

Tomografie a Radonova transformace

Dominika Hájková, Matyáš Fuksa, Ondřej Kureš

Stormtrooperz

2021

Definice Radonovy transformace

$$\mathcal{R}[f(\vec{x})](\rho, \theta) =_{\text{def}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(s\vec{\theta}^\perp + \rho\vec{\theta}) ds$$

Což je v podstatě křivkový integrál s parametrizací křivky:

$$\vec{x} = s\vec{\theta}^\perp + \rho\vec{\theta}$$

Ten se, za použití implicitního popisu křivky $\vec{x} \bullet \vec{\theta} - \rho = 0$ a Diracovy delta funkce, dá přepsat do více kryptického, ale užitečnějšího, tvaru:

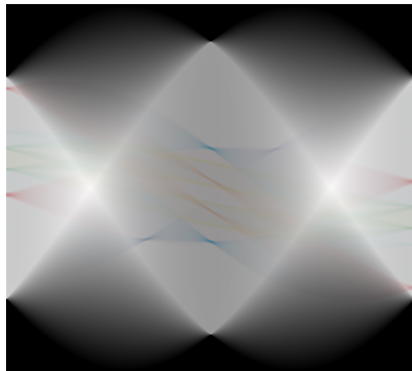
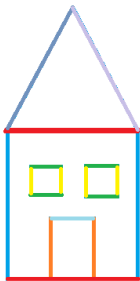
$$\mathcal{R}[f(\vec{x})](\rho, \theta) =_{\text{def}} \int_{\vec{x} \in \mathbb{R}^2} f(\vec{x}) \delta(\vec{x} \cdot \vec{\theta} - \rho) d\nu_{\vec{x}}$$

Použití Radonovy transformace - Bod



Použití Radonovy transformace - Přímka

Použití Radonovy transformace - Přímky v obraze



Podle barevného rozlišení lze určit:

- ▶ Svislé přímky okolo středu
- ▶ Vodorovné vycházejí z okrajů

Inverzní Radonova transformace

- ▶ Pomocí Fourierovy transformace - přes (jednodimenziální) vrstvu - nepoužíváno v praxi
- ▶ Taktéž přes Fourierovu transformaci:

$$f(\vec{x}) = \int_{\theta=0}^{\pi} \left\{ \mathcal{H}_{\rho \rightarrow \xi} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} (\mathcal{R}[f(\vec{x})](\rho, \theta)) \right] (\xi, \theta) \right\}_{\xi=\vec{x} \cdot \vec{\theta}} d\theta$$

Kde \mathcal{H} představuje Hilbertovu transformaci. Výsledný vzorec v praxi též nepoužíván kvůli náročnosti výpočtu.

- ▶ V praxi aproximace: metoda filtrované zpězné projekce

$$\mathcal{F}_{\nu \rightarrow \xi}^{-1} [|\nu| \mathcal{F}_{\nu \rightarrow \xi} [\mathcal{R}f]] \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(W \frac{\sin(\xi W)}{\xi} + \frac{\cos(\xi W)}{\xi^2} - \frac{1}{\xi^2} \right) * \mathcal{R}f$$

Co snědla Vítková dcerka?

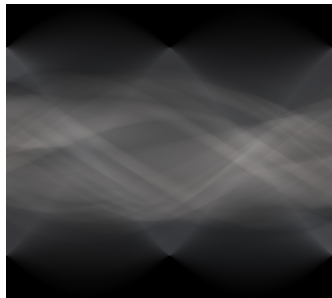


Figure: Skrytý obrázek a odhalený obrázek

Děkujeme za pozornost