

Nejprve začneme s hledáním dalšího členu rozvoje pro periodu kmitů. NOVINKA NA TRHU. ZKOUŠKA!!!! Zatím jsme našli:

$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{\theta_{init}^2}{16} \right)$$

Koukneme jak vypadá rozvoj $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ až do třetího členu:

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} + O(x^3)$$

Když za x dosadíme $k^2 \sin^2(\phi)$ dostaneme (zanedbáváme zbytek):

$$1 + \frac{1}{2}k^2 \sin^2(\phi) + \frac{3}{8}k^4 \sin^4(\phi) \quad (*)$$

Máme tu takovou malou důležitou rovnost:

$$k = \sin \frac{\theta_{init}}{2}$$

Pro naše k bychom mohli udělat rozvoj, ale jen k nebude stačit, neboť ve výrazu (*) máme vyšší mocniny k, takže uděláme rovoj pro vyšší mocniny k.

$$k^2 = \sin^2 \frac{\theta_{init}}{2} \approx \frac{\theta^2}{4} + O(\theta^3)$$

$$k^4 = \sin^4 \frac{\theta_{init}}{2} \approx \frac{\theta^4}{16} + O(\theta^5)$$

Udělali jsme rozvoj do prvního členu, ty další nás nezajímají :D Teď to naházíme do jednoho kastrolu a zamícháme. Získáme toto:

$$\frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \phi}} \approx 1 + \frac{1}{8}\theta^2 \sin^2(\phi) + \frac{3}{128}\theta^4 \sin^4(\phi)$$

Teď už zapíšeme periodu T s novým členem.

$$T = 4\sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \phi}} \approx 4\sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{1}{8}\theta^2 \sin^2(\phi) + \frac{3}{128}\theta^4 \sin^4(\phi) \right) d\phi =$$

$$= \frac{1}{512}\pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1024 + 64\theta^2 + 9\theta^4)$$