

Contents

1	Wprowadzenie do Rachunku Różniczkowego	2
1.1	Algebra	2
1.2	Trygonometria	2
2	Rachunek różniczkowo-całkowy	3
3	Algebra liniowa	3
3.1	Wektory	3

1 Wprowadzenie do Rachunku Różniczkowego

1.1 Algebra

1.2 Trygonometria

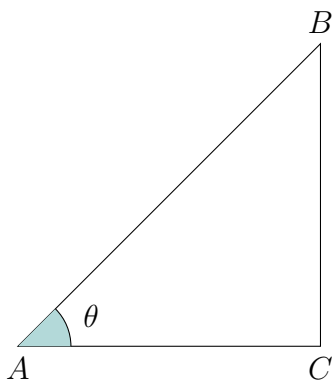
W \triangle prostokątnym dany jest kąt θ . Wyraża się 4 funkcje trygonometryczne:

$$\sin \theta = \frac{a}{c}$$

$$\cos \theta = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg} \theta = \frac{b}{a}$$



Funkcje trygonometryczne również posiadają tożsamości trygonometryczne takie jak np.

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\operatorname{ctg} \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{ctg} \theta = 1$$

Funkcje trygonometryczne można konwertować na inne funkcje:

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \theta) = \operatorname{ctg} \theta$$

$$\operatorname{ctg}(90^\circ - \theta) = \operatorname{tg} \theta$$

2 Rachunek różniczkowo-całkowy

3 Algebra liniowa

3.1 Wektory

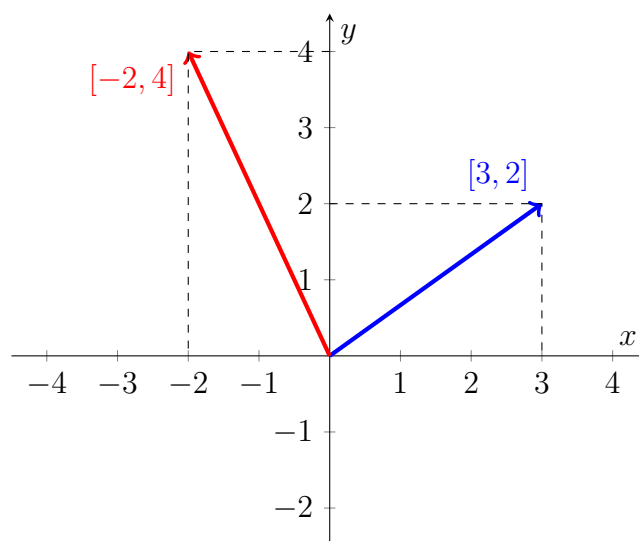
Wektor to uporządkowana para liczb. Jeśli wektor ma początek to jest to, wektor zaczepiony który jest oznaczany symbolem \overrightarrow{AB} . Jeżeli dane są punkty $A = (x_1, y_1)$ oraz $B = (x_2, y_2)$, to współrzędne wektora \overrightarrow{AB} określa wzór:

$$\overrightarrow{AB} = [x_2 - x_1, y_2 - y_1]$$

Jeśli natomiast wektor nie ma początku to jest to wektor swobodny który jest oznaczany symbolem $\vec{v}, \vec{u}, \vec{w}$.

$$\vec{u} = \vec{w} \iff u_x = w_x \wedge u_y = w_y$$

Na rysunku poniżej został przedstawiony wygląd wektora $[3, 2]$ i $[-2, 4]$ w układzie współrzędnych:



Długość wektora \vec{w} oraz \overrightarrow{AB} można zapisać następująco:

$$|\vec{w}| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$$

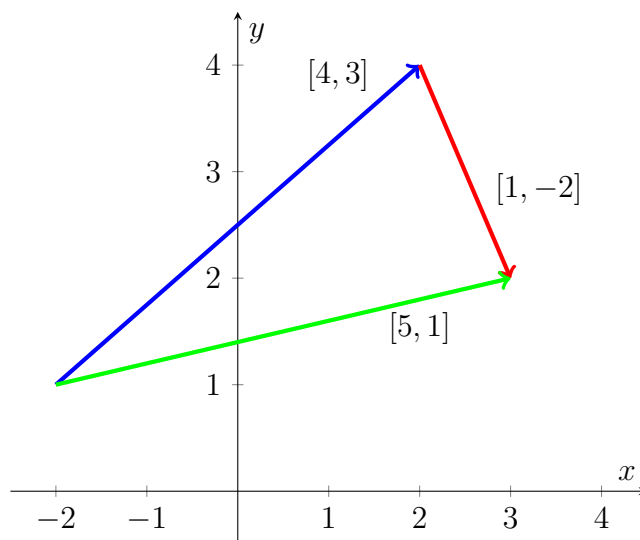
$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

gdzie:

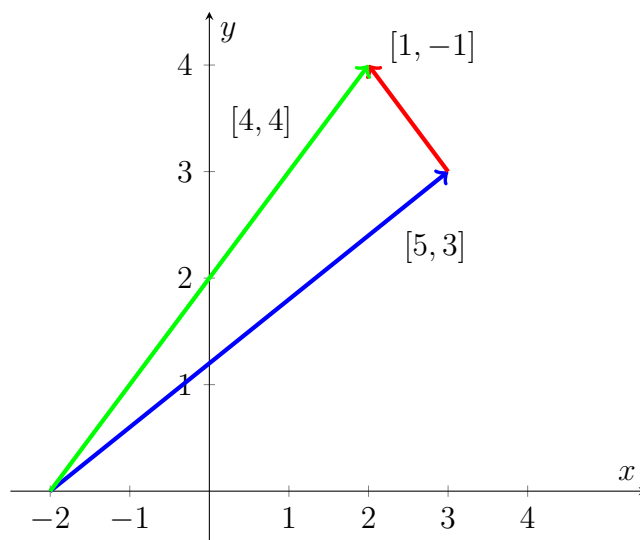
- $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$ to długości wektora \overrightarrow{AB}

Sumą, różnicą, iloczynem $\vec{u} = [u_x, u_y]$ i $\vec{w} = [w_x, w_y]$, wyraża się wzorem:

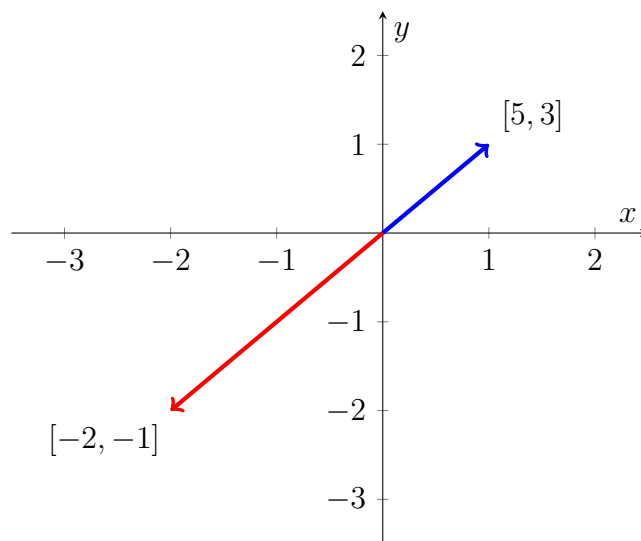
$$\vec{u} + \vec{w} = [u_x + w_x, u_y + w_y]$$



$$\vec{u} - \vec{w} = [u_x - w_x, u_y - w_y]$$



$$a \cdot \vec{w} = [a \cdot w_x, a \cdot w_y], \quad \text{gdzie } a \in \mathbb{R}$$



Wektory $\vec{u} = [u_x, u_y]$ i $\vec{w} = [w_x, w_y]$, są przeciwne wtedy, gdy suma wektorów \vec{u} i \vec{w} jest wektorem zerowym, czyli:

$$\vec{u} = -\vec{w} \iff u_x + w_x = 0 \wedge u_y + w_y = 0$$

Iloczyn skalarny wektorów $\vec{u} = [u_1, u_2]$ i $\vec{w} = [w_1, w_2]$ to liczba, którą można uzyskać dodając iloczyny odpowiednich współrzędnych:

$$\vec{u} \cdot \vec{w} = u_1 \cdot w_1 + u_2 \cdot w_2$$

Iloczyn skalarny wektorów można również wyliczyć znając długości wektorów $|\vec{u}|$ i $|\vec{w}|$ oraz kąt θ między nimi:

$$\vec{u} \cdot \vec{w} = |\vec{u}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos \theta$$

