oder der Länge einer Rollenbahn), wenn dieser bereits an vielen Stellen im Modell verwendet wurde. In der neuesten Generation von bausteinorientierten Simulatoren (z.B. eM-Plant) versucht man dieses Problem durch eine objektorientierte Modellierung zu umgehen: Aus der Bausteinbibliothek kann man einen *Typ* von Materialflusselementen auswählen. In das Modell werden nun sogenannte *Instanzen* des Typs eingebaut, wobei man die Typen als „Schablonen“ der konkreten Instanz verstehen kann. Werden nun die Parameter der Typen geändert, so ändern sich diese Parameter gleichzeitig in allen davon abgeleiteten Materialflussbausteinen, die bereits im Modell eingebaut sind. Bei Bedarf kann dieses Verhalten, das als Vererbung bezeichnet wird, auch abgeschaltet werden. Somit ist es z.B. möglich, das Verhalten von mehreren Materialflusselementen, die sich auf unterschiedlichen Ebenen der Hierarchisierung befinden, gezielt zu verändern.

Das Simulationsmodell kann in der Regel interaktiv am Bildschirm aus den verfügbaren Bausteinen erstellt werden. Aufgaben zu ihrer Dimensionierung werden in Form von Parametersätzen zugeordnet. Die Bausteine enthalten ebenso die wesentlichen Regeln für den Prozessablauf.

Steuerungsregeln die darüber hinaus gehen, sind vom Programmierer in Methoden in der für eM-Plant eigenen Programmiersprache *SimTalk* zu implementieren. Die Methoden werden im Programmablauf durch definierte Ereignisse, wie z.B. „Fördereinheit tritt in Puffer ein“, aufgerufen und ausgeführt. Dies ermöglicht die Abbildung beliebiger Steuerungsstrategien im Simulationsmodell und somit die Modellierung beliebig vernetzter Materialflusssysteme.

Die syntaktisch korrekte Implementierung wird in der Regel vom Rechner geprüft, während der Benutzer die logische Überprüfung selbst vornehmen muss (*Verifikation*).

An dem implementierten Simulationsmodell können nun die eigentlichen numerischen Experimente als *Simulationsläufe* mit zu variierenden Daten und Regeln durchgeführt werden. Zur Beschreibung stochastischer Vorgaben von Ereignissen oder Zeiten werden die bekannten Verteilungsfunktionen (siehe Abschnitt 3.5) benutzt, die in bausteinorientierten Simulatoren standardmä-

fig vorhanden sind. Diese Simulatoren bieten unter anderem die Möglichkeit der *Animation*. Darunter versteht man die Präsentation der Simulationsergebnisse während der Simulationsläufe auf dem Bildschirm in Form einer layoutähnlichen Grafik mit bewegten Elementen.

Eine schwierige, aber sehr wichtige Aufgabe im Rahmen der Durchführung einer Simulation ist die *Validierung*. Dabei wird geprüft, ob das zu untersuchende Verhalten des Originals im Simulationsmodell mit hinreichender Genauigkeit approximiert wird. Für die Validierung gibt es keine festen Regeln, jedoch einige Empfehlungen aus der Simulationspraxis:

- Sofern ein analytisches Modell erstellt und die Gleichungen gelöst werden können, ist eine Validierung durch Vergleich mit den Simulationsergebnissen für eingeschwungene Prozesszustände möglich (wie prinzipiell in Bild 7.52 dargestellt).
- Durch mehrfaches Wiederholen von Simulationsläufen kann eine *interne* Validierung des Simulationsmodells vorgenommen werden. Kommt es dabei zu großen Streuungen der Ergebnisse, so kann die *stochastische Variabilität* des Modells als Hinweis auf eine unzureichende Abbildungstreue gewertet werden. Im Zweifelsfall sollten mehrere Simulationsläufe mit unveränderter Zufallszahlenfolge durchgeführt werden.
- Die *Sensitivität* des Simulationsmodells kann durch Vergleich der Ergebnisse aus Simulationsläufen für geringfügig veränderte Parameter festgestellt werden. Sofern das Original nachweislich weniger sensitiv reagiert, muss das Simulationsmodell geändert werden.

Weitere Empfehlungen zur Validierung, die in der VDI-Richtlinie 3633, Blatt 1 genannt sind, werden nachfolgend auszugsweise zitiert:

- „Wichtiger Bestandteil der Validierung ist eine eingehende Überprüfung der Eingabedaten. Nicht selten differieren die Angaben der planenden mit den Aussagen der betreibenden Bereiche.
- Die Modellüberprüfung ist problemspezifisch vorzunehmen. Je nach Art des Simulationsprojektes sind individuelle Analysen hinsichtlich gesteckter Zielwerte, Eckdaten und Plausibilitätstests durchzuführen.
- Bei der Simulation von bereits existierenden Systemen liegt es nahe, zur Validierung die erhaltenen Ergebnisse mit den Ist-Daten zu vergleichen. Bei Neuplanungen, die nicht auf vergleichbare Ist-Daten zurückgreifen können, ist eine entsprechende Erfahrung und Qualifikation des Anwenders (Simulationsexperte) zur Modellierung erforderlich.
- Bei der Validierung ist die visuelle Laufbetrachtung dynamischer Ablaufdarstellungen, insbesondere der Animation, hilfreich. Grundsätzliche Struktur- oder Parameterfehler können damit häufig schon am Bildschirm erkannt werden.

- Der Faktor Zeit, d.h. die Simulationsdauer, spielt bei der Validierung eine erhebliche Rolle. Nicht jedes technische System ist zu Arbeitsbeginn leer, sondern Förderstrecken, Puffer, Arbeitsstationen und andere Komponenten des zu simulierenden Systems können bereits mit Objekten (Werkstücke, Transportmittel usw.) belegt sein. Dieser Anfangszustand lässt sich durch eine Vorbelegung (Initialisierung) der betroffenen Bausteine im Modell oder durch einen Simulationsvorlauf herstellen. Um die Gesamtstabilität eines Modells bewerten zu können, sollten durchaus auch über den eigentlichen Betrachtungszeitraum hinausgehende Simulationsläufe durchgeführt werden.
- Mit der Validierung werden das System- und Modellverständnis erhöht und die Grundlage für die Qualität der späteren Simulationsergebnisse gelegt.“

Wenn die Validierung zu einem negativen Ergebnis führt, kann dies beispielsweise einen der folgenden Gründe haben:

- Das symbolische Modell ist unzureichend, weil z.B. zu stark aggregiert.
- Wichtige Prozessregeln wurden nicht (oder unzureichend) abgebildet.
- Die Eingangsdaten entsprechen nicht den Originaldaten.
- Die Verteilungsfunktionen wurden unrealistisch approximiert (z.B. Annahme einer Normalverteilung trifft die Realität nicht).

Allerdings darf auch bei positivem Ausgang der Validierung nicht vergessen werden, dass die Simulation ein heuristisches, auf Stichproben basierendes *statistisches Schätzverfahren* ist, das *keine exakten* Werte und *keine optimalen* Werte liefern kann. Dies ist insbesondere beim Testen und Vergleichen alternativer Materialflusskonzepte zu beachten.

Nach der Validierung des Simulationsmodells werden die Experimente durchgeführt. Damit aussagekräftige Ergebnisse mit einer ausreichenden Zahl von Experimenten erzielt werden, ist ein Versuchsplan zu entwerfen, der die Eingabeparameter und die zu messenden Ergebnisgrößen beschreibt. Der Versuchsplan beschreibt, welche Experimente mit welchen Parameterwerten und in welcher Reihenfolge durchzuführen sind, um das definierte Simulationsziel mit möglichst wenigen Simulationsläufen zu erreichen. Ebenfalls ist in der Versuchsplanung der Inhalt der Simulationsrückmeldungen und die Auswertungstiefe festzulegen. So ist es oft hilfreich Ergebnisse in aggregierter Form wie z.B. in Form eines Histogramms, Mittelwerten bzw. Varianzen auszugeben.

### 7.6.5 Analyse der Simulationsergebnisse

Damit aus den Simulationsergebnissen Rückschlüsse auf das nachgebildete reale System gemacht werden können, muss nachgewiesen werden, dass aus-

reichend lange und mit einer ausreichenden Anzahl an Wiederholungen simuliert wurde. Dieser Teil der Simulationsarbeit wird in der industriellen Praxis oft vernachlässigt, da unter Simulation häufig nur das Modellieren und das Programmieren verstanden wird. Somit wird oft fälschlicherweise eine zu kurze Simulationslänge gewählt und das erzielte Ergebnis ohne Betrachtung seiner Aussagekraft als Resultat präsentiert. Beispielsweise könnten die Ergebnisse der Einschwingphase für Ergebnisse des eingeschwungenen Zustandes gehalten werden.

Bei der Bestimmung der Simulationslänge ist zwischen terminierenden und nicht-terminierenden Simulationen zu unterscheiden. Die terminierenden Simulationen sind Simulationen, bei denen das zu untersuchende Problem selber die Länge jedes Simulationslaufs festlegt. Als Beispiel wird die Stauraumbelegung einer Verzweigung auf einer Förderstrecke während eines Arbeitstages betrachtet, wobei die Förderstrecke am Ende des Arbeitstages leer sein muss. Das terminierende Ereignis ist das Ende des Arbeitstages. Zu Beginn des nächsten Arbeitstages befindet sich das System wieder im leeren Zustand. Bei terminierenden Simulationen ist die Anzahl der unabhängig voneinander durchzuführenden Simulationsläufe  $n$  zu bestimmen, um statistisch abgesicherte Leistungsmaße zu berechnen. Ein Leistungsmaß ist z.B. die mittlere Belegung des Stauraumes. Das Konfidenzintervall des zu schätzenden Mittelwertes  $\mu$  kann in Abhängigkeit von der Anzahl der Simulationsläufe  $n$  mit einer statistischen Sicherheit angegeben werden. Die Bereichsschätzung für den Mittelwert mittels der empirischen Varianz erfolgt durch die t-Verteilung (siehe Abschnitt 3.6.2). Nun kann, in Abhängigkeit eines absoluten bzw. relativen Fehlers, der zugelassen werden darf, die notwendige Anzahl der Simulationsläufe bestimmt werden. Hierbei ist  $S^2(n)$  die empirische Varianz des in der Simulation ermittelten Leistungsmaßes. In dem genannten Beispiel wird für jeden Simulationslauf die mittlere Stauraumbelegung  $X_i$  bestimmt und mit der empirischen Varianz deren Schwankung in den  $n$  durchgeführten Simulationsläufen.  $\bar{X}$  ist der gemessene Mittelwert der mittleren Stauraumbelegung aus den  $n$  Simulationsläufen.  $\beta = |\bar{X} - \mu|$  ist der absolute Fehler und  $\gamma = |\bar{X} - \mu|/|\mu|$  der relative Fehler. Der absolute Fehler gibt an, wie weit der aus  $n$  Simulationen ermittelte Mittelwert  $\bar{X}$  vom wahren Mittelwert  $\mu$  abweicht. Der relative Fehler gibt die relative Abweichung beider Größen an.

#### *Absolute Fehlermessung:*

Die absolute Fehlermessung bestimmt, dass  $\bar{X}$  einen absoluten Fehler von höchstens  $\beta$  mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens  $1 - \alpha$  hat.  $\beta$  beschreibt die halbe Länge des  $(1 - \alpha)$ -Konfidenzintervalls, sodass gilt:

$$P(|\bar{X} - \mu| \leq \beta) \geq 1 - \alpha \quad (7.29)$$

Ein Konfidenzintervall für  $\mu$ , das mit  $n$  Wiederholungen bestimmt worden ist, wird angenommen. Des Weiteren wird angenommen, dass sich die empirische Varianz  $S^2(n)$  nicht mit wachsender Anzahl an Wiederholungen ändert. Wenn ein absoluter Fehler  $\beta$  zugelassen wird, kann die Anzahl der notwendigen Wiederholungen angegeben werden:

$$n(\beta) = \min\{i \geq n : t_{i-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S^2(n)}{i}} \leq \beta\} \quad (7.30)$$

Nach einer Umformung erhält man:

$$n(\beta) = \min\{i \geq n : i \geq S^2(n)(t_{i-1, 1-\frac{\alpha}{2}}/\beta)^2\} \quad (7.31)$$

*Relative Fehlermessung:*

Mithilfe der Ungleichung 7.29 kann nach einigen algebraischen Umformungen folgende Ungleichung zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit eines relativen Fehlers von  $\gamma$  angegeben werden:

$$P\left(\frac{|\bar{X} - \mu|}{|\mu|} \leq \frac{\gamma}{(1 - \gamma)}\right) \geq 1 - \alpha \quad (7.32)$$

Analog zu Gleichung 7.31 ergibt sich folgende Gleichung:

$$n(\gamma) = \min\{i \geq n : i \geq S^2(n)\left(\frac{t_{i-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}{\frac{\gamma}{1-\gamma}\bar{X}}\right)^2\} \quad (7.33)$$

Bei nicht-terminierenden Simulationen gibt es kein Ereignis, das die Länge des Simulationslaufes bestimmt. Von besonderen Interesse sind die Parameter, die den eingeschwungenen Zustand beschreiben. Um die Parameter des eingeschwungenen Zustands zu bestimmen, muss der Übergang von der Einschwingphase in den eingeschwungenen Zustand gefunden werden.

$Y_1, Y_2, \dots, Y_m$  ist die Realisierung eines stochastischen Prozesses eines einzelnen Simulationslaufs der Länge  $m$ . Es wird angenommen, dass die Verteilung der Beobachtungswerte  $Y_i$  für ein hinreichend großes  $i$  gegen eine Grenzverteilung konvergiert. In dem Beispiel aus Abschnitt 7.6.2 ist  $Y_i$  die Belegung des Stauraums bei der  $i$ -ten Fördereinheit. In der Einschwingphase haben die Zufallsvariablen  $Y_i$  alle verschiedene Verteilungen, sodass man kein stationäres Verhalten erhält. Folglich ist der Punktschätzer für  $E(Y)$ , das arithmetische Mittel, verzerrt und weicht vom wirklichen Wert  $\nu = \lim_{i \rightarrow \infty} E(Y_i)$  ab. Zur Vermeidung der Verzerrung sind die ersten  $l$  Beobachtungswerte der Einschwingphase zu löschen und die restlichen  $m - l$  zur Schätzung von  $\nu$  zu

verwenden. Für die die Beobachtungswerte  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$  ergibt sich folgender Schätzer:

$$\bar{Y}(m, l) = \frac{\sum_{i=l+1}^m Y_i}{m-l} \quad (7.34)$$

Zur Bestimmung von  $l$  wird im Folgenden mit der grafischen Ablesemethode nach Welch (1981) und Welch (1983) eine einfache und allgemeine Methode beschrieben.

Zunächst werden  $n$  unabhängige Wiederholungen des Simulationslaufes ( $n \geq 5$ ) mit einer ausreichend großen Länge  $m$  durchgeführt.  $Y_{ji}$  ist die  $i$ -te Beobachtung der  $j$ -ten Wiederholung. Es wird das arithmetische Mittel der  $i$ -ten Beobachtung über alle Wiederholungen gebildet.

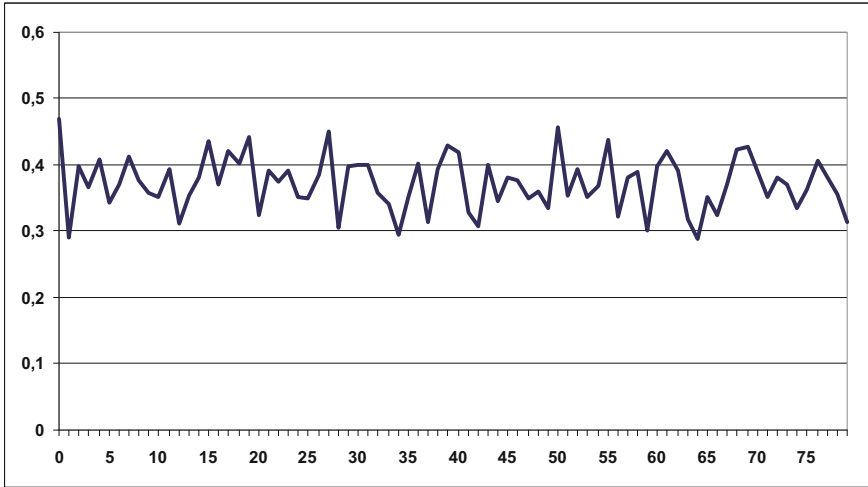
$$\bar{Y}_i = \sum_{j=1}^n \frac{Y_{ji}}{n} \quad (7.35)$$

Zur weiteren Analyse wird der gemittelte Prozess  $\bar{Y}_i$  verwendet. Er hat den gleichen Erwartungswert wie eine beliebige Wiederholung  $E(\bar{Y}_i) = E(Y_i)$ , jedoch eine um den Faktor  $n$  kleinere Varianz  $Var(\bar{Y}_i) = \frac{1}{n} Var(Y_i)$ . Für die Glättung von  $\bar{Y}_i$  wird die Methode der gleitenden Durchschnitte angewandt.

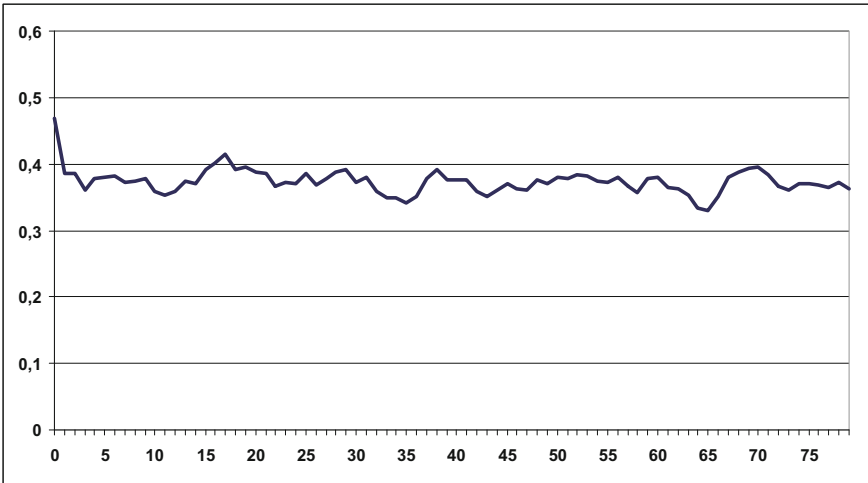
$$\bar{Y}_i(q) = \begin{cases} \frac{\sum_{k=-q}^q \bar{Y}_{i+k}}{2q+1} & \text{falls } i = q+1, \dots, m-q \\ \frac{\sum_{k=-(i-1)}^{i-1} \bar{Y}_{i+k}}{2i+1} & \text{falls } i = 1, \dots, q \end{cases} \quad (7.36)$$

Für den Fall  $i > q$  ist  $\bar{Y}_i(q)$  der Durchschnitt von  $2q+1$  Beobachtungen. Im Folgenden wird  $\bar{Y}_i(q)$  für  $i = 1, 2, \dots, m-q$  in einer Grafik dargestellt. Dadurch wird der Übergang von Einschwingphase in den eingeschwungenen Zustand grafisch sichtbar. Die Qualität der Ablesbarkeit hängt von der Wahl von  $q$  ab. Wird  $q$  zu klein gewählt, ist durch den schwankenden Verlauf von  $\bar{Y}_i(q)$  der Übergang schwer ablesbar. Das gleiche gilt für ein zu groß gewähltes  $q$ , da für diesen Fall der Verlauf von  $\bar{Y}_i(q)$  zu stark geglättet ist. Falls die Wahl von  $q$  nicht zufriedenstellend ist, ist die Bestimmung von  $\bar{Y}_i(q)$  mit einem neuen  $q$  durchzuführen.

Als Beispiel wird ein G|G|1-Wartesystem betrachtet. Es wird aus der Menge von 200 ankommenden Fördereinheiten der Anteil der Fördereinheiten bestimmt, die keine Fördereinheiten im Wartesystem vorfinden. Es werden  $n = 8$  voneinander unabhängige Simulationsläufe der Länge 100 durchgeführt. Das Bild 7.54 zeigt den Durchschnittsprozess  $\bar{Y}_i$  der 8 unabhängigen Wiederholungen. In Bild 7.55 sind die gleitenden Durchschnitte mit  $q = 2$  und in Bild 7.56 mit  $q = 16$  dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass bei  $q = 2$  der Übergang von der Einschwingphase in den eingeschwungenen Zustand nicht, jedoch bei  $q = 16$  ablesbar ist.



**Abb. 7.54.** G|G|1-Wartesystem: Anteil der Fördereinheiten, die 0 Fördereinheiten im Wartesystem vorfinden; Durchschnittswert aus 8 Wiederholungen

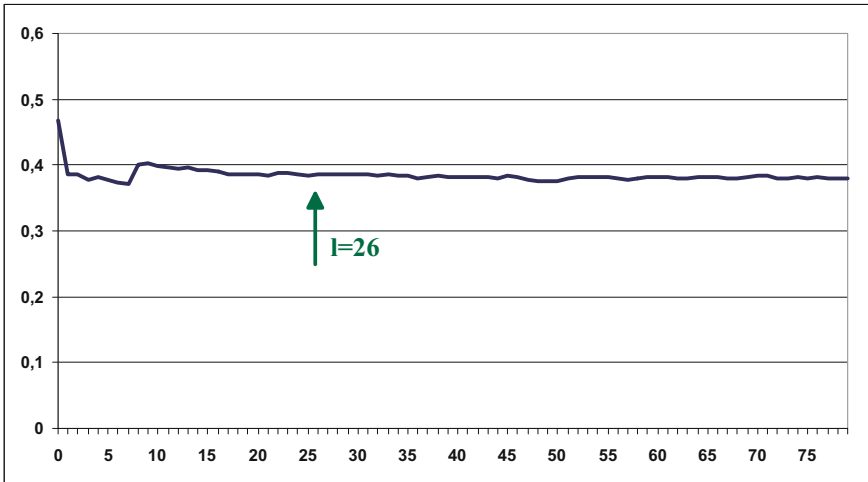


**Abb. 7.55.** G|G|1-Wartesystem: Gleitende Durchschnitte für  $q = 2$

Nach der Bestimmung des Anfangs des eingeschwungenen Zustands  $l + 1$  werden die Beobachtungswerte der Einschwingphase gelöscht und es wird das arithmetische Mittel für die restlichen  $m - l$  Beobachtungen über alle Wiederholungen bestimmt (vgl. Gleichung 7.35):

$$X_j = \frac{\sum_{i=l+1}^m Y_{ji}}{(m - l)} \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (7.37)$$





**Abb. 7.56.** G|G|1-Wartesystem: Gleitende Durchschnitte für  $q = 16$

$X_j$  ist eine unabhängige identisch verteilte Zufallsvariable und  $\bar{X}_j(n)$  ein unverzerrter Punktschätzer für  $\nu$ . Mit der empirischen Varianz  $S^2(n)$  wird der Bereichsschätzer für den Erwartungswert angegeben. Für  $\nu$  ergibt sich folgendes  $(1 - \alpha)$ -Konfidenzintervall:

$$\bar{X}(n) \pm t_{n-1, 1-\alpha/2} \sqrt{\frac{S^2(n)}{n}} \quad (7.38)$$

Falls die mit Gleichung 7.38 berechnete Intervallbreite zu groß ist, muss die Anzahl der Simulationsläufe  $n$  erhöht werden.

Die vorgestellte Methode ist für den Anwender leicht verständlich und wird aus diesem Grund häufig eingesetzt. Es gibt darüberhinaus noch eine ganze Reihe anderer Methoden. Es ist zwischen Methoden zu unterscheiden, die das Konfidenzintervall wie bei der gezeigten grafischen Approximationsmethode aufgrund von Simulationsläufen festgelegter Länge bestimmen und Verfahren, die das gewünschte Konfidenzintervall in Abhängigkeit von einer sequentiell anwachsenden Simulationslänge konstruieren. Eine Übersicht über Methoden mit vorher festgelegter Simulationslänge ist bei Law und Kelton (1984) und über sequentielle Methoden bei Law und Kelton (1982) zu finden.

## 7.7 Literaturempfehlungen zu Kapitel 7

Zu den Themen dieses Kapitels gibt es eine kaum noch übersehbare und ständig wachsende Zahl von Einzelpublikationen in den verschiedensten Fachzeitschriften, aber sehr wenig Gesamtdarstellungen in Buchform. In dem

Buch „Leitfaden der systematischen Fabrikplanung“ von Kettner, Schmidt und Greim (1984) werden im Rahmen der Fabrikplanung auch die wesentlichen Schritte der Materialflussplanung behandelt. Neben der grundlegenden und leicht verständlichen Darstellung des Planungsprozesses wird u.a. auch auf die Layoutplanung und die Lagerplanung eingegangen.

Das Buch „Simulation Modelling and Analysis“ von Law und Kelton (2000) ist ein sehr gutes Lehrbuch und Nachschlagewerk für alle, die sich mit diskreter, ereignisorientierter Simulation beschäftigen. Dies gilt insbesondere für die methodischen Fragestellungen, die sich mit Parametrisierung, Zufallszahlengenerierung, Validation von Modellen, Analyse von Simulationsläufen und Experimentdesign befassen.

Für die Planungspraxis als Nachschlagewerk gut geeignet (jedoch weniger als Studienbegleitmaterial) ist das Buch „Fabrikplanung“ von Aggteleky (1987). Der in der Praxis tätige Planer wird ferner auf die große Zahl planungsrelevanter VDI-Richtlinien zurückgreifen, die im VDI-Handbuch „Materialfluss und Fördertechnik“ zusammengefasst sind.

Wer mehr über die häufig angesprochenen betriebswirtschaftlichen Hintergründe wissen möchte, dem sei das Standardwerk „Einführung in die allgemeine Betriebswirtschaftslehre“ von Wöhe (2000) empfohlen.

Zur vertieften Beschäftigung mit dem Multimomentverfahren ist das inzwischen vergriffene, aber in Bibliotheken geführte Buch „Multimomentverfahren in Theorie und Praxis“ von Haller-Wedel (1969) hervorragend geeignet. Die nach wie vor beste Darstellung der Nutzwertanalysen bietet das Buch „Nutzwertanalyse in der Systemtechnik“ von Zangemeister (1976).

In dem Buch „Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit technischer Anlagen und Geräte“ von Rosemann (1981) sind die grundlegenden Verfügbarkeitsbetrachtungen und Berechnungsbeispiele einfach und übersichtlich dargestellt. Das umfangreiche einführende Kapitel „Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung“ erleichtert dem Anfänger den Einstieg.

Das hier unter dem Stichwort „Risikoanalyse“ nur kurz gestreifte Gebiet der Sicherheitstechnik wird umfassend und gut verständlich im „Handbuch der Sicherheitstechnik“, Band 1, von Peters und Meyna (1985) behandelt.

## 8. Informationsflüsse in Logistiksystemen

### 8.1 Informations-Prozessketten, Kommunikationsnetze

Materialflussprozesse setzen eine Fülle verschiedenartiger *Informationen* voraus, beispielsweise im operativen Materialflussbereich Informationen über die Eigenschaften des Materials, über mögliche Transportwege, geeignete Lagerplätze usw. Darüber hinaus sollen Informationen mit strategischem, organisatorischem oder betriebswirtschaftlichem Charakter ebenso berücksichtigt werden wie die allgemeinen oder speziellen technologischen Bedingungen eines Produktionsprozesses, dem der Materialfluss gilt.

Die Produktion bzw. Verteilung von Material zum geplanten Zeitpunkt bedingt in einer typischen Logistikkette (siehe Bild 1.4) eine häufig unterschätzte Menge an vorausseilenden, materialbegleitenden oder nachfolgenden Informationen. Man gewinnt diese Informationen unmittelbar aus *Daten* oder aus den Parametern Nachrichten übertragender *Signale*<sup>1</sup>.

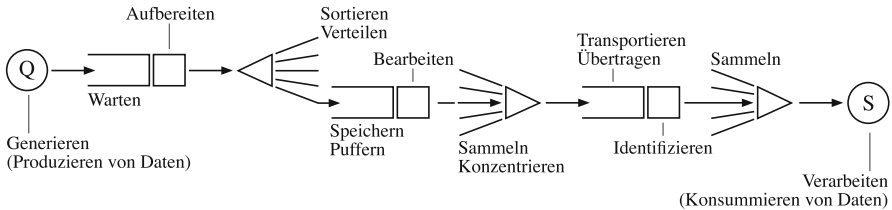
Informationen können auf diese Weise als Daten maschinell erfasst und von *Informationssystemen* gespeichert, transportiert, verarbeitet und interpretiert werden. Informationsprozesse lassen sich somit prinzipiell nach den gleichen elementaren Grundfunktionen strukturieren wie der physische Teil der Materialflussprozesse (siehe Kapitel 1). Informations-Prozessketten können wie in **Bild 8.1** dargestellt werden und gleichen damit prinzipiell den Prozessketten im physischen Materialfluss. Zwischen beiden bestehen unmittelbare Analogien in allen grundlegenden Systemelementen, von den einfachen Förderstrecken bis hin zu Warteräumen und Bedienstationen.

Einige Elemente des Informationssystems eines automatisierten Materialflussprozesses müssen neben der internen *Kommunikation* im Informationsprozess auch mit den Elementen des physischen Materialflusses kommunizieren; d.h. sie stehen in Sender-/Empfängerverbindung mit den Sensoren und Aktoren der rein operativen Ebene 1 in Bild 1.5. Daneben müssen in Materialflussprozessen auch Informationen rein dispositiven Charakters in Verbindung mit Produktions- oder Distributionsprozessen berücksichtigt werden,

---

<sup>1</sup> Definition: Der Nachricht übertragende (und damit Information wiedergebende) zeitliche Verlauf einer physikalischen Größe heißt Signal (nach Bauer und Goos (1991))

sodass Bedarf an Kommunikation mit verschiedenen Teilnehmern innerhalb eines *Kommunikationsnetzes* besteht.



**Abb. 8.1.** Grundfunktionen in einer Informations-Prozesskette

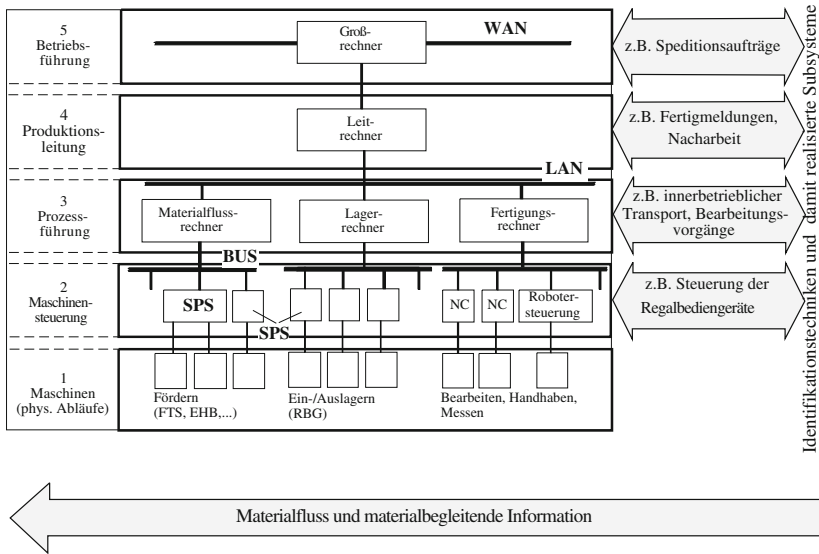
## 8.2 Kommunikationsmodell

Zur Optimierung des Informationsprozesses muss die Kommunikation im Informationsfluss einer Prozesskette zwischen sämtlichen Gliedern betrachtet werden. Als Voraussetzung dazu sind die Informationen zu strukturieren und in ein Kommunikationsmodell einzubringen, in dem die Unternehmenshierarchieebenen definiert und *Kommunikationsebenen* zugeordnet sind.

Das hierarchische Ebenenmodell des *Computer Integrated Manufacturing* (CIM) bietet dafür ein gutes Beispiel. Dieses Konzept hat zum Ziel, die einzelnen Unternehmensbereiche und die dynamischen Geschäftsprozesse eines Fertigungsunternehmens durch informationstechnische und organisatorische Maßnahmen zu einem wirkungsvollen Gesamtverbund zu integrieren. Darin eingebettet sind unter anderem die Materialflussprozesse.

Das in **Bild 8.2** dargestellte hierarchische Ebenenmodell zeigt die Verbindungen zwischen Produktions- und Planungsbereichen bis hin zur Anbindung an die außerbetriebliche Kommunikationswelt. Bei der Strukturierung werden alle Funktionen, die untereinander stark zusammenhängen und deshalb eine intensive Kommunikation erfordern, jeweils in einer Ebene zusammengefasst. So können die einzelnen Ebenen relativ autark bleiben, und der Datenaustausch zwischen den Ebenen wird minimiert. Jede Ebene besitzt eine für sie typische Kommunikationsstruktur und prägt die Anforderungen an die Datenübertragungssysteme, Protokolle und Schnittstellen ihrer Ebene. Jede Hierarchieebene stellt spezielle Forderungen an das physikalische Übertragungsmedium (Kabel, Lichtwellenleiter, Infrarotstrahlung, Laser, WLAN, Datenfunk), an das Übertragungsverfahren (Basisband, Breitband) und an das Leistungsverhalten.

Die *Betriebsführungsebene* enthält die strategischen Planungsfunktionen für alle Bereiche des Unternehmens (Vertrieb, Produktion, Lager usw.). Aufgrund ihrer vielfältigen Aufgaben muss diese Ebene in den globalen Informationsfluss des Unternehmens eingebettet sein. Da sie aber nicht direkt in die



**Abb. 8.2.** Kommunikationsmodell

Produktions- oder Materialflusststeuerung eingreift, reicht in den meisten Fällen eine mittelbare Anbindung an die Informationssysteme der tieferliegenden Ebenen aus. Auf dieser Ebene können mit Hilfe von Weitverkehrsnetzen (WAN, Internet) mehrere Standorte in einer Prozesskette (Produktionsverbund) miteinander kommunizieren.

Die *Produktionsleitebene* enthält Funktionen, die neben den strategischen Aufgaben der Betriebsführung für den Ablauf des Prozesses wichtig sind. Hier treffen administrative, logistische, betriebswirtschaftliche und technische Funktionen zusammen. Von dieser Ebene werden die Materialverwaltung, die Produktionssteuerung und die Disposition des Materialflusses übernommen. Auch die Vorbereitung und Planung der Fertigung werden hier unterstützt. Ziele können beispielsweise die Optimierung der Durchlaufzeiten, die Minimierung der Lagerbestände oder die optimale Auslastung der Fertigungskapazitäten sein.

Die *Prozessführungsebene* beinhaltet Elemente der Prozessbedienung und der Prozessüberwachung. Aufgabe der Prozessführung ist es, die für die Durchführung des Prozesses benötigten Informationen zu beschaffen, zu verarbeiten und für die Maschinensteuerungsebene geeignet zu strukturieren. Darüber hinaus sollen Störungen der Produktion aufgrund des Informationsrückflusses von der Maschinensteuerungsebene erkannt werden. Die Prozessführungsebene beinhaltet Komponenten der Mess-, Steuer- und Regelungstechnik und kommuniziert mit CNC-Maschinen (Computer Numerical Control), Speicherprogrammierbaren Steuerungen (SPS), Roboter- und anderen Steuerungen der Maschinensteuerungsebene.

Die Aufgabe der *Maschinensteuerungsebene* besteht darin, die von der Prozessführung bereitgestellten Informationen mit Hilfe von Programmen so umzusetzen, dass die erforderlichen Maschinenaktionen und physischen Abläufe entstehen. Dazu erhält die Maschinensteuerungsebene einen Informationsrückfluss aus der Maschinenebene.

Auf der *Maschinenebene* wird zum einen der genaue Maschinenzustand mit binären Sensoren (z.B. Endschalter, Lichtschranken), Lage- und Drehzahlsensoren etc. erfasst und an die Maschinensteuerungsebene übertragen. Zum anderen entstehen auf dieser Ebene aus den Signalen der Maschinensteuerungen mithilfe binärer Aktoren wie Hubmagneten oder mithilfe von Motoren etc. schließlich die gewünschten Einzelbewegungen. Daher findet man in der Literatur für diese Ebene auch oft die Bezeichnung Sensor-/Aktorebene.

Nach der Strukturierung des Informationssystems in Informationsebenen ist eine vertikale Kommunikation zwischen den Ebenen unerlässlich. Der Informationsaustausch findet also zum einen in horizontaler Richtung statt, d.h. Daten werden zwischen einzelnen Systemen und Komponenten innerhalb einer Ebene ausgetauscht. Zum anderen werden auch Informationen von benachbarten Teilsystemen der gleichen Ebene benötigt. Somit ist der durchgängige Informationsverbund eine unabdingbare Voraussetzung für einen effizienten Informationsfluss innerhalb des Unternehmens. Dabei sollte darauf geachtet werden, dass die Informationsgewinnung und -verarbeitung auf jeder Ebene weitgehend autark bleibt und die Definition der *Schnittstellen* so klar wie möglich gehalten wird.

Das hier skizzierte Kommunikationsmodell darf nicht darüber hinwegtäuschen, dass in realen Applikationen das Informationssystem nicht immer so klar strukturiert ist. Teilweise existieren einzelne Ebenen nicht, teilweise treten noch Schwierigkeiten bei der Kopplung verschiedener Ebenen auf, und außerdem gibt es noch sehr wenig universell einsetzbare Standardsoftware, welche die Belange aller Branchen abdeckt. Für ein unternehmensspezifisch zugeschnittenes Informationssystem sind daher meist erhebliche Investitionen erforderlich, die in vielen Unternehmen z.B. durch die Einführung von Materialbegleitzetteln umgangen wurden.

Vor allem im Bereich des Materialflusses hat man erkannt, dass die oben geschilderten Schwierigkeiten heute auf relativ einfache Weise mit dezentralen Subsystemen zu lösen sind, deren Kommunikation weitgehend auf materialbegleitenden, maschinenlesbaren Informationen beruht. Diese Subsysteme benutzen Identifikationstechniken mit erweiterter Funktionalität. Neben ihrer originären Aufgabe, Materialflussobjekte teil- oder vollautomatisch zu identifizieren, sollen sie die materialbegleitend transportierten Informationen in rechnerverständlicher Sprache (ASCII) an technisch einfachen Schnittstellen zur Verfügung stellen oder elementare Aktionen wie z.B. Ausschleusvorgänge unmittelbar auslösen. Wenn die Strukturierung der materialbegleitenden Da-

ten sinnvoll durchgeführt wird, ist die Kopplung solcher Systeme im Prinzip mit jeder der in Bild 8.2 gezeigten Ebenen realisierbar.

In realen Applikationen findet man daher sowohl die Kopplung von Lesegeräten an leistungsfähige Bussysteme (z.B. Profibus, Interbus-S), als auch Punkt-zu-Punkt-Verbindungen zu einer SPS der Maschinensteuerungsebene. Die mit Identifikationssystemen realisierten Subsysteme werden mit Materialfluss- und Lagerrechnern der Prozessführungsebene gekoppelt oder zur Rückübertragung von Fertigmeldungen mit dem Produktionsleitreechner verbunden. Selbst die Kopplung mit dem standortverbindenden Großrechner ist gelegentlich anzutreffen, um z.B. die Lieferpapiere konventioneller Speditionsaufträge durch Barcode-Etiketten oder RFID-Tags zu ersetzen und für die Steuerung des Materialflusses zu nutzen.

Die aus den Identifikationstechniken entstandenen Informationssysteme werden immer häufiger verwendet, weil sie eine hohe Flexibilität aufweisen, d.h. bei Bedarf an praktisch alle system- und datentechnischen Schnittstellen innerhalb der Rechnerhierarchie anpassbar sind und weil sie das Informationssystem insgesamt entlasten können.

### 8.3 Informationsmanagement

Im Sinne des im Abschnitt 7.1.6 eingeführten Wertstroms betrifft die Logistik innerhalb eines Unternehmens vor allem die Prozessabläufe in den Bereichen: Einkauf/Wareneingang, Fertigung/Produktion und Verkauf/Versand. Diese Kernprozesse der innerbetrieblichen Logistik werden in ihrer Gesamtheit seit dem Jahr 2003 mit dem Begriff **Intralogistik** bezeichnet, der im VDMA - Fachverband Fördertechnik und Logistiksysteme wie folgt definiert wurde (vgl. (Arnold 2006)):

*Die Intralogistik umfasst die Organisation, Steuerung, Durchführung und Optimierung des innerbetrieblichen Materialflusses, der Informationsströme sowie des Warenumschs in Industrie, Handel und öffentlichen Einrichtungen.*

Intralogistik umfasst somit neben den Material- und Informationsflüssen u.a. auch deren Planung und Durchführung. Die zunehmende Automatisierung der intralogistischen Prozesse setzt ein dazu geeignetes Informationsmanagement voraus.

Auf den untersten Ebenen der Informationsverarbeitung, den Ebenen 1 und 2 im Kommunikationsmodell Bild 8.2, wickeln speicherprogrammierbare Steuerungen (SPS) und Industrie-PCs die Steuerungs- und Regelvorgänge einzelner Maschinen oder ganzer Anlagenbereiche ab. Die IT-Systeme dieser Ebene müssen echtzeitfähig und fehlertolerant sein und höchste technische Zuverlässigkeit besitzen (siehe Abschnitt 7.5.1)

Die Abwicklung der IT-Prozesse auf den Ebenen 3, 4 und 5 des Kommunikationsmodells in Bild 8.2 werden von Softwaresystemen geleistet, die unter

den Kurzbezeichnungen ERP (Enterprise Resource Planning) und MES (Manufacturing Execution Systems) bekannt sind. Während ERP-Systeme (z. B.: SAP R/3, Oracle oder Baan) aus betriebswirtschaftlicher Sicht zur Unterstützung der Materialwirtschaft, der Finanz- und Personalplanung oder der Vertriebsprozesse entwickelt wurden, standen bei MES die übergreifenden Steuerungen und Kontrollfunktionen technischer Prozesse im Vordergrund, also die Ebenen 1 und 2.

Inzwischen ist die ursprüngliche Kluft zwischen ERP und MES vielfach einer redundanten Datenhaltung und überlappenden Funktionalitäten, beispielsweise in der Bestandsführung oder in der Auftragsverwaltung, gewichen. Das hat in der Unternehmenspraxis häufig zu inkonsistenten Daten und hohem Aufwand bei Systemintegrationen geführt.

Während die Unternehmen im Allgemeinen nur ein ERP-System einsetzen, arbeiten auf der MES-Ebene verschiedene Systeme für spezielle Anwendungen, beispielsweise für Lagerverwaltungen, FTS-Leitsysteme, Kommissionierleitstände, Fertigungsleitsysteme, Zeiterfassungen usw. Damit wachsen neben den Problemen der Kopplung von MES- und ERP-Systemen auch die Kopplungsprobleme auf der MES-Ebene selbst.

Die Ausführungen dieses Abschnitts sollen zeigen, warum die derzeit üblichen IT-Architekturen der Intralogistik noch nicht alle Anforderungen an Datensicherheit und Integrationsaufwand erfüllen. Die Ziele einer besser für die Belange der Intralogistik geeigneten IT-Architektur sind im Grunde einfach zu formulieren; hauptsächlich sind das: eine konsistente Datenhaltung, systemübergreifende Funktionsbausteine sowie eine integrierte Betrachtung betriebswirtschaftlicher und technischer Systemeigenschaften. Diesen Zielen steht leider eine Realität entgegen, die sich wegen der Existenz *gewachsener* IT-Systeme nicht kurzfristig und nicht ohne immense Kosten ändern lässt.

Der Leser dieses kurzen Abschnitts soll jedoch die Erkenntnis gewinnen, dass ein Informationsmanagement mit dem Ziel, die aufgezeigten Schwächen zu minimieren, Basis für den Entwurf einer optimalen IT-Architektur neuer Intralogistiksysteme sein muss. Zielführend sind nach Kilger/Hermann, siehe (Arnold 2006) im Wesentlichen:

1. Definition der Nutzungs- und Anwendungsfälle der neuen Architektur (auf Basis der zu unterstützenden Geschäftsprozesse)
2. Analyse der existierenden IT-Systeme und ihrer Funktionalität; diese stellen die Ressourcen-Management-Schicht der neuen Architektur dar
3. Verpacken (*wrapping*) der existierenden IT-Systeme und Integration ihrer Funktionalität in eine konsistente Applikationslogik-Schicht
4. Anpassung der Ausgaben der neuen Applikationslogik-Schicht, sodass die definierten Nutzungsfälle und die Anwendungsumgebung unterstützt werden; dies ergibt die Präsentationsschicht der neuen Architektur.

Wer mehr dazu wissen möchte, wird auf den Beitrag: „*Integriertes Informationsmanagement in Intralogistik-Systemen*“ von Kilger u. Hermann im Buch „*Intralogistik*“ ((Arnold 2006)) verwiesen.



## 8.4 Identifikationssysteme

Die Informationen über Prozesszustände oder zum Auslösen und Überwachen von Aktionen im Materialfluss sollen automatisch, aktuell und objektbezogen zur Verfügung stehen. Der Objektbezug fordert einmal das Erkennen des Objektes auf der Basis einer unmittelbaren oder mittelbaren *Identifikation* und zum anderen die richtige *Zuordnung* der informatorisch benötigten Daten.

Zur Lösung dieser Aufgabe stehen mehrere Wege offen:

### 1. *Objektbegleitende (oder materialbegleitende) Informationen:*

- a) Die Objekte führen alle benötigten Informationen in nicht veränderbarer Form mit sich; d.h. an Entscheidungsstellen (bzw. rechtzeitig vorher) werden die Objektkennung und alle für die Aktionen benötigten Informationen aus einem mitgegebenen Datensatz herausgelesen (z.B. die Zieladresse).
- b) Zusätzlich zu den mitgeführten Informationen werden aus dem Prozess gewonnene, neue Informationen (z.B. Qualitätsdaten) am Objekt dokumentiert, d.h. der objektspezifische Datensatz wird aktualisiert.

### 2. *Maschinenerkennbare Identität* der Objekte:

An Entscheidungsstellen müssen nach dem Identifizieren die benötigten Informationen objektbezogen zugeordnet werden (z.B. durch Zugriff auf einen Datenspeicher).

### 3. Erzeugen einer definierten *Objektreihenfolge* im Materialfluss und logische Zuordnung der objektbezogenen Informationen:

An Entscheidungsstellen wird nach logischem Kalkül *blind* auf den Inhalt eines Datenspeichers zugegriffen.

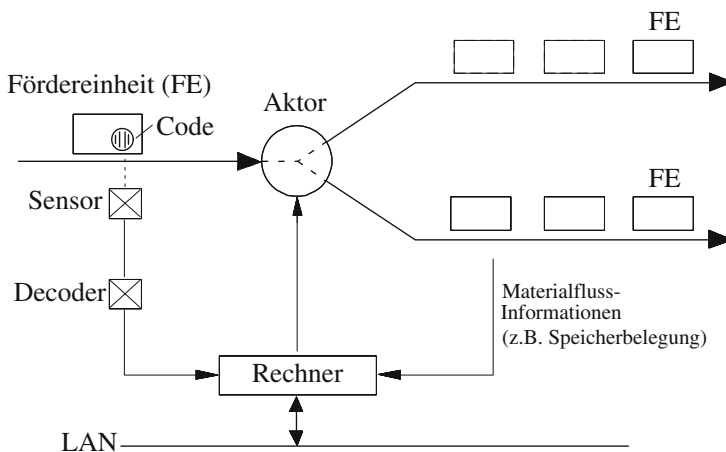
Es ist einleuchtend, dass die dritte Methode als die unsicherste für stark vernetzte Materialflusssysteme nicht gewählt werden sollte. Die erste Methode der objektbegleitenden Informationen bietet technisch viele Vorteile, wie z.B. höchste Störungssicherheit, Echtzeitverhalten, Entlastung der Steuerung und der Leitreechner, Mitnahme aktueller Prozessdaten usw. Weil die erste Methode – z.B. in Form von RFID – häufig noch die teuerste ist, wird die zweite Methode sehr oft realisiert.

Nach den vorstehenden Ausführungen soll ein Identifikationssystem die Forderung nach zweckmäßiger und sicherer Kopplung von Materialfluss und Informationsfluss erfüllen. Die bislang häufigste Form der Kopplung realisiert der Mensch durch visuelles Erfassen von Begleitpapieren, von Objektmerkmalen (Form, Farbe, Nummern usw.) oder von Ereignissen im Materialfluss (Warteschlangen, Lücken usw.) und Weitergeben entsprechender Daten, z.B. per Tastatur. Wenn es um einfache Identifikationsaufgaben geht, ist dies die

langsamste und unsicherste Art! Handelt es sich jedoch um komplizierte und wechselnde Aufgaben, so ist der Mensch wegen seiner vielseitigen Sensorik, seiner angeborenen Intelligenz und der im Laufe des Lebens erworbenen Wissensbasis seines Gehirns noch immer allen bekannten Maschinen überlegen.

Die wichtigsten Elemente automatischer Identifikationssysteme sind:

- geeignete Sensoren zum *Abtasten* der Informationen im Materialfluss
- die Verschlüsselung (Codierung) und die Entschlüsselung (Decodierung) dieser Informationen
- die Weitergabe und die Verarbeitung der *gelesenen* Informationen und die Umsetzung der daraus gewonnenen Signale in den Aktoren der Materialflussanlage (siehe **Bild 8.3**)



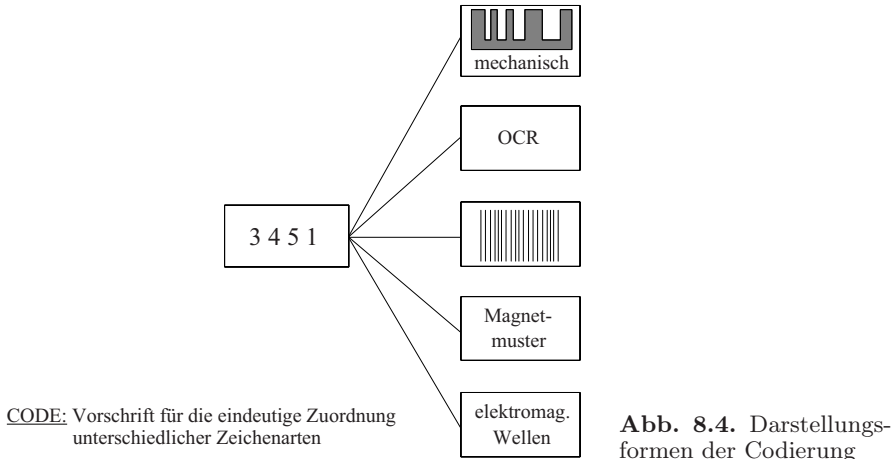
**Abb. 8.3.** Elemente eines Identifikationssystems im Materialfluss

Besteht die Aufgabe des Identifikationssystems nur darin, bestimmte Objekte im Materialfluss zweifelsfrei von anderen Objekten zu unterscheiden, so genügt dazu häufig ein ohnehin vorhandenes charakteristisches Merkmal, wie z.B. Masse, Form, Abmessung, Farbe usw. – ein eigens aufgebrachtes Kennzeichen ist dann nicht erforderlich. Die Klassifizierung der Objekte erfolgt durch Interpretation des „vorhandenen Codes“; im einfachsten Fall z.B. der Masse mit Hilfe einer Waage als Sensor.

Formen können mit optischen Sensoren, bevorzugt mit CCD-Kameras, erfasst werden. Zur Verarbeitung der aufgenommenen Bilder sind binär- und grauwert- oder farbverarbeitende Auswertesysteme für zwei- und dreidimensionale geometrische Formen Stand der Technik. Die Bildauswertung dient nicht nur der Identifikation, sie kann auch für weitere Aufgaben im Materialfluss eingesetzt werden, z.B. um die Greifer von Handhabungsautomaten in

die richtige Übernahme position zu führen, um Fördereinheiten auf vorgegebenen Bahnen zu bewegen oder um Qualitätsprüfungen durchzuführen.

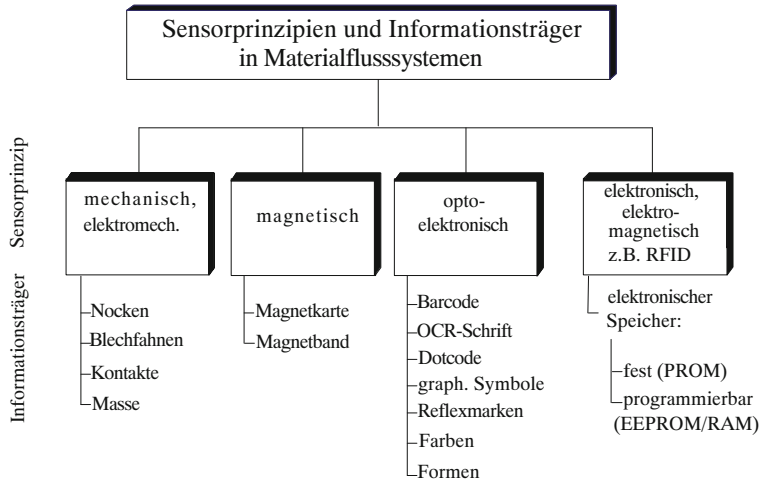
Ist eine Identifikation aufgrund vorhandener Merkmale nicht möglich oder sollen weitere, über die Objektmerkmale hinausgehende Informationen mitgegeben werden, so müssen die entsprechenden Daten codiert werden. Es ist zu entscheiden, ob die codierten Informationen nur für technische Sensoren oder auch für Menschen lesbar sein sollen (siehe **Bild 8.4**).



**Abb. 8.4.** Darstellungsformen der Codierung

Eine *Klassifizierung der Identifikationssysteme* wird nach dem Sensorprinzip und der Art des Informationsträgers vorgenommen (siehe **Bild 8.5**):

- *Mechanische und elektromechanische Identifikationssysteme* nutzen mechanische Bauteile wie Nocken, Stifte, Blechfahnen oder Kontakte als binär-codierbare Informationsspeicher sowie kapazitive oder induktive Geber zur Abtastung. Die Bedeutung dieser robusten Identifikationssysteme ist wegen ihrer geringen Informationsdichte, wegen der engen Toleranzen der Abtastentfernung und der relativ hohen Kosten stark zurückgegangen. Zur Kennzeichnung umlaufender Behälter werden Codierleisten verwendet, an denen sich eine begrenzte Anzahl von Informationen, sogenannten *Zielkennungen*, von Hand einstellen lassen. Sie werden überwiegend optisch mit Hilfe von Reflexlichtschranken abgetastet.
- *Magnetische Identifikationssysteme* nutzen das magnetische Feld eines oder mehrerer Permanentmagneten oder die magnetisierbaren Schichten von Magnetkarten, -streifen oder -bändern zur Speicherung der Informationen. Die Abtastung erfolgt berührungslos über Reedkontakte oder über Magnetköpfe. Magnetische Identifikationssysteme kommen in Materialflusssystemen aufgrund ihrer sehr geringen Abtastentfernung und der daher



**Abb. 8.5.** Klassifizierung der Identifikationssysteme

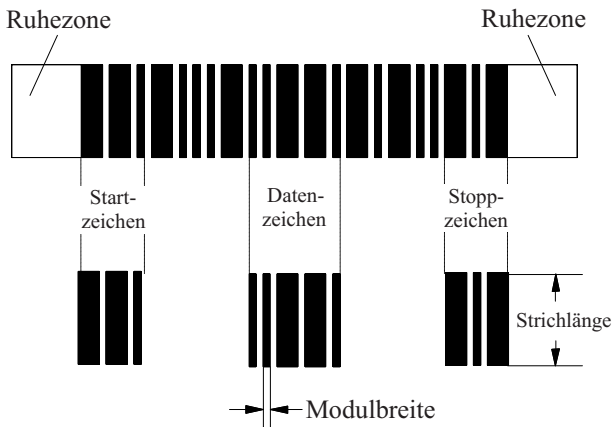
notwendigen engen Führungstoleranz der Fördereinheiten selten zum Einsatz. Ihren Hauptanwendungsbereich haben sie im Bankwesen (EC-Karten etc.).

- *Optoelektronische Identifikationssysteme* nutzen die Umrisse eines Objekts oder an diesem aufgebraute Markierungen wie Farbe, Reflexmarken, OCR-Schriften, grafische Symbole, Strich- oder Dotcodes als Informationsspeicher. Die Abtastung erfolgt mittels optoelektronischer Lesegeräte wie Lestift, Laserscanner oder CCD-Kameras. Optoelektronische Identifikationssysteme mit Strichcodes als Informationsspeicher haben mit ca. 70% Marktanteil die höchste Verbreitung, nicht zuletzt wegen der weltweiten Standardisierung der Codearten.
- *Elektronische und elektromagnetische Identifikationssysteme*, z.B. RFID, nutzen elektronische Speichermedien als Informationsspeicher. Die Informationen werden berührungslos mittels elektromagnetischer Wellen übertragen. Je nach Art des Speichermediums unterscheidet man festcodierte und frei programmierbare Datenträger. Erstere erhalten bei der Herstellung bzw. Auslieferung an den Kunden eine mehrstellige, individuelle Nummer, die beliebig oft gelesen, aber nicht geändert werden kann. Programmierbare Datenträger ermöglichen dagegen nahezu beliebiges Ändern, Ergänzen oder Austauschen der gespeicherten Informationen. Die speicherbare Datenmenge beträgt bei derzeit am Markt befindlichen Identifikationssystemen mit programmierbaren Datenträgern häufig 128 kByte und liegt damit um ein Vielfaches über dem Speichervermögen anderer Identifikationssysteme. Identifikationssysteme mit programmierbaren Datenträgern bieten so die Möglichkeit, umfangreiche Datensätze unmittelbar am Objekt im Mate-

rialfluss mitzuführen. Ferner sind für viele Anwendungen die großen Abtastentfernungen vorteilhaft: Diese betragen je nach Übertragungsprinzip und verwendeter Sende-/Empfangsfrequenz bis zu mehreren Metern.

## 8.5 Strichcode-Datenträger

Das Prinzip des Datenträgers mit *Strichcode* – meist *Barcode* oder *Balken-code* genannt – ist denkbar einfach. Nach einer Codiervorschrift wird eine Sequenz von parallelen dunklen Strichen auf hellem Hintergrund gebildet, wie in **Bild 8.6** dargestellt. Je nach codiertem Zeichen weisen die Striche und die Abstände zwischen den Strichen (Lücken) unterschiedliche Breiten auf. Beim Lesen mit einem sogenannten *Scanner* wird der Strichcode in einem Zug ohne Unterbrechung von einem Lichtstrahl abgetastet. Trifft das reflektierte Licht auf einen Photodetektor, so erzeugt es – dem unterschiedlichen Reflexionsverhalten der Striche und Lücken entsprechend – eine charakteristische elektrische Impulsfolge, die elektronisch ausgewertet (decodiert) wird und den im Code gespeicherten Informationsinhalt in rechnerverständlichen Signalen (ASCII-Zeichen) liefert.















**Abb. 8.6.** Aufbau eines Strichcodes

### 8.5.1 Codearten und Codekennzeichen

Der Aufbau eines Strichcodes ist standardisiert. In seiner einfachsten Art besteht er – wie Bild 8.6 zeigt – aus zwei Ruhezonen, den *Start- und Stopp-zeichen* (um die Leserichtung zu definieren) und den dazwischen liegenden, für die Informationsübertragung nutzbaren *Datenzeichen*. Optional kommt noch eine Klarschriftzeile hinzu, um die verschlüsselte Information bei Bedarf auch dem Menschen sichtbar zu machen.

Für die Datenzeichen haben sich verschiedene Codiervorschriften teilweise weltweit durchgesetzt. Für industrielle Anwendungen werden meistens die Codearten *Code 39* (zur Codierung alphanumerischer Zeichen), *2/5 industrial* (siehe **Bild 8.7**), der in **Bild 8.8** dargestellte *2/5 interleaved* (Codierung der Ziffern 0 bis 9) sowie *Code 128* verwendet. *Code 39* sowie *2/5 interleaved* sind, auch nach Herstellung mit preisgünstigen Druckverfahren (z.B. Matrixdruck), relativ sicher decodierbar, da sie nur zwei verschiedene Breiten von Strichen und Lücken verwenden (Zweibreitencodes). Der *Code 128* und die im Handelsbereich verwendeten Codearten *EAN*, *UPC*, *JAN* sind Mehrbreiten-Codes, bei denen vier verschiedene Breiten der Codeelemente verwendet werden. Durch die genaueren Druckverfahren (z.B. Tiefdruck, Thermotransferdruck) wird auch die Identifikationsrate bei Mehrbreitencodes sehr hoch. Neben den genannten klassischen Codearten existieren schließlich noch mehrzeilige Barcodes und eine Reihe firmenspezifischer Codearten, deren Bedeutung aber relativ gering ist.

Strichcode	1	2	4	7	-	Zeichen
	1	0	0	0	1	1
	0	1	0	0	1	2
	1	1	0	0	0	3
	0	0	1	0	1	4
	1	0	1	0	0	5
	0	1	1	0	0	6
	0	0	0	1	1	7
	1	0	0	1	0	8
	0	1	0	1	0	9
	0	0	1	1	0	0
	1	0	1			Stopp
	1	1	0			Start

**Abb. 8.7.** Codierschema der Codeart 2/5 industrial

Mehrzeilige Barcodes wie *Code 49*, *CODABLOCK A* bzw. *F*, sowie der in **Bild 8.9** dargestellte *PDF 417* (PDF = portable data file) werden in Zukunft eine immer größere Rolle bei der zwischenbetrieblichen Informati-

Codeart " 2/5 interleaved "

- Zur Verschlüsselung numerischer Zeichen (Zahlen)
  - Zeichenvorrat: 10 Zeichen (Ziffern 0 bis 9)
  - Codeaufbau: Zweibreitencode
  - spezifiziert nach ANSI MH 10.8-1983 (USA)
  - Zeichenaufbau: abwechselnd in 5 Strichen und 5 Lücken codiert → interleaved
- selbstprüfender Code: 2 breite und 3 schmale Codeelemente pro Zeichen
  - Prüfzeichenberechnung "Modulo 10 Gewichtung 3"
  - mitcodiertes Prüfzeichen unbedingt empfohlen !

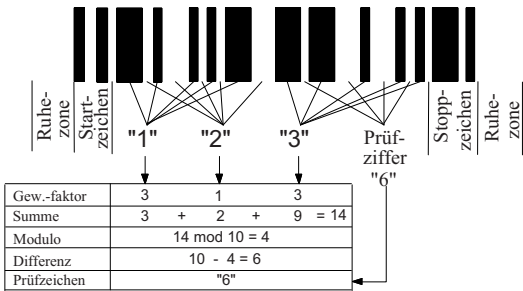


Abb. 8.8. Codeart 2/5 interleaved

onsübertragung spielen. Bei der als CODABLOCK bezeichneten Anordnung handelt es sich um mehrere Barcode-Zeilen der Codeart *Code 39* bzw. *Code 128*, die durch schwarze Querstriche voneinander getrennt sind. Bei der Codeart *PDF 417* wird ein Codiervorgehen verwendet, mit dem sich zusätzlich zur Information redundante Zeichen im Barcode erzeugen lassen. Je nach gewählter Redundanzstufe darf der Barcode dann auch Beschädigungen oder Verschmutzungen aufweisen, ohne dass seine Decodierfähigkeit eingeschränkt wird. Die speicherbare Datenmenge liegt im Kilobyte-Bereich.

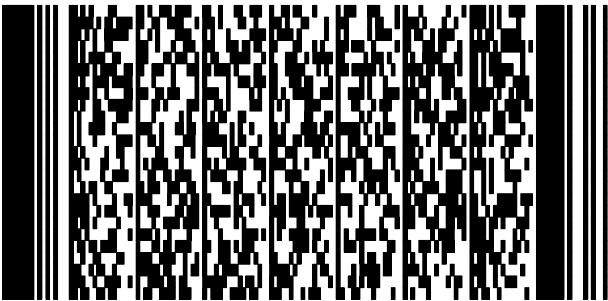


Abb. 8.9. Beispiel für einen Code PDF 417 mit 95 Zeichen und Redundanz von ca. 65 %

Die wichtigsten geometrischen Kenndaten eines Barcodes sind:

- die Modulbreite  $X$
- die Breite der Ruhezonen  $R_{1/2}$
- das Druckverhältnis  $V$
- die geometrische Toleranzen  $T$
- die Strichlänge  $l_s$
- die Zeichenanzahl  $n$
- die Codelänge  $l_c$

### Modulbreite

Als Modulbreite  $X$  bezeichnet man die Breite des schmalsten Elements (Strich oder Lücke). Die Angabe erfolgt meist in Millimetern. Anhand der Modulbreite lassen sich Barcodes folgendermaßen einteilen (vgl. Lenk (2000)):

ultra-high-density-barcodes		$X \leq 0,19 \text{ mm}$
high-density-barcodes	$0,19 \text{ mm} < X \leq 0,24 \text{ mm}$	
medium-density-barcodes	$0,24 \text{ mm} < X \leq 0,30 \text{ mm}$	
low-density-barcodes	$0,30 \text{ mm} < X \leq 0,50 \text{ mm}$	
Nahbereichsbarcodes	$0,50 \text{ mm} < X$	

Die *Modulbreite*  $X$  der abzutastenden Barcodes bestimmt das erforderliche Auflösungsvermögen der einsetzbaren Lesegeräte. In vielen Applikationen ergibt sich ein Konflikt zwischen geringem Platzangebot für die Codierung (kleine Modulbreiten und Druckverhältnisse) und dem Wunsch nach „technischen Reserven“, um unter Alltagsbedingungen höchste Identifikationsraten zu erreichen.

Zur Materialflusssteuerung werden normalerweise Barcodes mit Modulbreiten nicht unter 0,5 mm gewählt. Sind große Leseabstände ( $> 1 \text{ m}$ ) erforderlich oder große Tiefenschärfebereiche abzudecken, sollten Nahbereichsbarcodes eingesetzt werden. Nur bei sehr exakter Führung (wenig Tiefenschärfe) und wenn keine Verschmutzungen zu erwarten sind, kann mit high-density-Barcodes gearbeitet werden. Je größer die Verschmutzungsgefahr ist, desto größer muss bei einzeiligen Barcodes die Modulbreite und desto höher sollte bei mehrzeiligen Barcodes die Redundanzstufe gewählt werden.

### Ruhezonen

Als *Ruhezonen*  $R_{1/2}$  bezeichnet man die beiden hellen Bereiche, die sich unmittelbar vor und hinter der Codierung befinden. Die Breite der Ruhezone  $R$  muss mindestens das Zehnfache der *Modulbreite*  $X$  betragen. Wenn die Ruhezone zu schmal ist, entscheidet das Lesegerät, dass die folgenden empfangenen Reflexionssignale nicht von einem Barcode herrühren. Ohne diese



zusätzliche Redundanz würden Barcode-Lesegeräte auch andere Muster auf abgetasteten Oberflächen fälschlicherweise als Informationen von Barcodes interpretieren und ausgeben.

### Druckverhältnis

Das Verhältnis der breiten Codeelemente zur Modulbreite wird als Druckverhältnis  $V$  bezeichnet. Es ist bei „Zweibreitencodes“ (z.B. *Code 39*,  $2/5$  interleaved) zwischen 2 und 3 zu wählen, d.h. die breiten Elemente besitzen die doppelte bis dreifache Breite der schmalen Elemente. Bei einigen Codearten sind für kleine Modulbreiten Mindestdruckverhältnisse von 2,25 vorgeschrieben. Bei Mehrbreitencodes wie den Codearten *EAN*, *UPC* und *JAN* sowie dem *Code 128*, bei denen 4 und bei der Codeart *PDF 417*, bei der sogar 6 verschieden breite Elemente verwendet werden, müssen relativ genaue Druckverfahren eingesetzt werden.

### Geometrische Toleranzen und Kantenrauigkeit

Eine wichtige Rolle spielen die *geometrischen Toleranzen*  $T$  der Breite von Strichen und Lücken. Nur wenn vorgegebene Toleranzbereiche eingehalten werden, ist die eindeutige Lesung der Information gesichert.

Der Toleranzbereich eines einzelnen Zeichens der Codeart *Code 39* beträgt bei einem Druckverhältnis  $V = 2$  ca.  $\pm 20\%$ . Dies bedeutet, dass kein Element innerhalb eines Barcodes größer als 120 % bzw. kleiner als 80 % der durchschnittlichen Modulbreite  $X$  sein darf. Bei einem *Druckverhältnis*  $V = 3$  ergibt sich eine zulässige Toleranz von ca.  $\pm 34\%$ , sodass die Einhaltung dieser Toleranzen auch für ungenauere Druck- und Herstellverfahren (Matrixdruck, Ink-Jet-Markierung) gesichert ist.

Der Begriff *Kantenrauigkeit* bezieht sich auf den (mikroskopisch beobachtbaren) zerklüfteten und unregelmäßigen Übergang (Trennlinie) zwischen Strichen und Lücken, die bei manchen Druckverfahren besonders stark hervortritt. Bei linienhafter Abtastung ruft eine hohe Kantenrauigkeit die gleiche Wirkung wie große geometrische Toleranzen hervor.

### Strichlänge

Die *Strichlänge*  $l_s$  (bei einzeiligen Barcodes identisch mit der Codehöhe) ist die Höhe des größten Rechtecks, dessen Fläche vollständig mit der Codierung ausgefüllt ist. In den meisten Fällen sind alle Striche gleich lang, Ausnahme bildet der *EAN*, bei dem die äußeren und die beiden inneren Striche etwas länger sind. Da in der Strichlänge die Redundanz des Barcodes liegt, richtet sich die benötigte Strichlänge nach der Verschmutzungsgefahr, der Leseanordnung und den eingesetzten Lesegeräten.

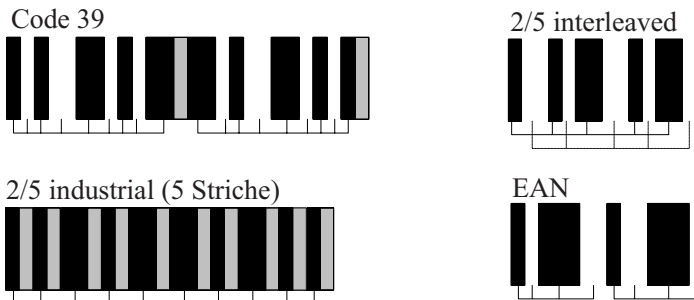
### Zeichenanzahl

Die *Zeichenanzahl*  $n$ , die sich aus der Summe von Nutz- und Prüfzeichen zusammensetzt, bestimmt die Codelänge mit und beeinflusst daher die Wahl der Codeart.

### Codelänge

Die *Codelänge*  $l_c$  berechnet sich aus der *Modulbreite*  $X$ , dem *Druckverhältnis*  $V$ , der *Zeichenanzahl*  $n$  und der *Breite der beiden Ruhezonen*  $R_{1/2}$ . Der Platzbedarf für das Etikett ergibt sich damit aus der *Codelänge*  $l_c$  und der *Strichlänge*  $l_s$  sowie evtl. einer mitgedruckten Klarschriftzeile. Ein Vergleich der *Codelängen*  $l_c$  für die klassischen Codearten zeigt erhebliche Unterschiede (siehe **Bild 8.10**).

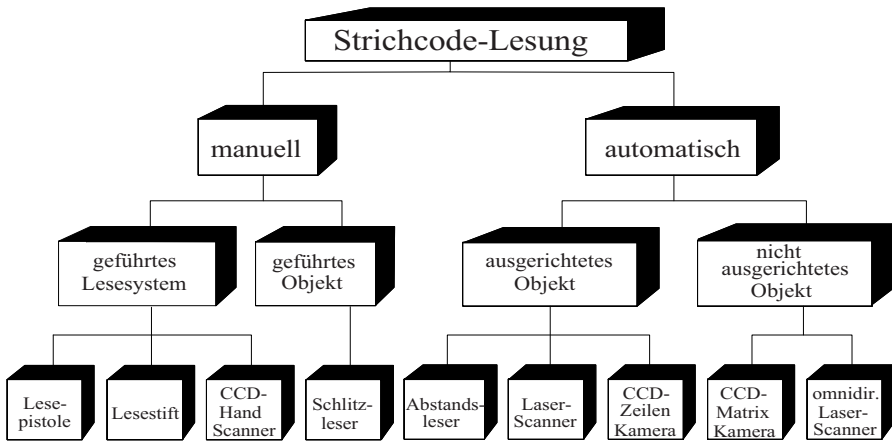
2/5 interleaved	$l_c = 20 \cdot X + [n \cdot (2V + 3) + V + 6] \cdot X$
Code 39	(Trennlückenbreite = eine Modulbreite) $l_c = 20 \cdot X + [n \cdot (3V + 7) + 6V + 13] \cdot X$
Code 128	(in einem Zeichen zwei Ziffern codierbar) $l_c = 20 \cdot X + [n \cdot 11 + 21] \cdot X$
EAN 8	(feste Werte für Modulbreite in mehreren Stufen spezifiziert) $l_c = 14 \cdot X + 67 \cdot X$
EAN 13	(feste Werte für Modulbreite in mehreren Stufen spezifiziert) $l_c = 14 \cdot X + 95 \cdot X$
Codabar	( $b$ = Anzahl der Zeichen mit größerem Platzbedarf laut Codetabelle) $l_c = 20 \cdot X + [n \cdot (2V + 6) + b \cdot (V - 1) + 6V + 9] \cdot X$



**Abb. 8.10.** Codelängenvergleich: Darstellung der Zahl 45 in verschiedenen Codearten

### 8.5.2 Lesegeräte für Strichcode-Datenträger

Zur Abtastung und Decodierung von Strichcode-Datenträgern sind Lesegeräte mit unterschiedlichen Eigenschaften entwickelt worden. Aus der in **Bild 8.11** dargestellten Klassifikation werden nachfolgend einige wichtige Geräte beschrieben und ihre typischen Einsatzfälle genannt:



**Abb. 8.11.** Klassifikation der Strichcode-Lesegeräte

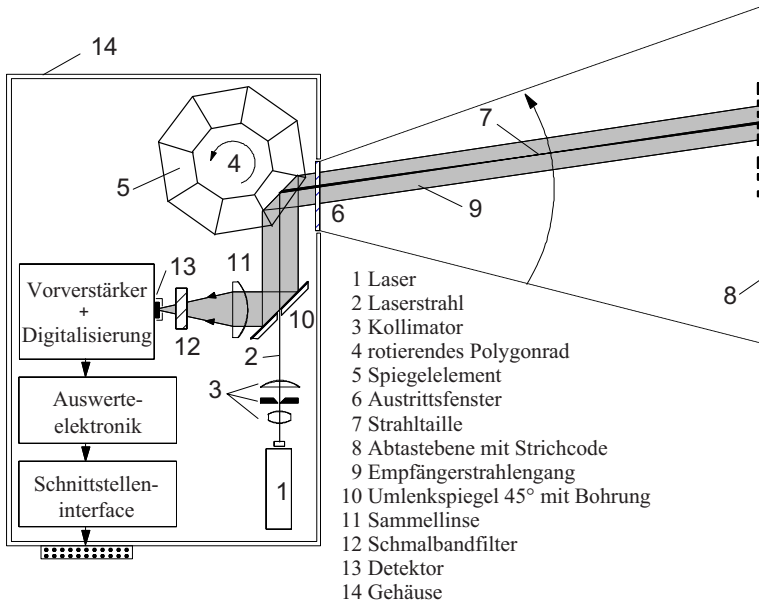
*Automatische Strichcode-Lesegeräte* werden an Identifikationspunkten (I-Punkt) in Materialflusssystemen eingesetzt, wenn die zu identifizierenden Objekte automatisch am Lesegerät vorbeigeführt werden. Zur Aktivierung der Lesebereitschaft besitzen sie einen Eingang, an dem eine Lichtschranke angeschlossen wird. Wenn eine mit einem Strichcode versehene Fördereinheit den I-Punkt passiert, wird das Lesegerät von der Lichtschranke getriggert.

Bei den stationären, vollautomatischen Lesegeräten hat der Anwender die Wahl zwischen Laserscannern, CCD-Zeilenkameras, Abstandslesern und Matrixkameras mit Bildverarbeitungssystem.

Die *manuell bedienbaren Lesegeräte* Lesestift, Lese-pistole und CCD-Handscanner, die man an vielen Kaufhauskassen antrifft, werden auch im industriellen Bereich, vorwiegend an stationären Punkten, als Ersatz für die Tastatureingabe eingesetzt. Die decodierte Information wird direkt in die Tastaturleitung *eingeschleift* oder über eine serielle Schnittstelle an einen PC übertragen. So lassen sich alle PCs und Terminals zu preiswerten Strichcode-Lesestationen umrüsten, beispielsweise, um Materialanforderungen zu tätigen oder Zeiten zu erfassen.

#### Einstrahl-Laserscanner

Beim Laserscanner erzeugt ein Laser (heute fast ausschließlich eine rot emittierende Halbleiterlaserdiode) einen stark gebündelten Lichtstrahl, der auf ein rotierendes Polygonrad gelenkt wird, an dessen Umfang 6 bis 10 kleine Spiegelemente angebracht sind. Die Reflexion des Laserstrahles an den Spiegelementen des rotierenden Polygonrades lässt einen periodisch in einer Ebene V-förmig abgelenkten Strahl entstehen (siehe **Bild 8.12**). Auf den abgetasteten Oberflächen erscheint so für das träge menschliche Auge eine rote Abtastlinie, die vom auftreffenden Laserstrahl immer wieder deckungsgleich und in gleicher Orientierung überstrichen wird. Der in der prinzipiellen Funktionsweise beschriebene Laserscanner wird als Einstrahl-Laserscanner bezeichnet, da bei jeder Ablenkung des Laserstrahles die gleiche Abtastlinie („ein Strahl“) auf der abgetasteten Oberfläche entsteht. Die Abtastlinie von bis zu einem Meter Länge wird, je nach Winkelgeschwindigkeit des Polygonrades und Anzahl der Spiegelemente, zwischen 200 und 800 Mal in der Sekunde überstrichen.



**Abb. 8.12.** Optische Komponenten eines Laserscanners

Bei der Abtastung eines Strichcodes überstreicht der Laserstrahl zunächst die unbedruckte Ruhezone, was die Initialisierung der Elektronik bewirkt. Bewegt sich der auftreffende Laserstrahl anschließend mit gleichförmiger Geschwindigkeit über den Strichcode, so ist die Zeit für das Überstreichen eines schmalen Striches kürzer als die Zeit für das Überstreichen eines breiten

Striches. An einer hellen Lücke wird der auftreffende Laserstrahl wesentlich stärker reflektiert als an den dunklen Strichen.

Diese beiden Tatsachen werden für die (elektronische) Rekonstruktion des Strichcodes ausgenutzt. Ein Teil des am Etikett reflektierten Lichtes gelangt durch das Austrittsfenster zurück auf das Polygonrad. Von dort trifft es z.B. auf einen halbdurchlässigen Spiegel. Eine Sammellinse fokussiert das reflektierte Licht auf den Detektor, eine schnelle Photodiode oder einen Photomultiplier. Der Detektor bildet aus der Intensität des reflektierten Lichtes, gemäß den unterschiedlichen Breiten der Striche und Lücken, eine elektrische Impulsfolge, deren zeitlicher Verlauf den geometrischen Verhältnissen des Strichcodes proportional ist. Ein dem Detektor nachgeschalteter Verstärker erzeugt ein verstärktes elektrisches Signal, welches jedoch, abhängig vom Fremdlicht und der Leseentfernung zwischen Etikett und Laserscanner, einen unterschiedlichen Gleichanteil besitzt. Nach dem Eliminieren dieser Störung liegt bereits das Nutzsignal vor. In einem weiteren Schritt wird die elektrische Impulsfolge in ein binäres Signal (zwei elektrische Zustände) umgewandelt, das vom Decoder verarbeitet werden kann. Ein Mikroprozessor oder ein ASIC wertet das vorliegende, binäre Signal mit den Zuständen *Schwarz* und *Weiß* zur Ermittlung der unterschiedlichen Breiten der Codeelemente zeitlich aus.

Dazu wird die Sequenz aller Codeelemente als Zahlenfolge abgespeichert, durch eine Programmroutine verarbeitet und mit Hilfe einer in einem EPROM abgelegten Decodiervorschrift decodiert. Es spielt keine Rolle, ob der Strichcode vom Start- zum Stoppzeichen oder in umgekehrter Richtung überstrichen wird, die bidirektional arbeitenden Geräte erkennen die Richtung und drehen die Sequenz gegebenenfalls um. Eine Schnittstellenlogik und entsprechende Treiber stellen den elektronischen Ausgang des Laserscanners dar. Beim einmaligen Überstreichen der Abtastlinie können leistungsfähige Scanner alle gebräuchlichen Strichcodes auslesen. Die *Lesegeschwindigkeit* bleibt trotzdem fast nur durch die Übertragungsdauer der erkannten Information über die Schnittstelle (einige 10 Millisekunden) begrenzt. Voraussetzung ist, dass die Abtastlinie alle Striche und Lücken eines Strichcodefeldes mindestens einmal vollständig und zusammenhängend überstreicht.

Laserscanner besitzen wegen des nur schwach divergierenden Laserstrahles relativ große Tiefenschärfe (bezogen auf den Leseabstand). Wird als Beleuchtungsquelle ein Helium-Neon-Laser verwendet, so entsteht im Gegensatz zu üblichen Lichtquellen ein fast paralleler Strahl von 0,3 bis 1,0 mm Durchmesser. Das heißt, der Tiefenschärfebereich hängt von der Modulbreite der eingesetzten Strichcodes ab (siehe **Bild 8.13**). Eine hohe Tiefenschärfe ist wichtig, wenn die Fördereinheiten (z.B. Pakete auf einer Rollenbahn) nicht genau geführt werden (siehe **Bild 8.14**).

Die *Abtastrate* (Dimension  $\frac{\text{Scans}}{s}$  oder  $s^{-1}$ ) gibt an, wie oft der Strichcode pro Zeiteinheit abgetastet und decodiert werden kann. Abtastrate der Leseeinrichtung und Strichlänge der Barcodes müssen auf die Fördergeschwindigkeit abgestimmt werden. Der wandernde Lichtpunkt des Laserstrahls bewegt

Tiefenschärfebereich in Abhängigkeit der Modulbreite X

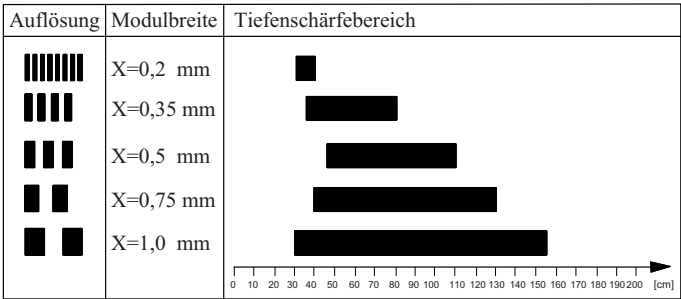


Abb. 8.13. Beispiel für Tiefenschärfebereiche bei einem Laserscanner

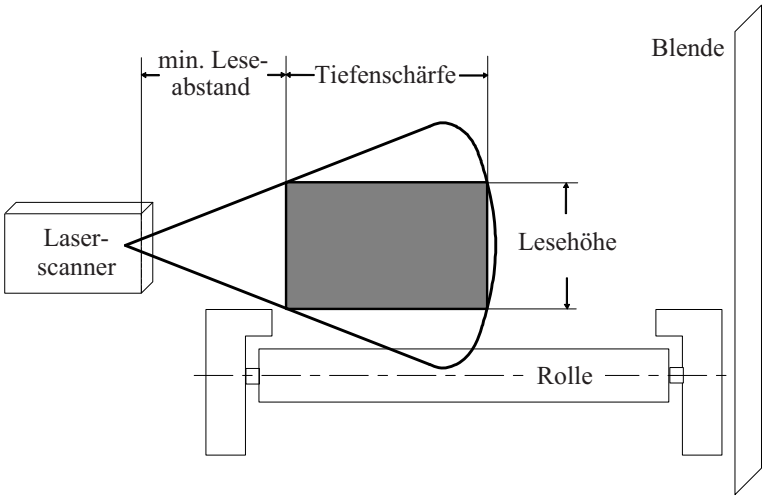


Abb. 8.14. Wahl des Leseabstandes und des Tiefenschärfebereichs

sich, je nach Entfernung, mit einer Geschwindigkeit von bis zu  $1000 \frac{m}{s}$  über den Strichcode. Die Verweildauer auf einem 5 cm langen Strichcode beträgt somit lediglich 50  $\mu s$ . Darum wirken sich mechanische Schwingungen der Fördereinheit (Größenbereich 5 bis 30 Hz) nicht auf das Leseergebnis aus.

Rasterscanner

Beim Raster-Laserscanner sind die einzelnen Spiegel des Polygonrades nicht achsparallel oder im gleichen Winkel zur Achse angeordnet. Dadurch entstehen in einer Leseebene (senkrecht zum Laserstrahl) mehrere parallele Abtastlinien (siehe Bild 8.15) und damit ein größerer Abtastbereich als beim Einstrahl-Laserscanner.

Standardanwendungen






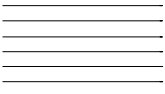
Strichcode	Abtastmuster	Lesegerät
Standardform 		Einstrahl-Laserscanner in "ladder"-Anordnung
Standardform 		Einstrahl-Laserscanner in "picket-fence"-Anordnung
Standardform 		Raster-Laserscanner in "picket-fence"-Anordnung

Abb. 8.15. Einsatz von  
Einstrahl- und Rasterla-  
serscanner

Omnidirektionale Laserscanner

Wenn die Verwendung von T-Form-Strichcodes nicht möglich ist, werden omnidirektionale Laserscanner eingesetzt. Diese erzeugen anstelle einer einzelnen Abtastlinie ein komplexeres Abtastmuster (siehe **Bild 8.16**), so dass der Strichcode unabhängig von seiner Orientierung von einer der Abtastlinien vollständig überstrichen werden kann.

CCD-Zeilenkamera

Eine CCD-Zeilenkamera besteht aus den beiden optischen Komponenten CCD-Zeile und Objektiv (siehe **Bild 8.17**). Das Objektiv bildet einen linienförmigen Bereich der Objektszene auf die CCD-Zeile ab. Eine CCD-Zeile (CCD = charge coupled device) ist aus vielen einzelnen Photodioden zusammengesetzt, die in einer Zeile angeordnet sind. Jede dieser Photodioden entspricht einem Bildpunkt (engl.: pixel). Während der sogenannten Integrationszeit (Belichtungszeit) erzeugen die auf einen Bildpunkt auftreffenden Photonen (Lichtquanten) Elektronen-Lochpaare. Nach einer Ladungstrennung werden die Elektronen in den den Bildpunkten zugeordneten Potentialmulden gesammelt, und die Helligkeit jedes einzelnen Bildpunktes wird durch Ladungsverschiebung elektronisch gelesen, so dass die linienhafte optische Information elektronisch weiterverarbeitet werden kann.

Als Grundregel für die Wahl der Objektivbrennweite gelten „mindestens 4 pixel pro Modul“, d.h. durch die optische Abbildung soll der schmalste Strich des Strichcodes auf mindestens vier nebeneinanderliegende pixel der

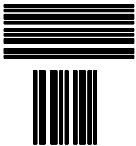

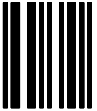
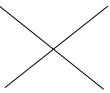


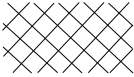

Strichcode	Abtastmuster	Lesegerät
T-Form 	Strich 	1 Scanner mit beliebiger Anordnung
Überquadrat 	Kreuz 	2 Scanner 90°versetzte Anordnung
Standard-Form 	Rosette 	Star-Bust-Scanner
	Gitter 	Spezialscanner
	Fläche 	Systeme mit Bildauswertung

Abb. 8.16. Möglichkeiten der omnidirektionalen Lesung von Strichcodes

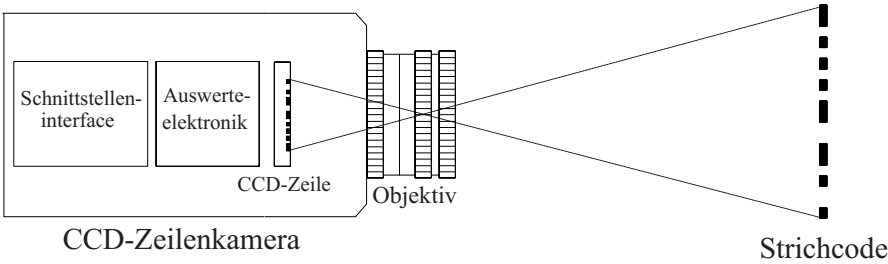


Abb. 8.17. CCD-Zeilenkamera

CCD-Zeile (meist also  $40\mu m$ ) abgebildet werden. Der Tiefenschärfebereich der CCD-Kamera lässt sich durch Verkleinerung des Blendendurchmessers des Objektivs vergrößern. Die Verkleinerung des Blendendurchmessers ist allerdings nur möglich, wenn die Beleuchtungsstärke am Strichcode erhöht werden kann. Die Beleuchtungsstärke am Strichcode muss mit jeder Blendstufe (1, 4 – 2 – 2, 8 – 4 – 5, 6 – 8 – 11 – 16) verdoppelt werden.

Bei der optischen Abbildung eines Strichcodes auf die CCD-Zeile (korrekte Entfernungseinstellung vorausgesetzt) *belichtet* dann ein helles Code-



element mehrere nebeneinanderliegende Bildpunkte. Eine breite Lücke entspricht vielen belichteten, ein schmaler Strich dagegen wenigen unbelichteten Bildpunkten. Damit kann die Information des Strichcodes decodiert und im ASCII-Zeichenformat einer genormten Schnittstelle zugeführt werden.

Die CCD-Zeilenkamera kann den Strichcode bei Dunkelheit und schwacher Umgebungshelligkeit nicht erkennen. Sie benötigt immer eine zusätzliche Beleuchtungsquelle. Um die unterschiedlichen Reflexionswerte bei schwankender Umgebungshelligkeit auszugleichen, wird die Beleuchtungsstärke der Beleuchtungsquelle sehr viel größer als die Umgebungshelligkeit gewählt, sodass sich letztere prozentual nur gering auswirkt. Als Beleuchtungsquellen eignen sich hochfrequent betriebene Leuchtstoffröhren oder Halogenglühlampen, mit denen die CCD-Zeilenkamera in weiten Grenzen unabhängig von der Umgebungshelligkeit wird.

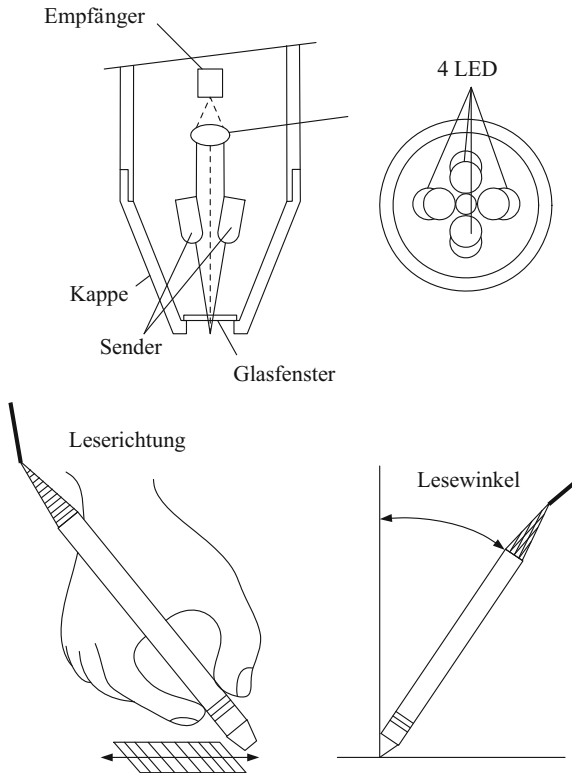
### **CCD-Matrixkamera**

In CCD-Matrixkameras wird als optoelektronischer Empfänger ein CCD-Matrix-Chip verwendet, welcher aus einer Matrix von zeilen- und spaltenförmig angeordneten Bildpunkten besteht. Mit einem hochwertigen Kameraobjektiv wird der gesamte Strichcode zweidimensional, d.h. als vollständiges Bild, auf den CCD-Matrixchip abgebildet. Die Reflexionswerte der einzelnen Bildpunkte werden in einem großen Speicherbereich (Video-Speicher) eines leistungsfähigen Computers abgelegt, vorverarbeitet (gefiltert, binariert) und mit leistungsfähiger Software analysiert.

Infolge des hohen Informationsgehaltes der gesamten Fläche können selbst Strichcodes, die zu großen Teilen zerstört oder stark verschmutzt sind, erkannt und decodiert werden. Im Vergleich mit den bisher beschriebenen eindimensional (linienhaft) abtastenden Lesegeräten, bieten die zweidimensional abtastenden CCD-Matrixkameras bei Bedarf eine wesentlich höhere Leistungsfähigkeit der Leseigenschaften. Der Einsatz von Bildverarbeitungssystemen (BV-Systemen) lohnt aufgrund der vergleichsweise hohen Preise aber nur, wenn in der Applikation mit verschmutzten oder beschädigten Strichcodes zu rechnen ist oder die Strichcodes unausgerichtet am Identifikationspunkt vorbeikommen. Allerdings ist die geringere Auflösung der CCD-Matrixkamera im Vergleich zu der CCD-Zeilenkamera und dem Laserscanner zu beachten. Bei üblichen CCD-Matrixkameras beträgt die Auflösung in einer Richtung ca. 750 Punkte. Die volle Ausnutzung dieser Richtung entspricht bei einer Abbildung von 4 pixel pro Modul (was in der zweidimensionalen Bildverarbeitung ausreicht) einem 10-stelligen Strichcode des Typs Code 39, der exakt positioniert werden muss. Einen Ausweg aus dieser Schwierigkeit bietet der Einsatz eines BV-Systems mit zwei Kameras. Hier wird die Lage des Strichcodes innerhalb der großen Objektszene mit der ersten, stationären Kamera grob ermittelt. Die zweite Kamera mit Teleobjektiv wird dann mechanisch auf den Strichcode ausgerichtet, sodass die Auflösung ausreicht, um den Strichcode zu decodieren.

### Lesestift

In der optischen Tastspitze der Lesestifte (siehe **Bild 8.18**) befinden sich Rot- oder Infrarot-Lumineszenzdiode (LEDs), welche die Oberfläche des Strichcode-Feldes diffus beleuchten. Das ausgesandte Licht wird an den Lücken des Strichcodes stark reflektiert und über ein optisches System (Lochblende, Linse, Spiegel) auf einen Phototransistor (Empfänger) projiziert.



**Abb. 8.18.** Aufbau und Benutzung eines Lesestiftes

Beim Überstreichen des Strichcodes löst das System so die Striche und Lücken optisch auf und wandelt sie in eine elektrische Impulsfolge um. Von einem im Schaft eingebauten Verstärker werden die aufbereiteten Signale des Fototransistors als verstärkte Analog- oder Digitalsignale am Ausgang zur Verfügung gestellt.

### CCD-Handscanner

Beim CCD-Handscanner beleuchten mehrere auf einer Linie angeordnete Leuchtdioden den Strichcode diffus. Durch eine Linse wird die beleuchtete Linie wie bei der CCD-Zeilenkamera auf eine Photodiodenzeile abgebildet.

Befindet sich ein vollständiger Strichcode in der Abtastlinie, so „belichten“ die hellen Lücken jeweils mehrere nebeneinanderliegende Bildpunkte (pixel) der CCD-Zeile, und die Strich-Lücken-Sequenz kann ausgewertet werden.

CCD-Handscanner sind wegen des aufwändigeren Aufbaus teurer als Lestifte und können wegen der beschränkten Breite des Lesefeldes nur Codes bis zu einer bestimmten Länge (Stellenzahl) lesen. Die Breite des Lesekopfes (Länge der Abtastlinie) liegt üblicherweise zwischen 60 und 80 Millimetern. Die Abtastrate beträgt ca.  $60\text{ s}^{-1}$ , der Leseabstand 0 bis 20 Millimeter. Das minimale Druckkontrastverhältnis, das die abzutastenden Strichcodes aufweisen dürfen, liegt im Bereich von 50%.

### Lesepistole

Lesepistolen (siehe **Bild 8.19**) verwenden - ähnlich wie Laserscanner - zum Abtasten des Codes den abgelenkten Strahl eines Halbleiter- oder Helium-Neon-Lasers, der sich in einem pistolenartigen Gehäuse befindet. Der Strahl wird von einem Wendespiegel oder einem Polygonrad kontinuierlich abgelenkt und erzeugt auf einer angezielten Oberfläche eine sichtbare Abtastlinie. Wenn diese so über das Codemuster verläuft, dass alle Striche geschnitten werden, erfolgt eine Decodierung. Die Abtastraten liegen bei ca. 40 bis 50 Abtastungen pro Sekunde.

Lesepistolen eignen sich überall dort, wo Strichcodes im Stillstand über eine größere Entfernung hinweg (ca. 1 m) gelesen werden müssen. Typische Anwendungen sind der Wareneingang, Kommissioniersysteme und die Identifikation von Ladeeinheiten vom Gabelstapler aus.

Immer häufiger findet man *speichernde, mobile Datenerfassungsterminals* mit integrierter Scanner, integrierter CCD-Zeile oder integriertem Lestift für die Einhandbedienung. Viele der Geräte besitzen eine Kleintastatur (Nummernblock), sodass z.B. Stückzahlen eingegeben werden können. Durch ein ladbares Programm kann z.B. der Vorgang *Auslagern* überwacht werden, indem der Kommissionierer den Strichcode am Lagerfach (Artikelbezeichnung) mit dem integrierten Scanner erfasst und die entnommene Stückzahl in die Tastatur eingibt. Bei Bedarf können sogar Anweisungen wie „Lagerfach leer“etc. im Terminal gespeichert werden, sodass beim Übertragen des Dateninhalts an einen Lagerverwaltungsrechner Soll- und Ist-Bestände abgeglichen werden können. Für die Inventur im Lager wird einfach ein anderes Anwenderprogramm in den Programmspeicher geladen. Durch Akkubetrieb bleibt die volle Mobilität des Kommissionierers erhalten. Einsatzgebiete sind das Kommissionier- oder Kleinteilelager und die Registrierung oder Kontrolle stehender Fördereinheiten in der Produktion.

Bei neueren Entwicklungen ist das mobile Datenerfassungsterminal online mit dem entsprechenden Rechner verbunden. Die Mobilität des Bedieners wird durch eine *online-Funkkopplung* gewährleistet, sodass auch das gelegentliche „Anhängen“ an eine Datenschnittstelle entfällt und nur der Akku nach-



**Abb. 8.19.** Lese pistole

zuladen ist. Auch hier wird der Erfassungsvorgang durch einen integrierten Scanner oder einen CCD-Zeilenvorsatz stark vereinfacht und fehlerfrei.

## 8.6 Identifikationssysteme mit zweidimensionalen Datenträgern

### 8.6.1 Allgemeines

Zweidimensionale Codes bzw. Matrixcodes (vgl. **Bild 8.20**) sind optische Codierungen, bei denen im Gegensatz zu den informationstragenden Strich- und Lückensequenzen der Barcodes die Information durch eine regelmäßige, zweidimensionale Matrix von gesetzten und nicht gesetzten Punkten codiert wird. Die überwiegend quadratische Matrix enthält ein optisches Muster, anhand dessen die Codeart und Hauptrichtungen der Matrix erkannt werden.

Vorteile der Matrixcodes sind vor allem die gegenüber den Barcodes größere codierbare Zeichenmenge und die bei Verwendung von CCD-Matrixkamera-basierten Lesegeräten omnidirektionale (drehwinkelunabhängige) Lesbarkeit. Nachteile sind die gegenüber Barcodelesegeräten höheren Kosten der Lesegeräte (bei gleichen optischen Leistungsdaten) und bei automatischer Lesung die erforderliche Anbringung der Codierungen auf gleicher Höhe.

Als inzwischen gängiger Matrixcode findet sich z.B. die Codeart Data Matrix, mit der sich bis zu 2000 Zeichen speichern lassen und die mit den Prüfzeichenalgorithmen CRC (cyclic redundancy check) und Reed-Solomon gelesen werden kann. Der MaxiCode genannte Matrixcode mit 93 Zeichen wird häufig in Paketsortieranlagen verwendet. QR-Code, Code One, Vericode, Array Tag und Dotcode sind weitere Vertreter der Matrixcodes, die ebenfalls erfolgreich in vielen Anwendungen implementiert sind.

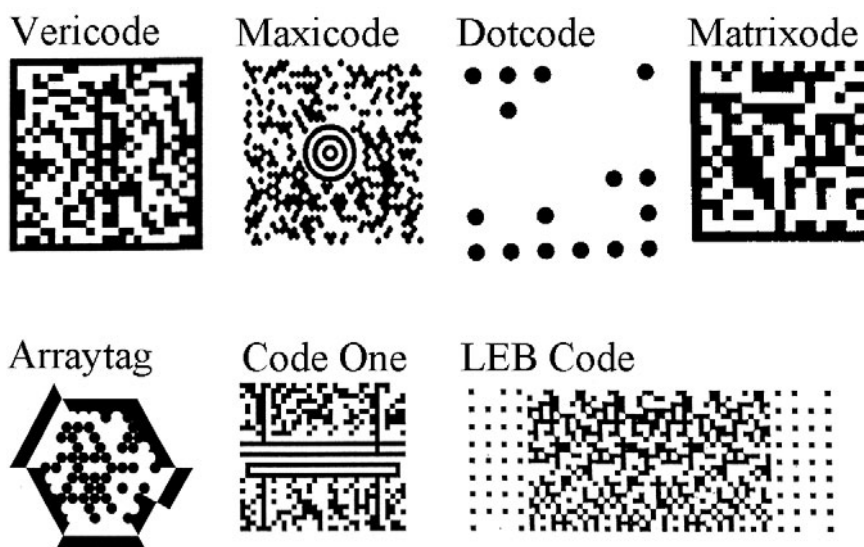


Abb. 8.20. Beispiele für zweidimensionale Datenträger

### 8.6.2 Dotcode

Der Dotcode (Punktcode) besteht aus einer zweidimensionalen, geometrisch regelmäßigen, quadratischen oder rechteckigen Matrix, auf deren regulären Plätzen sich je nach codierter Information Punkte befinden oder fehlen. An den regulären Plätzen ohne Punkte nimmt die Codierung die Struktur des Hintergrundes an. Auch zum Dotcode gehört eine Ruhezone, die auf allen vier Seiten gemäß den Spezifikationen einzuhalten ist. Der Dotcode bietet

Vorteile, wenn entweder wenig Platz für die Codierung zur Verfügung steht oder der Code nicht in einer gleichbleibenden Raumlage ausgerichtet werden kann. Er besitzt naturgemäß eine höhere Informationsdichte als der Strichcode, was allerdings auf Kosten der Redundanz geht, sodass der Einsatz in Anwendungen mit Verschmutzungsgefahr kritisch betrachtet werden sollte.

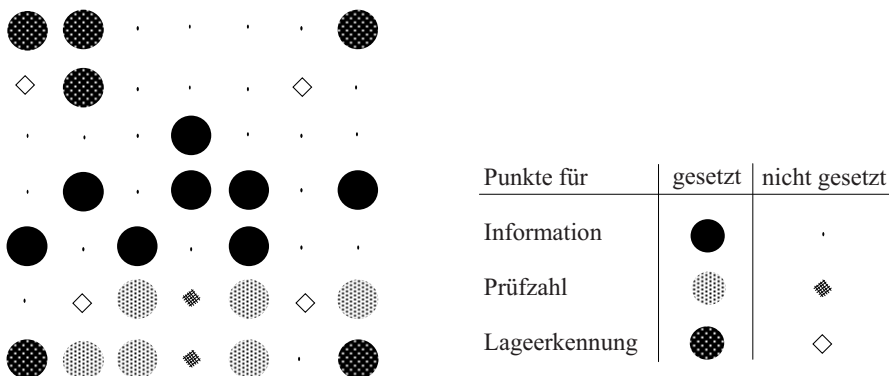


Abb. 8.21. Dotcode (Punktcodes)

Interessante Anwendungen für den Dotcode sind die Markierung von Stahlbrammen, von Blechen in der Werftindustrie sowie von Getränkekisten. Als Markierungstechnik ist neben dem Etikettieren auch ein einfaches Stempelwerk einsetzbar. Je nach Werkstück können auch einfach Löcher in die Oberfläche gebohrt oder gestanzt werden, sodass kein Fremdmaterial benötigt wird.

Als Lesegeräte für Dotcode-Anwendungen eignen sich Bildverarbeitungssysteme, die zweidimensional abtasten und gegebenenfalls durch Blitzlichtquellen von der Fördergeschwindigkeit unabhängig werden. Der Einsatz von Lesegeräten auf Basis von CCD-Zeilencameras zur (zweidimensionalen) Auswertung des Dotcodes setzt voraus, dass die zu identifizierenden Objekte mit konstanter Fördergeschwindigkeit bewegt werden.

Es existieren Varianten des Dotcodes mit quadratischer und mit rechteckiger Matrix der Größe  $6 \times 6$  bis  $12 \times 12$  bzw.  $4 \times 9$  bis  $8 \times 13$ . Als wichtige Codearten sind die unten beschriebenen *Dotcode 1* und *USD-5* zu nennen. In einem Dotcode können die Punkte folgende Bedeutung haben:

1. Informationspunkte zur binären Speicherung der Nutzzeichen
2. Prüfpunkte zur Erzeugung eines Prüfzeichens, das bei einem Dotcode aufgrund der Gefahr einzelner nicht erkannter Punkte und punktförmiger Verschmutzungen unerlässlich ist

3. Lageerkennungspunkte (teilweise wird zwischen Eck-, Orientierungs- und Spiegelpunkten unterschieden), um den Dotcode lageunabhängig decodieren zu können

### 8.6.3 Dotcode 1

Beim *Dotcode 1* handelt es sich um eine europäische Norm, die im CEN (Comité Européen de Normalisation) standardisiert wurde. Die Ziffer Null soll nach Möglichkeit nicht codiert werden. In einer Applikation soll nur eine einzige Größe der Matrix (z.B.  $8 \times 8$ ) verwendet werden.

**Tabelle 8.1.** Dotcode nach Codeart *Dotcode 1*

Größe der Matrix	Binärwerte	Dezimalwerte	Dezimalziffern	Prüfpunkte
$6 \times 6$	$2^{20}$	$1,048 \cdot 10^6$	6	6
$7 \times 7$	$2^{32}$	$4,294 \cdot 10^9$	9	7
$8 \times 8$	$2^{46}$	$70,37 \cdot 10^{12}$	13	7
$9 \times 9$	$2^{63}$	$9,223 \cdot 10^{18}$	18	8
$10 \times 10$	$2^{82}$	$4,836 \cdot 10^{24}$	24	8
$11 \times 11$	$2^{103}$	$10,14 \cdot 10^{30}$	31	8
$12 \times 12$	$2^{125}$	$42,54 \cdot 10^{36}$	37	9

Weitere Kenndaten der Codeart Dotcode 1:

Punktgeometrie:	rund oder quadratisch: Größe des Durchmessers bzw. der Seitenlänge berechnet sich aus Eckpunktabstand dividiert durch die doppelte, vorher um 1 reduzierte Punkteanzahl in einer Richtung
Toleranz der Punkte:	$\pm 5\%$
Mittelpunktabstand:	Eckpunktabstand dividiert durch die um 1 reduzierte Punkteanzahl in einer Richtung
Größe der Ruhezone:	doppelter Punktdurchmesser auf allen vier Seiten
Begrenzungsrahmen:	nicht erforderlich
Stellenzahl:	6, 9, 13, 18, 24, 31 oder 37
Prüfzeichen:	Berechnung des Binärwertes, Anhängen von 6,7,8 bzw. 9 Nullen, wiederholte XOR-Bildung („ExclusiveOR“) mit CRC-Generatorzahl (71, 149, 263 bzw. 543) solange, bis die Binärzahl <i>vollständig</i> zu Null wird (Cyclic Redundancy Check); die verbleibenden 6,7,8, bzw. 9 bits stellen das Prüfzeichen dar. (siehe <b>Tabelle 8.1</b> , Spalte Prüfpunkte).

### 8.6.4 USD-5

Jedes einzelne Nutzzeichen wird mit vier Punkten codiert.

**Tabelle 8.2.** Kennwerte der Codeart USD-5

Größe der Matrix (absolut inkl. R)	Dezimal- ziffern	Prüf- punkte	Lageerkennungs- punkte	Ruhezone R
$9 \times 4$ ( $48\text{mm} \cdot 28\text{mm}$ )	5	4	12	8 mm
$9 \times 5$ ( $48\text{mm} \cdot 32\text{mm}$ )	7	4	13	8 mm
$9 \times 6$ ( $56\text{mm} \cdot 44\text{mm}$ )	9	4	14	12 mm
$13 \times 5$ ( $72\text{mm} \cdot 40\text{mm}$ )	11	4	17	12 mm
$13 \times 6$ ( $72\text{mm} \cdot 44\text{mm}$ )	14	4	18	12 mm
$13 \times 7$ ( $72\text{mm} \cdot 48\text{mm}$ )	17	4	19	12 mm
$13 \times 8$ ( $72\text{mm} \cdot 52\text{mm}$ )	20	4	20	12 mm

Weitere Kenndaten der Codeart USD-5:

Punktgeometrie:	rund (1,7 mm Durchmesser) oder quadratisch (1,5 mm $\times$ 1,5 mm)
Mittelpunktabstand:	4 mm
Größe der Ruhezone:	8 mm bzw. 12 mm (siehe Tabelle 8.2)
Begrenzungsrahmen:	nicht erforderlich
Stellenzahl:	5, 7, 9, 11, 14, 17 oder 20
Prüfzeichen:	Berechnung des Binärwertes, Einteilung in 3- er Gruppen, beginnend mit MSD (Most Si- gnificant Dot), Gewichtung mit 2-3-9, Modulo 16, Transformation in eine Dezimalziffer ge- mäß Codiertabelle

## 8.7 Identifikationssysteme mit elektronischen Datenträgern

Identifikationssysteme mit elektronischen Datenträgern (siehe **Bild 8.22**) bestehen aus:

- mehreren Datenträgern
- einer oder mehreren Lese-(Programmierung)seinheiten
- einer Auswerteeinheit

Die Datenträger bilden den mobilen Teil des Systems und werden an den zu fördernden Objekten (Fördergüter, Ladungsträger) oder an den Fördermitteln, (z.B. Elektrohängebahn, Fahrerloses Transportfahrzeug) angebracht. Zur Speicherung der objektbegleitenden Daten (z.B. Identifikationsnummer, Zielinformation, Bearbeitungsdaten) können festcodierte oder programmierbare Datenträger eingesetzt werden.



### 8.7.1 Historie

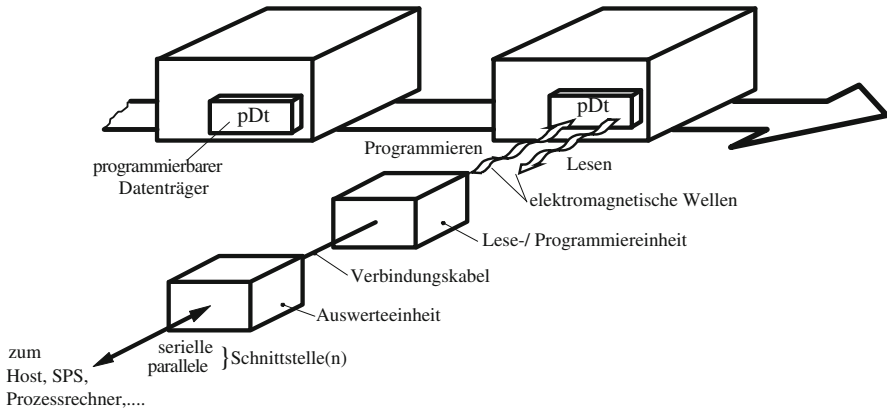
Die vor allem unter dem Namen RFID (Radio Frequency Identification) bekannten Identifikationssysteme wurden zum ersten Mal während des Zweiten Weltkrieges eingesetzt. Das System trug den Namen *Identification Friend or Foe* und half dem US-Militär dabei, alliierte von feindlichen Flugzeugen zu unterscheiden. Seit der Erfindung des integrierten Schaltkreises 1958 wurde die Technologie auch zum ersten Mal zu kommerziellen Zwecken verwendet, z.B. zur elektronischen Artikelsicherung (EAS) in der Bekleidungsindustrie, da die Transponder klein genug waren, um Kleidungsstücke gegen Diebstahl zu sichern. In den 70er- und 80er-Jahren wurde die Technologie weiterentwickelt, um Wildtiere und landwirtschaftliche Nutztiere zu identifizieren. Durch die automatische Fertigung liessen sich hohe Losgrößen problemlos herstellen. Dadurch war eine wesentliche Kostenreduktion auf weniger als ein Zehntel des ursprünglichen Herstellungspreises möglich.

Ab etwa 1990 begann die eigentliche Entwicklung moderner RFID-Systeme. Die Abmessungen der Transponder wurden erheblich verkleinert. Sie kommen bei der Tierkennzeichnung von Kleintieren, der Wegfahrsperre im Auto, elektronischen Ausweisdokumenten, elektronischen Mautsystemen oder der Zeiterfassung bei Sportveranstaltungen zum Einsatz.

All diese passiven Transponder arbeiten im LF-Bereich<sup>1</sup>. Aktive Transponder (mit eigener Stromversorgung durch eine Batterie und höhere Frequenz) fanden nur in Nischenmärkten Anwendung, da sie relativ gross und teuer waren und eine begrenzte Lebensdauer aufwiesen. Einen neuen Meilenstein in der RFID-Entwicklung legten die HF-Transponder mit 13,56 MHz. In ein flaches Etikett konnten sowohl die Antenne, als auch der Chip laminiert werden. Somit eröffneten sich für diese RFID-Etiketten im HF-Bereich vollkommen neue Anwendungsgebiete, da sie ebenso wie Barcodeetiketten auf jegliche (nicht-metallische) Oberfläche geklebt werden konnten.

Am Massachusetts Institute of Technology (MIT) in Chicago wurde 1998 ein Auto-ID-Center gegründet. In Zusammenarbeit mit Firmen aus der Warenhauslogistik (wie Wal-Mart, Metro, Mark&Spencer) wurde auf dem Gebiet der RFID umfassend geforscht. Die Gruppe empfahl die Verwendung höherer Frequenzen im UHF-Bereich (z.B. 868 und 915 MHz), die deutliche Vorteile in der Lesereichweite und der Lesegeschwindigkeit (Datenübertragungsrate) versprochen.

Auf Grund der gestiegenen Speicherkapazitäten, der komplexeren Infrastruktur und Antikollisionsalgorithmen ist RFID heutzutage mehr als eine reine Identifikation. Man kann bereits von einer Kommunikation zwischen Transponder und Lesegerät sprechen, die in beide Richtungen möglich ist und den Austausch von enormen Datenpaketen ermöglicht.



**Abb. 8.22.** Komponenten eines Identifikationssystems mit elektronischen Datenträgern

### 8.7.2 Festcodierte Datenträger

*Festcodierte einstellige Datenträger* enthalten, abweichend von allen anderen Bauarten elektronischer Datenträger, keinen digitalen Halbleiterbaustein. Die darstellbare Ziffer wird durch das definierte Schwingungsverhalten eines elektronischen Schwingkreises, bestehend aus Spule und Kondensator, realisiert. Durch Variation der Abstimmung lassen sich unterschiedliche Ziffern darstellen (z.B. 0...9). Mehrstellige Ziffern (Identifikationsnummern) erfordern somit eine Aneinanderreihung mehrerer, nebeneinander angebrachter Datenträger. Einstellige festcodierte Datenträger werden selten verwendet.

*Festcodierte mehrstellige Datenträger* erhalten ihre Information entweder bereits bei der Chipherstellung (Variante a: Speichermedium ROM) oder vor der Auslieferung an den Kunden (Variante b: Speichermedium PROM oder EEPROM) als eingeprägte mehrstellige Nummer. Diese kann im praktischen Betrieb nur gelesen, jedoch nicht geändert werden. Bei der Ausführung nach Variante a erfolgt die Numerierung fortlaufend. Die Reproduktion einer bestimmten Nummer bei Verlust oder Ausfall eines Datenträgers ist nicht möglich, was besonders für den Einsatz im Bereich der Sicherheitstechnik von Bedeutung ist.

Die übliche Speicherkapazität festcodierter Datenträger (fDt) liegt derzeit bei 32 oder 64 bit. Unter Zugrundelegung des Hexadezimalsystems lässt sich mit einem 64-bit-Datenträger eine 16-stellige Hexadezimalzahl darstellen. Geht man davon aus, dass bei realen Systemen für Sicherungsmechanismen (Paritätsprüfung, CRC-Check etc.) bis zu 50% des Speicherplatzes benötigt wird, so verbleiben nach Gleichung (8.1)

<sup>1</sup> Low Frequency <135 kHz

$$N_B = \sum_{i=0}^{n-1} Z_i B^i \quad \begin{array}{l} \text{B: Basis des Zahlensystems} \\ \text{Z: Ziffernvorrat} \\ \text{i: Laufvariable} \end{array} \quad (8.1)$$

für  $B = 16$ ,  $0 \leq Z \leq 15$  und  $0 \leq i < 8$  noch 4.294.967.296 darstellbare Dezimalzahlen.

### 8.7.3 Programmierbare Datenträger

*Programmierbare Datenträger* (pDt) erlauben neben dem Lesen zusätzlich das Ändern, Ergänzen oder Austauschen der gespeicherten Daten. Die speicherbare Datenmenge marktüblicher Datenträger liegt zwischen 256 byte und wenigen Mbyte. Als Speichermedien kommen digitale Halbleiterspeicher der Typen EEPROM (Electrically Erasable Programmable Read Only Memory) und RAM (Random Access Memory) zum Einsatz.

EEPROM's sind Speicherbausteine mit einer nichtflüchtigen Datenspeicherung, d.h. die programmierten Daten bleiben auch ohne Versorgungs- oder Programmierspannung für eine bestimmte Zeit erhalten, die jedoch infolge unvermeidbarer, mit zunehmender Temperatur ansteigender Leckströme begrenzt ist. Üblicherweise garantieren die Chiphersteller für den Datenerhalt eine Mindestdauer von 10 Jahren bei Raumtemperatur. Ausser bei besonders Hitzebeständigen Chips fällt dieser Wert bei Temperaturen über ca.  $100^\circ \text{C}$  fällt dieser Wert auf einige Tage oder Stunden ab. EEPROM's gestatten eine beliebige Anzahl von Lesevorgängen, begrenzen jedoch die Anzahl der Programmiervorgänge. Wegen der beim Löschen eingebrachten Störungen muss ab ca.  $10^4 \dots 10^6$  Programmiervorgängen (je Byte) mit dem Ausfall einzelner Bytes gerechnet werden. Die meisten Chiphersteller garantieren aus diesem Grunde  $10^4$  fehlerfreie Programmierungen.

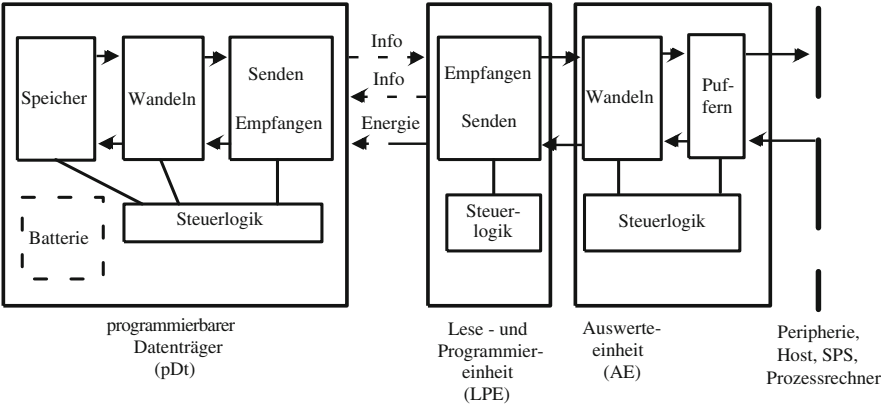
RAM-Speicher sind Speicherbausteine mit beliebigem Speicherzugriff. Im Gegensatz zum EEPROM benötigt der Datenerhalt eine permanente Versorgungsspannung. In Datenträgern mit RAM-Speichern wird dies durch eine eingebaute Lithium-Batterie realisiert. Wegen der sehr geringen Stromaufnahme kann meist ein Datenerhalt von 10 Jahren garantiert werden. Voraussetzung ist, dass die Energie zum Betrieb des programmierbaren Datenträgers dem elektromagnetischen Wechselfeld der Lese-Programmiereinheit entnommen wird. RAM-Speicher gestatten beliebig häufige Zugriffe für Lesen und Programmieren. Die Zugriffsgeschwindigkeit ist i.a. höher als bei EEPROM-Speichern (siehe **Tabelle 8.3**).

Die Übertragung der im Datenträger gespeicherten oder zu speichernden Daten von und zur Lese- bzw. Lese-Programmiereinheit erfolgt berührungslos über elektromagnetische Wellen. Hierzu sind die Datenträger mit entsprechenden Sende- und Empfangsantennen sowie einer Steuerlogik ausgestattet (siehe **Bild 8.23**).

Der Speicherzugriff für die Datenübertragung erfolgt bei festcodierten Datenträgern auf den gesamten Speicherinhalt, bei den programmierbaren

**Tabelle 8.3.** Vergleich von RAM- und EEPROM-Speichern bezüglich ihres Schreib- und Leseverhaltens nach Tietze und Schenk (1989)

	RAM	EEPROM
<b>Programmiervorgang</b>		
Anzahl	unbegrenzt	$10^4 - 10^5$
benötigte Zeit pro bit	10 - 200 ns	Millisekunden
<b>Lesevorgang</b>		
Anzahl	unbegrenzt	unbegrenzt
benötigte Zeit pro bit	10 - 200 ns	30 - 300 ns



**Abb. 8.23.** Klassischer Aufbau eines Identifikationssystems mit programmierbaren Datenträgern

Datenträgern byte-, seiten- oder fileweise. Es wird zwischen Anwender- und Systembereichen unterschieden. Der Anwenderbereich enthält die vom Anwender programmierten Daten. Der Systembereich enthält systeminterne Daten wie Nummer des Datenträgers, Löschyklenzähler, Batteriestatus oder Fileverzeichnisse und muss bei der Ermittlung der notwendigen Speicherkapazität von der Bruttospeicherkapazität subtrahiert werden.

Die Energie zur Datenübertragung wird einer integrierten Batterie oder dem elektromagnetischen Wechselfeld der Lese- bzw. Lese-Programmiereinheit entnommen (siehe auch Tabelle 8.4).

Elektronik, Antennen und Batterie werden i.d.R. in Gehäuseschalen eingepresst oder mit Kunstharz vergossen. Als Gehäusematerial wird meist Kunststoff, seltener Glas verwendet. Um die Spule von Störungen durch Metall abzuschirmen, werden teilweise Ferritplatten zwischen Spule und Metalluntergrund platziert

Die Form und die Grösse der Datenträger hängen vom Einsatzgebiet und den Abmessungen der benötigten Antennen ab.

**Tabelle 8.4.** Energieversorgung von festcodierten (fDt) und programmierbaren (pDt) elektronischen Datenträgern

	Datenträgertyp			
	fDt	pDt mit		
		EEPROM	RAM	
Energie zum Datenerhalt	—	—	Batterie	Batterie
Energie zur Datenübertragung	EM-Wechselfeld	EM-Wechselfeld	EM-Wechselfeld	Batterie

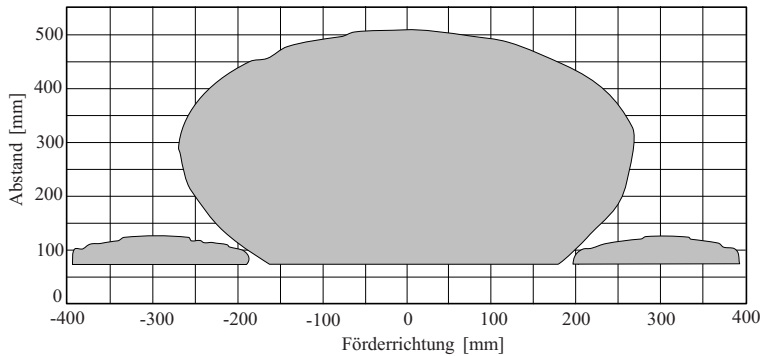
#### 8.7.4 Lese-Programmiereinheit

Die Aufgaben der Lese-Programmiereinheit (LPE) sind

- *im Programmierzklus* die Annahme der von der Auswerteeinheit kommenden leitungsgebundenen Signale sowie deren Umwandlung in elektromagnetische Wellen.
- *im Lesezyklus* der Empfang der vom Datenträger gesendeten elektromagnetischen Wellen, sowie deren Umwandlung in eine leitungsgebundene Form zur Weiterleitung an die Auswerteeinheit,
- evtl. die Energieversorgung des Datenträgers während des Datenaustausches (vgl. Tabelle 8.4).

Hierzu ist die Lese-Programmiereinheit mit verschiedenen Antennen zur Abstrahlung bzw. Aufnahme der elektromagnetischen Wellen sowie verschiedenen elektronischen Schaltungen (z.B. Verstärker, Filter etc.) ausgestattet (siehe **Bild 8.23**).

Bei Identifikationssystemen mit festcodierten Datenträgern sendet die Lesereinheit über die Sendeantenne elektromagnetische Wellen mit einer bestimmten Frequenz aus, die zur Aktivierung und Energieversorgung des festcodierten Datenträgers dienen. Die Energieversorgung erfolgt z.B. durch Aufladen eines Kondensators. Ist der Aufladevorgang abgeschlossen, initiiert die Steuerlogik des festcodierten Datenträgers das Aussenden elektromagnetischer Wellen. Die zu übertragenden Informationen werden amplituden-, frequenz- oder phasenmoduliert gesendet, von der Empfangsantenne der Lesereinheit aufgenommen, nach der Unterdrückung von Störungen durch Filterschaltungen elektronisch aufbereitet und an die Auswerteeinheit weitergeleitet. Der Vorgang wird entsprechend den Vereinbarungen im Übertragungsprotokoll so lange wiederholt, bis die gewünschten Informationen übertragen sind oder der Datenträger den Kommunikationsbereich verlassen hat. Der Kommunikationsbereich, beispielhaft in **Bild 8.24** dargestellt, ist definiert als die Gesamtheit aller Raumpunkte, an denen ein Informationsaustausch zwischen Datenträger und Lese- bzw. Lese-Programmiereinheit möglich ist.



**Abb. 8.24.** Kommunikationsbereich eines Identifikationssystems mit elektronischen Datenträgern nach Reuter (1994)

Bei Identifikationssystemen mit programmierbaren Datenträgern sendet die Lese-Programmiereinheit (LPE) über die Sendeantenne elektromagnetische Wellen einer definierten Frequenz aus. Sie dienen grundsätzlich zur Aktivierung sowie ggfs. zur Energieversorgung des Datenträgers (siehe auch Tabelle 8.4) und als Trägerwelle für die Datenübertragung von der Lese-Programmiereinheit zum Datenträger. Zur Auslösung der gewünschten Aktion (Lesen, Programmieren, Statusmeldung etc.) wird ein in einem Übertragungsprotokoll vereinbartes Befehlstelegramm als Bitsequenz auf die Trägerwelle moduliert und so lange wiederholt, bis der Datenträger sich mit einer der Aktion entsprechenden Befehlsantwort meldet. Als Telegramm wird eine Sequenz von notwendigen Befehlsinhalten vereinbart (z.B. Initialisierung, Befehlscode, Parameter (Startadresse, Endadresse)). Bei Annäherung an die Lese-Programmiereinheit nimmt der Datenträger die modulierten elektromagnetischen Wellen mit seiner Empfangsantenne auf. Ist der Inhalt des Befehlstelegramms decodierbar und vollständig, sendet er die dem Befehl entsprechende Befehlsantwort über seine Sendeantenne zur Lese-Programmiereinheit zurück. In der Regel ist im Übertragungsprotokoll für jede Aktion eine Sequenz von mehreren Befehls- und Antworttelegrammen vereinbart. Der Dialog zwischen den Datenträgern und der Lese-Programmiereinheit wird deshalb so lange fortgesetzt, bis das gesamte Übertragungsprotokoll durchlaufen ist oder der Datenträger den Kommunikationsbereich verlassen hat (vgl. VDI-Richtlinie 3964, DIN ISO 10374).

Die Abmessungen und die Form des Kommunikationsbereichs hängen von der sende- und empfangstechnischen Realisierung (transportorientierte Schicht gemäß ISO/OSI 7-Schichtenmodell) und von der Kommunikationssteuerung ab (anwenderorientierte Schicht). Beide Schichten waren in der Vergangenheit hersteller- und systemspezifisch. Daraus resultiert beim Datenaustausch zwischen Datenträger und Lese- bzw. Lese-Programmiereinheit die Inkompatibilität der Systeme unterschiedlicher Hersteller. Aus diesem Grund wurde seit 1999 durch die ISO/IEC Gremien verstärkt Standardisie-

rung für die RFID-Technologie betrieben. So wurde der EPC mit dem Ziel entwickelt, Systeme zu schaffen, die möglichst auf kostengünstigen, globalen und offenen Standards basieren. Mit der Gründung der EPCglobal Inc. (2003) durch die EAN international und UCC wurde eine weltweit operierende, offene Non-Profit-Organisation zur weltweiten Implementierung des EPCglobal Network geschaffen. Mit der Übernahme der Standardisierungsarbeit vom Auto-ID-Center begann EPCglobal Inc. damit, eine neue Generation der Kommunikationsstandards zwischen Transponder und Lesegeräten zu entwickeln, das so genannte Gen2. Durch den Gen2-Standard wird ein einheitliches, global gültiges Protokoll zur Verfügung gestellt, welches jedoch nicht rückwärtskompatibel zum vorhergehenden Standard des Auto-ID-Centers ist.

Vorteile des Gen2-Protokolls:

- Transponder können vom Anwender mit eigenen Daten beschrieben werden. -> Produkt- und Lieferinformationen
- Dense-Reader-Mode verhindert, dass sich benachbarte Lesegeräte gegenseitig stören.
- Mehre Transponder können nun auch einen identischen EPC erhalten, wodurch Transponder quasi wie ein Barcode gehandhabt werden können.
- Verbesserte Detektivrate der zu lesenden Transponder
- Freie Kombinierung der unterschiedlichen Hersteller und Komponenten unter Berücksichtigung der transportorientierten Schichten.

Die Variation in der transportorientierten Schicht wird u.a. bestimmt durch unterschiedliche:

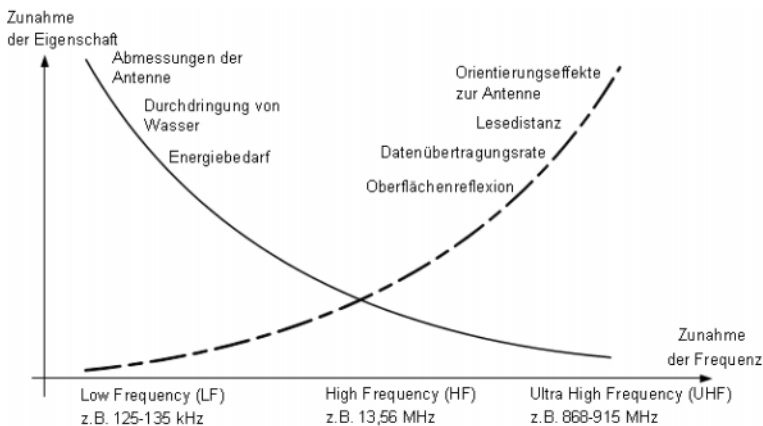
- Arbeitsfrequenzen
- Modulationsarten
- Übertragungsverfahren
- Antennen (Anzahl, Bauart, technische Daten)
- Sendeleistungen

Das Spektrum der möglichen Arbeitsfrequenzen erstreckt sich von der Langwelle bis zum infraroten Licht (ca. 70 kHz bis 100 THz). Bei Systemen mit Arbeitsfrequenzen bis in den Kurzwellenbereich (ca. 30 MHz) kommen überwiegend Rahmenantennen mit oder ohne Ferritkern zum Einsatz. Im Frequenzbereich zwischen Kurzwelle und Mikrowelle (30 MHz und 30 GHz) werden üblicherweise planare Antennen und im Bereich des infraroten Lichts optoelektronische Halbleiterbauteile verwendet.

Die Modulation der Welle wird überwiegend durch Amplituden-, Frequenz-, Phasen- oder verschiedene Arten der Pulsmodulation erreicht. Als Übertragungsverfahren werden Halb- oder Voll duplexverfahren eingesetzt.

Weltweit haben sich die Frequenzbereiche unter 135 kHz (LF), 13,56 MHz (HF) und 869 MHz bzw. 915 MHz (UHF) für den kommerziellen Einsatz von RFID-Systemen etabliert. Der Frequenzbereich 2,45 GHz hat noch keinen hohen Produktreifeegrad erreicht. In der Diskussion befindet sich des Weiteren der Frequenzbereich 5,8 GHz, für den jedoch derzeit kaum Nachfrage zu verzeichnen ist. Als weltweit harmonisiert und bewährt gelten die Frequenzbänder unter 135 kHz sowie bei 13,56 MHz. Jedoch ist der UHF-Bereich stark am Wachsen und löst bereits die ersten 13,56 MHz Anwendungen ab.

Von Bedeutung sowohl im LF- als auch im HF-Bereich sind einige frequenzspezifische Eigenschaften - wie z.B. prinzipielle Kommunikationsreichweiten, Energieübertragung, die Notwendigkeit spezieller Bauformen oder hohe Metallempfindlichkeit - die den breiten Einsatz der RFID-Technologie in manchen industriellen und logistischen Anwendungen erschweren.



**Abb. 8.25.** Frequenzbereiche und relevante Eigenschaften für RFID

In Bild 8.25 ist eine qualitative Einordnung wichtiger Eigenschaften der verschiedenen Frequenzen gezeigt. Es ist zu erkennen, dass kein idealer Frequenzbereich existiert, der alle Vorzüge in sich vereint. Je nach Anwendung haben sich bestimmte Frequenzen als besonders geeignet erwiesen. Die spezifische Absorptionsrate (Dämpfung) bei 100 kHz ist für Wasser oder nicht leitende Stoffe beispielsweise um den Faktor 100000 niedriger als bei 1 GHz. Damit findet praktisch keine Absorption auf der Übertragungsstrecke statt. LF-/HF-Systeme werden hauptsächlich wegen der besseren Durchdringung von Objekten benutzt. Ein Beispiel hierfür ist der Bolus, ein Transponder, im Vormagen von Rindern platziert wird und von aussen mit einer Anprechfrequenz von <135 kHz ausgelesen werden kann. UHF-Systeme weisen gegenüber HF-Systemen eine deutliche höhere Reichweite auf. Im Gegensatz zu den HF-Systemen benötigen sie jedoch eine Stützbatterie, da die Sendeleistung



des Lesegeräts in der Regel nicht genügt, um ausreichen Energie zum Betrieb des Transponders bereitzustellen.

### 8.7.5 Auswerteeinheit

Die Auswerteeinheit ist die zentrale Steuereinheit des Identifikationssystems. Ihre beiden Grundaufgaben sind die Steuerung der Informationsübertragung von und zu den Datenträgern sowie von und zum übergeordneten Rechner-system (siehe auch Bild 8.22 und Bild 8.23).

Die Informationsübertragung von und zum Datenträger erfolgt über eine herstellerspezifische Kabelverbindung mithilfe der Lese- bzw. Lese-Programmiereinheit. Verschiedene Systeme ermöglichen die Ansteuerung von mehreren Lese- bzw. Lese- Programmiereinheiten. Damit ist ein *quasisimultanes* Ansprechen mehrerer Datenträger möglich.

Die Verbindung zu anderen Komponenten des Informations- oder Steuerungssystems (z.B. Speicherprogrammierbare Steuerung (SPS), Leitrechner) wird durch serielle oder parallele, zum Teil busfähige Rechnerschnittstellen realisiert. Am meisten verbreitet sind RS-232, RS-485 und Bussysteme wie beispielsweise Profi-Bus. Verschiedene Hersteller bieten Auswerteeinheiten an, die als Einsteckkarten für die marktführenden Speicherprogrammierbaren Steuerungen (SPS) ausgebildet sind und direkt auf den SPS-Peripheriebus zugreifen.

Identifikationssysteme mit elektronischen Datenträgern werden häufig in Verbindung mit lokalen Steuerungen (z.B. SPS) eingesetzt. Entsprechend den Vorgaben und Randbedingungen für die zentrale und dezentrale Datenhaltung, der im Datenträger gespeicherten Daten, des Prozessabbildes an den Sensoren und der Verarbeitungsvorschrift der lokalen Steuerung werden Aktionen durch Setzen von binären Ausgängen ausgelöst (z.B. Drehen einer Weiche, Ausfahren eines Pushers). Für einfache Aufgaben werden hierfür eine Klein-SPS oder das Identifikationssystem selbst eingesetzt. Verschiedene Hersteller bieten dazu Auswerteeinheiten an, die neben der eigentlichen Aufgabe der Identifikation zusätzlich SPS-Funktionen übernehmen können. Zur Abfrage des jeweiligen Prozessabbildes und zum Auslösen von Aktionen werden digitale Ein- und Ausgänge in die Auswerteeinheit implementiert. Vor allem beim Einsatz von programmierbaren Datenträgern können damit Teilaufgaben der Materialflusssteuerung sehr wirtschaftlich und ohne Vernetzungsaufwand gelöst werden.

### 8.7.6 Einsatz- und Auswahlkriterien

Bei der Prüfung der Eignung von Identifikationssystemen mit elektronischen Datenträgern für einen bestimmten Einsatzfall sind u.a. folgende Punkte zu beachten:

- Übertragungsabstand

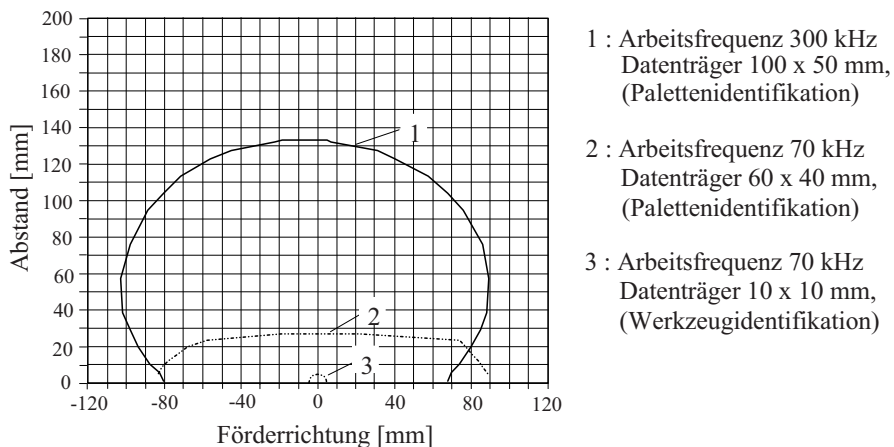
- Anzahl der übertragbaren Nutzdaten als Funktion von Abstand, Fördergeschwindigkeit und der Betriebsart
- Resistenz gegenüber Einflüssen aus der Anordnung und der Umgebung
- Notwendigkeit des selektiven Ansprechens der Datenträger
- Art der Datenorganisation

### Übertragungsabstand

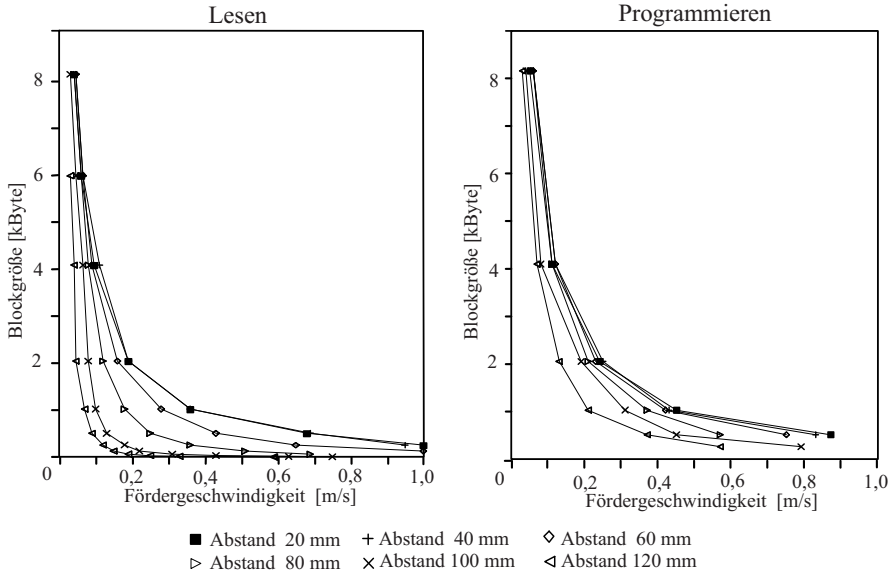
Identifikationssysteme mit elektronischen Datenträgern werden für Übertragungsabstände zwischen wenigen Millimetern (induktive Systeme) und mehreren Metern angeboten (Radiowellen-, Mikrowellen-, Infrarotsysteme).

### Anzahl der übertragbaren Nutzdaten als Funktion von Abstand, Fördergeschwindigkeit und Betriebsart

Die Kommunikation zwischen Datenträger und Leseinheit bzw. Lese-Programmiereinheit ist nur in einem eng begrenzten Bereich möglich. **Bild 8.26** zeigt dies beispielhaft für drei reale Systeme. Während der Verweilzeit des Datenträgers im Kommunikationsbereich muss der gesamte Lese- oder Programmiervorgang abgeschlossen sein. Die dabei übertragbare Datenmenge ist u.a. abhängig von der Fördergeschwindigkeit, dem Abstand zwischen Lese- bzw. Lese-Programmiereinheit und Datenträger sowie der Betriebsart (Lesen - Programmieren, absolut - fileweise). **Bild 8.27** zeigt diesen Zusammenhang beispielhaft für ein reales System.



**Abb. 8.26.** Kommunikationsbereiche für drei induktive Identifikationssysteme mit programmierbaren Datenträgern

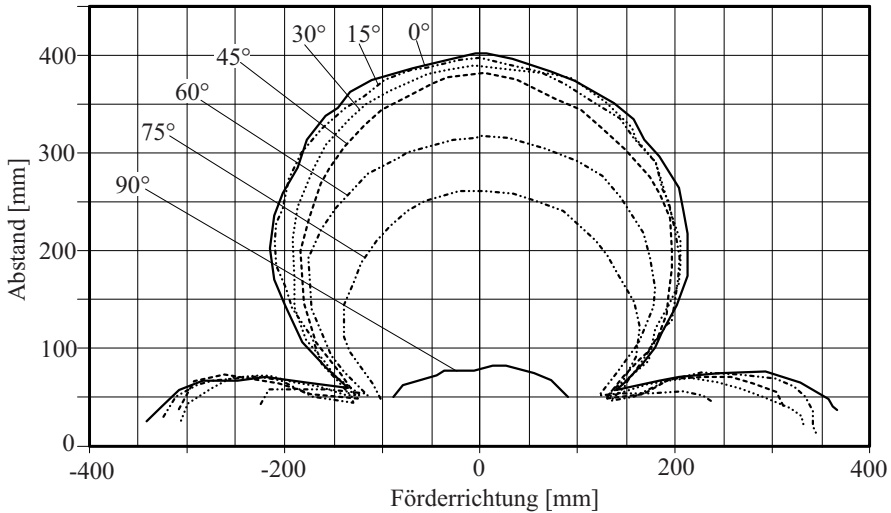


**Abb. 8.27.** Übertragbare Datenmenge als Funktion von Fördergeschwindigkeit, Abstand und Betriebsart

### Resistenz gegenüber Einflüssen aus der Anordnung und der Umgebung

Bedingt durch die Toleranzen der Bewegungsgeometrie sowie der unterschiedlichen Formen und Geometrien der Fördergüter und Förderhilfsmittel wird keine exakte Ausrichtung zwischen Datenträger und Lese- bzw. Lese-Programmiereinheit erreicht. Die Reaktionen der einzelnen Systeme auf Verdrehung und Versatz sind sehr unterschiedlich je nach der Antennenbauart, der Polarisationsart, etc. Meist verkleinert sich der Kommunikationsbereich bei großen Verdrehwinkeln deutlich. Daraus resultiert eine Verkürzung des Übertragungsabstandes und eine Verringerung der übertragbaren Datenmenge (bei Kommunikation in der Vorbeifahrt). **Bild 8.28** zeigt dies am Beispiel eines induktiven Systems. Um den Effekt zu reduzieren werden teilweise sogenannte Zirkular-Antennen verwendet, welche die Richtung des Magnetfelds periodisch ändern und so auch bei unterschiedlichen Ausrichtungen gute Leseergebnisse liefern.

Im Gegensatz zu optischen Systemen benötigen Identifikationssysteme mit elektronischen Datenträgern keine Sichtverbindung zwischen Datenträger und Lese- bzw. Lese-Programmiereinheit (Ausnahme: Infrarotsysteme). Sie durchdringen viele nichtmetallische Materialien mit geringen Verlusten. Daraus folgt, dass sie auch eingesetzt werden können, wenn Abdeckungen, Schutzfolien, Staub, Schmutz, Lacknebel etc. die Sicht unterbinden. Insbesondere induktive Systeme reagieren dagegen sehr sensibel, wenn sich metal-



**Abb. 8.28.** Einfluss der Verdrehung des Datenträgers auf den Kommunikationsbereich

liche Gegenstände in ihrer unmittelbaren Umgebung befinden. Gerade diese negative Eigenschaft muss bei der Auswahl und Einrichtung eines Systems besonders beachtet werden.

Hohe Temperaturen bewirken bei elektronischen Datenträgern

- Selbstentladung der Batterie
- Datenverlust bei EEPROM
- mechanische Spannungen in den Bauteilen infolge ungleichmäßiger Wärmedehnung Zerstörung von Gehäuse, Gießharz, elektronischen Bauteilen

Die Hersteller geben aus diesem Grunde Grenztemperaturen für den Betrieb und den Datenerhalt an (obere Grenze meist ca. 80 - 120 °C). Für den kurzfristigen Einsatz bei höheren Temperaturen werden Datenträger auf keramischer Basis oder wärmegekapselte Datenträger angeboten.

### Notwendigkeit des selektiven Ansprechens

Die Vorteile des selektiven Ansprechens werden vor allem in Flächenlagern und Wareneingangsbereichen genutzt. Sie ermöglichen z.B. die schnelle Erfassung aller Paletten, die ein LKW geladen hat (vgl. VDI-Richtlinie 3964).

### Art der Datenorganisation

Identifikationssysteme mit programmierbaren Datenträgern bieten unterschiedliche Möglichkeiten der Datenorganisation an. Man unterscheidet zwischen byte-, block- und fileweiser Datenorganisation. Eine fileweise Organisa-

tion hat für die weitere Datenverarbeitung im übergeordneten Rechnersystem Vorteile, bringt jedoch für das Identifikationssystem Nachteile. Diese äußern sich in

- der Reduzierung der nutzbaren Speicherkapazität, weil für die Fileorganisation ein Directory (Inhaltsverzeichnis) angelegt werden muss,
- der variierenden, zu übertragenden Datenmenge,
- der Reduzierung der Fördergeschwindigkeit, bedingt durch den Mehraufwand für die Fileverwaltung und die Auslegung der Fördergeschwindigkeit für eine maximale Filegröße.

## 8.8 Sprachverarbeitende Systeme im Informationsfluss

Vollautomatische Identifikationssysteme wurden entwickelt, weil sie schnell und nahezu fehlerfrei arbeiten. Zusätzlich lässt sich damit Personal einsparen. Es zeigt sich jedoch, dass es nicht immer sinnvoll ist, an allen informationstechnisch relevanten Punkten vollautomatisch zu identifizieren. Die gezielte Integration des Menschen in den logistischen Ablauf stellt oftmals die wirtschaftlich sinnvollere Lösung dar.

Eine wirkliche Schlüsselposition kommt dem Menschen dann zu, wenn Informationen visuell (seltener auch akustisch) wahrgenommen und beispielsweise über Tastaturen in das Informationssystem eingegeben werden. Besonders häufig findet man die Tastatur als Eingabemedium in den Bereichen des Wareneinganges, an Qualitätssicherungs- und Kommissionierstationen und im Versand.

Bei der Kommunikation zwischen Mensch und Maschine dominieren bis heute Tastaturen für die Dateneingabe und Bildschirme oder Drucker für die Datenausgabe. Dagegen werden sprachverarbeitende Systeme noch relativ selten eingesetzt, obwohl sie als Mensch-Maschine-Schnittstelle viele Vorteile im Vergleich mit Tastaturen, Bildschirmen und Druckern aufweisen. Zum Beispiel ist die akustische Informationsübertragung richtungsunabhängig, d.h. der Mensch muss mit dem System keinen Blickkontakt halten. Ebenfalls besteht durch die akustische Informationsübertragung eine einfache Möglichkeit der Fernbedienung. Ein Spracherkennungssystem muss daher nicht zwangsläufig wie die Tastatur mitgeführt werden. Über das Telefonnetz lässt sich eine Fernbedienung auch über größere Entfernungen bewerkstelligen. Dies ist gerade bei zwischenbetrieblichem Informationsaustausch von großem Interesse. Ferner ermöglicht die akustische Informationsübertragung über automatische Spracheingabe- und -ausgabesysteme eine Kommunikation auch unter erschwerten Umweltbedingungen, z.B. in dunklen, staubigen oder feuchten Räumen.

Gegebenenfalls ist es von ausschlaggebender Bedeutung, dass beim Einsatz eines Spracherkennungssystems Augen und Hände für andere Tätigkeiten

frei bleiben. Damit wird es möglich, Arbeiten, die bisher nacheinander durchgeführt wurden, gleichzeitig auszuführen, wodurch sich zum Teil erhebliche Zeitvorteile ergeben.

Die Fehlerrate, die häufig bei Spracherkennungssystemen als Nachteil angeführt wird, ist mittlerweile geringer als bei der Tastatureingabe. Dies gilt besonders dann, wenn Bezeichnungen nicht über einmaligen Tastendruck (z.B. über definierte Funktionstasten) eingegeben werden können, sondern Ziffern- oder Buchstabenkombinationen eingetippt werden müssen (siehe **Tabelle 8.5**).

**Tabelle 8.5.** Zeitbedarf und Fehlerrate verschiedener Dateneingabemöglichkeiten

Identifikationssystem	Zeitbedarf für die Eingabe von 12 Zeichen	Fehlerrate
Spracherkennung	ca. 1,5 sec	$10^{-3}$ bis $10^{-4}$
Tastatur	ca. 6 sec	$10^{-3}$
Magnetstreifen/ optische Klarschriftlesung	ca. 3 sec	$10^{-4}$
Barcodelesesystem	ca. 0,3 bis 2 sec	$10^{-6}$ bis $10^{-9}$

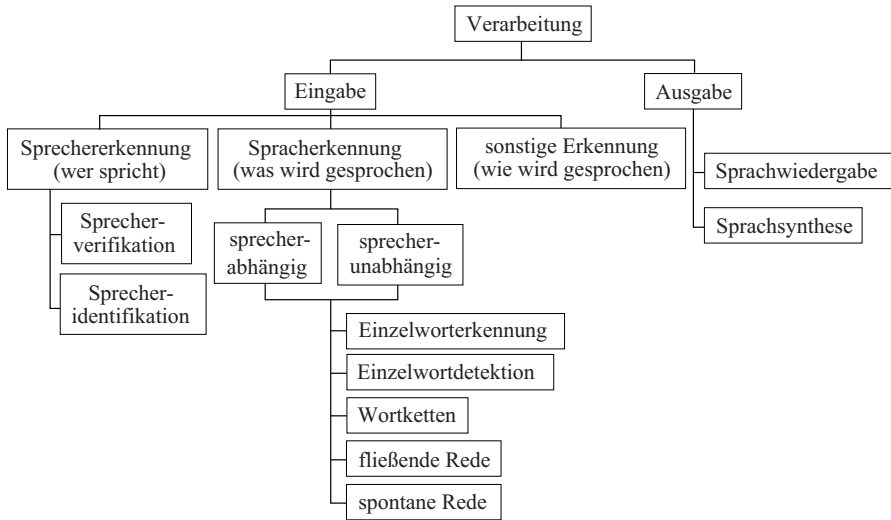
Da die Sprache das natürlichste Kommunikationsmittel darstellt und von jedem Menschen beherrscht wird, fallen längere Einarbeitungszeiten weg. Ein Akzeptanzproblem ist bei gründlicher Schulung und Einweisung ebenfalls nicht gegeben.

Als Nachteil der akustischen Informationsübertragung ist zu nennen, dass sie prinzipbedingt von Stör- bzw. Umgebungsgeräuschen in ihrer Leistungsfähigkeit beeinflusst werden kann. Allerdings gibt es auch dagegen wirksame Hilfsmaßnahmen, wie noch gezeigt wird.

### 8.8.1 Klassifizierung der sprachverarbeitenden Systeme

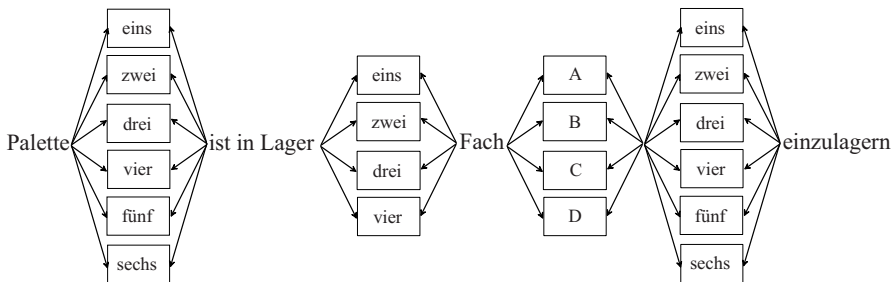
Systeme zur Sprachverarbeitung lassen sich gemäß **Bild 8.29** zunächst in *Ein- und Ausgabesysteme* unterteilen. Bei Ausgabesystemen unterscheidet man die *Sprachwiedergabe* und die *Sprachsynthese*. Sprachwiedergabesysteme werden stets dann eingesetzt, wenn die auszugebenden Texte vorher bereits bekannt sind und die Anzahl der Textgrundfragmente (einzelne Wörter oder Satzteile) nicht zu groß ist. In diesem Fall werden die Textgrundfragmente von einem Sprecher vorgesprochen, digitalisiert und auf Platte abgespeichert.

Durch Kombination lassen sich so auf einfache Weise viele unterschiedliche Ausgabetexte erzeugen. **Bild 8.30** zeigt, wie sich durch Kombination von 14 unterschiedlichen Textgrundfragmenten 576 verschiedene Ausgabetexte erzeugen lassen. Indem man die Wörter nicht isoliert, sondern im Textzusam-



**Abb. 8.29.** Überblick der sprachverarbeitenden Systeme

menhang spricht, ergeben sich natürlich klingende Texte. Die Sprachqualität ist bei dieser Ausgabeform sehr hoch.



**Abb. 8.30.** Erzeugung unterschiedlicher Ausgabetexte durch Kombination weniger Textgrundfragmente

Bei Sprachsynthesystemen ist davon auszugehen, dass die auszugebenden Texte nicht bekannt sind und die Größe des Wortschatzes erheblich ist. Man setzt daher die Wörter aus sprachlichen Untereinheiten, sogenannten Phonemen, zusammen. Es lassen sich auf diese Weise alle erdenklichen Texte erzeugen und ausgeben. Da die Aussprache eines Phonems jedoch sehr stark von seiner Umgebung (den vorangegangenen und den sich anschließenden Phonemen) abhängt und nur sehr wenige Fälle davon dem System mitgeteilt werden können, erreicht hier die Sprachqualität nicht die Werte von Sprachwiedergabesystemen.

Die Aufgabe von *Sprechererkennungssystemen* ist die Zuordnung eines Sprachmusters zu einer Person. Dabei ergeben sich aufgrund der Komplexität der Aufgabe zwei zu unterscheidende Möglichkeiten: die Sprecherverifikation und die Sprecheridentifikation. Erstere setzt voraus, dass dem System mitgeteilt wird, welche Person spricht. Dies kann beispielsweise über Magnetkarte, Tastatur oder auch über ein Spracherkennungssystem erfolgen.

Das Spracherkennungssystem vergleicht anschließend das aktuell vom Sprecher erhaltene Sprachmuster mit dem im Arbeitsspeicher abgelegten Referenzmuster der vorgegebenen Person, d.h. es erfolgt eine *Verifikation des Sprechers*. Ein Schwellwert legt fest, ob eine vorgegebene Mindestähnlichkeit der beiden Sprachmuster erzielt wurde. Die Sprecherverifikation findet vor allem bei Zugangskontrollen und Zugriffsberechtigungen Anwendung.

Bei der wesentlich aufwändigeren *Sprecheridentifikation* ist nicht bekannt, von welcher Person das vorliegende Sprachmuster stammt. Daher ist es mit allen im Arbeitsspeicher vorliegenden Referenzmustern zu vergleichen. Es erfolgt eine Zuordnung zu derjenigen Person, deren Referenzmuster zum vorliegenden Sprachmuster die größte Ähnlichkeit besitzt, womit eine Identifikation eines unbekannten Sprechers durchgeführt wird.

*Spracherkennungssysteme* lassen sich weiter in sprecherabhängige und in sprecherunabhängige Systeme unterteilen. Während bei sprecherabhängigen Systemen vor Beginn des Erkennungsvorganges ein Training mit dem Benutzer erfolgt, ist dies bei sprecherunabhängigen Systemen nicht der Fall. Sie beinhalten vom Hersteller bereitgestellte Sprachmuster, die von mehreren Personen gewonnen wurden. Sprecherabhängige Systeme erzielen höhere Erkennungsraten, weil die beim Erkennungsvorgang herangezogenen Referenzmuster vom selben Sprecher erstellt wurden und daher die für ihn typischen Eigenschaften enthalten.

Einen Kompromiss stellen die adaptiven Systeme dar, bei denen ebenfalls ein Training erforderlich ist. Dieses kann jedoch wesentlich kürzer als bei sprecherabhängigen Systemen ausfallen, da das System bereits vom Hersteller definierte Referenzmuster beinhaltet. Die erzielte Erkennungsrate ist höher als bei Sprecherunabhängigkeit. Darüber hinaus können die Referenzmuster auch beim Erkennungsvorgang, richtige Erkennung vorausgesetzt, an den jeweiligen Sprecher angepasst werden.

Spracherkennungssysteme lassen sich weiterhin nach der Komplexität der Sprache, die sie verarbeiten können, unterscheiden. *Einzelworterkennungssysteme* stellen hierbei die einfachste Stufe dar. Die Wörter müssen klar und deutlich gesprochen werden, und zwischen den einzelnen Wörtern ist eine Pause einzulegen. Diese dient dem System zur Abgrenzung der einzelnen Wörter untereinander.

Bei der *Einzelwortdetektion* erkennt das System nur einzelne, in einem größeren Textzusammenhang gesprochene Wörter. Diese Erkennungsform findet beispielsweise in Warenhäusern bei der automatischen Bestellannahme, in



Auskunftssystemen (z.B. Fahrplanauskünfte) oder beim Buchen von Flug- oder Busreisen Anwendung.

Die *Wortkettenerkennung* ist die Weiterentwicklung der Einzelworterkennung. In diesem Fall können einzelne, flüssig gesprochene Sätze eingegeben werden. Das Erkennungssystem ist in der Lage, das gesamte Sprachmuster in kleinere Einheiten zu zerlegen und diese einzelnen Wörtern zuzuordnen.

Die Erkennung fließend gesprochener Rede setzt voraus, dass der gesprochene Text grammatikalisch und syntaktisch korrekt ist. Diese Voraussetzung ist allerdings nur bei geübten und redegewandten Menschen anzutreffen. In den meisten Fällen muss der Text nachträglich korrigiert werden. Die Erkennung fließend gesprochener Rede befindet sich noch weitestgehend im Forschungsstadium, und die bereits existierenden Systeme besitzen Prototypcharakter. Es werden jedoch weltweit enorme Anstrengungen unternommen, um diese Erkennungsform gewinnbringend in die Praxis umzusetzen.

Unter spontaner Rede versteht man den natürlichen Dialog. Hierbei sind alle Füllwörter wie „äh“, „ehm“, „mmh“, „tja“, „also“ enthalten, ebenso das Verschlucken oder undeutliche Aussprechen einzelner Wörter, falsche Syntax oder gar das Abbrechen und der Neubeginn eines Satzes. Obwohl sich diese Erkennungsform noch völlig im Forschungs- und Entwicklungsstadium befindet, existieren bereits einige Ansätze zur Bewältigung der dabei auftretenden Schwierigkeiten.

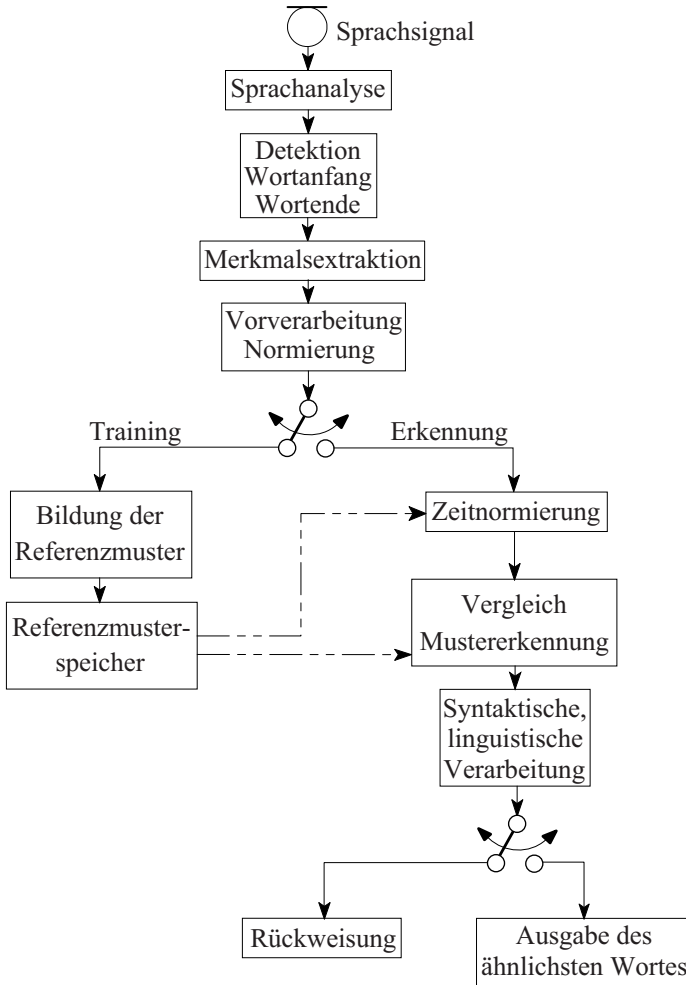
Grundsätzlich ist zwischen spracherkennenden und sprachverstehenden Systemen zu unterscheiden. *Spracherkennende Systeme* ordnen einem akustischen Signal eine Zeichenfolge (dies können einzelne Buchstaben, Wörter oder ganze Sätze sein) zu und zeigen diese auf einem Bildschirm, seltener direkt über einen Drucker, dem Benutzer an.

*Sprachverstehende Systeme* führen anhand der zugeordneten Zeichenfolge zusätzlich eine bestimmte Aktion aus. Dieser Vorgang ist wesentlich kritischer zu bewerten, weshalb in den meisten Fällen über ein Sprachausgabemodul, das die erkannte Zeichenfolge wiedergibt, eine Rückkopplung zum Benutzer erfolgt. Ist die erkannte Zeichenfolge korrekt, quittiert der Benutzer diese, und die entsprechende Aktion kann ausgeführt werden.

### 8.8.2 Einzelworterkennung

Im Folgenden wird am Beispiel der sprecherabhängigen Einzelworterkennung die prinzipielle Vorgehensweise bei der Spracherkennung aufgezeigt (siehe **Bild 8.31**). Zunächst ist es Aufgabe der Sprachanalyse, das analoge Zeitsignal zu digitalisieren. Es schließen sich verschiedene mathematische Verfahren an, die das Zeitsignal vorverarbeiten.

Der Informationsinhalt eines Sprachsignals ändert sich innerhalb kleiner Zeitbereiche (etwa 10 bis 20 ms) nicht wesentlich. Daher reicht es aus, wenn man die Merkmale in einem solchen Zeitbereich auch nur einmal bestimmt. Man reduziert damit die im Sprachsignal vorhandene Informationsredundanz,



**Abb. 8.31.** Schematische Darstellung der Vorgehensweise bei der Einzelworterkennung

womit eine Komprimierung der zu übertragenden und zu verarbeitenden Datenmenge erreicht wird.

Nach der Detektion von Wortanfang und Wortende ist es Aufgabe der Merkmalsextraktion, die Merkmale (z.B. in einem Frequenzband vorhandene Frequenzen oder Intensitäten) aus dem komprimierten Sprachsignal zu extrahieren. Meist werden ca. 12 bis 16 Merkmale aus dem Sprachsignal extrahiert und in einem Vektor zusammengefasst. Es schließt sich eine weitere Vorverarbeitungsstufe an, in der Unterschiede in Lautstärke und Tonhöhe reduziert werden.

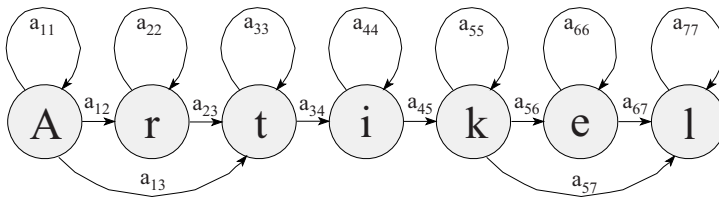
Beim Training werden die Sprachmuster im Speicher abgelegt. Im Erkennungsvorgang schließt sich die Zeitnormierung des Sprachsignals an, da bei einer sprachlichen Äußerung nicht nur Unterschiede in der Lautstärke und der Tonhöhe, sondern auch in der zeitlichen Dauer vorliegen. Infolge einer linearen Anpassung würde das gesamte Sprachmuster entweder gestreckt oder gestaucht werden. Da jedoch bestimmte Laute nahezu beliebig gedehnt (z.B. Vokale, Frikative, Nasale), andere wiederum in ihrer zeitlichen Dauer kaum beeinflusst werden können (Explosivlaute), liefert eine nichtlineare Anpassung bessere Ergebnisse, weil Schwankungen der Sprechgeschwindigkeit innerhalb des Sprachmusters berücksichtigt werden.

Ein Verfahren, das eine nichtlineare Anpassung durchführt, ist die sogenannte Dynamische Programmierung, bei der die Referenzmuster und das Testmuster so aufeinander angepasst werden, dass die größtmögliche Ähnlichkeit entsteht. Diese Anpassung wird mit allen Referenzmustern durchgeführt, wobei das Verfahren aufgrund von Abbruchkriterien nicht immer bis zum Ende fortgeführt werden muss.

Das Referenzmuster, das zum Testmuster die größte Ähnlichkeit besitzt, wird der weiteren Verarbeitung zugeführt. Als Ähnlichkeitsmaß dienen z.B. der euklidische Abstand oder der Betrag. Der Vergleich wird auf der Ebene physikalischer Merkmale durchgeführt.

Einen anderen Weg beschreiten statistische Modelle. Beispielsweise nutzen Hidden-Markov-Modelle Wahrscheinlichkeitsangaben über die zeitliche Abfolge von Zuständen. Daraus lassen sich Aussagen gewinnen, mit welcher Wahrscheinlichkeit sich ein Zustand wiederholt oder in einen nächsten Zustand übergeht, wobei die Zustände selbst die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Merkmalsvektoren darstellen.

In **Bild 8.32** ist vereinfacht eine Markov-Kette für das Wort *Artikel* abgebildet. Aus ihr lässt sich ablesen, dass viele Menschen das Wort tatsächlich als *Artikel* aussprechen, aber auch die Ausdrucksformen *A\_tikel*, *Artik\_l* oder *A\_tik\_l* möglich sind.

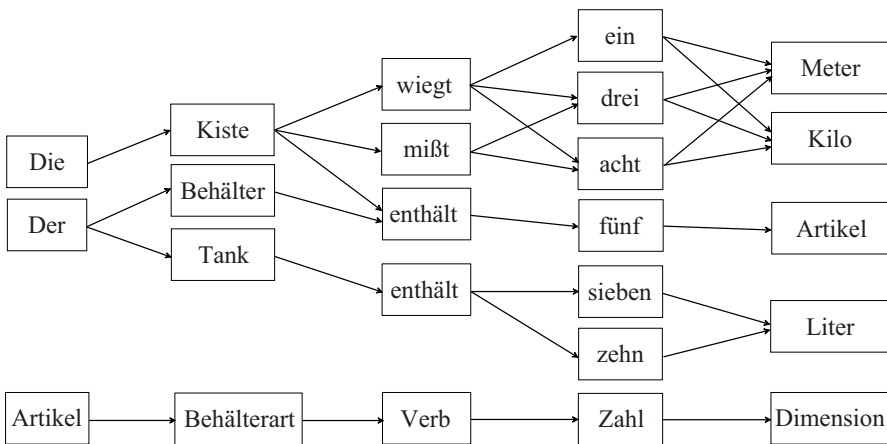


**Abb. 8.32.** Markov-Kette mit 7 Zuständen und 15 Übergängen

Bei unvollständigen Angaben und bei gestörten Sprachsignalen können neuronale Netze sehr gute Hilfen darstellen. Neuronale Netze bestehen aus einer parallelen, stark vernetzten Struktur. Über eine Lernphase werden Pa-

parameter des Netzes so eingestellt, dass bestimmte, am Eingang anliegende Merkmalsvektoren definierte Ausgänge erzeugen.

Dem eigentlichen Erkennungsprozess angeschlossene Grammatiken überprüfen, ob sich das erkannte Wort in die vorgegebene grammatikalische und syntaktische Umgebung einbauen lässt. Bei festen Grammatiken werden nur bestimmte Wörter oder Wortarten (z.B. Adjektive, Artikel, Substantive) als Folgewort eines bereits erkannten Wortes akzeptiert (siehe **Bild 8.33**). Ein Maß für die mittlere Anzahl der möglichen Folgewörter ist die Perplexität. Feste Grammatiken scheitern jedoch, wenn unbekannte Wörter auftreten, die nicht in das vorgegebene Schema passen.



**Abb. 8.33.** Beispiele einer speziellen und einer allgemeineren Grammatik

Statistische Modelle liefern innerhalb der grammatikalischen und syntaktischen Überprüfung auch bei bis dahin unbekannten Wörtern bzw. Wortarten sehr gute Ergebnisse. Wortfolgemodelle, beispielsweise Bigramme oder Trigramme, arbeiten mit Statistiken, die angeben, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein bestimmtes Wortpaar bzw. Worttripel auftritt. Die notwendigen Wahrscheinlichkeiten gewinnt das System aus der vorherigen Eingabe großer Texte. Um das Auftreten nicht vorgekommener Wortkombinationen beim Erkennungsvorgang nicht auszuschließen, werden diese nicht mit der Wahrscheinlichkeit Null, sondern einfach mit einer (sehr kleinen) geschätzten Wahrscheinlichkeit belegt.

Um die Erkennungsrate weiter zu erhöhen, werden in Spracherkennungssystemen (neben der akustischen Auswertung und der grammatikalischen und syntaktischen Überprüfung) zusätzliche Wissensarten herangezogen. Hierzu zählt beispielsweise die Einschränkung auf ein bestimmtes Themengebiet. Dadurch lassen sich ähnlich klingende Wörter, die aber nicht in das Themengebiet passen, ausschließen. So würde ein System, das z.B. für den Einsatz

im Lagerbereich konzipiert ist, und das Wort *Kummer* erkannt hat, dieses zurückweisen und durch das Wort *Nummer* ersetzen.

### 8.8.3 Spracherkennung in Materialfluss-Prozessen

In einer stark störbehafteten Umgebung, wie sie in Fertigungs- und Produktionsanlagen anzutreffen ist, wird die Erkennungsrate ohne besondere Maßnahmen nicht mehr die gewünschten Werte erzielen. Je nach Art der Störgeräusche kann man jedoch Vorkehrungen treffen. Zunächst empfiehlt sich die Verwendung eines Kopfbügel- oder Kehlkopfmikrofons, sodass von vornherein ein möglichst hoher Signal-Rausch-Abstand gegeben ist.

Ist das Störgeräusch bekannt und stationär, beispielsweise das Brummen von Elektromotoren oder das Rauschen von Ventilatoren und Gebläsen, kann weiterhin das Training der Sprachmuster in der gestörten Umgebung durchgeführt werden. Dadurch erreicht man, dass beim späteren Erkennungsvorgang das Störgeräusch berücksichtigt wird.

Bei unbekanntem aber stationärem Störgeräusch wird dieses zunächst in den Sprechpausen zwischen den einzelnen Wörtern ermittelt. Daraus wird ein Schätzwert für das während der Sprechphase vorhandene Störgeräusch ermittelt, der während des Erkennungsvorganges vom gestörten Sprachsignal subtrahiert wird. Dieses Verfahren liefert allerdings nur dann gute Ergebnisse, wenn das Störsignal stationär ist und damit der Schätzwert des Störsignals mit dem Störsignal während der Sprechphase gut übereinstimmt.

Die Verwendung mehrerer Mikrofone bietet sich bei zufällig auftretenden Störgeräuschen an. Installiert man die Mikrofone so, dass eines das gestörte Sprachsignal und die anderen nur die Störgeräusche aufnehmen, lassen sich diese beim Erkennungsvorgang eliminieren. Von Bedeutung ist in diesem Fall die korrekte Anbringung der Mikrofone.

Weitere Möglichkeiten stellen die Verwendung von Richtmikrofonen, Mikrofonarrays sowie nachgeschaltete, mathematische Verfahren zur Störgeräuschunterdrückung dar.

Im Materialflussprozess eingesetzte Spracherkennungssysteme lassen sich in verschiedene Bereiche einteilen (siehe Böhle (1994)): Systeme zur Daten- und Messwerterfassung, mit denen überwiegend Zahlen eingegeben werden, Systeme zur Steuerung von Maschinen und Robotern, Diktiersysteme, mit denen größere Texte in den Rechner eingegeben werden können, und Auskunftssysteme, die beispielsweise die Abfrage von Datenbanken oder das Bestellen von Waren ermöglichen.

Bei der Daten- und Messwerterfassung sowie bei der Steuerung von Maschinen und Robotern werden üblicherweise sprecherabhängige Einzelworterkenner eingesetzt. Das benutzte Vokabular beschränkt sich dabei im Wesentlichen auf die 10 Ziffern sowie auf einige Wörter und Kommandos. Wenn der Sprecher wechselt, werden die Sprachmuster ausgetauscht. Durch die sprecherabhängigen Sprachmuster lassen sich sehr hohe Erkennungsraten erzielen. Es spielt keine Rolle, ob der Sprecher mit starkem Dialekt oder mit

Akzent spricht. Ausländische Mitarbeiter können beispielsweise auch in ihrer Muttersprache sprechen, was unter Umständen zur Motivation beiträgt.

Solche Systeme bieten sich an im Wareneingang (zur Registrierung der ankommenden Waren, der Kontrolle auf Vollständigkeit und Überwachung der Qualität), im Lagerbereich (zum Ein- und Auslagern, zur Bestandsaufnahme bei der Inventur), bei der visuellen Qualitätskontrolle, beim Kommissionieren (Erstellung der Lade- und Versandlisten) und im Bereich des Versands (Erstellung der Liefer- und Frachtpapiere).

Eine weitere in der Logistik eingesetzte Gruppe spracherkennender Systeme sind Auskunftssysteme, die auf Einzelwortdetektion beruhen und üblicherweise über Telefon arbeiten. Viele derartige Systeme sind zusätzlich mit einem Modul zur Sprachausgabe verbunden. Für diese Systeme zu bewältigende Schwierigkeiten liegen zum einen darin, dass sie sprecherunabhängig arbeiten müssen und zum anderen, dass das Telefon nur in einem Frequenzband von 300 bis 3.400 Hz arbeitet und daher im Sprachsignal enthaltene Frequenzen außerhalb dieses Bereiches verlorengehen. Eingesetzt werden solche Systeme z.B. in großen Firmen, wenn Spracherkennungssysteme die Aufgabe übernehmen sollen, einen Anrufer mit der gewünschten Abteilung zu verbinden.

## 8.9 Identifikationssysteme in der Materialflusssteuerung

Die Frage, welches der vorstehend beschriebenen Identifikationssysteme in einem konkreten Fall am besten geeignet ist, kann nicht beantwortet werden, ohne eingehende Analysen der vorhandenen oder zu erwartenden Material- und Informationsflüsse. Dazu sind u.a. folgende Punkte zu klären:

- räumliche und zeitliche Lage der Informationsquellen und -senken
- Art und Umfang der zur Informationsübermittlung benötigten Datensätze
- Übertragungsmedien und -entfernungen
- Zugriffshäufigkeiten auf die Daten und akzeptierbare Wartezeiten
- Aktualität und Redundanzen in der Datenhaltung
- Einflüsse aus der (und in die) Umgebung
- Kompatibilität mit bestehenden Systemen (sowohl im Material- als auch im Informationsfluss)
- Verfügbarkeit, Erweiterbarkeit
- Akzeptanz bei den Benutzern
- Kosten für Planung, Hardware, Installation, Software, Schulung, Betrieb, Wartung.

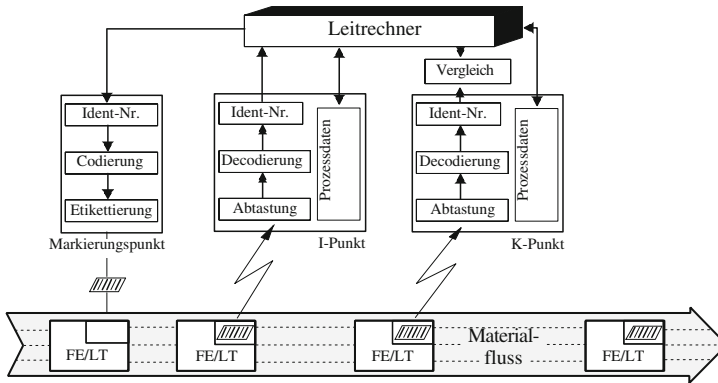
Auch hier sollten wieder die in Kapitel 7 genannten Wirtschaftlichkeits- und Nutzwertanalysen durchgeführt werden.

Da Identifikationssysteme a priori für den materialbegleitenden (oder objektbegleitenden) Informationsfluss konzipiert sind, stellt sich ferner die Frage, *wie viel* Information den physischen Materialfluss sinnvollerweise begleiten soll. Dazu kann man sich für eine der folgenden Möglichkeiten entscheiden:

1. Dem Objekt wird als Information lediglich eine sogenannte *Identnummer* mitgegeben. Dies erfordert eine *zentrale* Materialflusssteuerung und eine zentrale Datenhaltung.
2. Dem Objekt werden *alle* zur Prozessführung benötigten Informationen mitgegeben. Dies erlaubt eine *dezentrale* Materialflusssteuerung und erfordert eine dezentrale Datenhaltung.
3. Mischformen aus den beiden ersten Möglichkeiten führen zu hybriden Materialflusssteuerungen und Datenhaltungen.

### 8.9.1 Zentrale Materialflusssteuerung

**Bild 8.34** zeigt diese Form der Steuerung und Datenhaltung. Alle für den Prozessablauf notwendigen Informationen befinden sich in einem zentralen Leitreechner, dem auch alle Informationen, die während der Fertigung entstehen, zugespielt werden müssen. Informationssensoren der automatischen Prozesssteuerung sind die Identifikationssysteme vor Ort. Üblicherweise wird eine mit den Erzeugnissen physisch verknüpfte Identnummer gelesen und, verbunden mit der Information über den Leseort, durch das lokale Netz (LAN) dem zentralen Leitreechner gemeldet. Dort erst kann die Identnummer mit der momentan im Fertigungsprozess benötigten Steuerungsinformation gekoppelt und diese Information wiederum durch das Netzwerk der Prozesssteuerung überspielt werden. Eine Veränderung der Daten im Leitreechner ist nur über definierte Transaktionen möglich. Eine Transaktion sichert (sofern sie ordnungsgemäß abgeschlossen wird) stets einen konsistenten Datenbankzustand. Bei Störung oder vorzeitigem Abbruch wird die Transaktion zurückgesetzt und der (konsistente) Ausgangszustand bleibt erhalten. Alle Informationen, die im Fertigungsprozess entstehen und für dessen Weiterführung wichtig sind, werden unmittelbar nach ihrer Entstehung dem Leitreechner gemeldet, der somit stets über den aktuellen Prozessstatus verfügt, auf den alle Teilnehmer im Netz Zugriff haben. Prädestiniert für dieses Steuerungskonzept sind die Identifikationssysteme mit optisch lesbaren Datenträgern, insbesondere mit Strichcode oder mit Dotcode (siehe Abschnitte 8.5 und 8.6). In besonderen Fällen werden auch Identifikationssysteme mit festcodierten elektronischen Datenträgern (siehe Abschnitt 8.7.2) eingesetzt. Im Wesentlichen bestimmen die Umgebungsbedingungen und die Kosten der Datenträger hier die Entscheidung.



**Abb. 8.34.** Zentrale Materialflusssteuerung in der Fertigung (FE = Fördereinheit, LT = Ladungsträger)

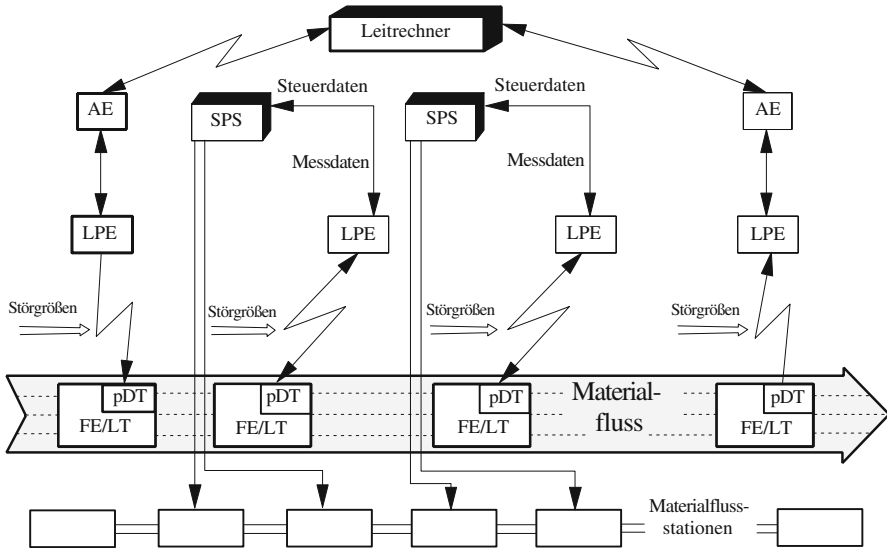
Nachteile dieser zentralen Steuerungen sind die Auswirkungen von Störungen im Netzwerk und die geringe Flexibilität gegenüber Erweiterungen. Fällt eine Netzwerkkomponente aus, so sind die Konsequenzen für das Gesamtsystem sehr stark davon abhängig, an welcher Stelle in der Systemhierarchie der Ausfall erfolgt, da alle darunterliegenden Komponenten des Informationssystems nicht mehr mit Informationen versorgt werden können. Eine Störung in der Leitebene führt somit zum Totalausfall des Systems.

Systemerweiterungen sind nur eingeschränkt möglich, weil neue Teilnehmer in die bestehende Struktur integriert werden müssen. Erhöht sich damit die Auslastung des Kommunikationssystems, so sind alle anderen Teilnehmer mitbetroffen, denn wegen der stärkeren Inanspruchnahme der Kommunikationsverbindungen führt dies möglicherweise für alle Teilnehmer zu einer Verlängerung der Wartezeit. Eine Verbesserung der Systemleistung (zur Verringerung der Wartezeit) wäre dann nur durch die aufwändige Neuinstallation ganzer Ebenen möglich.

### 8.9.2 Dezentrale Materialflusssteuerung

In **Bild 8.35** ist dieses Steuerungs- und Datenhaltungssystem dargestellt: Alle zur Prozessführung notwendigen Informationen werden in Prozessnähe gehalten, d.h. entweder vor Ort an stationären Einheiten des Produktions- oder Materialflusssystems gespeichert oder mit den Objekten mitgeführt. Zu Beginn des Prozessablaufs müssen dazu aber alle Informationen, die nicht bereits vor Ort (z.B. in den Maschinensteuerungen) vorliegen, auf einem mitgeführten Datenträger gespeichert werden. Informationen, die im Prozess entstehen und zu einem späteren Zeitpunkt benötigt werden, können einfach auf dem Datenträger gespeichert werden. Darüber hinaus ist eine Ergänzung des Datenbestandes auf dem Datenträger nicht mehr nötig.





**Abb. 8.35.** Dezentrale Materialflusssteuerung in der Fertigung  
(Abkürzungen: AE = Anschalteinheit, FE = Fördereinheit, pDT = programmierbarer Datenträger, LPE = Lese-/ Programmiereinheit, LT = Ladungsträger)

Da alle Stationen informationstechnisch völlig autark arbeiten, kann ein solches System sehr einfach um neue Teilnehmer erweitert werden. Ein steigender Bedarf nach Informationsaustausch zwischen den Stationen kann von leistungsfähigen Datenträgern befriedigt werden. Die dezentrale Struktur bedingt einen verteilten Datenbestand. Da nur die Summe aller existierenden Daten ein exaktes Prozessabbild liefert und Informationstransporte außerhalb des Materialflusses nicht erfolgen sollen, ist es unmöglich, die Visualisierung des gesamten Fertigungsprozesses in einem Leitstand durchzuführen.

Prädestiniert für dezentrale Steuerungskonzepte sind die Identifikationssysteme mit programmierbaren Datenträgern (siehe Abschnitt 8.7.3). Aus Kostengründen sollen die Datenträger in geschlossenen Produktions- oder Materialflusssystemen im Umlauf bleiben. Am Ende eines Umlaufs können längerfristig zu speichernde Daten (z.B. aus der Qualitätsprüfung) auf anderen Medien dokumentiert werden, und der Datenträger ist frei für den nächsten Auftrag.

### 8.9.3 Selbstorganisierende Systeme

Die im Kapitel 7 beschriebenen Planungsverfahren unterstellen, dass die darin beschriebenen Aufgaben durch einen Menschen, möglicherweise mit Rechnerunterstützung, durchgeführt werden. Dies führt jedoch dazu, dass notwendige Veränderungen von Materialflusssystemen nur dann durchgeführt werden, wenn eine zentrale Planungsinstanz die Istsituation überprüft, analysiert und

die abgeleiteten Verbesserungsmaßnahmen erarbeitet und umsetzt. Dazu gehört eine ständige Planungsbereitschaft und die Möglichkeit, die Planungsergebnisse auch umzusetzen. Die Anpassung von Materialflusssystemen, typischerweise während des laufenden Betriebes, stellt ein aufwändiges und risikobehaftetes Projekt dar und wird deshalb nur in größeren Zeitabständen vorgenommen. Dies führt dazu, dass solche Anpassungen häufig unterbleiben und bei sich verändernden Anforderungen das Materialflusssystem im Laufe der Zeit seine Aufgabe immer weniger gut erfüllt.

Mit Hilfe von selbstorganisierenden Systemen soll erreicht werden, dass eine Anpassung durch das Materialflusssystem selbst fortlaufend erfolgen kann. Je nach Anspruch kann dazu gehören:

- Anpassung der Betriebsparameter, z.B. der Fahrgeschwindigkeit eines Regalbediengerätes,
- die Auswahl einer Betriebsstrategie, z.B. Umstellung der Auftragsreihenfolge von FIFO auf Zusammenfassung von Aufträgen zu Doppelspielen für ein Regalbediengerät,
- die selbständige Veränderung der Struktur eines Materialflusssystems, in dem z.B. selbständig die Struktur des Materialflusssystems angepasst wird

Die Ableitung und Umsetzung von Verbesserungsmaßnahmen setzt Materialflusssysteme voraus, die ein dezentral aufgebautes Steuerungssystem besitzen, da die gleichzeitige Anpassung aller Funktionen in einem zentralen Informationssystem nur bei guter Vorbereitung und Planung erfolgen kann und deshalb häufig nicht möglich ist. Die einzelnen Komponenten müssen dann in der Lage sein, durch gemeinsames Handeln das Materialflusssystem zu verändern. Hierbei liegt für den informationstechnischen Teil viel Hoffnung auf der Agententechnologie, bei der eigenständige Software-Agenten im Zusammenwirken mit ihrer Umwelt Aufgaben erledigen. Eine Voraussetzung hierfür ist die Möglichkeit, den Systemzustand eines Materialflusssystems wahrnehmen zu können (auch als *Real World Awareness* bezeichnet) und Informationen dezentral und objektgebunden weitergeben zu können. Hierbei kommt den programmierbaren Datenträgern eine maßgebliche Rolle zu. Zusammen mit der Standardisierung der fördertechnischen Komponenten und durch die zunehmende Leistungsfähigkeit von Sensoren, Aktoren und Mikrocontrollern sind die Voraussetzungen für den Aufbau selbstorganisierender Materialflusssysteme stark verbessert worden. Während die Bestimmung der Betriebsparameter und die Auswahl der Betriebsstrategie in Einzelsystemen bereits praktiziert wird, stellt die selbständige Struktur Anpassung derzeit noch eine wissenschaftliche Herausforderung dar.

## 8.10 Literaturempfehlungen zu Kapitel 8

Detaillierte Beschreibungen und Auswahlkriterien für die gebräuchlichen Strichcodes findet man in dem Buch *Handbuch der automatischen Identifikation*.

tion von Lenk (2000). Über die Codiertechnik hinausgehende Darstellungen von Strichcodesystemen enthält das Buch *Der Strichcode und seine Anwendungen* / von Wiesner (1990). Eine kurze Einführung in die Technik der Identifikationssysteme mit elektronischen Datenträgern bietet das Büchlein *Identifikations- und Kommunikationssysteme* / von Weisshaupt und Gubler (1992). Einen guten Einstieg in das Thema Spracherkennung ermöglicht das Buch *Sprachverarbeitung* von Eppinger und Herter (1993).

Ein Überblick über den Stand der Forschung bei selbstorganisierenden Systemen in der Intralogistik werden in den Sammelbänden (Bullinger und ten Hompel 2007) und (Hülsmann und Windt 2007) gegeben. Einen profunden Einblick in die Welt der Automatisierung von Logistiksystemen, mit zahlreichen Beispielen und Hinweisen für die praktische Anwendung und Erläuterungen des theoretischen Hintergrunds, liefert das Buch *Identifikationssysteme und Automatisierung* von (ten Hompel, Büchter und Franzke 2007). Die Grundlagen der RFID-Technologien, sowie ihre Möglichkeiten und Grenzen, sind Inhalt des Buches *Anwendung von RFID-Systemen* von (Kern 2006). Die Bedeutung von RFID für globale Logistiknetzwerken ist in *Global RFID* von (Schuster, Allen und Brock 2007) nachzulesen.

# Literatur

- Aggteleky (1987). *Fabrikplanung* (2. Aufl.). München: Carl Hanser Verlag.
- Armour, G. und E. S. Buffa (1963). A heuristic algorithm and simulation approach to relative allocation of facilities. *Management Science* 9(2), S. 294–300.
- Arnold, D. (2006). *Intralogistik – Potentiale, Perspektiven, Prognosen (VDI)*. Springer.
- Arnold, D., H. Isermann, A.Kuhn und H. Tempelmeier (Hrsg.) (2002). *Handbuch Logistik*. Springer-Verlag.
- Arnold, D. und B. Rall (1998). Analyse des LKW-Ankunftsverhaltens in Terminals des kombinierten Verkehrs. *Internationales Verkehrsweisen* 50(6), S. 262–266.
- Bauer, F. L. und G. Goos (1991). *Informatik 1* (4. Aufl.). Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer.
- Bauer, P. (1985). *Planung und Auslegung von Palettenlagern*. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer.
- Böhle, M. (1994). Einführung in die Spracherkennung. Institut für Förder-technik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe (TH). Ident-Workshop 1994.
- Bitter, P. (1986). *Technische Zuverlässigkeit* (3. Aufl.). Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer. Messerschmitt-Bölkow-Blohm GmbH (Hrsg.), München.
- Bolch, G. (1988). *Leistungsbewertung von Rechensystemen mittels analytischer Warteschlangenmodelle*. Stuttgart: B. G. Teubner.
- Bullinger, H.-J. und M. ten Hompel (2007). *Internet der Dinge*. Springer.
- Buzen, J. P. (1973). Computational Algorithms for Closed Queueing Networks with Exponential Servers. *Communications of the ACM* 16(9), S. 527–531.
- Dambach, G. (1992). *Ein vektorbasierter Ansatz zur Materialflussorientierten Layoutplanung*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH). zugleich Wissenschaftliche Berichte des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe (TH), Heft 38.

- Dangelmaier, W. (1986). *Algorithmen und Verfahren zur Erstellung innerbetrieblicher Anordnungspläne*. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer. zugleich Habilitationsschrift.
- DIN 31000 (1987). *Teil 2, Allgemeine Leitsätze für das sicherheitstechnische Gestalten technischer Erzeugnisse*. Arbeitsausschuss Sicherheitstechnische Grundsätze (ASG) im DIN.
- DIN ISO 10374 (1991). *Container - Automatische Identifizierung*.
- Domschke, W. (1995). *Logistik: Transport* (4. Aufl.). München; Wien: Oldenbourg Verlag.
- Drezner, Z. (1980). A new method for the layout problem. *Operations Research* 25(6), S. 1375–1384.
- Engelhardt, W. (1987). *Groblayout-Entwicklung und -Bewertung als Baustein der rechnerintegrierten Fabrikplanung*. Düsseldorf: VDI-Verlag. VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 2, Nr. 144.
- Eppinger, B. und E. Herter (1993). *Sprachverarbeitung*. München: Carl Hanser Verlag.
- Evans, G. W., M. R. Wilhelm und W. Karkowski (1987). A layout design heuristics employing the theory of fuzzy sets. *International Journal of Production Research* 25(10), S. 1431–1450.
- Feller, W. (1968). *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, Band 1. New York: Wiley.
- Feller, W. (1971). *An Introduction to Probability Theory and its Applications* (2. Aufl.), Band 2. New York: Wiley.
- FEM-Regel 9.222 (1989). *Regeln über die Abnahme und Verfügbarkeit von Anlagen mit Regalbediengeräten und anderen Gewerken*. Fédération Européenne de la manutention, Sektion IX.
- FEM-Regel 9.851 (1978). *Leistungsnachweis für Regalbediengeräte: Spielzeiten*. Fédération Européenne de la manutention, c/o VDMA Fachgemeinschaft Fördertechnik, Frankf.
- Ferschl, F. (1964). *Zufallsabhängige Wirtschaftsprozesse*. Wien: Physica-Verlag.
- Föller, J. (2003). *Analyse einer neuartigen Materialzuführung für Warensortier- und Verteilsysteme*. Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), Fakultä für Maschinenbau, Karlsruhe.
- Fortenberry, J. C. und J. Cox (1985). Multiple criteria approach to the facilities layout problem. *International Journal of Production Research* 23(4), S. 773–782.
- Furmans, K. (1992). *Ein Beitrag zur theoretischen Behandlung von Materialfluspuffern in Bediensystemnetzwerken*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH). zugleich Wissenschaftliche Berichte des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe (TH), Heft 37.
- Furmans, K. (2000). *Bedientheoretische Methoden als Hilfsmittel der Materialflussplanung*. Habilitation, Fakultät für Maschinenbau der Univer-

- sität Karlsruhe (TH). zugleich Wissenschaftliche Berichte des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe (TH), Heft 52.
- Gelenbe, E. und G. Pujolle (1987). *Introduction to Queueing Networks*. Chichester: Wiley.
- Gordon, W. J. und G. F. Newell (1967). Closed Queueing Systems with Exponential Servers. *Operations Research* 15(2), S. 254–265.
- Grassmann, W. K. und J. L. Jain (1989). Numerical Solutions of the Waiting Time Distribution and Idle Time Distribution of the Arithmetic GI|G|1 Queue. *Operations Research* 37(1), S. 141–150.
- Großeschallau, W. (1984). *Materialflussrechnung*. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer. zugleich Habilitationsschrift.
- Gross, D. und C. Harris (1985). *Fundamentals of Queueing Theory* (2. Aufl.). New York: Wiley.
- Gudehus, T. (1973). *Grundlagen der Kommissioniertechnik, Dynamik der Warenverteil- und Lagersysteme*. Essen: Verlag W. Girardet. zugleich Habilitationsschrift.
- Gudehus, T. (1976). Grenzleistungen bei absoluter Vorfahrt. *Zeitschrift für Operations Research* 20, S. B127–B160.
- Gudehus, T. (1977a). Staueffekte vor Transportknoten. *Zeitschrift für Operations Research* 21, S. B207–B252.
- Gudehus, T. (1977b). *Transportsysteme für leichtes Stückgut*. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH. Aus der Reihe: Materialfluss im Betrieb, Band 27. VDI-Gesellschaft Fördertechnik Materialfluss Logistik (Hrsg.).
- Gudehus, T. (1992a). Analytische Verfahren zur Dimensionierung und Optimierung von Kommissioniersystemen. *Deutsche Hebe- und Fördertechnik (dhf)* (7/8), S. 48–57.
- Gudehus, T. (1992b). Analytische Verfahren zur Dimensionierung und Optimierung von Kommissioniersystemen. *Deutsche Hebe- und Fördertechnik (dhf)* (9), S. 40–44.
- Gudehus, T. (1999). *Logistik*. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer.
- Hackstein, R. und H. Abels (1977). Praxisorientierte Verfahren zur ganzheitlichen Bestimmung von Sicherheitsbeständen entwickelt. *Logistik im Unternehmen* (6), S. 88–92.
- Haller-Wedel (1969). *Das Multimoment-Verfahren in Theorie und Praxis*. München: Carl Hanser Verlag.
- Hartung, J. (1998). *Statistik: Lehr- und Handbuch der Statistik* (11. Aufl.). München; Wien: Oldenbourg Verlag.
- Hassan, M. M. D. und G. L. Hogg (1991). On constructing a block layout by graph theory. *International Journal of Production Research* 29(6), S. 1263–1278.
- Heptner, K. (1988, 9.). Richtiger Zugriff, Kennwerte für wirtschaftliches Kommissionieren. *Materialfluss*, S. 36–41.

- Hillier, F. und G. Liebermann (1996). *Operations Research* (5. Aufl.). München; Wien: Oldenbourg Verlag.
- Holland-Letz, V. (1992). *Konzept eines rechnergestützten Prüfplanungssystems für die integrierte Produktion auf Basis eines Produktmodellierers*. Düsseldorf: VDI-Verlag. VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 20, Nr. 77.
- Hülsmann, M. und K. Windt (2007). *Understanding Autonomous Cooperation and Control in Logistics*. Springer.
- Jackson, J. R. (1957). Networks of Waiting Lines. *Operations Research* 5(4), S. 518 ff.
- Jackson, J. R. (1963). Jobshop-like Queueing Systems. *Management Science* 10(1), S. 131–142.
- Jacobs, F. R. (1987). A layout planning system with multiple criteria and a variable domain representation. *Management Science* 33(8), S. 1020–1034.
- Jain, J. L. und W. K. Grassmann (1988). Numerical Solution for the Departure Process from the GI|G|1 Queue. *Computers and Operations Research* 15(3), S. 293–296.
- Jünemann, R. (2000). *Materialflusssysteme: systemtechnische Grundlagen* (2. Aufl.). Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer.
- Jodin, D. und M. ten Hompel (2005). *Sortier- und Verteilsysteme*. Springer-Verlag.
- Keber, R. (1985). *Stauraumprobleme bei Stückguttransporten*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH). zugleich Wissenschaftliche Berichte des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe (TH), Heft 17.
- Keppler, M. (1992). *Beitrag zur Verbesserung der softwaretechnischen Grundlagen rechnerintegrierter Planungssysteme*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH). zugleich Wissenschaftliche Berichte des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe (TH), Heft 35.
- Kern, C. (2006). *Anwendung von RFID-Systemen (VDI)* (2. Aufl.). Springer.
- Kettner, Schmidt und Greim (1984). *Leitfaden der systematischen Fabrikplanung*. München: Carl Hanser Verlag.
- King, P. J. B. (1990). *Computer and Communication Systems Performance Modelling*. Hertfordshire (UK): Prentice Hall.
- Kleinrock, L. (1975). *Queueing Systems*, Band 1: Theory. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons Ltd.
- Kloth, M. (1988). Ansätze zur Wissensverarbeitung in der Layoutplanung. Forschungsbericht, Interner Bericht, Fraunhofer-Institut für Transporttechnik und Warendistribution, Dortmund.

- Knepper, L. (1978). *Einsatz und Auslegung von Hochregallagern für Container, dargestellt am Beispiel einer Seehafenumschlaganlage*. Dissertation, RWTH Aachen.
- Krämer, W. und M. Langenbach-Belz (1977). Approximate Formula for General Single Server Systems with Single and Batch Arrivals. Forschungsbericht, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart.
- Kusiak, A. und S. Heragu (1988). Knowledge based system for machine layout. In: *Proceedings of the IEE Conference, Orlando (FL)*, S. 159–164.
- Law, A. M. und W. D. Kelton (1982). Confidence Intervals for Steady-State Simulations, II: A Survey of Sequential Procedures. *Management Science* (28), S. 550–562.
- Law, A. M. und W. D. Kelton (1984). Confidence Intervals for Steady-State Simulations, I: A Survey of Fixed Sample Size Procedures. *Operations Research* (32), S. 1221–1239.
- Law, A. M. und W. D. Kelton (2000). *Simulation Modeling and Analysis*, Band 1. Hamburg, New York, London, Paris, Tokio: McGraw-Hill.
- Lenk, B. (2000). *Handbuch der automatischen Identifikation*, Band 1. Monika Lenk Fachbuchverlag.
- Lippolt, C. R. (2003). *Spielzeiten in Hochregallagern mit doppelttiefer Lagerung*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH). zugleich Wissenschaftliche Berichte des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe (TH), Heft 58.
- Little, J. D. C. (1961). A Proof for the Queueing Formula  $L = \lambda \cdot W$ . *Operations Research* 9(3), S. 383–387.
- Mannchen, K. (1989). *Rechnergestützte Verfahren zur Bildung von Ladeeinheiten*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH). zugleich Wissenschaftliche Berichte des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe (TH), Heft 28.
- Marchal, W. (1976). An Approximate Formula for Waiting Time in Single Server Queues. *AIIE Transactions* 8, S. 473 ff.
- Martin, H. (2000). *Transport- und Lagerlogistik* (3. Aufl.). Wiesbaden: Vieweg Verlag.
- Mayer, S. (1983). *LAPLEX - Ein rechnergestütztes Verfahren zur Betriebsmittelzuordnung*. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer.
- Nauheimer, K. (1988). *Entwicklung und Realisierung einer ereignisorientierten rechnergestützten Steuerung für den Werkstückfluss in mehrstufigen, automatisierten Fertigungssystemen*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH). zugleich Wissenschaft-



- liche Berichte des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe (TH), Heft 26.
- Neumann, K. und M. Morlock (2002). *Operations Research* (2. Aufl.). München; Wien: Carl Hanser Verlag.
- Page, E. G. (1972). *Queueing Theory in Operations Research*. Crane Russak & Co.
- Peters, O. H. und A. Meyna (1985). *Sicherheit technischer Anlagen, Komponenten und Systeme: Sicherheitsanalyseverfahren*, Band 1 von *Handbuch der Sicherheitstechnik*. München: Carl Hanser Verlag.
- Pfeifer, H. (1998). *Fördertechnik* (7. Aufl.). Wiesbaden: Vieweg Verlag.
- Raot, A. D. und A. Rakschit (1991). A fuzzy approach to facilities layout planning. *International Journal of Production Research* 29(4), S. 835–857.
- REFA-Buch (1991). *Arbeitsgestaltung in der Produktion* (1. Aufl.), Band 1. München: Carl Hanser Verlag.
- Reinert, Bömer und Borowski (1994). Berührungslos wirkender Auffahrtsschutz an FTS. *Fördern und Heben* 44(7), S. 544–546.
- Reiser, M. und S. Lavenberg (1980). Mean-Value Analysis of Closed Multichain Queueing Networks. *Journal of the Association for Computing Machinery* 27(2), S. 313–322.
- Reuter, G. (1994). *Experimentelle Untersuchung der Wirkung von Umgebungseinflüssen auf das Betriebsverhalten von Identifikations- und Kommunikationssystemen mit elektronischen Datenträgern*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH). zugleich Wissenschaftliche Berichte des Instituts für Fördertechnik und Logistiksysteme der Universität Karlsruhe (TH), Heft 44.
- Rosemann, H. (1981). *Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit technischer Anlagen und Geräte*. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer.
- Rother, M. und J. Shook (2000). *Sehen Lernen - Mit Wertstromdesign die Wertschöpfung erhöhen und Verschwendung beseitigen*. Stuttgart: LOG\_X Verlag GmbH.
- Sauer, C. und K. Chandy (1981). *Computer Systems Performance Modeling*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- Schaab, W. (1969). *Automatisierte Hochregalanlagen*. Düsseldorf: VDI-Verlag. zugleich Dissertation TU Berlin.
- Schassberger, R. (1973). *Warteschlangen*. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer.
- Schulze, L. und U. Jacob (1993). Kommissionieren - Erst am Anfang der Automatisierung. *Materialfluss und Logistik*, S. 5–18.
- Schuster, E. W., S. J. Allen und D. L. Brock (2007). *Global RFID*. Springer.
- ten Hompel, M., H. Büchter und U. Franzke (2007). *Identifikationssysteme und Automatisierung (VDI)*. Springer.

- Tietze, F. und C. Schenk (1989). *Halbleiter-Schaltungstechnik*. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer.
- Tran-Gia, P. (1996). *Analytische Leistungsbewertung verteilter Systeme*. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer.
- VDI-Bericht 1624 (2001). *Sorter im logistischen Prozess*. VDI-Gesellschaft Fördertechnik Materialfluss Logistik.
- VDI-Bericht 1796 (2003). *Sorter im logistischen Prozess*. VDI-Gesellschaft Fördertechnik Materialfluss Logistik.
- VDI-Handbuch. *Materialfluss und Fördertechnik*. Beuth, Köln: VDI-Gesellschaft Fördertechnik Materialfluss Logistik (Hrsg.).
- VDI-Richtlinie 2691 (1977). *Wirtschaftliche Vorratshaltung in Fertigungsbetrieben*. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH. VDI-Gesellschaft Materialfluss Fördertechnik Logistik (Hrsg.).
- VDI-Richtlinie 3300 (1973). *Materialflussuntersuchungen*. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH. VDI-Gesellschaft Materialfluss Fördertechnik Logistik (Hrsg.).
- VDI-Richtlinie 3561 (1995). *Spielzeitermittlung in automatischen Kanallager-Systemen*. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH. VDI-Gesellschaft Materialfluss Fördertechnik Logistik (Hrsg.).
- VDI-Richtlinie 3590 (1977). *Kommissioniersysteme*. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH. VDI-Gesellschaft Materialfluss Fördertechnik Logistik (Hrsg.).
- VDI-Richtlinie 3596 (1975). *Darstellungsmethoden für den Materialfluss*. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH. VDI-Gesellschaft Materialfluss Fördertechnik Logistik (Hrsg.).
- VDI-Richtlinie 3633 (1993). *Simulation von Logistik-, Materialfluss- und Produktionssystemen*. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH. VDI-Gesellschaft Materialfluss Fördertechnik Logistik (Hrsg.).
- VDI-Richtlinie 3964 (1993). *Mobile Datenspeicher (MDS) für Großladungsträger (GLT)*. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH. VDI-Gesellschaft Materialfluss Fördertechnik Logistik (Hrsg.).
- VDI-Richtlinie 4004.0 (1986). *Zuverlässigkeitskenngrößen, Verfügbarkeitskenngrößen*. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH. VDI-Gesellschaft Materialfluss Fördertechnik Logistik (Hrsg.).
- Weisshaupt, B. und G. Gubler (1992). *Identifikations- und Kommunikationssysteme*. Landsberg/Lech: Verlag Moderne Industrie.
- Welch, P. D. (1981). On the Problem of the Initial Transient Steady-State Simulation. *IBM Watson Research Center*.
- Welch, P. D. (1983). The Statistical Analysis of Simulation Results. *The Computer Performance Modeling Handbook*, S. 268–328.
- Wöhe (2000). *Einführung in die allgemeine Betriebswirtschaftslehre* (36. Aufl.). München: Vahlen.
- Whitt, W. (1989). Planning Queueing Simulations. *Management Science* 35(11), S. 1341–1366.

- Wiesner, W. (1990). *Der Strichcode und seine Anwendungen*. Landsberg/Lech: Verlag Moderne Industrie.
- Wolff, R. W. (1989). *Stochastic modelling and the theory of queues*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall International Editions.
- Zangemeister, C. (1976). *Nutzwertanalyse in der Systemtechnik: Eine Methodik zur multidimensionalen Bewertung und Auswahl von Projektalternativen* (4. Aufl.). München: Wittemann.

# Sachverzeichnis

- Abfertigungsregeln, 34
- Abgabestellen, 229
- Ablaufschema, 251
- Ablaufstudie  $f$ , 242
- absoluter Fehler, 323
- Adjazenzmatrix, 53
- Amortisationsrechnung, 286
- Andler'sche Formel, 174
- Ankunftsrate, 112
- Anpassungstest, 103, 104
- Arbeitsbilanz, 151
- Ausfallrate, 302
- Auslastungsgrad, 13
  
- Barcode, 339
- Bedienrate, 113
- Belastungsmatrix, 65
- Belastungsstudie  $ff$ , 244
- Bereichsschätzung, 95, 100
- Bewertungsmatrix, 54
- Binomialverteilung, 83, 85
- Blocklayout, 273
  
- CCD-Handscanner, 352
- CCD-Matrixkamera, 351
- CCD-Zeilenkamera, 349
- Chi-Quadrat-Anpassungstest, 105
- Codierung, 336
  
- D/D/1-Wartesystem, 123
- Decodierung, 336
- Detailplanung, 269, 274
- Dichtefunktion  $f(t)$ , 14, 88
- Dijkstra-Algorithmus, 58
- Dispersion, 21
- Distanz, 55
- Distanzmatrix, 55
- Dotcode, 354
- Dreieck-Verfahren, 291
- Durchlaufzeit, 111
- Durchsatz, 2
- Durchsatz einer Förderstrecke, 12
- Durchsatzbedingung, universelles  
    MF-Element, 43
- Durchsatzbedingung, Verzweigung, 24
- Durchsatzbedingung, Zusammenführung, 34
- Durchsatzdiagramm, Verzweigung, 25
  
- eingeschwungener Zustand, 324
- Einschleusbereich, 229
- Einzelworterkennung, 375
- elektronische Datenträger, 358
- elektronische Datenträger, festcodiert, 360
- elektronische Datenträger, programmierbar, 361
- Erlangverteilung, 91, 124
- Erneuerungsprozess, 149
- Erwartungswert, 17, 94
- Exponentialverteilung, 90
- externer Materialfluss, 6
  
- Fördereinheit, 11, 66, 68
- Fördergut, 66
- Förderstrecke, 11
- Füllungsgrad eines Lagers, 177
- Faltung von Verteilungen, 164
- Fehler erster Art, 102, 109
- Fehler zweiter Art, 102, 109
- Fließfertigung, 267
- Flussdiagramm, 8, 49, 59
  
- G/G/1-Wartesystem, 128
- Gleichgewichtsgleichungen, global, 136, 138
- Gleichgewichtsgleichungen, lokal, 138
- Gleichverteilung, 82, 88
- Graph, 51, 74
- Grenzdurchsatz, 13
- Grenzdurchsatz, partieller, 22
- Groblayout, 49, 51, 59, 74
- Grobplanung, 269, 271

- Hauptstrom, 37
- historie, 359
- Hub and Spoke, 227
- Idealplanung, 269, 273
- Identifikation, 2, 335
- Identifikationspunkt, 26, 35, 345
- Identifikationssysteme, 335
- Identifikationssysteme mit Dotcode-Datenträgern, 354
- Identifikationssysteme mit elektronischen Datenträgern, 358
- Identifikationssysteme mit Strichcode-Datenträgern, 339
- Intralogistik, 333
- Inversionsmethode, 313
- Irrtumswahrscheinlichkeit, 95, 100
- Isochrone, 199
- Ist-Aufnahme ff , 234
- Kürzeste-Wege-Algorithmen, 57
- Kürzeste-Wege-Matrix, 55
- Kapitalwertmethode, 285
- Kendall-Notation, 114
- Kippschale, 229
- Klassisches Transportproblem, 75
- Kommissionieren, 212
- Kommissionierzeit, 217
- Kommunikationsebenen, 330
- Konfidenzbereich, 95, 100
- Kontrollpunkt, 26
- Kostenstudie, 250
- Ladeeinheit, 66
- Ladungsträger, 66, 68
- Lagerbauart, 189
- Lagerkapazität, 176
- Lagerplatzverwaltung, 178
- Lagerung, dispositive, 174
- Lagerung, operative, 175
- Laserscanner, 345
- Layoutplanung, 289
- Leerfahrtenmatrix, 70, 74
- Lesepistole, 353
- Lesestift, 352
- Little's Gesetz, 122
- M/D/1-Wartesystem, 124, 312
- M/Ek/1-Wartesystem, 124
- M/G/1-Wartesystem, 125
- M/M/1-Wartesystem, 115
- M/M/1/K-Wartesystem, 132
- M/M/m-Wartesystem, 130
- Markov-Prozess, 117, 303
- Materialflusslehre, 1
- Materialflussteuerung, 380
- Materialflussteuerung, dezentrale, 382
- Materialflussteuerung, zentrale, 381
- Mittelwertanalyse, 141
- MTBF, 304
- MTTR, 304
- Multimomentaufnahme ff , 246
- Multimomentaufnahme, MMH f , 246
- Multimomentaufnahme, MMZ f , 248
- Nabe-Speiche-Netz, 227
- Nebenstrom, 37
- Netzwerk, 2, 134
- nicht-terminierende Simulation, 323
- Normalverteilung, 93
- Nutzwertanalyse, 275
- ordinales Wertprofil, 279
- Parametertest, 103
- partieller Grenzdurchsatz, Verzweigung, 26
- Petri-Netz ff , 254
- Planungsstufen, 269
- Poisson-Prozess, 117
- Poissonverteilung, 85
- Primärerhebung, 237
- Produktionsmix, 267
- Punktcode, 354
- Punktschätzung, 94
- qualitatives Schema, 48
- Rüstzeitenreduktion, 267
- Realplanung, 269, 274
- relativer Fehler, 324
- Rentabilitätsrechnung, 286
- RFID, 335, 338, 359
- Richtungswechsel, determiniert, 31
- Richtungswechsel, stochastisch, 30
- Risikoanalyse, 286
- SADT f , 253
- Sankey-Diagramm, 71, 251
- Scanner, 339
- Schaltfrequenz, 30, 31, 34, 35
- Schrittmacher-Prozesse, 266
- Sekundärerhebung, 237
- Signal, 329
- Simulation, 48, 309
- Simulationslänge, 322
- Sorter, 225
- Sortieren, 225

- Sortierstufen, 225
- Spielzeit eines Fahrzeugs, 79
- Spielzeit eines Regalbediengerätes, 197
- Spracherkennung, 379
- Sprachverarbeitende Systeme, 371
- Stückgut-Sortiersysteme, 225
- Standardabweichung, 21
- Standardnormalverteilung, 93
- statistische Sicherheit, 95, 100
- Stauraum-Problem, 67
- stetige Verzweigung, 23
- Streifen-Strategie, 222
- Strichcode, 339
- Supermarkt-Pull-System, 263
  
- Taktprozess, 14, 21, 124
- Taktzeit, 14, 21
- teilstetige Verzweigung, 23
- terminierende Simulation, 323
- topologische Sortierung, 54, 71
- Transportmatrix, 68, 74, 290
- Tripel-Algorithmus, 62
  
- umlaufendem Strang, 229
- universelles MF-Element, 43
- unstetige Verzweigung, 23
  
- Validierung, 321
- Varianz, 21, 94
- Variationskoeffizient, 21
  
- Verfügbarkeit, 301
- Verifikation, 320
- Verteilung, diskrete, 81, 82
- Verteilung, stetige, 81, 88
- Verteilungsfunktion  $F(t)$ , 14, 37, 88
- Vertrauensbereich, 95, 100, 308
- Verweilzeit, 116
- Verzweigung, 22
- Vorfahrt, absolute, 41
- Vorfahrt, eingeschränkte, 35
  
- Wahrscheinlichkeitsdichte, 14
- Wahrscheinlichkeitsdichte-Funktion, 37
- Warteprozess, 114
- Warteraum, 112
- Wartezeit, 116
- Wertstrom, 259
- Wertstromanalyse, 259
- Wirtschaftlichkeitsanalyse, 284
- Wortkettenerkennung, 375
  
- Zeitdiskrete Modelle, 148
- zufällige Irrfahrt, 158
- Zufallsvariable, 16
- Zugriffszeit, 196
- Zusammenführungen, 33
- Zustandsgraph, 117
- Zuverlässigkeitsfunktion, 302
- Zwischenankunftszeit, 14, 37