

## Die Normalverteilung

### Die Dichtefunktion der Normalverteilung - die Gaußkurve

Die Dichtefunktion einer Normalverteilung mit Mittelwert  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma > 0$  lautet:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

Es kann gezeigt werden, dass  $\mathbb{E}[X] = \mu$  und  $\text{std}(X) = \sigma$ , wenn  $X$  normalverteilt ist.

### Plot

- **Glockenform:** Auch “Bell curve” genannt
- Mathebuch S. 362, Fig. 3 zeigt eine Normalverteilung mit  $\mu = 178$  und  $\sigma = 7.5$

### $f(x)$ ist eine Dichtefunktion

1. **Positivität:**  $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ , da Exponential- und Wurzelfunktionen positiv sind.
2. **Normierung:** Das Integral über alle Werte ergibt 1:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

### Globales Maximum

- Das Maximum liegt bei  $x = \mu$ .
- Der Funktionswert ist:

$$f(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}.$$

### Wendestellen

- Die Wendestellen liegen bei  $x = \mu \pm \sigma$ .

### Extremverhalten

- Für  $x \rightarrow \pm\infty$  gilt:  $f(x) \rightarrow 0$ .

### Die Sigma-Regeln

- **68%-Regel:** Etwa 68% der Werte liegen im Intervall  $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ .
- **95%-Regel:** Etwa 95% der Werte liegen im Intervall  $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ .
- **99.7%-Regel:** Etwa 99.7% der Werte liegen im Intervall  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ .

### Beispiele für Normalverteilungen in der Wissenschaft

- **Biologie:** Verteilung der Körpergröße von Menschen innerhalb einer Population.
- **Medizin:** Blutdruckwerte in einer gesunden Bevölkerungsgruppe.
- **Sozialwissenschaften:** IQ-Werte in einer Bevölkerung.

Quelle: Mathebuch