

Contest

東京理科大学工学部経営工学研究科

新田 翔

東京理科大学工学部第一部経営工学科

黒木 裕鷹

平成 29 年 7 月 14 日

概 要

第1章 ルールに基づいた戦略の決定

1.1 ルールの概観

本コンテストで行うシミュレーションは一般的に行われている金融取引とは異なる。最終的な目標は一定のルールのもとでより高い収益を獲得することであるため、投資の戦略もルールに基づいたものでなくてはならない。ルールを概観し、以下にまとめた。

1. ルール

- (a) ポートフォリオ登録時点で時価総額が1億円以内になるように登録
- (b) 10銘柄以上、30銘柄以下でのポートフォリオを構成
- (c) 2017年7月31日までであれば1度だけ銘柄の入れ替えが可能
- (d) ロングポジションのみ（空売り禁止）
- (e) 手数料は考慮しない

2. パフォーマンス計測期間

- (a) 2017年7月3日～2017年8月31日

3. パフォーマンス測定方法

- (a) ポートフォリオ機能「トータルリターン (%)」を頻度日次・円建てで計測
- (b) ポートフォリオ登録は登録日より2営業日前の終値をコスト価格として登録
- (c) ポートフォリオ登録後、6月中の価格変動による時価総額の増減を含め7月3日から8月31日の間でパフォーマンスを計測

以上のルールの中で、時間的に制約を受けるものは1-c, 2-aである。これらにより1か月単位のバイアンドホールドを強いられ、さらにルール3-bにより裁定機会が失われることになる。つまり、金融資産の価格変動は何を根拠として起こっているのか、という視点で考える必要があり、それに基づいて価格が上昇する銘柄を追い求めていくことになる。次の1.2節では、価格変動の源泉について考察した。

1.2 価格変動の源泉

金融資産は一般的な商品と異なり、投資目的やリスクヘッジ目的で購入されることがほとんどであるから、その価格は需要供給の関係だけでなく将来の見通しにも影響される。つまり、「情報」が価格に織り込まれるのである。すると、未だ織り込まれていない「情報」を見つけ出して特定の銘柄を購入し、織り込まれた時点で売却する、という戦略が考えられる。この手法は一見有効であるように思えるが、ここには一つ盲点がある。それは、証券アナリス

トや裁定取引屋をはじめとする高度に習熟したプロフェッショナルの存在である。習熟したプロ達はいち早く織り込まれていない情報を日々見つけ出し、ポートフォリオに組み込むことを目標にしている。アナリスト達が織り込んでいない情報を見つけ出す手段として、アナリスト達が注目していない、またはポートフォリオに組み込めないような市場や超小型銘柄に焦点を当てる手法が考えられる。しかしルール 1-c, 2-a, 3-b の存在により、この手法も困難であることが分かる。織り込まれていない情報が織り込まれたとして、8 月 31 日までその価格が継続する可能性は非常に低い。また、測定期間内にその情報が織り込まれる可能性も低いといえる。

次の 1.3 節では別の見方から価格変動を眺める。

1.3 もう一つの源泉

世界には無数の企業があり、それぞれが異なった性質を持っている。持っている技術やリリースしている商品、組織体系などが多種多様であるということだ。しかし、複数の企業に共通している性質も考えられる。例えば所属国や業種、企業の規模などだ。このような共通の要因のうち、株価の変動に関係を持つものも当然存在するだろう。Fama と French は米市場における実証分析を行い、企業規模 (size) や簿価比時価率 (Value) が株価の収益構造に関与していると結論付けた。つまり、企業規模の小さい銘柄や、時価総額が総資産額に比べて割安な銘柄は平均的に高い収益を見せるということだ。この現象はそれぞれ小型株効果、バリュー株効果と呼ばれ、代表的なアノマリーとして認識されている。先ほどのモデルは Fama-French の 3 ファクターモデルと呼ばれ、Fama と French は 2013 年にその功績を称えられノーベル経済学賞を受賞した。実際に似たような性質 (業種や企業規模など) の銘柄は似たような価格変動を見せることが多く、Fama と French が対象とした米市場に限らず、金融資産の価格変動が共通の要因に影響されている、という主張は自然なものだと考えられる。

1.4 様々な理論

ポートフォリオ選択の理論としてはマーコヴィッツの平均分散モデルが、資産の適正価格を決定する理論としてはシャープらの資本資産価格モデル (capital asset pricing model : CAPM) が 1960 年代より不動の地位を築いてきた。計算の簡便さもあり、これらの理論は現在でも広く用いられている。しかし 1970 年代以降、CAPM に対する様々な批判や問題点が提起され、代わりとなる新たな理論が提唱され続けている。CAPM が必要とする仮定 (2 章で詳しく述べる) が非常に限定的であり、到底成立するものではない、ということである。そこで、本コンテストでは CAPM 以降に広く用いられてきた裁定価格理論 (arbitrage pricing theory : APT) を用いることとした。

詳細については後に触れるが、APT は CAPM と異なり、全資産の収益の同時分布が正規分布であることを必要しないのである。また、これも後述するが、APT はファクターモデルと非常に相性が良い。

1.5 戦略の決定

1.2 節で述べたように、これから価格に織り込まれる「情報」を追うのではなく違う視点から戦略を決定する必要がある。また 1.3 節で述べた、Fama-French の 3 ファクターモデル

をはじめとするマルチ・ファクターもでるにより、CAPM よりも確からしい資産の価格変動の構造を考えることができる。そこで独自のマルチファクターモデルを構築し、「直近で平均的に勝っている投資スタイル」を見つけ出すことが出来れば2ヶ月間の収益を競う本コンテストにおいても成果を上げることが出来るのではないかと考えた。なお、本コンテストは2カ月間のみ短いものであり、偶発的な金融危機については考えないこととする。とはいえ、収益に見合わないリスクを持つポートフォリオを構成することには何の利点も考えられないため、特に理由がない限り構成銘柄数は最大の30銘柄を考える。

市場には無数の裁定取引を行う投資家が存在すること、さらにコンテストのルールにより、鞘取りに関しては全く行うことが出来ない。市場に裁定機会が存在しないことを主な仮定とするAPTと非常に相性の良いものであり、本コンテストのルールの下で収益を出すために十分有用であると考えられる。

マルチ・ファクターモデルにより各銘柄の収益構造を推定した後の問題はポートフォリオに組み込む資産をどのように選択するかである。投資には必ずリスクが伴い、投資家はそのリスクを代償にリターンを求める。そこでここでは、それぞれのファクターの持つリスクに晒される「価値」を考えることとした。この「価値」は通常リスク・プレミアムと呼ばれる。高いリスク・プレミアムを持つファクターに対してリスクを取り、低いリスク・プレミアムを持つファクターに対して分散化することを考えていく。

第2章 理論

2.1 シングル・ファクターモデルとしてのCAPM

CAPMによれば、金融資産 i の収益率 r_i がマーケットの収益率 R_M に依存する部分と資産特有の部分 ε_i に分けられ、以下のように表される。また、 ε_i は資産間で相互に無相関であるとされる。

$$\begin{aligned} r_i &= \alpha_i + \beta_i R_M + \varepsilon_i \\ \varepsilon_i &\sim i.i.d.N(0, \sigma_i^2) \\ Cov(R_M, \varepsilon_i) &= 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

ここで、 β_i は金融資産 i のマーケットへの感度を表し、 α_i はマーケットに対する期待超過収益率を表している。式 (2.1) より r_i の分散を求めると

$$Var(r_i) = \beta_i^2 Var(R_M) + Var(\varepsilon_i) \quad (\because Cov(R_M, \varepsilon_i) = 0) \tag{2.2}$$

となり、この右辺第1項はシステマティック・リスクと呼ばれ、シングル・ファクターであるマーケットの動きにより説明可能な部分である。また右辺第2項はマーケットに依存しないアンシステマティック・リスクと呼ばれる。このうちアンシステマティック・リスクはポートフォリオ選択によって除去可能であるとしばしば言われるが、Fama-Frenchの3ファクターモデルに代表される数々の実証分析ではこれが不可能であることが報告されている。このことは、マーケットではない共通要因も存在し、それらがアノマリーの原因となっていることを示唆している。

市場を構成する資産数を N とすると、資産 $i (i = 1, \dots, N)$ の保有比率が w_i であるようなポートフォリオ P の収益率 R_P は以下で与えられることになる。

$$\begin{aligned} R_P &= \alpha_P + \beta_P R_M + \varepsilon_P \\ &= \sum_{i=1}^N w_i \alpha_i + \left(\sum_{i=1}^N w_i \beta_i \right) R_M + \sum_{i=1}^N w_i \varepsilon_i \end{aligned} \tag{2.3}$$

また、このポートフォリオの分散は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} Var(R_P) &= \beta_P^2 Var(R_M) + Var(\varepsilon_P) \\ &= \left(\sum_{i=1}^N w_i \beta_i \right)^2 Var(R_M) + \sum_{i=1}^N w_i^2 Var(\varepsilon_i) \end{aligned} \tag{2.4}$$

この β_P がポートフォリオのマーケットに対する感度になり、 α_P がリスク・プレミアムとなる。

2.2 マルチ・ファクターモデル

ここでは、各資産の収益率が m 個の共通要因に依存するマルチ・ファクターモデルを考える。金融資産 i の収益率 r_i は企業特有の部分 ε_i と共通要因であるファクター $F_k (k = 1, \dots, m)$ によって決定される。また、 ε_i は資産間で相互に無相関であると仮定すると、 r_i は以下のように表される。

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i,1}F_1 + \beta_{i,2}F_2 + \dots + \beta_{i,k}F_k + \dots + \beta_{i,m}F_m + \varepsilon_i \quad (2.5)$$

ここで、2.1 節と同様、資産 $i (i = 1, \dots, N)$ の保有比率が w_i であるようなポートフォリオ P の収益率 R_P を考えると以下ようになる。

$$\begin{aligned} R_P &= \alpha_P + \beta_{P,1}F_1 + \beta_{P,2}F_2 + \dots + \beta_{P,m}F_m + \varepsilon_P \\ &= \sum_{i=1}^N \alpha_i + F_1 \sum_{i=1}^N w_i \beta_{i,1} + \dots + F_m \sum_{i=1}^N w_i \beta_{i,m} + \sum_{i=1}^N w_i \varepsilon_i \\ &= \sum_{i=1}^N \alpha_i + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^N w_i \beta_{i,k} F_k + \sum_{i=1}^N w_i \varepsilon_i \end{aligned} \quad (2.6)$$

2.3 Fama-French の 3 ファクターモデル

2.4 APT

2.5 ファクターのリスク・プレミアムの算出

資産 i の収益率が式 (2.6) で表されているとする。このとき資産を組み合わせ、特定のファクターへの感度のみが 1 で、その他のファクターへの感度が 0 になるポートフォリオを考える。例えば、第 1 ファクターのみへの感度が 1 になるようなポートフォリオを P_1 とすると、その収益率は

$$R_{P_1} = \alpha_{P_1} + 1 \times F_1 + 0 \times F_2 + \dots + 0 \times F_m + \varepsilon_{P_1} \quad (2.7)$$

と表せる。このとき、 α_{P_1} が第 1 ファクターのリスク・プレミアムとなる。

次に、各ファクターのリスク・プレミアムを行列計算により求めることを考える。なお 2.3 節と同様、 N 資産に対する m ファクターモデルを考える。第 $k (k = 1, 2, \dots, m)$ ファクターに対する感度のみが 1 であるポートフォリオを第 k ファクター・ポートフォリオ P_k とし、 P_k における資産 i のウェイトを $w_{i,k}$ とする。さらに、資産 i の第 k ファクターへの感度を $\beta_{i,k}$ とすると、以下の式 (2.8) のようにまとめることが出来る。

$$\begin{pmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \dots & w_{1,m} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \dots & w_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n,1} & w_{n,2} & \dots & w_{n,m} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \beta_{1,1} & \beta_{1,2} & \dots & \beta_{1,m} \\ \beta_{2,1} & \beta_{2,2} & \dots & \beta_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{n,1} & \beta_{n,2} & \dots & \beta_{n,m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

第3章 実際のデータ分析

3.1 使用したデータ

以下のデータを2015年1月～2017年5月の期間で、日次終値の形で取得した。なお、データの取得にはBloomberg 端末と Microsoft Excel の Bloomberg アドインを使用し、データ分析はR言語により行った。

- 資産価格について
東証一部上場企業の株式の価格データを使用した。
- ファクターについて
マルチ・ファクターモデルを構成する際、以下のファクターを使用した。
 - － マーケットファクター
東証一部上場銘柄を対象としているため、マーケットファクターとしては東証一部上場銘柄の時価総額を反映している TOPIX を使用した。変動の比率を見るため、対数収益率を取った。
 - － サイズファクター
Russell/Nomura の提供する日本株インデックスで代用した。具体的には、配当を含めない Small Cap Index から配当を含めない Large Cap Index を引くことにより算出した。さらにその変動をみるために差分を取ったものを使用した。
 - － バリュースコアファクター
Russell/Nomura の提供する日本株インデックスで代用した。具体的には、配当を含めない Total Value Index から配当を含めない Total Growth Index を引くことにより算出した。さらにその変動をみるために差分を取ったものを使用した。
 - － 為替ファクター
日本円 (JPY) の市場価格 (対米ドル) を為替ファクターとして使用した。さらにその変動をみるために差分を取ったものを使用した。
 - － ボラティリティファクター
S&P が VIX と同様の手法で算出している日本市場の 30 日インプライド・ボラティリティを使用した。

上記のファクターはそれぞれ単位もスケールも異なるので、正規化 (平均 0 分散 1 に標準化) した後に使用した。

3.2 データのクリーニング・概観

対象期間とした 2015 年 1 月～2017 年 5 月において、何らかの理由 (そもそもまだ出ていない、上場していない、等の) により価格データが欠けている企業が見受けられたため、

当該企業を除外した。さらに対数収益率を取ることにより全営業日との比率を算出した。

対象銘柄すべての価格推移をプロットすることは不可能であるため、使用するファクターについてのみ時系列プロットを行い、以下の図 3.1 に示した。また、多重共線性などの問題が存在するならばそれを回避するため、散布図とヒストグラム、相関行列を図 3.2 にまとめた。図 3.2 の対角線上にある図が各ファクターのヒストグラムとカーネル密度、下三角の図がファクター間の散布図、上三角の図がファクター間の相関係数に 100 を掛けた数値を表している。

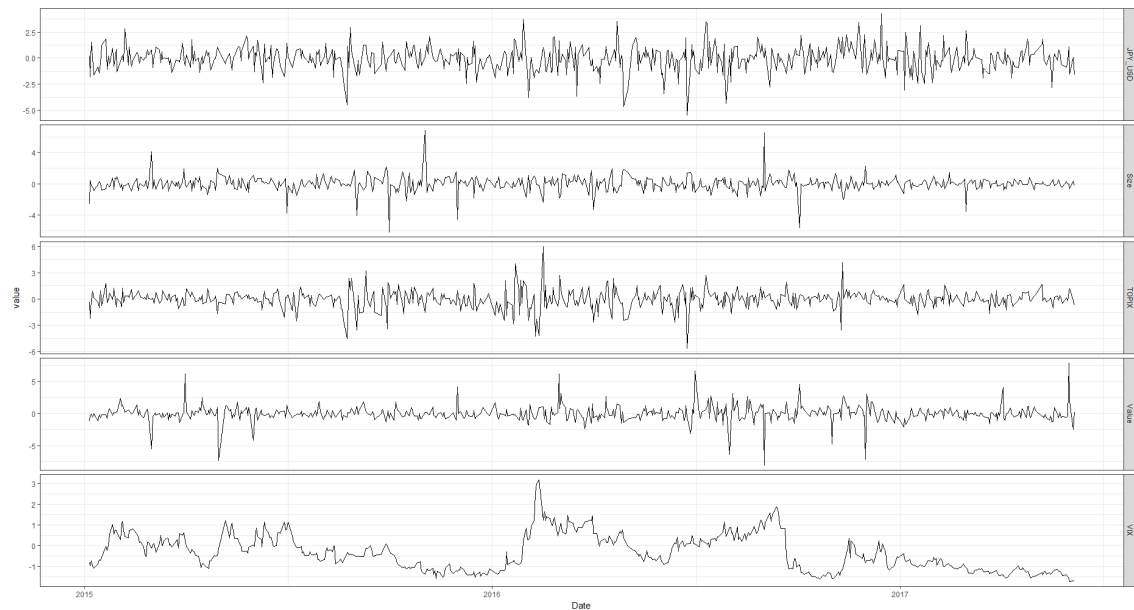


図 3.1: ファクターの時系列プロット

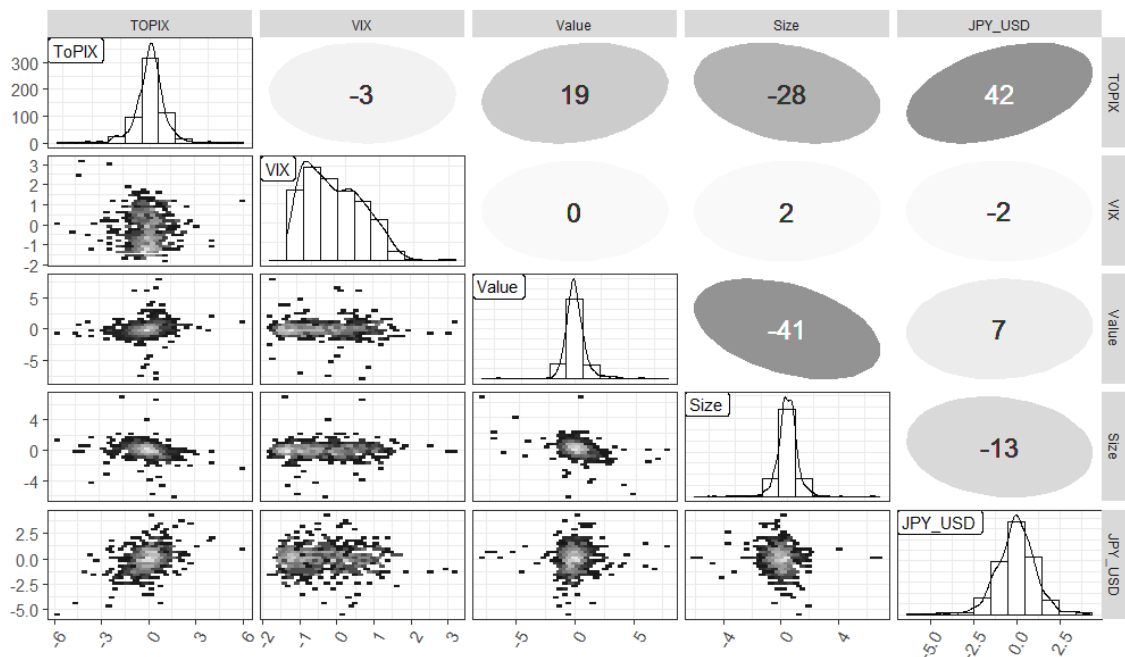


図 3.2: ファクター間の関係

図??のうち TOPIX, Value, Size, JPY_USD はどれも定常のような動きになっていることが分かる。対数差分や差分を取っているこれらの系列がこのような動きを示すことは自然なことであるが、中でも Value, Size は時折大きな変動を見せており、従う確率分布が他とは異なる可能性がある。JPY_USD の差分系列は最も変動が安定しており、TOPIX の対数差分系列がその中間ぐらいであると言える。また VIX に関してであるが、ボラティリティの大きさをファクターとして扱いたいために原系列をそのまま (差分などを取らずに) 正規化した。そのため明らかに非定常過程になっており、直近半年ほどは非常に低い値をとっていることが分かる。

次に図 3.2 を確認する。既に述べたが TOPIX, Value, Size は時折大きな変動を見せるため、中心付近で高く裾の広い分布になっている。このことは TOPIX, Value, Size 同士の散布図が中心付近に集まっており、十字型の広がりを持つことから確認できる。図 3.2 右上の、ファクター間の相関係数を 100 倍した数値を確認すると、全体的に低くまとまっているものの、低い相関を持つファクターの組み合わせが存在することが見て取れる。この場合 TOPIX と JPY_USD、Value と Size、TOPIX と Size である。相関を持つ説明変数を使用しでの回帰を行うといわゆる「多重共線性」が発生し、実際以上に決定係数が大きくなってしまふなどの問題がある。よってファクター全てを使っているモデル推定は不適当であると考えられ、次節で述べるように、モデルの推定方法に工夫を施す必要がある。

3.3 ファクターモデルの推定

扱いやすい日次終値データを対象としていることに加え時系列データの性質により、推定するパラメータ数に対し十分な標本が得られないという問題がある。また市場の性質が不変であるとは考えにくく、ゆるやか (もしくは何らかのショックにより急激に) 変化していくも

のと思われる。そのためバックテストも見据え、3 カ月分のデータを用いてモデルを推定し、その先 1 カ月を対象にバックテストを行うこととした。

マルチ・ファクターモデルを推定する際、Fama-French の 3 ファクターモデルや Carhart の 4 ファクターモデルのような線形モデルだけでなく、非線形モデルも考慮に入れることができる。しかしながら、標本の少なさや時系列データにおける外挿の問題により複雑なモデルを考えるメリット小さく、ここでは線形モデルのみを考えた。

線形でのマルチ・ファクターモデルを推定する際にも注意しなければならないことがある。むやみに説明変数 (ここでは各ファクターを指す) を増やすことにより生じる多重共線性の問題や多重性の問題、みせかけの回帰の問題である。そこで、説明変数を全て使用しての線形回帰ではなく、何らかの工夫を施すことによりむやみにモデルを複雑にしない操作が必要になる。選択肢としては以下の手法が考えられる。

- AIC や BIC などの情報量基準を用いたモデル選択
- リッジ回帰や lasso 回帰などの、正則化項を用いたモデル推定
- 介入効果と回帰係数を一致させるための統計的因果推論に基づいた説明変数選択

3.3.1 lasso 回帰について

3.4 リスク・プレミアム

一般化逆行列を利用した。過去 3 ヶ月のデータより推定したマルチ・ファクターモデルに基づいて算出したリスク・プレミアムを以下の図 3.3 に示した。

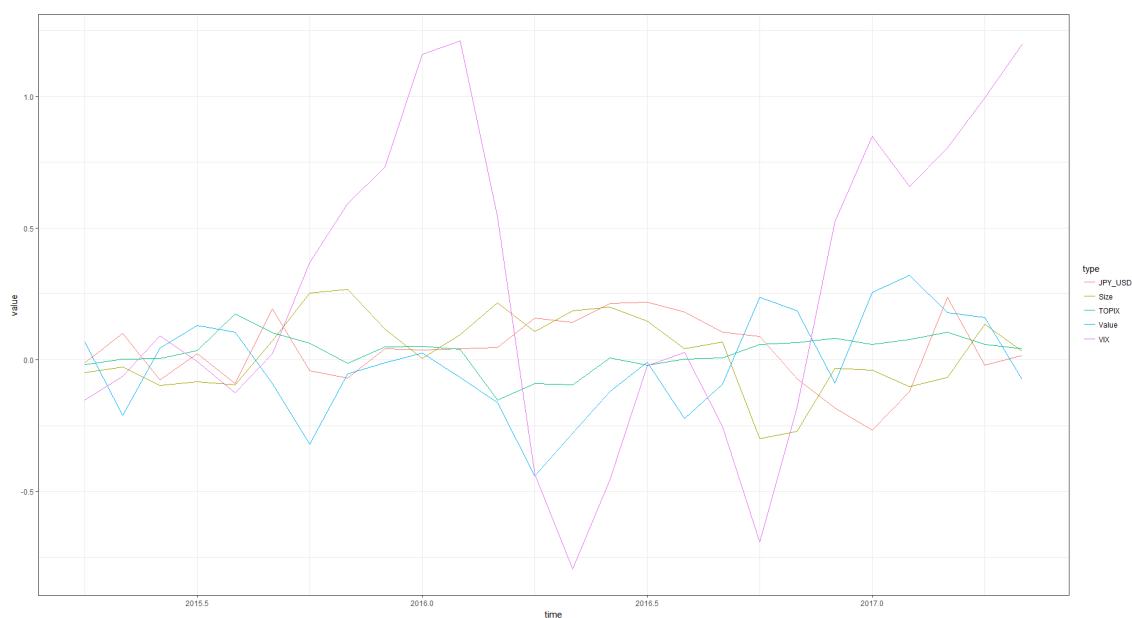


図 3.3: リスク・プレミアムの推移

3.5 バックテスト

様々なポートフォリオ

3.6 ポートフォリオ選択

リスク・プレミアムを算出したことによりファクターごとのリスクを取る価値が定量化できたが、ポートフォリオの構成銘柄は10~30銘柄でなくてはならない。銘柄数を考慮しなければ、リスクプレミアムの合計を目的関数とした最適化問題を考えればよいことになる。

ポートフォリオの収益率ファクターに対する感度は2.2節の式(2.6)により与えられている。今回は5ファクターモデルを考えているため、ポートフォリオの収益は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} R_P &= \alpha_P + \beta_{P,1}F_1 + \beta_{P,2}F_2 + \cdots + \beta_{P,5}F_m + \varepsilon_P \\ &= \sum_{i=1}^N \alpha_i + F_1 \sum_{i=1}^N w_i \beta_{i,1} + \cdots + F_5 \sum_{i=1}^N w_i \beta_{i,m} + \sum_{i=1}^N w_i \varepsilon_i \\ &= \sum_{i=1}^N \alpha_i + \sum_{k=1}^5 \sum_{i=1}^N w_i \beta_{i,k} F_k + \sum_{i=1}^N w_i \varepsilon_i \end{aligned} \quad (3.1)$$

いま、ファクター F_1, \dots, F_5 のリスク・プレミアムが $\lambda_1, \dots, \lambda_5$ で与えられているとすると、ファクターのリスク・プレミアムを重みとした以下の最適化問題を考えるのが自然である。

$$\begin{aligned} \text{maximize :} \quad & \beta_{P,1}\lambda_1 + \beta_{P,2}\lambda_2 + \beta_{P,3}\lambda_3 + \beta_{P,4}\lambda_4 + \beta_{P,5}\lambda_5 \\ &= \sum_{k=1}^5 \sum_{i=1}^N w_i \beta_{i,k} F_k \\ \text{subject to :} \quad & \sum_{i=1}^N w_i = 1 \\ & w_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, N) \end{aligned} \quad (3.2)$$

式(3.3)の最適化問題のうち、 $F_k, \beta_{i,k}$ は推定済みであり、 w_i のみが変数である。よってこれは線形計画問題となり、シンプレックス法などのアルゴリズムにより簡単に解くことができる。

次に銘柄数を考慮する。10~30銘柄に絞り込まなければならないので、この場合の最適化問題は以下のように定式化できる。

$$\begin{aligned}
& \text{maximize :} && \beta_{P,1}\lambda_1 + \beta_{P,2}\lambda_2 + \beta_{P,3}\lambda_3 + \beta_{P,4}\lambda_4 + \beta_{P,5}\lambda_5 \\
& && = \sum_{k=1}^5 \sum_{i=1}^N w_i \beta_{i,k} F_k \\
& \text{subject to :} && \sum_{i=1}^N w_i = 1 \\
& && w_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, N) \\
& && \sum_i^N w_i / w_i
\end{aligned} \tag{3.3}$$

ポートフォリオ選択の手順

1. 直近3ヶ月のデータより推定したファクターごとのリスク・プレミアムのうち、最もプレミアムの大きいファクターへの感度が高いもの上位100銘柄を選択する。
2. 1で選択した100銘柄のうち、直近3ヶ月のモメンタムが高い30銘柄を選択
3. 2で選択した30銘柄により等加重ポートフォリオを構成

第4章 途中経過

4.1 提出したポートフォリオ

企業名	ウェイト (%)	時価総額 (円, 7月3日時点)
グローブライド	3.34	3,343,642
コメダホールディングス	3.33	3,335,200
ゼンショーホールディングス	3.33	3,339,875
三井ホーム	3.33	3,333,333
井筒屋	3.33	3,341,014
日成ビルド工業	3.35	3,360,302
美津濃	3.28	3,287,108
藤倉ゴム工業	3.36	3,369,011
近鉄百貨店	3.35	3,352,435
G S I クレオス	3.30	3,309,523
イマジカ・ロボット・ホールディングス	3.34	3,351,877
グランディハウス	3.30	3,309,859
サンフロンティア不動産	3.43	3,432,881
北陸電力	3.32	3,326,772
アイ・オー・データ機器	3.35	3,360,768
アドソル日進	3.36	3,363,838
システムリサーチ	3.36	3,363,148
ルネサスイーストン	3.36	3,367,816
日本電波工業	3.36	3,363,984
ソフトクリエイトホールディングス	3.35	3,361,324
カワチ薬品	3.35	3,353,240
三井製糖	3.39	3,395,734
六甲バター	3.30	3,305,533
森永乳業	3.23	3,234,511
養命酒製造	3.31	3,317,285
ニチハ	3.34	3,350,168
三井住友建設	3.30	3,306,233
太平洋興発	3.33	3,333,333
極東証券	3.28	3,285,697
S O M P Oホールディングス	3.35	3,353,441
合計	100.00	100,208,884

表 4.1: 提出したポートフォリオ

4.2 7月中のパフォーマンス

第5章 課題とリバランス

5.1 課題

1回目のポートフォリオ提出に間に合わなかった分析や、提出後に浮かんできた疑問点、考えうる批判など数々の課題がある。ここではそれらを列挙し、考察していく。

5.1.1 リスク・プレミアム算出後のポートフォリオ選択に関して