

# Tarea 2 - RRT Kinodynamic Car-Like and DDR

Luis Enrique Ruiz-Fernandez

November 2021

Para esta tarea se programo y simulo el algoritmo RRT Kinodynamic, para dos modelos de vehículos, uno es el Car-Like, el cual se controlara por velocidades, velocidad lineal y angular, como sistema de primer orden, mientras que para el segundo DDR (Differential Drive Robot), sera como sistema de segundo orden, donde los controles serán las aceleraciones de cada llanta.

## 1 Car-Like (control por velocidades)

El modelo del carrito, o evolución de estados es el siguiente:

$$\dot{x} = v \cos(\theta) \cos(\phi) \quad (1)$$

$$\dot{y} = v \sin(\theta) \cos(\phi) \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = v \frac{\tan \phi}{L}, \quad (3)$$

donde  $\phi$  es el ángulo de giro de las llantas delanteras del carrito, que tiene una restricción de  $\phi < \frac{\pi}{4}$ ,  $(x, y, \theta)$  es la configuración del robot por que  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta})$ , es la dinámica de la configuración que depende de los controles

$$u_1 = v \cos(\phi), \quad (4)$$

$$u_2 = v \frac{\tan(\phi)}{L}, \quad (5)$$

donde  $L$  es la longitud del carrito, como se muestra en la Figura 1.  $(u_1, u_2)$ , son la velocidad lineal y velocidad angular respectivamente.

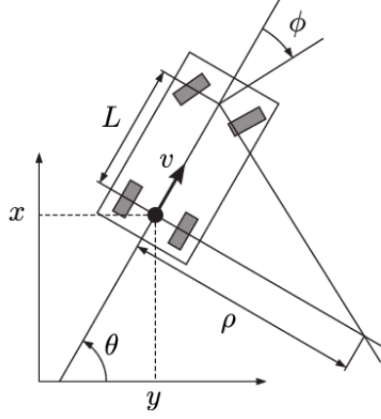


Figure 1: Diagrama de modelo de carrito.

Para la simulación se consideraron varias restricciones de dinámica para las velocidades y el ángulo de giro de las llantas:

$$|v| \leq V^{MAX}$$

$$|\phi| < \frac{\pi}{4}.$$

Considerando esto se programo el algoritmo en Python y se obtuvo la simulación que se muestra en la Figura 2. Donde se muestra el carrito como un rectángulo, donde la configuración inicial es el rectángulo azul y la configuración final es el verde.

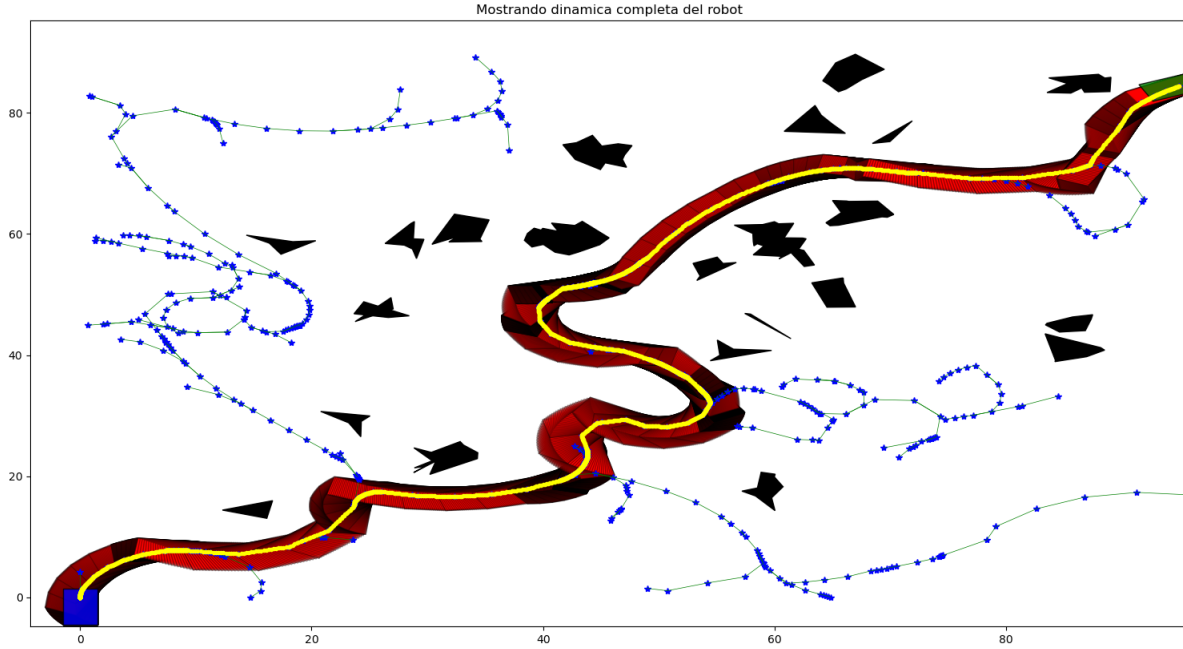


Figure 2: Simulación de modelo Car-Like.

## 2 DDR (control por aceleraciones)

Ahora para el DDR, se modelara como un sistema de segundo orden, lo que quiere decir que los controles serán aceleraciones en lugar de velocidades, por lo que nuestro modelo queda:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega}_r \\ \dot{\omega}_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\omega_r + \omega_l}{2} \cos(\theta) \\ \frac{\omega_r + \omega_l}{2} \sin(\theta) \\ \frac{\omega_r - \omega_l}{2b} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} a_r + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} a_l, \quad (6)$$

donde  $\omega_r$  y  $\omega_l$ , son las velocidades angulares de la llanta derecha e izquierda, que son independientes una de otras. Pero en si los estados que queremos saber del sistema son la velocidad lineal  $v$ , y angular  $\omega$ , por lo que el vector de estados es:

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \\ v \\ \omega \end{pmatrix}.$$

En la Figura 3, se puede observar un diagrama del DDR. Para conocer la velocidad lineal y angular se debe obtener la relación de ambas velocidades  $\omega_r$  y  $\omega_l$

$$v = \frac{\omega_r + \omega_l}{2}$$

$$\omega = \frac{\omega_r - \omega_l}{2b},$$

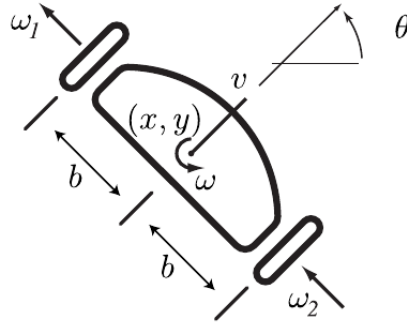


Figure 3: Diagrama de modelo del DDR.

con esto, se obtienen las velocidades lineal y angular, sin embargo para poder seguir aplicando los controles, a a partir del estado anterior tenemos que obtener la relación inversa, que a partir de  $v$  y  $\omega$ , obtener  $\omega_r$  y  $\omega_l$ , es por ello que tenemos la relación:

$$\begin{pmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{pmatrix} = \frac{1}{2b} \begin{pmatrix} \frac{1}{2b} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2b} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}.$$

Por ultimo para considerar, una restricción de velocidad angular dada la velocidad lineal,

$$|\omega^{MAX}| \leq \frac{1}{b}(V^{MAX} - |v|) \quad (7)$$

Ahora bien al simular el algoritmo considerando el DDR, tenemos el resultado que se muestra en la Figura4, en donde el DDR se muestra como un triangulo, donde apunta a la dirección que esta de frente, al igual que en caso anterior el triangulo, azul muestra la configuración inicial, mientras que el verde muestra la configuración final.

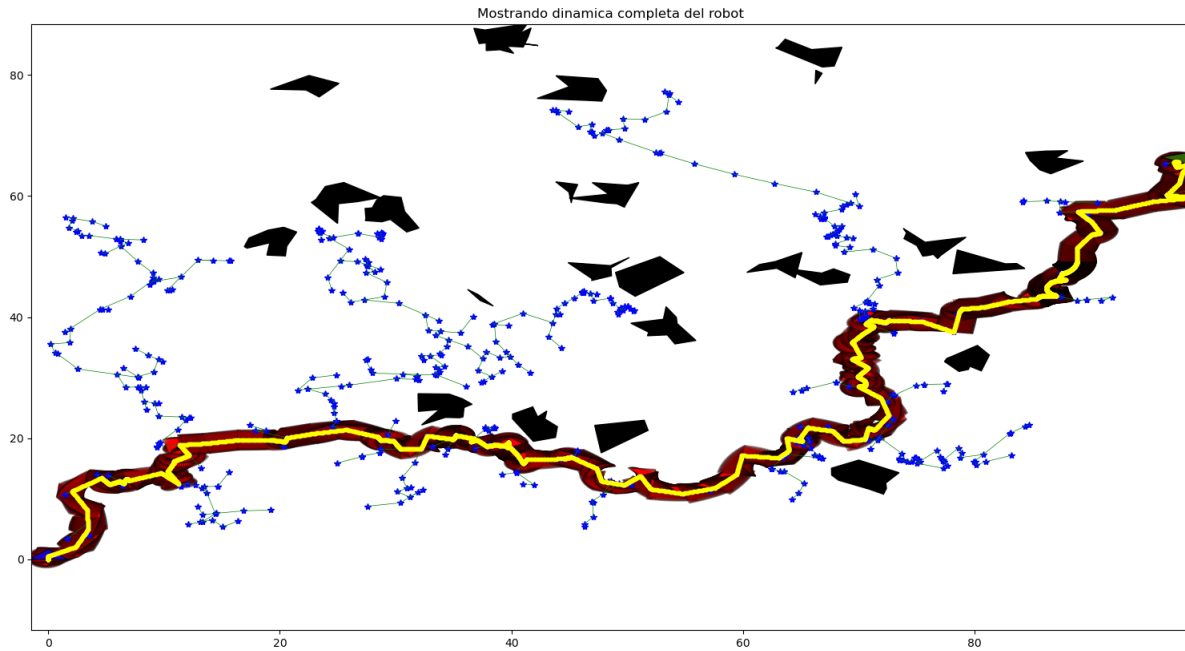


Figure 4: Simulación de modelo DDR.

**Nota:** en la entrega de la tarea se adjunta los scripts, junto con, mas imágenes y vídeos de la simulación.