

Лабораторная №3

Теория:

1) Для статистического массива:

Необходимо добавить в массив N элементов. Пусть в массиве уже есть N' элементов. Для добавления нового элемента создается новый массив размера $N' + 1$, который заполняется циклом за $N' + 1$ итераций. Пусть на добавление одного элемента в массив уходит время $t_{0м}$. Тогда для данного N' на добавление элемента потребуется время $(N' + 1)t_{0м}$. Так как заполнение происходит для $N' = 0 \dots N - 1$, то суммарное время

$$t = \frac{N(N + 1)}{2} t_{0м}$$

То есть сложность заполнения при больших N (при малых не удастся измерить) $O(N^2)$ Если построить график в логарифмических осях, то получим прямую

$$\ln(t) = \ln\left(\frac{t_0}{2}\right) + 2\ln(N)$$

2) Для амортизированного массива:

Для большинства элементов добавление происходит без копирования массива. Однако если количество элементов в массиве N' является степенью двойки, то происходит копирование всех элементов. Можно это представить как

$$t = t_{0ам}(N + (1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n))$$

где $2^n < N$, а $2^{n+1} \geq N$.

Если $N = 2^n + 1$, то

$$t \approx t_{0ам}\left(N + N + \frac{N}{2} + \dots\right) \approx \frac{7}{2} N t_{0ам}$$

Если $N = 2^{n+1}$, то

$$t \approx t_{0ам}\left(N + \frac{N}{2} + \frac{N}{4} + \dots\right) \approx 3N t_{0ам}$$

Тогда в среднем $t \approx 3.25 N t_{0ам}$

Если построить график в логарифмических осях, то получим прямую

$$\ln(t) = \ln(3.25 t_{0ам}) + \ln(N)$$

3) Для списка:

Добавление нового элемента занимает время t_{0c} . Суммарное время

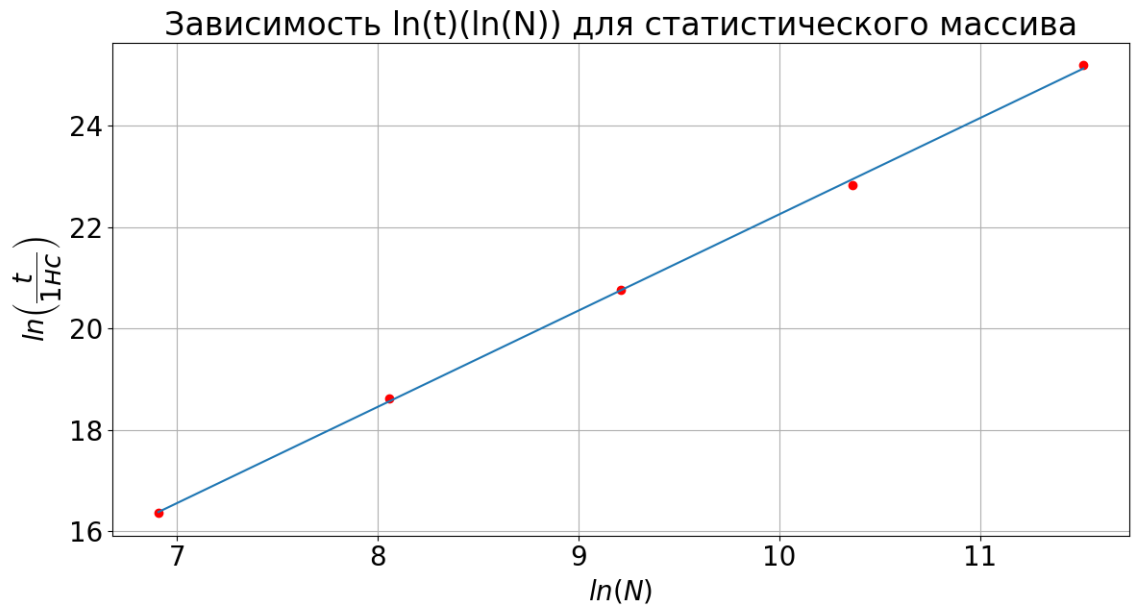
$$t = Nt_{0c}$$

Если построить график в логарифмических осях, то получим прямую

$$\ln(t) = \ln(t_{0c}) + \ln(N)$$

Ход работы:

Построим графики $\ln(t)(\ln(N))$ для всех трех структур.



Видно, что график хорошо аппроксимируется прямой

$$\ln(t) = k\ln(N) + b$$

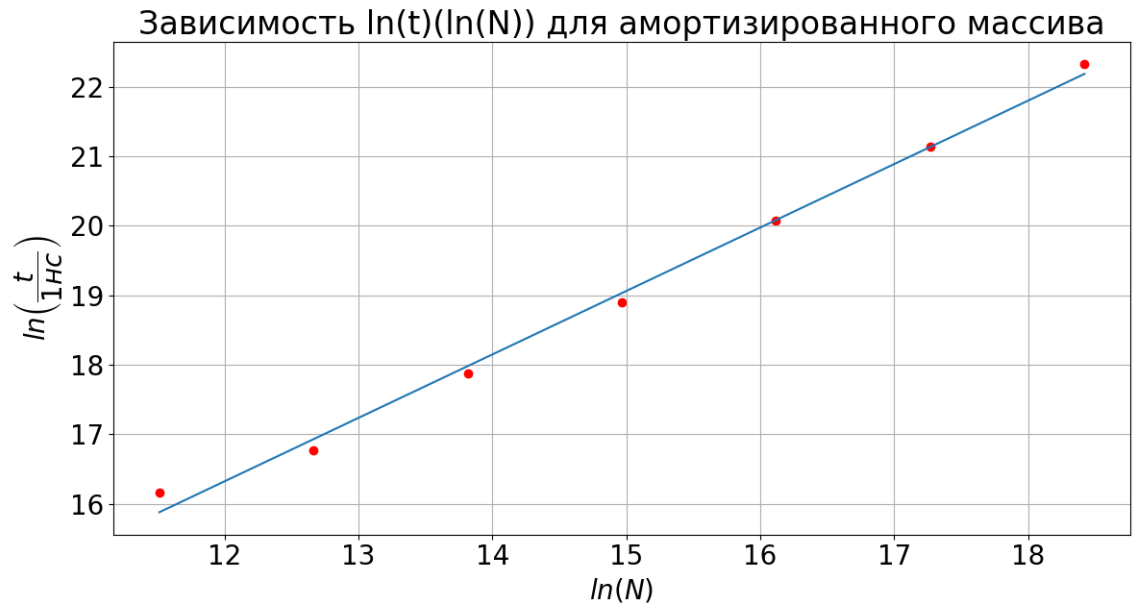
Из графика

$$k = (1.90 \pm 0.02)$$

$$b = (3.2 \pm 0.2)$$

Коэффициент k примерно совпадает с теоретическим. Зная b , можем найти $t_{0м}$:

$$t_{0м} = 2 \cdot \exp(b) = (50 \pm 10)нс$$



Видно, что график хорошо аппроксимируется прямой

$$\ln(t) = k\ln(N) + b$$

Из графика

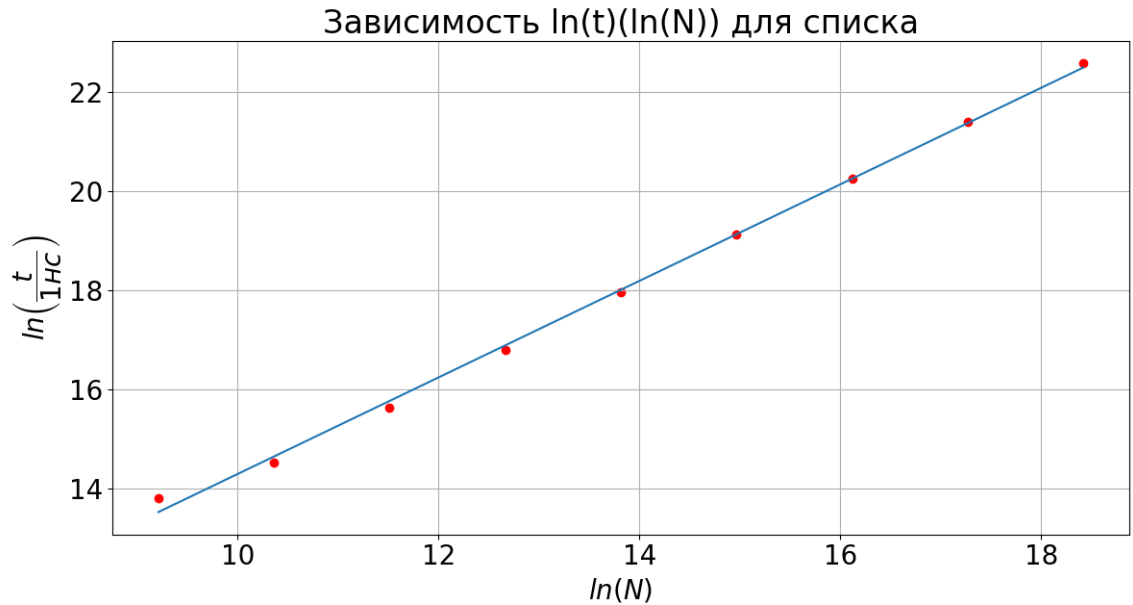
$$k = (0.91 \pm 0.03)$$

$$b = (5.4 \pm 0.4)$$

Можем найти $t_{0\text{ам}}$, зная b :

$$t_{0\text{ам}} = \frac{1}{3.25} \exp(b) = (70 \pm 30)\text{нс}$$

В пределах погрешности $t_{0\text{ам}}$ и $t_{0\text{м}}$ равны, что логично, ведь механизм добавления в них одинаковый.



Видно, что график хорошо аппроксимируется прямой

$$\ln(t) = k \ln(N) + b$$

Из графика

$$k = (0.97 \pm 0.05)$$

$$b = (4.6 \pm 0.2)$$

Можем найти t_{0c} , зная b :

$$t_{0c} = \exp(b) = (100 \pm 20)\text{нс}$$

Заметим, что добавление одного элемента для списка медленнее, однако он работает быстрее всех из-за другой реализации.

Выводы:

Теоретические зависимости подтверждаются экспериментом. Самым быстрым является список, хоть и характерное время добавления одного элемента в нем больше, чем для статистического и амортизированного массивов. Характерное время добавления одного элемента для обоих массивов одинаково в пределах погрешности. Самым медленным является статистический массив.