

# Решение жестких систем дифференциальных уравнений

Курдюкова Марина

**Задание:** Решить данную жесткую линейную систему дифференциальных уравнений первого порядка методом средних прямоугольников I:

$$\begin{cases} y_{n+\frac{1}{2}} = y_n + \frac{h}{2} f(x_n + \frac{h}{2}, y_{n+\frac{1}{2}}) \\ y_{n+1} = y_n + h f(x_n + \frac{h}{2}, y_{n+\frac{1}{2}}) \end{cases}$$

где наша система задается как (14 вариант):

$$\begin{cases} y' = \frac{3}{5}y - Az + \frac{x^2}{x^3+1} \\ z' = -\frac{5}{3}y + Az - \sqrt{z^2 + z + 1} \end{cases}$$

где  $y(0) = 10$ ,  $z(0) = -1$ ,  $A < 0$

## Расчетные формулы:

Используем первую формулу для нахождения  $z_{n+\frac{1}{2}}$ . Так как уравнение с  $y$  линейно, то из него явно находим  $z_{n+\frac{1}{2}}$  и подставляем это во второе уравнение с  $z$ . Решаем это методом итераций. Для этого нужно все линейные выражения с  $z_{n+\frac{1}{2}}$  перенести в левую часть, а всё остальное – в правую. После чего разрешаем уравнение относительно  $z_{n+\frac{1}{2}}$ , и получаем формулу, которая выражает  $z_{n+\frac{1}{2}}$  через нелинейность.

Всю область интегрирования (отрезок  $[0, 1]$ ) разбиваем на два отрезка:  $[0, d]$ ;  $[d, 1]$ . На первом отрезке одна из функций быстро изменяется, там должен быть маленький шаг. На втором отрезке – наоборот, большой шаг. Число  $d$  определяется как  $d = \frac{C}{A}$  для любого  $A$ , где  $C$  – это какая-то константа, большая 1, но не сильно (5, 7, 10). Далее выбираем какое-то число  $n$ . Отрезок  $[0, d]$  делим на  $n$  частей, получаем маленький шаг. Отрезок  $[d, 1]$  тоже делим на  $n$  частей, но там шаг будет уже большой.

Варьировать в данной задаче будем числа  $A$  и  $n$ . Ниже приведены расчетные формулы.

$$\begin{cases} y_{n+\frac{1}{2}} = y_n + \frac{h}{2} (\frac{3}{5}y_{n+\frac{1}{2}} - Az_{n+\frac{1}{2}} + \frac{x_{n+\frac{1}{2}}^2}{x_{n+\frac{1}{2}}^3+1}) = y_n + \frac{3h}{10}y_{n+\frac{1}{2}} - \frac{Ah}{2}z_{n+\frac{1}{2}} + \frac{h}{2} \frac{x_{n+\frac{1}{2}}^2}{x_{n+\frac{1}{2}}^3+1} \\ z_{n+\frac{1}{2}} = z_n + \frac{h}{2} (-\frac{5}{3}y_{n+\frac{1}{2}} + Az_{n+\frac{1}{2}} - \sqrt{(z_{n+\frac{1}{2}}^2 + z_{n+\frac{1}{2}} + 1)}) = z_n - \frac{5h}{6}y_{n+\frac{1}{2}} + \frac{Ah}{2}z_{n+\frac{1}{2}} - \frac{h}{2} \sqrt{(z_{n+\frac{1}{2}}^2 + z_{n+\frac{1}{2}} + 1)} \end{cases}$$

Выразим из первого уравнения  $y_{n+\frac{1}{2}}$ :

$$y_{n+\frac{1}{2}} = \frac{y_n - \frac{Ah}{2}z_{n+\frac{1}{2}} + \frac{h}{2} \frac{x_{n+\frac{1}{2}}^2}{x_{n+\frac{1}{2}}^3+1}}{1 - \frac{3}{10}h}$$

и подставим это в выражение для  $z_{n+\frac{1}{2}}$ :

$$z_{n+\frac{1}{2}} = z_n - \frac{5h}{6} \frac{y_n - \frac{Ah}{2}z_{n+\frac{1}{2}} + \frac{h}{2} \frac{x_{n+\frac{1}{2}}^2}{x_{n+\frac{1}{2}}^3+1}}{1 - \frac{3}{10}h} + \frac{Ah}{2}z_{n+\frac{1}{2}} - \frac{h}{2} \sqrt{(z_{n+\frac{1}{2}}^2 + z_{n+\frac{1}{2}} + 1)}$$

Соберем все коэффициенты при  $z_{n+\frac{1}{2}}$  в одну сторону, а позже и разделим на эту правую часть:

$$z_{n+\frac{1}{2}} (1 - \frac{Ah}{2} + \frac{5Ah^2}{1 - \frac{3h}{10}}) = z_n + y_n (-\frac{5h}{6(1 - \frac{3h}{10})}) - \frac{5h^2}{12(1 - \frac{3h}{10})} \frac{x_{n+\frac{1}{2}}^2}{x_{n+\frac{1}{2}}^3+1} - \frac{h}{2} \sqrt{(z_{n+\frac{1}{2}}^2 + z_{n+\frac{1}{2}} + 1)}$$

$$z_{n+\frac{1}{2}} = \frac{z_n + y_n(-\frac{5h}{6(1-\frac{3h}{10})}) - \frac{5h^2}{12(1-\frac{3h}{10})} \frac{x_{n+\frac{1}{2}}^2}{x_{n+\frac{1}{2}}^3 + 1} - \frac{h}{2} \sqrt{(z_{n+\frac{1}{2}}^2 + z_{n+\frac{1}{2}} + 1)}}{(1 - \frac{Ah}{2} + \frac{\frac{5Ah^2}{12}}{1-\frac{3h}{10}})}$$

Сделаем обозначения:

$$C_{zn1} = 1 - \frac{Ah}{2} + \frac{\frac{5Ah^2}{12}}{1-\frac{3h}{10}} = 1 - \frac{Ah}{2} + \frac{25h^2A}{6(10-3h)}$$

$$C_{zn} = 1$$

$$C_{yn} = -\frac{5h}{3(1-\frac{3h}{10})}$$

$$C_{xn} = -\frac{5h}{6(1-\frac{3h}{10})} = \frac{C_{yn}}{2}$$

$$f(z) = -\frac{h}{2} \sqrt{(z_{n+\frac{1}{2}}^2 + z_{n+\frac{1}{2}} + 1)}$$

$$f(x) = \frac{x_{n+\frac{1}{2}}^2}{x_{n+\frac{1}{2}}^3 + 1}$$

Тогда итоговая формула будет представлена в виде:

$$z_{n+\frac{1}{2}} = \frac{z_n C_{zn} + y_n C_{yn} + f(x) C_{xn} + f(z)}{C_{zn1}}$$

Будем решать это уравнение методом итераций. После того как найдем все значения  $z_{n+\frac{1}{2}}, x_{n+\frac{1}{2}}, y_{n+\frac{1}{2}}$  будем подставлять данные значения в следующую формулу, которая выведена из 2 уравнения в методе средних прямоугольников ( $y_{n+1} = y_n + hf(x_n + \frac{h}{2}, y_{n+\frac{h}{2}})$ ):

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + h(\frac{3}{5}y_{n+\frac{1}{2}} - Az_{n+\frac{1}{2}} + \frac{x_{n+\frac{1}{2}}^2}{x_{n+\frac{1}{2}}^3 + 1}) \\ z_{n+1} = z_n + h(-\frac{5}{3}y_{n+\frac{1}{2}} + Az_{n+\frac{1}{2}} - \sqrt{(z_{n+\frac{1}{2}}^2 + z_{n+\frac{1}{2}} + 1)}) \end{cases}$$

Таким образом найдем все значения  $z_{n+1}, x_{n+1}, y_{n+1}$  что и будет в выводе программы.

**Код программы:** .

```
import matplotlib.pyplot as plt
import math
import numpy as np

print('Vvedi A<0')
A = int(input())
print('Vvedi n')
n = int(input())
C= 7
d=C/abs(A)

print('Значение A = ',A)
print('Значение n = ',n)

Y=np.zeros(2*n+1)
X=np.zeros(2*n+1)
Z=np.zeros(2*n+1)
```

```

Y[0] = 10
Z[0] = -1

def solve(x0,xend,n, n1, n2,Y,Z):
h=(xend - x0)/n
eps = 1e-9

Czn1=1-A*h/2-25*A*h*h/(60-18*h)
Czn=1
Cyn=-25*h/(30-9*h)
Cx=Cyn/2

for i in range(n1, n2+1):
znew = 1
while (abs(znew - Z[i]) > eps):
Z[i] = znew
s11 = Z[i-1] * Czn
s12 = Y[i-1] * Cyn
s13 = ( x0 + h*(i-0.5) )**2 / ( (x0 + h*(i-0.5))**3 + 1 ) * Cx
s14 = - h*math.sqrt( Z[i-1]**2 + Z[i-1]+1 )/2
znew = (s11 + s12 + s13 + s14) / Czn1
Z[i] = znew
s11 = Y[i-1]
s13 = Z[i] * (-A*h/2) ##### -Ah
s14 = (x0 + h*(i-0.5))**2/((x0 + h*(i-0.5))**3 + 1) * h
Y[i] = (s11 + s13 + s14) /(1 - 3/10*h) ##### 1- 3/5*h

h=d/n
for i in range(1,n+1):
X[i] = X[i-1] + h
# print(i, X[i],h)
solve(0,d,n,1,2*n, Y, Z)

h=(1-d)/n
for i in range(n+1,2*n+1):
X[i]=X[i-1] + h
# print(i, X[i],h)
solve(d,1,n,n+1,2*n-1,Y,Z)

YY=np.zeros(2*n+2)
ZZ=np.zeros(2*n+2)
XX=np.zeros(2*n+2)
YY[0]=Y[0]
ZZ[0]=Z[0]
XX[0]=X[0]

h=d/n
x0=0
for i in range(0,n+1):
XX[i]=( x0 + h*(i-0.5) )**2 / ( (x0 + h*(i-0.5))**3 + 1 )
YY[i+1]=YY[i]+h*(3/5*Y[i]-A*Z[i]+XX[i])
ZZ[i+1]=ZZ[i]+h*(-5/3*Y[i]+A*Z[i]-math.sqrt( Z[i]**2 + Z[i]+1 ))

h=(1-d)/n

```

```

x0=d
for i in range(n+1,2*n+1):
XX[i]=( x0 + h*(i-0.5) )**2 / ( (x0 + h*(i-0.5))**3 + 1 )
YY[i+1]=YY[i]+h*(3/5*Y[i]-A*Z[i]+XX[i])
ZZ[i+1]=ZZ[i]+h*(-5/3*Y[i]+A*Z[i]-math.sqrt( Z[i]**2 + Z[i]+1 ))
print(YY[0], ZZ[0])
print('i          X[i]          Y[i]          Z[i]  ')
for i in range(0,2*n+1):
print("{0:.0f}".format(i),' ', "{0:.8f}".format(X[i]),' ', "{0:.8f}".format(YY[i]),' ', "{0:.8f}".forma

```

**Результаты:** Варьируем A и n:

Значение A = -50

Значение n = 10

i	X[i]	Y[i]	Z[i]
0	0.00000000	10.00000000	-1.00000000
1	0.01400000	9.38400069	-0.54733333
2	0.02800000	8.88477251	-0.20668594
3	0.04200000	8.47338100	0.04972706
4	0.05600000	8.12806847	0.24288638
5	0.07000000	7.83249630	0.38860981
6	0.08400000	7.57441124	0.49879954
7	0.09800000	7.34463385	0.58239510
8	0.11200000	7.13629310	0.64610077
9	0.12600000	6.94424892	0.69493880
10	0.14000000	6.76465762	0.73266825
11	0.22600000	6.59464554	0.76210110
12	0.31200000	5.71415229	0.85916915
13	0.39800000	4.89714741	0.92891248
14	0.48400000	4.12311925	0.98930588
15	0.57000000	3.38437572	1.04595877
16	0.65600000	2.67743773	1.10054340
17	0.74200000	2.00025202	1.15350635
18	0.82800000	1.35128382	1.20493411
19	0.91400000	0.72921691	1.25482417
20	1.00000000	0.13285110	1.30316571

Значение A = -50

Значение n = 20

i	X[i]	Y[i]	Z[i]
0	0.00000000	10.00000000	-1.00000000
1	0.00700000	9.69200009	-0.77366667
2	0.01400000	9.41737126	-0.57936556
3	0.02100000	9.17137861	-0.41255726
4	0.02800000	8.94995826	-0.26933735
5	0.03500000	8.74962342	-0.14634831
6	0.04200000	8.56738363	-0.04070400
7	0.04900000	8.40067501	0.05007537
8	0.05600000	8.24730025	0.12811925
9	0.06300000	8.10537676	0.19525532
10	0.07000000	7.97329212	0.25305143
11	0.07700000	7.84966561	0.30285191
12	0.08400000	7.73331521	0.34580897
13	0.09100000	7.62322916	0.38290980
14	0.09800000	7.51854160	0.41499995

15	0.10500000	7.41851158	0.44280344
16	0.11200000	7.32250513	0.46694012
17	0.11900000	7.22997986	0.48794054
18	0.12600000	7.14047173	0.50625875
19	0.13300000	7.05358375	0.52228331
20	0.14000000	6.96897631	0.53634665
21	0.18300000	6.88635885	0.54873324
22	0.22600000	6.43295385	0.60139091
23	0.26900000	6.00069049	0.64257162
24	0.31200000	5.58333711	0.67809199
25	0.35500000	5.17773400	0.71076823
26	0.39800000	4.78222733	0.74195260
27	0.44100000	4.39590325	0.77228491
28	0.48400000	4.01821328	0.80205970
29	0.52700000	3.64879106	0.83140551
30	0.57000000	3.28736257	0.86037222
31	0.61300000	2.93370200	0.88897352
32	0.65600000	2.58761010	0.91720745
33	0.69900000	2.24890329	0.94506617
34	0.74200000	1.91740824	0.97254056
35	0.78500000	1.59295905	0.99962225
36	0.82800000	1.27539574	1.02630448
37	0.87100000	0.96456336	1.05258230
38	0.91400000	0.66031149	1.07845254
39	0.95700000	0.36249387	1.10391371
40	1.00000000	0.07096812	1.12896578

Значение A = -50

Значение n = 50

i	X[i]	Y[i]	Z[i]
0	0.00000000	10.00000000	-1.00000000
1	0.00280000	9.87680001	-0.90946667
2	0.00560000	9.75944209	-0.82454268
3	0.00840000	9.64756308	-0.74488023
4	0.01120000	9.54082235	-0.67015281
5	0.01400000	9.43890039	-0.60005392
6	0.01680000	9.34149755	-0.53429585
7	0.01960000	9.24833277	-0.47260850
8	0.02240000	9.15914253	-0.41473835
9	0.02520000	9.07367969	-0.36044744
10	0.02800000	8.99171251	-0.30951243
11	0.03080000	8.91302373	-0.26172371
12	0.03360000	8.83740965	-0.21688459
13	0.03640000	8.76467931	-0.17481050
14	0.03920000	8.69465369	-0.13532827
15	0.04200000	8.62716498	-0.09827543
16	0.04480000	8.56205591	-0.06349959
17	0.04760000	8.49917905	-0.03085778
18	0.05040000	8.43839624	-0.00021592
19	0.05320000	8.37957800	0.02855173
20	0.05600000	8.32260297	0.05556308
21	0.05880000	8.26735746	0.08092870
22	0.06160000	8.21373491	0.10475228
23	0.06440000	8.16163547	0.12713099
24	0.06720000	8.11096561	0.14815595

25	0.07000000	8.06163766	0.16791258
26	0.07280000	8.01356951	0.18648093
27	0.07560000	7.96668422	0.20393605
28	0.07840000	7.92090971	0.22034827
29	0.08120000	7.87617844	0.23578350
30	0.08400000	7.83242715	0.25030351
31	0.08680000	7.78959658	0.26396618
32	0.08960000	7.74763120	0.27682575
33	0.09240000	7.70647902	0.28893305
34	0.09520000	7.66609130	0.30033571
35	0.09800000	7.62642240	0.31107834
36	0.10080000	7.58742959	0.32120275
37	0.10360000	7.54907281	0.33074811
38	0.10640000	7.51131455	0.33975111
39	0.10920000	7.47411967	0.34824613
40	0.11200000	7.43745527	0.35626538
41	0.11480000	7.40129050	0.36383903
42	0.11760000	7.36559650	0.37099535
43	0.12040000	7.33034620	0.37776081
44	0.12320000	7.29551429	0.38416023
45	0.12600000	7.26107701	0.39021682
46	0.12880000	7.22701214	0.39595236
47	0.13160000	7.19329886	0.40138724
48	0.13440000	7.15991766	0.40654056
49	0.13720000	7.12685027	0.41143020
50	0.14000000	7.09407957	0.41607293
51	0.15720000	7.06158953	0.42048443
52	0.17440000	6.87621256	0.44328097
53	0.19160000	6.69549503	0.46304192
54	0.20880000	6.51850629	0.48066024
55	0.22600000	6.34458526	0.49676481
56	0.24320000	6.17326112	0.51179812
57	0.26040000	6.00419737	0.52607124
58	0.27760000	5.83715235	0.53980252
59	0.29480000	5.67195134	0.55314495
60	0.31200000	5.50846690	0.56620547
61	0.32920000	5.34660505	0.57905858
62	0.34640000	5.18629540	0.59175592
63	0.36360000	5.02748434	0.60433308
64	0.38080000	4.87013009	0.61681438
65	0.39800000	4.71419930	0.62921621
66	0.41520000	4.55966462	0.64154940
67	0.43240000	4.40650297	0.65382096
68	0.44960000	4.25469436	0.66603517
69	0.46680000	4.10422102	0.67819449
70	0.48400000	3.95506678	0.69030008
71	0.50120000	3.80721667	0.70235228
72	0.51840000	3.66065660	0.71435082
73	0.53560000	3.51537316	0.72629508
74	0.55280000	3.37135345	0.73818423
75	0.57000000	3.22858498	0.75001729
76	0.58720000	3.08705558	0.76179323
77	0.60440000	2.94675337	0.77351100
78	0.62160000	2.80766671	0.78516957

79	0.63880000	2.66978414	0.79676796
80	0.65600000	2.53309439	0.80830524
81	0.67320000	2.39758639	0.81978052
82	0.69040000	2.26324916	0.83119301
83	0.70760000	2.13007193	0.84254196
84	0.72480000	1.99804402	0.85382670
85	0.74200000	1.86715490	0.86504662
86	0.75920000	1.73739417	0.87620120
87	0.77640000	1.60875154	0.88728996
88	0.79360000	1.48121683	0.89831247
89	0.81080000	1.35478000	0.90926840
90	0.82800000	1.22943110	0.92015744
91	0.84520000	1.10516030	0.93097935
92	0.86240000	0.98195786	0.94173393
93	0.87960000	0.85981417	0.95242103
94	0.89680000	0.73871970	0.96304056
95	0.91400000	0.61866503	0.97359245
96	0.93120000	0.49964084	0.98407668
97	0.94840000	0.38163788	0.99449326
98	0.96560000	0.26464704	1.00484226
99	0.98280000	0.14865926	1.01512375
100	1.00000000	0.03366561	1.02533784

Варьируем А

Значение А = -100

Значение n = 10

i	X[i]	Y[i]	Z[i]
0	0.00000000	10.00000000	-1.00000000
1	0.00700000	9.34200009	-0.42366667
2	0.01400000	8.83312086	0.00606281
3	0.02100000	8.43541979	0.32635712
4	0.02800000	8.12057389	0.56503616
5	0.03500000	7.86746015	0.74290251
6	0.04200000	7.66033946	0.87549020
7	0.04900000	7.48749301	0.97438419
8	0.05600000	7.34020021	1.04821561
9	0.06300000	7.21197423	1.10341016
10	0.07000000	7.09799118	1.14474912
11	0.16300000	6.99466450	1.17578884
12	0.25600000	6.01455079	1.28754009
13	0.34900000	5.12968687	1.34632201
14	0.44200000	4.29367308	1.39549855
15	0.53500000	3.49667958	1.44241897
16	0.62800000	2.73545834	1.48816189
17	0.72100000	2.00803349	1.53276925
18	0.81400000	1.31274905	1.57615451
19	0.90700000	0.64808814	1.61824970
20	1.00000000	0.01263071	1.65902045

Значение А = -100

Значение n = 20

i	X[i]	Y[i]	Z[i]
0	0.00000000	10.00000000	-1.00000000
1	0.00350000	9.67100001	-0.71183333

2	0.00700000	9.38474224	-0.46568041
3	0.01050000	9.13499187	-0.25543976
4	0.01400000	8.91641952	-0.07588939
5	0.01750000	8.72447074	0.07743989
6	0.02100000	8.55525431	0.20837224
7	0.02450000	8.40544648	0.32017880
8	0.02800000	8.27220897	0.41565663
9	0.03150000	8.15311855	0.49719650
10	0.03500000	8.04610680	0.56684119
11	0.03850000	7.94940843	0.62633553
12	0.04200000	7.86151709	0.67716949
13	0.04550000	7.78114753	0.72061509
14	0.04900000	7.70720329	0.75775806
15	0.05250000	7.63874899	0.78952497
16	0.05600000	7.57498677	0.81670645
17	0.05950000	7.51523610	0.83997707
18	0.06300000	7.45891653	0.85991231
19	0.06650000	7.40553302	0.87700307
20	0.07000000	7.35466338	0.89166810
21	0.11650000	7.30594752	0.90426456
22	0.16300000	6.79286954	0.97249175
23	0.20950000	6.32098461	1.01088419
24	0.25600000	5.86889008	1.04031183
25	0.30250000	5.42992982	1.06702400
26	0.34900000	5.00190636	1.09286285
27	0.39550000	4.58397520	1.11834625
28	0.44200000	4.17570720	1.14359779
29	0.48850000	3.77680523	1.16862705
30	0.53500000	3.38701814	1.19341364
31	0.58150000	3.00611442	1.21793224
32	0.62800000	2.63387383	1.24215957
33	0.67450000	2.27008451	1.26607619
34	0.72100000	1.91454179	1.28966655
35	0.76750000	1.56704752	1.31291867
36	0.81400000	1.22740959	1.33582373
37	0.86050000	0.89544157	1.35837560
38	0.90700000	0.57096240	1.38057049
39	0.95350000	0.25379605	1.40240655
40	1.00000000	-0.05622867	1.42388360

Значение A = -100

Значение n = 60

i	X[i]	Y[i]	Z[i]
0	0.00000000	10.00000000	-1.00000000
1	0.00116667	9.89033333	-0.90394444
2	0.00233333	9.78593012	-0.81306180
3	0.00350000	9.68650672	-0.72707469
4	0.00466667	9.59179470	-0.64572048
5	0.00583333	9.50154003	-0.56875056
6	0.00700000	9.41550230	-0.49592956
7	0.00816667	9.33345402	-0.42703463
8	0.00933333	9.25517991	-0.36185478
9	0.01050000	9.18047627	-0.30019029
10	0.01166667	9.10915033	-0.24185204
11	0.01283333	9.04101972	-0.18666102



12	0.01400000	8.97591186	-0.13444774
13	0.01516667	8.91366347	-0.08505175
14	0.01633333	8.85412007	-0.03832120
15	0.01750000	8.79713551	0.00588768
16	0.01866667	8.74257151	0.04771097
17	0.01983333	8.69029727	0.08727746
18	0.02100000	8.64018903	0.12470905
19	0.02216667	8.59212975	0.16012110
20	0.02333333	8.54600867	0.19362278
21	0.02450000	8.50172104	0.22531743
22	0.02566667	8.45916778	0.25530279
23	0.02683333	8.41825517	0.28367139
24	0.02800000	8.37889454	0.31051075
25	0.02916667	8.34100205	0.33590370
26	0.03033333	8.30449839	0.35992861
27	0.03150000	8.26930853	0.38265959
28	0.03266667	8.23536154	0.40416681
29	0.03383333	8.20259029	0.42451660
30	0.03500000	8.17093134	0.44377173
31	0.03616667	8.14032465	0.46199160
32	0.03733333	8.11071345	0.47923236
33	0.03850000	8.08204406	0.49554716
34	0.03966667	8.05426571	0.51098625
35	0.04083333	8.02733036	0.52559717
36	0.04200000	8.00119262	0.53942489
37	0.04316667	7.97580953	0.55251194
38	0.04433333	7.95114048	0.56489855
39	0.04550000	7.92714706	0.57662277
40	0.04666667	7.90379295	0.58772058
41	0.04783333	7.88104380	0.59822602
42	0.04900000	7.85886712	0.60817128
43	0.05016667	7.83723220	0.61758681
44	0.05133333	7.81610998	0.62650139
45	0.05250000	7.79547301	0.63494226
46	0.05366667	7.77529529	0.64293516
47	0.05483333	7.75555227	0.65050446
48	0.05600000	7.73622071	0.65767319
49	0.05716667	7.71727866	0.66446312
50	0.05833333	7.69870532	0.67089486
51	0.05950000	7.68048107	0.67698788
52	0.06066667	7.66258733	0.68276062
53	0.06183333	7.64500652	0.68823048
54	0.06300000	7.62772205	0.69341395
55	0.06416667	7.61071820	0.69832660
56	0.06533333	7.59398013	0.70298317
57	0.06650000	7.57749377	0.70739759
58	0.06766667	7.56124587	0.71158304
59	0.06883333	7.54522385	0.71555197
60	0.07000000	7.52941584	0.71931616
61	0.08550000	7.51381062	0.72288676
62	0.10100000	7.33231748	0.75356659
63	0.11650000	7.16166110	0.77477012
64	0.13200000	6.99767474	0.79061851
65	0.14750000	6.83799507	0.80344316

66	0.16300000	6.68127962	0.81456228
67	0.17850000	6.52676386	0.82472058
68	0.19400000	6.37401037	0.83433825
69	0.20950000	6.22276693	0.84365182
70	0.22500000	6.07288623	0.85279397
71	0.24050000	5.92428034	0.86183863
72	0.25600000	5.77689506	0.87082652
73	0.27150000	5.63069527	0.87977963
74	0.28700000	5.48565677	0.88870938
75	0.30250000	5.34176154	0.89762127
76	0.31800000	5.19899518	0.90651748
77	0.33350000	5.05734532	0.91539837
78	0.34900000	4.91680085	0.92426328
79	0.36450000	4.77735139	0.93311107
80	0.38000000	4.63898706	0.94194032
81	0.39550000	4.50169827	0.95074951
82	0.41100000	4.36547568	0.95953710
83	0.42650000	4.23031012	0.96830159
84	0.44200000	4.09619257	0.97704152
85	0.45750000	3.96311413	0.98575548
86	0.47300000	3.83106603	0.99444217
87	0.48850000	3.70003960	1.00310032
88	0.50400000	3.57002629	1.01172877
89	0.51950000	3.44101763	1.02032640
90	0.53500000	3.31300526	1.02889217
91	0.55050000	3.18598092	1.03742513
92	0.56600000	3.05993642	1.04592436
93	0.58150000	2.93486369	1.05438903
94	0.59700000	2.81075473	1.06281835
95	0.61250000	2.68760163	1.07121161
96	0.62800000	2.56539657	1.07956812
97	0.64350000	2.44413179	1.08788729
98	0.65900000	2.32379964	1.09616853
99	0.67450000	2.20439253	1.10441134
100	0.69000000	2.08590296	1.11261525
101	0.70550000	1.96832350	1.12077982
102	0.72100000	1.85164680	1.12890467
103	0.73650000	1.73586556	1.13698945
104	0.75200000	1.62097259	1.14503386
105	0.76750000	1.50696073	1.15303761
106	0.78300000	1.39382292	1.16100046
107	0.79850000	1.28155215	1.16892222
108	0.81400000	1.17014149	1.17680269
109	0.82950000	1.05958406	1.18464173
110	0.84500000	0.94987306	1.19243921
111	0.86050000	0.84100174	1.20019505
112	0.87600000	0.73296342	1.20790916
113	0.89150000	0.62575147	1.21558149
114	0.90700000	0.51935934	1.22321202
115	0.92250000	0.41378053	1.23080074
116	0.93800000	0.30900858	1.23834766
117	0.95350000	0.20503712	1.24585280
118	0.96900000	0.10185980	1.25331621
119	0.98450000	-0.00052963	1.26073796

120      1.00000000      -0.10213741      1.26811812

Значение A = -1000

Значение n = 30

i	X[i]	Y[i]	Z[i]
0	0.00000000	10.00000000	-1.00000000
1	0.00023333	9.76806667	-0.77078889
2	0.00046667	9.56007043	-0.56547798
3	0.00070000	9.37351531	-0.38157693
4	0.00093333	9.20616543	-0.21685467
5	0.00116667	9.05601787	-0.06931245
6	0.00140000	8.92127848	0.06284043
7	0.00163333	8.80034009	0.18120821
8	0.00186667	8.69176310	0.28722807
9	0.00210000	8.59425796	0.38218753
10	0.00233333	8.50666961	0.46724000
11	0.00256667	8.42796342	0.54341870
12	0.00280000	8.35721269	0.61164917
13	0.00303333	8.29358736	0.67276052
14	0.00326667	8.23634395	0.72749539
15	0.00350000	8.18481654	0.77651901
16	0.00373333	8.13840871	0.82042725
17	0.00396667	8.09658622	0.85975381
18	0.00420000	8.05887060	0.89497675
19	0.00443333	8.02483330	0.92652427
20	0.00466667	7.99409049	0.95477988
21	0.00490000	7.96629837	0.98008709
22	0.00513333	7.94114904	1.00275358
23	0.00536667	7.91836672	1.02305492
24	0.00560000	7.89770440	1.04123793
25	0.00583333	7.87894087	1.05752367
26	0.00606667	7.86187799	1.07211016
27	0.00630000	7.84633830	1.08517472
28	0.00653333	7.83216286	1.09687618
29	0.00676667	7.81920931	1.10735681
30	0.00700000	7.80735017	1.11674402
31	0.04010000	7.79647124	1.12515192
32	0.07320000	7.38858374	1.20556115
33	0.10630000	7.04940190	1.22314882
34	0.13940000	6.71935269	1.23731080
35	0.17250000	6.39496263	1.25138081
36	0.20560000	6.07593690	1.26552101
37	0.23870000	5.76216345	1.27971609
38	0.27180000	5.45354326	1.29394279
39	0.30490000	5.14998068	1.30817941
40	0.33800000	4.85138274	1.32240632
41	0.37110000	4.55765901	1.33660584
42	0.40420000	4.26872149	1.35076216
43	0.43730000	3.98448445	1.36486122
44	0.47040000	3.70486440	1.37889059
45	0.50350000	3.42977992	1.39283934
46	0.53660000	3.15915159	1.40669790
47	0.56970000	2.89290186	1.42045800
48	0.60280000	2.63095504	1.43411247
49	0.63590000	2.37323711	1.44765522

50	0.66900000	2.11967574	1.46108107
51	0.70210000	1.87020017	1.47438572
52	0.73520000	1.62474112	1.48756559
53	0.76830000	1.38323080	1.50061781
54	0.80140000	1.14560277	1.51354010
55	0.83450000	0.91179195	1.52633073
56	0.86760000	0.68173454	1.53898844
57	0.90070000	0.45536797	1.55151242
58	0.93380000	0.23263088	1.56390220
59	0.96690000	0.01346307	1.57615766
60	1.00000000	-0.20219457	1.58827897

Значение A = -1000

Значение n = 60

i	X[i]	Y[i]	Z[i]
0	0.00000000	10.00000000	-1.00000000
1	0.00011667	9.88403333	-0.88539444
2	0.00023333	9.77438026	-0.77709263
3	0.00035000	9.67069350	-0.67474808
4	0.00046667	9.57264488	-0.57803334
5	0.00058333	9.47992424	-0.48663895
6	0.00070000	9.39223848	-0.40027244
7	0.00081667	9.30931063	-0.31865743
8	0.00093333	9.23087892	-0.24153267
9	0.00105000	9.15669598	-0.16865129
10	0.00116667	9.08652804	-0.09977999
11	0.00128333	9.02015420	-0.03469824
12	0.00140000	8.95736567	0.02680233
13	0.00151667	8.89796518	0.08491868
14	0.00163333	8.84176629	0.13983694
15	0.00175000	8.78859281	0.19173300
16	0.00186667	8.73827825	0.24077310
17	0.00198333	8.69066528	0.28711434
18	0.00210000	8.64560521	0.33090520
19	0.00221667	8.60295755	0.37228598
20	0.00233333	8.56258953	0.41138927
21	0.00245000	8.52437567	0.44834040
22	0.00256667	8.48819741	0.48325776
23	0.00268333	8.45394272	0.51625327
24	0.00280000	8.42150572	0.54743269
25	0.00291667	8.39078636	0.57689595
26	0.00303333	8.36169009	0.60473749
27	0.00315000	8.33412758	0.63104656
28	0.00326667	8.30801441	0.65590751
29	0.00338333	8.28327078	0.67940002
30	0.00350000	8.25982133	0.70159941
31	0.00361667	8.23759481	0.72257686
32	0.00373333	8.21652389	0.74239961
33	0.00385000	8.19654498	0.76113123
34	0.00396667	8.17759796	0.77883178
35	0.00408333	8.15962603	0.79555800
36	0.00420000	8.14257551	0.81136353
37	0.00431667	8.12639568	0.82629905
38	0.00443333	8.11103861	0.84041245
39	0.00455000	8.09645901	0.85374898

40	0.00466667	8.08261409	0.86635140
41	0.00478333	8.06946340	0.87826014
42	0.00490000	8.05696873	0.88951337
43	0.00501667	8.04509396	0.90014717
44	0.00513333	8.03380497	0.91019566
45	0.00525000	8.02306952	0.91969105
46	0.00536667	8.01285714	0.92866378
47	0.00548333	8.00313902	0.93714264
48	0.00560000	7.99388797	0.94515480
49	0.00571667	7.98507827	0.95272597
50	0.00583333	7.97668564	0.95988042
51	0.00595000	7.96868710	0.96664109
52	0.00606667	7.96106098	0.97302967
53	0.00618333	7.95378676	0.97906662
54	0.00630000	7.94684509	0.98477132
55	0.00641667	7.94021765	0.99016206
56	0.00653333	7.93388715	0.99525611
57	0.00665000	7.92783725	1.00006982
58	0.00676667	7.92205250	1.00461862
59	0.00688333	7.91651830	1.00891709
60	0.00700000	7.91122087	1.01297902
61	0.02355000	7.90614718	1.01681742
62	0.04010000	7.67613782	1.08162791
63	0.05665000	7.49920333	1.09488807
64	0.07320000	7.32925276	1.10264370
65	0.08975000	7.16131690	1.10984287
66	0.10630000	6.99484908	1.11701405
67	0.12285000	6.82977841	1.12421051
68	0.13940000	6.66608531	1.13143455
69	0.15595000	6.50375592	1.13868311
70	0.17250000	6.34277716	1.14595271
71	0.18905000	6.18313618	1.15323990
72	0.20560000	6.02482033	1.16054141
73	0.22215000	5.86781713	1.16785409
74	0.23870000	5.71211430	1.17517494
75	0.25525000	5.55769970	1.18250108
76	0.27180000	5.40456138	1.18982980
77	0.28835000	5.25268754	1.19715849
78	0.30490000	5.10206655	1.20448469
79	0.32145000	4.95268693	1.21180606
80	0.33800000	4.80453736	1.21912038
81	0.35455000	4.65760667	1.22642557
82	0.37110000	4.51188383	1.23371965
83	0.38765000	4.36735795	1.24100075
84	0.40420000	4.22401829	1.24826711
85	0.42075000	4.08185424	1.25551709
86	0.43730000	3.94085533	1.26274913
87	0.45385000	3.80101121	1.26996178
88	0.47040000	3.66231166	1.27715367
89	0.48695000	3.52474659	1.28432355
90	0.50350000	3.38830603	1.29147021
91	0.52005000	3.25298011	1.29859255
92	0.53660000	3.11875909	1.30568955
93	0.55315000	2.98563336	1.31276024

94	0.56970000	2.85359339	1.31980374
95	0.58625000	2.72262976	1.32681924
96	0.60280000	2.59273318	1.33380598
97	0.61935000	2.46389445	1.34076326
98	0.63590000	2.33610446	1.34769045
99	0.65245000	2.20935421	1.35458697
100	0.66900000	2.08363479	1.36145229
101	0.68555000	1.95893739	1.36828593
102	0.70210000	1.83525330	1.37508744
103	0.71865000	1.71257388	1.38185645
104	0.73520000	1.59089059	1.38859259
105	0.75175000	1.47019499	1.39529557
106	0.76830000	1.35047870	1.40196509
107	0.78485000	1.23173345	1.40860094
108	0.80140000	1.11395102	1.41520289
109	0.81795000	0.99712331	1.42177077
110	0.83450000	0.88124228	1.42830444
111	0.85105000	0.76629995	1.43480377
112	0.86760000	0.65228844	1.44126868
113	0.88415000	0.53919995	1.44769909
114	0.90070000	0.42702674	1.45409496
115	0.91725000	0.31576114	1.46045625
116	0.93380000	0.20539557	1.46678297
117	0.95035000	0.09592250	1.47307513
118	0.96690000	-0.01266551	1.47933275
119	0.98345000	-0.12037586	1.48555589
120	1.00000000	-0.22721585	1.49174460