

# Inverzné Kyvadlo

Marek Mikloš, Ondřej Kureš, Ladislav Trnka

Charles University, Czech Republic

16. dubna 2021

Cart and pole apparatus, tiltmeter, Kapitza's pendulum.  
Lagrangeov pohľad.

$$\mathcal{L} \stackrel{\text{def}}{=} T - V$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m \left( l^2 \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \left( \frac{d\xi}{dt} \right)^2 + 2l \sin \theta \frac{d\xi}{dt} \frac{d\theta}{dt} \right) - mg (\xi - l \cos \theta)$$

Pohybové rovnice:

$$-\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0$$
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left( \frac{g}{l} - \frac{A\Omega^2}{l} \cos \Omega t \right) \sin \theta = 0$$

Mathieuho rovnica.

Perturbačná metóda určenia hraníc,  $\alpha, \beta$ .

Linearizovaná rovnice:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left( \frac{g}{l} - \frac{A\Omega^2}{l} \cos \Omega t \right) \theta = 0$$

Přeznačení - parametry:

$$t^* \stackrel{\text{def}}{=} \Omega t$$

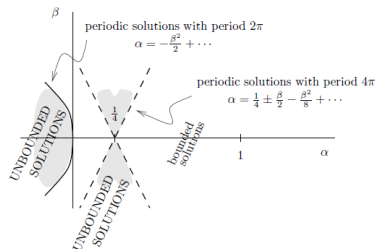
$$\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\omega_0^2}{\Omega^2}$$

$$\beta \stackrel{\text{def}}{=} -\frac{A}{l}$$

Mathieu rovnica:

$$\frac{d^2\theta^*}{dt^{*2}} + (\alpha + \beta \cos t^*) \theta^* = 0$$

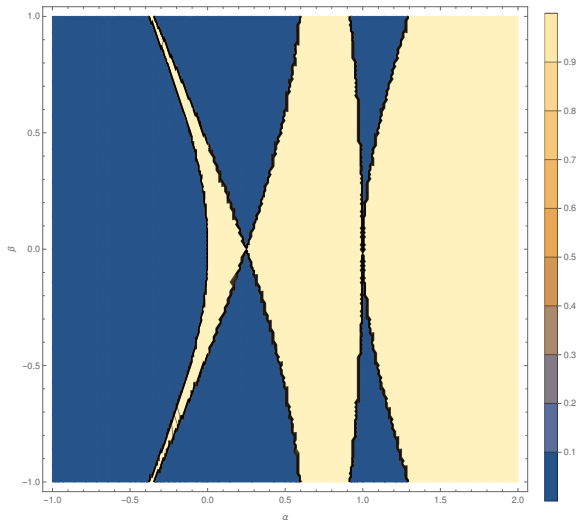
# Inverzné Kyvadlo



- Ak sú hodnoty parametrov  $\alpha$  a  $\beta$  z tmavej oblasti so stredom v bode  $\alpha = \frac{1}{4}$ , potom môže byť kyvadlo destabilizované osciláciou pivotu.
- Pre vhodne zvolené hodnoty parametrov  $\alpha$ ,  $\beta$  dosiahneme stabilizáciu kyvadla v hornej časti pri splnenej nutnej podmienke stability (pri zápornom  $\alpha$ ):

$$\frac{A}{l} \frac{\Omega}{\omega_0} \geq \sqrt{2}.$$

# Numerická aproximace



Numerická aproximace oblastí s neomezeným řešením (modrá) a omezeným řešením (žlutá).