

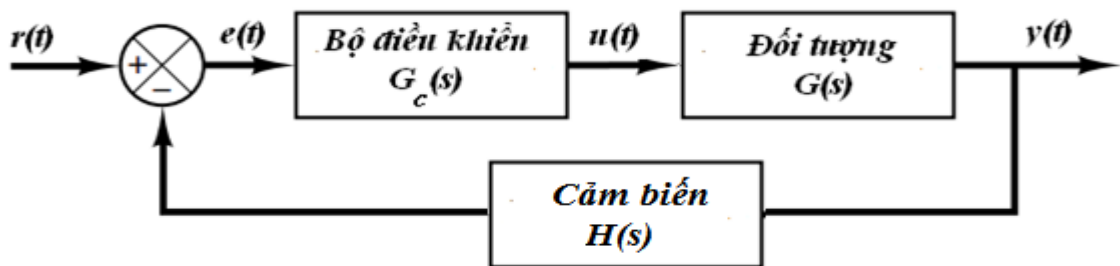
CHƯƠNG 6

THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC

6.1 KHÁI NIỆM

Cho đối tượng điều khiển có hàm truyền $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$, tín hiệu vào $u(t)$ gọi là tín hiệu điều khiển, tín hiệu ra $y(t)$ gọi là tín hiệu được điều khiển. Nếu $u(t), y(t)$ là vô hướng ta gọi là đối tượng SISO (single input single output), nếu $u(t), y(t)$ là vector ta gọi là đối tượng MIMO (multi input multi output).

Muốn điều khiển $y(t)$ đạt giá trị đặt $r(t)$, ta đặt hệ thống vào vòng hồi tiếp Hình 6.1, bộ điều khiển đặt nối tiếp với đối tượng, tín hiệu ra $y(t)$ được đo bởi cảm biến và hồi tiếp về, lúc này $u(t)$ phụ thuộc sai lệch $e(t)$ giữa $r(t)$ và $y(t)$, tín hiệu $u(t)$ là ngõ ra của bộ điều khiển còn $e(t)$ là tín hiệu vào của bộ điều khiển. Hàm truyền bộ điều khiển là $G_C(s)$ và hàm truyền cảm biến là $H(s)$.

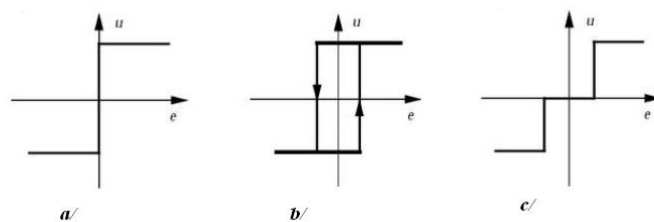


Hình 6.1 Hệ thống điều khiển hồi tiếp nối tiếp

Hàm truyền $G(s)$ của đối tượng bao gồm cả khâu công suất, khâu công suất thường được coi là khâu tỷ lệ, vậy tín hiệu vào $u(t)$ là phần trăm công suất tác động vào đối tượng để thay đổi trạng thái, cụ thể là thay đổi tín hiệu ra. Ví dụ điều khiển vận tốc động cơ một chiều, $u(t)$ là phần trăm điện áp định mức đưa vào động cơ, có giá trị từ -1 đến +1, $y(t)$ là vận tốc rad/s hay vòng/phút, khâu công suất là khuếch đại công suất tuyến tính dùng bán dẫn hay cầu bán dẫn H điều rộng xung. Nếu điều khiển nhiệt độ lò, khâu công suất là triac điều khiển góc kích pha hay độ rộng xung, nếu điều khiển góc pha thì khâu công suất là khâu phi tuyến. Như vậy tín hiệu vào $u(t)$ luôn luôn đi kèm với khâu bão hòa, điều này cần được xem xét khi khảo sát chất lượng hệ kín vì lý thuyết điều khiển tuyến tính không xét đến yếu tố này, ảnh hưởng rõ nhất của khâu bão hòa là tăng thời gian xác lập.

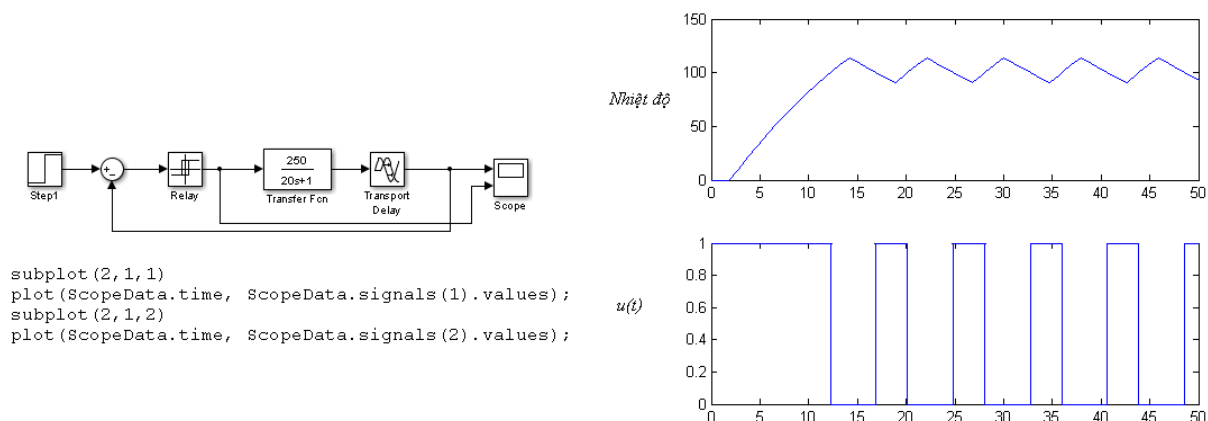
Bộ điều khiển hồi tiếp đơn giản nhất là điều khiển role hai vị trí (điều khiển on-off, điều khiển bang bang), tín hiệu $u(t)$ có một trong hai giá trị tùy theo dấu của $e(t)$, ví dụ điều khiển nhiệt độ lò điện trở bằng phương pháp on-off, thường dùng trong các thiết bị điện gia dụng như bàn ủi, lò nướng, Hình 6.2a là đặc tính bộ điều khiển role

hai vị trí, Hình 6.2b là đặc tính bộ điều khiển role hai vị trí có trễ để tránh sự đóng cắt liên tục còn Hình 6.2c là đặc tính bộ điều khiển role ba vị trí (role có vùng chết).

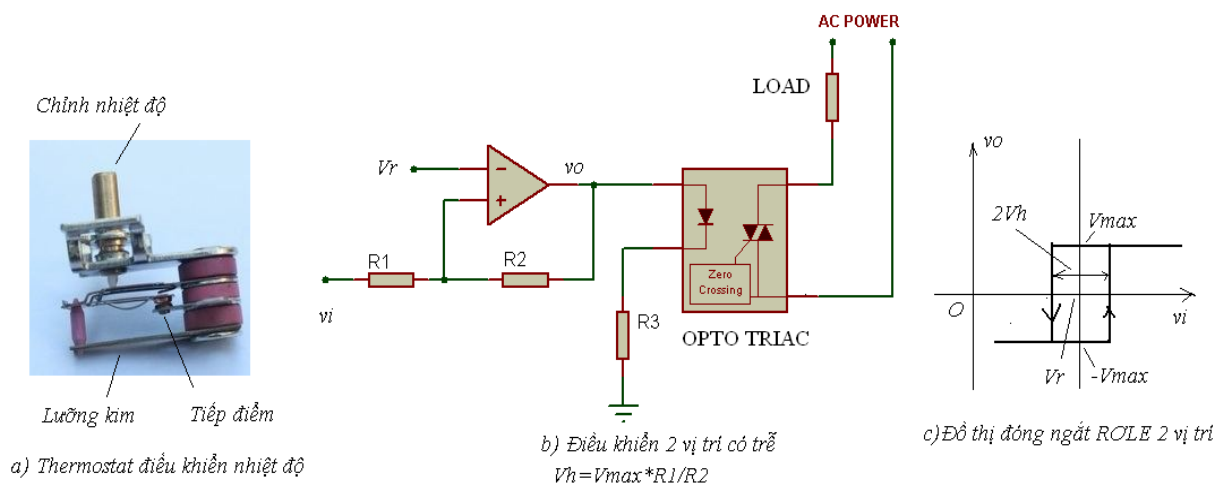


Hình 6.2 Đặc tính bộ điều khiển role on-off

Ví dụ 6.1: Điều khiển nhiệt độ hai vị trí lò nhiệt, hàm truyền lò nhiệt $G(s) = \frac{250e^{-2s}}{1+20s}$, $u(t)=1$ khi $e(t)>0$, $u(t)=0$ khi $e(t)<0$, tín hiệu đặt là 100°C , dùng Simulink ta được đáp ứng Hình 6.3, nhiệt độ dao động quanh giá trị đặt với biên độ $\pm 13^\circ\text{C}$, bộ điều khiển này hoạt động đơn giản với cơ cấu cảm biến và đóng cắt nhiệt độ là thanh lưỡng kim (thermostat). Tất nhiên là với yêu cầu độ chính xác cao ta phải dùng bộ điều khiển tinh vi hơn.

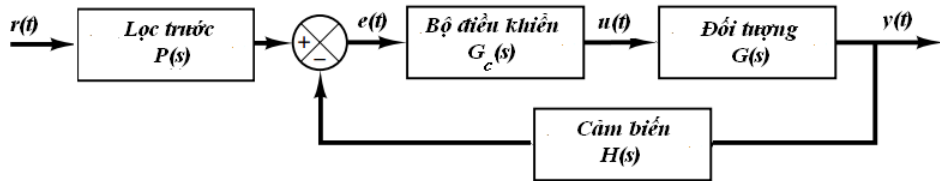


Hình 6.3 Đáp ứng nhiệt độ và tín hiệu điều khiển của bộ điều khiển hai vị trí



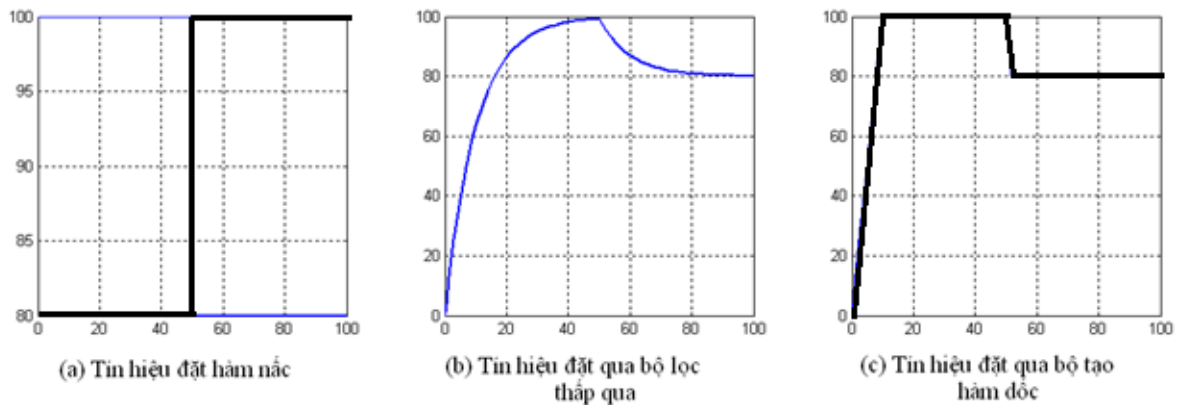
Hình 6.4 Role 2 vị trí

Hàm truyền kín Hình 6.1 có thể có các zero ảnh hưởng chất lượng điều khiển, để khử zero ta dùng sơ đồ Hình 6.5 với bộ lọc trước (Pre Filter)(xem mục 5.4), chú ý là bộ lọc trước sẽ gây ra thêm trễ pha giữa tín hiệu ra và vào. Bộ lọc trước còn có tác dụng bù ảnh hưởng của $H(s)$, bảo đảm $y(t)$ tiệm cận $r(t)$.

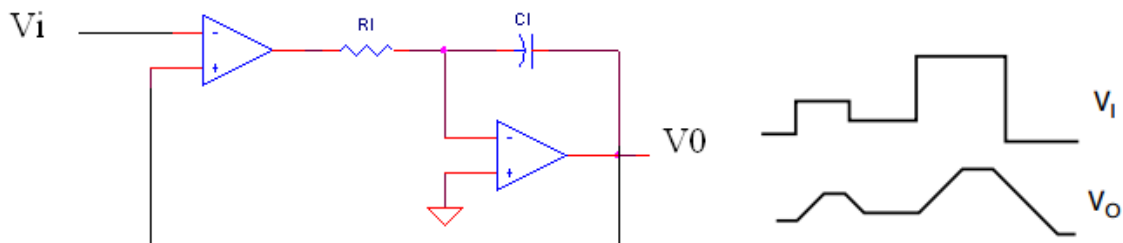


Hình 6.5 Điều khiển nối tiếp và lọc trước

Khi thay đổi giá trị đặt $r(t)$ đột ngột, sai số cũng thay đổi đột ngột, do đó tạo vọt lố ở tín hiệu ra với hệ có bậc ≥ 2 , để tránh hiện tượng này ta dùng bộ lọc thấp qua ở tín hiệu đặt, độ dốc sẽ nhỏ hơn và giảm vọt lố, hoặc tín hiệu đặt sẽ đi theo hàm dốc khi thay đổi giá trị đặt (Hình 6.6). Sơ đồ Hình 6.7 tạo tín hiệu V_0 tăng hay giảm theo hàm dốc với độ dốc $1/R_1C_1$ đến giá trị đặt V_i .



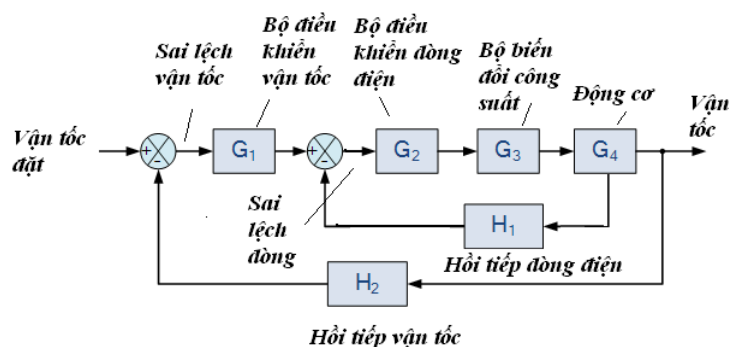
Hình 6.6 Thay đổi độ dốc khi thay đổi giá trị đặt để tránh vọt lố



Hình 6.7 V_0 đi theo hàm dốc đến giá trị đặt V_i

Hệ thống điều khiển Hình 6.1 và Hình 6.5 có một vòng hồi tiếp bên ngoài, thực tế có thể có nhiều vòng hồi tiếp bên trong, lấy ví dụ điều khiển vị trí động cơ ta có thể thiết kế đến ba vòng gồm vòng điều khiển dòng điện, sau đó là vòng điều khiển vận

tốc và ngoài cùng là vòng điều khiển vị trí, sử dụng nhiều vòng hồi tiếp giúp chất lượng điều khiển tốt hơn và ta có thể chọn nhiều chỉ tiêu chất lượng (Hình 6.8).



Hình 6.8 Điều khiển hai vòng hồi tiếp

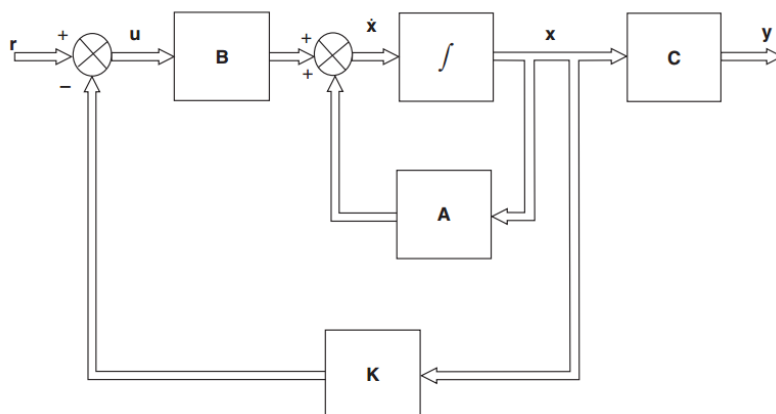
Việc khảo sát thiết kế bộ điều khiển theo phương pháp cổ điển thường tính bằng tay, dùng biểu đồ Bode và quỹ tích nghiệm do hạn chế về khả năng tính toán, hiện nay công cụ máy tính dồi dào nên việc thiết kế sử dụng chủ yếu là tính toán và mô phỏng trên máy tính với các phần mềm hỗ trợ, đặc biệt là Matlab Simulink.

Một phương pháp thiết kế hiện đại là dùng phương trình trạng thái. Trường hợp biểu diễn hệ thống bằng phương trình trạng thái

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

Ta hồi tiếp trạng thái x theo công thức $u=r-Kx$ (Hình 6.9)



Hình 6.9 Điều khiển hồi tiếp trạng thái

Sơ đồ điều khiển rất đa dạng, không thể liệt kê hết trong giáo trình cơ sở.

Thiết kế hệ thống điều khiển gồm các bước sau:

- Tính hàm truyền đối tượng muốn điều khiển thông qua tính toán hay/và thực nghiệm,
- Lập bảng yêu cầu về chỉ tiêu chất lượng,
- Chọn bộ điều khiển,
- Tính thông số bộ điều khiển,

- Mô phỏng và chỉnh sửa,
- Thực nghiệm điều khiển và chỉnh sửa.

Matlab có công cụ SISO Design Tool giúp việc thiết kế rất dễ dàng, các chỉ tiêu thiết kế trong cõi thời gian bao gồm độ vọt lố, thời gian xác lập, thời gian tăng, sai số xác lập... các chỉ tiêu thiết kế trong cõi tần số gồm băng thông, dự trữ biên và dự trữ pha..

Phần tiếp theo ta khảo sát các phương pháp điều khiển PID, sớm trễ pha, đặt cực.

6.2 ĐIỀU KHIỂN PID

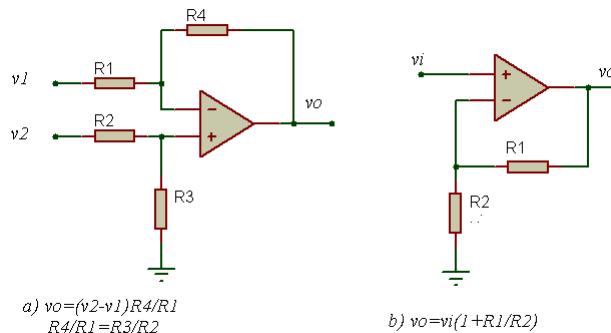
Điều khiển PID rất thông dụng trong điều khiển công nghiệp, có bốn dạng là điều khiển P, PI, PD và PID.

6.2.1 Điều khiển tỷ lệ P

Tín hiệu ra bộ điều khiển tỷ lệ với sai lệch, $u(t)=K_p e(t)$, bộ điều khiển không tăng bậc hệ thống, do đó sai số xác lập với hàm nấc

- Khác 0 với hệ bậc 0, giảm khi tăng K_p ,
- Bằng 0 với hệ bậc cao hơn, tăng K_p gây ra tăng POT.

Bộ tỷ lệ điện tử thường được thực hiện bằng OPAMP theo sơ đồ Hình 6.10



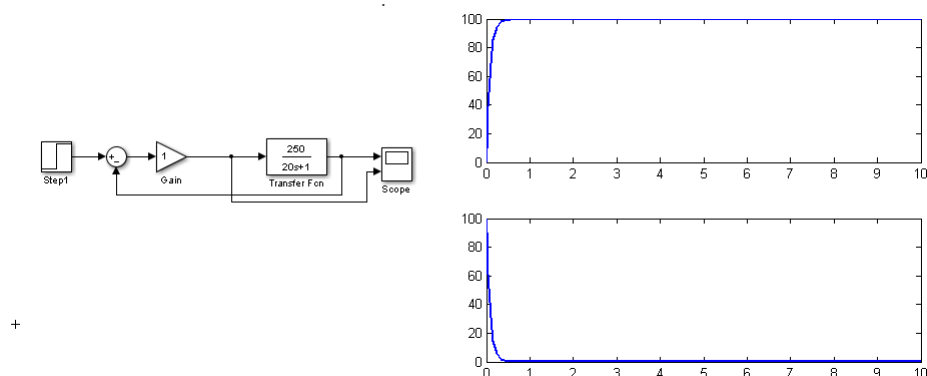
Hình 6.10 Mạch Khuếch đại

Ví dụ 6.2: Xét hệ bậc nhất $\frac{K}{1+sT}$, hàm truyền hệ kín là $\frac{KK_p}{1+KK_p+sT}$, sai số

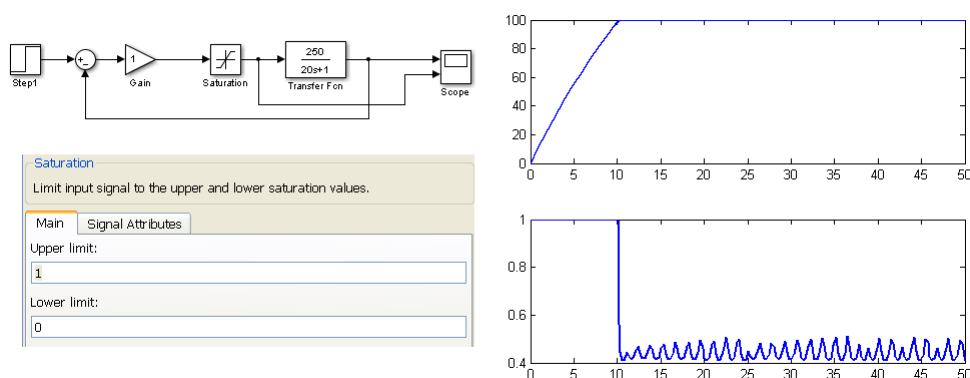
xác lập (ssxl) với hàm nấc là $\frac{1}{1+KK_p}$ giảm khi tăng K_p , thời hằng hệ thống kín là

$T_k = \frac{T}{1+KK_p}$ nhanh hơn hệ hở (Hình 6.11). Khi K_p lớn bộ điều khiển có đặc tính

giống điều khiển on-off, với hệ thống vật lý thực tế tín hiệu điều khiển $u(t)$ bị giới hạn ở mức trên và dưới, nghĩa là khi mô phỏng ta phải thêm bộ bão hòa vào sau bộ điều khiển. Việc khảo sát hệ thống với bão hòa được thực hiện dễ dàng với Simulink (Hình 6.12).



Hình 6.11 Hệ kín không có khâu bão hòa , $KK_p=250$, $T=20\text{sec}$



Hình 6.12 Hệ kín có khâu bão hòa , $KK_p=250$, $T=20\text{sec}$, mức bão hòa trên là 1, dưới là 0

Ví dụ 6.3: Xét hệ bậc nhất có trễ mô phỏng lò nhiệt $\frac{Ke^{-ds}}{1+sT}$, , đặc điểm của điều

khiển nhiệt độ là tăng nhiệt độ bằng cách điều khiển công suất điện nhưng làm nguội lại chỉ có thể là cắt công suất điện và chờ nhiệt độ giảm xuống, tín hiệu điều khiển là $u(t)$ có giá trị từ 0 đến 1 biểu thị công suất vào lò từ 0 đến P_{\max} , nhiệt độ tối đa là K^o , ta

dùng xấp xỉ Padé của khâu trễ (mục 2.11) $\frac{K}{1+sT} \frac{1-s\frac{d}{2}}{1+s\frac{d}{2}}$, hệ hở có hai cực âm và một

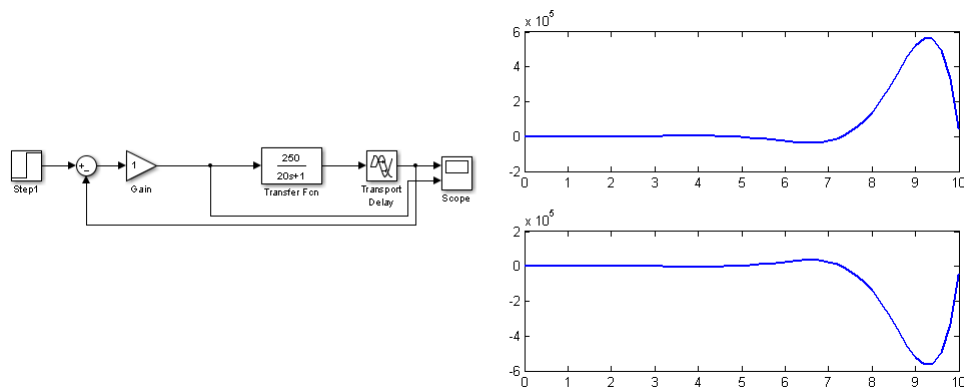
zero dương, do đó khi KK_p lớn hệ kín có thể mất ổn định, phương trình đặc tính là $T\frac{d}{2}s^2 + (T + \frac{d}{2}(1-KK_p))s + 1 + KK_p = 0$, vậy khi chọn $KK_p < 1 + \frac{2T}{d}$ thì hệ thống ổn định.

Như vậy khâu trễ đã làm cho hệ bậc nhất có thể mất ổn định nếu ta chọn thông số bộ điều khiển không phù hợp (Hình 6.13). Giảm K_p hệ kín ổn định (Hình 6.14).

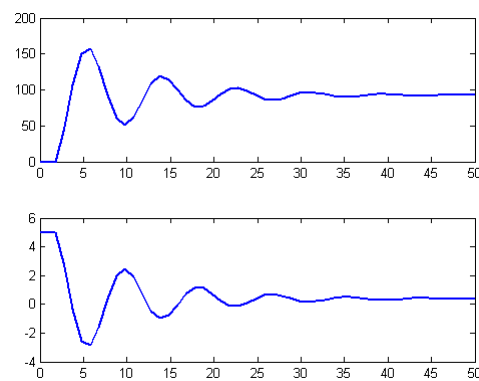
Hệ thống thực tế với khâu bão hòa không có dao động do tín hiệu $u(t)$ bị hạn biên ở 0 và 1 (Hình 6.15).

Ví dụ 6.4: Ta trở lại bài toán điều khiển vận tốc động cơ một chiều đã được khảo sát sơ lược ở Ví dụ 5.6. Đầu tiên ta sử dụng bộ điều khiển tỷ lệ K_p .

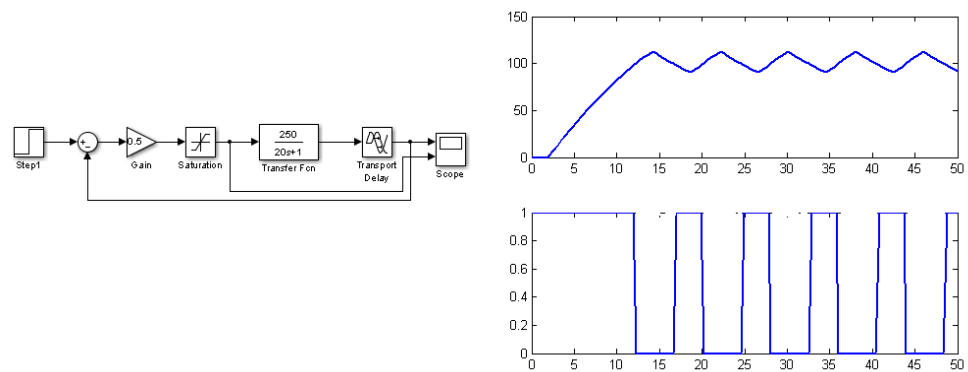
Hàm truyền vận tốc là (phương trình 6.1):



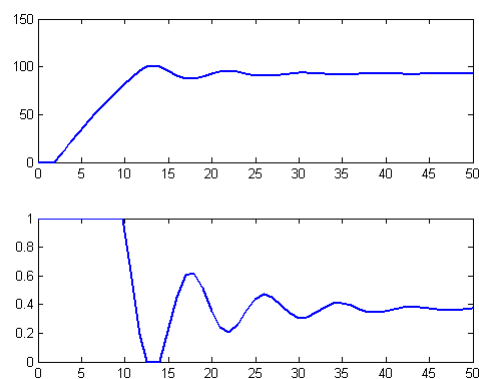
Hình 6.13 Hệ hỏ bậc nhất có trì hoãn 2 sec, hệ kín không ổn định với $K_p=1$



Hình 6.14 Hệ hỏ bậc nhất có trì hoãn 2 sec, hệ kín ổn định với $K_p=0.05$



Hình 6.15 Hệ thống Ví dụ 6.3 với khâu bão hòa, $K_p=0.5$



Hình 6.16 Hệ thống Ví dụ 6.3 với khâu bão hòa, $K_p=0.05$

$$\Omega(s) \frac{KV_a(s) - (R_a + L_a s)T_L(s)}{JL_a s^2 + (bL_a + JR_a)s + bR_a + K^2} = \frac{b_0 V_a(s) - (c_1 s + c_0)T_L(s)}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (6.1)$$

Vận tốc động cơ vòng hở có giá trị ở xác lập $\omega_{xl} = \frac{b_0 v_a - c_0 T_L}{a_0}$ rad/s, v_a là điện áp

cung cấp cho động cơ có giá trị giới hạn bởi điện áp nguồn là $\pm V_{\max}$, vận tốc động cơ tỷ lệ thuận điện áp đặt và tỷ lệ ngược moment tải.

Với các thông số động cơ

J_m Moment quán tính rotor	0.01 kg.m ²
b Hằng số ma sát nhớt	0.1 N.m.s
K_e Hằng số điện động cơ	0.01 V/rad/sec
K_m Hằng số cơ động cơ	0.01 N.m/Amp
R_a Điện trở dây quấn	1 Ohm
L_a Điện cảm dây quấn	0.5 H

Hàm truyền hở:
$$\Omega(s) = \frac{0.01 V_a(s) - (1 + 0.5s)T_L(s)}{0.005 s^2 + 0.06 s + 0.1001}$$

Hàm truyền vận tốc vòng kín:
$$\Omega(s) = \frac{b_0 K_p K_t \Omega_R(s) - (c_1 s + c_0)T_L(s)}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0 + b_0 K_p K_t}$$

Vận tốc động cơ vòng kín ở xác lập phụ thuộc vận tốc đặt ω_R và moment tải T_L

$$\omega_{xl} = \frac{b_0 K_p K_t \omega_R - c_0 T_L}{a_0 + b_0 K_p K_t}$$

Phần trăm ssxl là $\frac{e_{ss}}{\omega_R} = \frac{a_0}{a_0 + b_0 K_p K_t}$,

Suy giảm vận tốc do tải T_L giảm đi so với trường hợp vòng hở.

Muốn giảm ssxl ta phải tăng K_p , tuy nhiên hệ số đệm lại giảm, do có hai cực phức làm xuất hiện vọt lố của vận tốc.

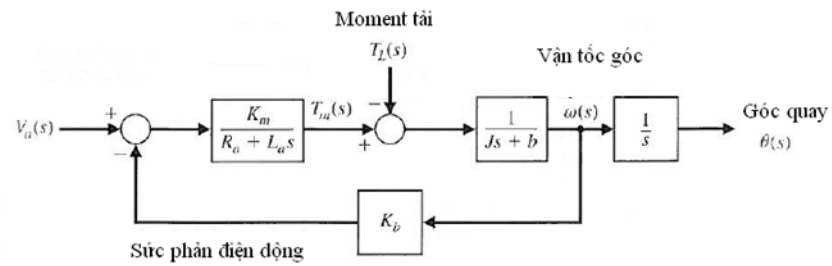
Ví dụ 6.5: Điều khiển vị trí động cơ

Hàm truyền vị trí vòng hở:
$$\Theta(s) = \frac{b_0 V_a(s) - (c_1 s + c_0)T_L(s)}{s\{a_2 s^2 + a_1 s + a_0\}}$$

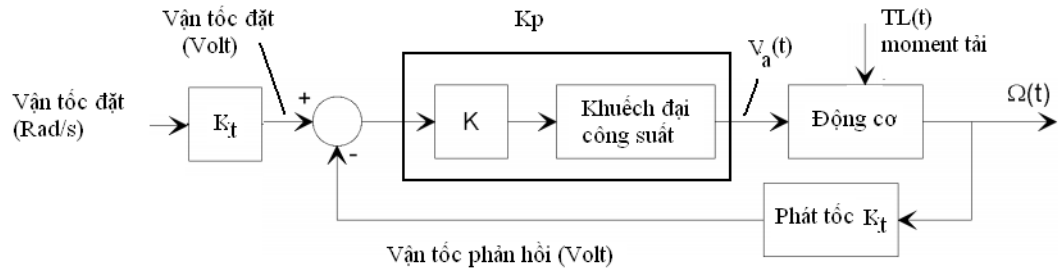
Hàm truyền vị trí vòng kín:
$$\Theta(s) = \frac{b_0 K_p \Theta_R(s) - (c_1 s + c_0)T_L(s)}{a_2 s^3 + a_1 s^2 + a_0 s + b_0 K_p}$$

Sai số xác lập với hàm nấc θ_R là 0 nhưng có ssxl với nhiễu loạn T_L , khi tăng K_p hệ thống trở nên mất ổn định.

Ta khảo sát đáp ứng dùng Simulink (Hình 6.17, 6.18), giá trị đặt là 1rad, sau 6s tác động moment tải 0.2Nm, ssxl với giá trị đặt là 0 nhưng khi có tải sai số không triệt tiêu. Các ví dụ trên cho thấy điều khiển tỷ lệ không bảo đảm chất lượng điều khiển. Mục 6.6.2 sau đây trình bày điều khiển PI tỷ lệ tích phân.

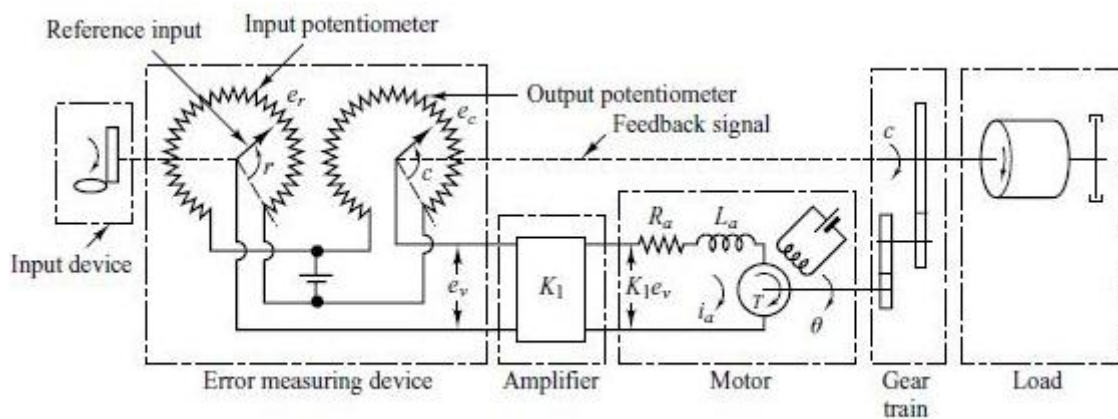


b/ Sơ đồ khối động cơ DC

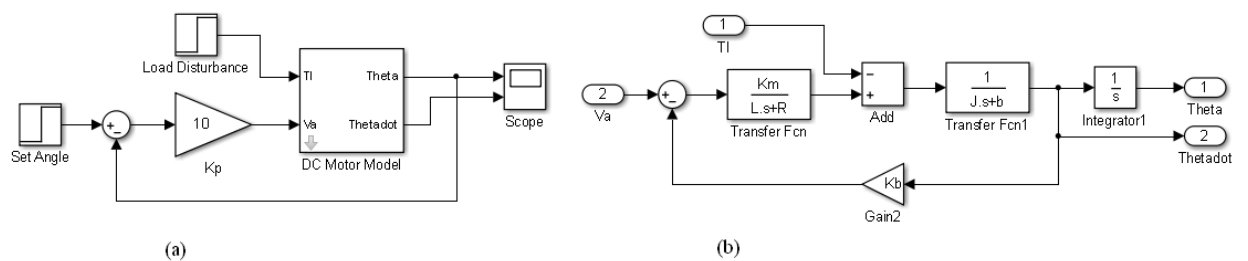


a) Sơ đồ điều khiển tỷ lệ vận tốc động cơ DC

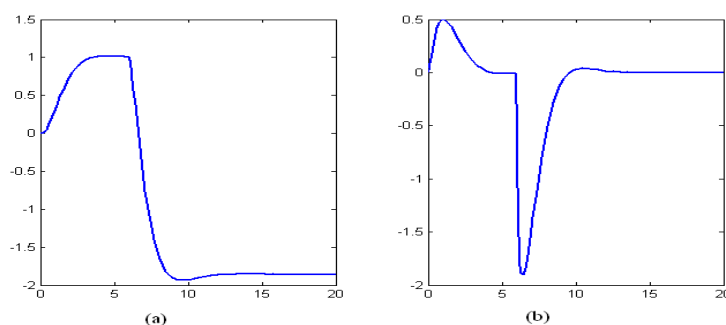
Hình 6.15 Điều khiển tỷ lệ vận tốc động cơ DC



Hình 6.16 Điều khiển vị trí tỷ lệ liên tục



Hình 6.17 Sơ đồ Simulink điều khiển tỷ lệ vị trí liên tục



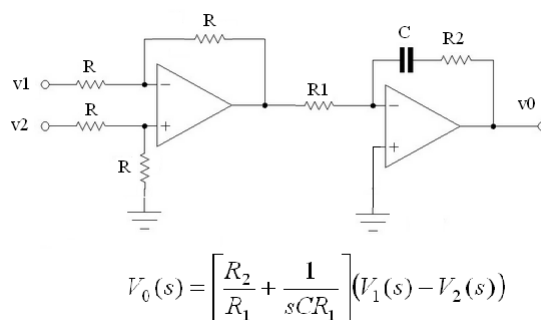
Hình 6.18 Đáp ứng nấc của (a) vị trí và (b) vận tốc

6.2.2 Điều khiển PI

Hàm truyền $\frac{K_I}{s} + K_p = \frac{K_p s + K_I}{s} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$ gồm khâu tỷ lệ và khâu tích

phân ghép song song, hoặc khâu vi phân ghép nối tiếp với khâu tích phân.

Khâu PI có thể thực hiện bằng sơ đồ OPAMP sau



Hình 6.19 Khối so sánh và PI dùng OPAMP

Khâu PI giúp tăng loại hệ thống từ loại thấp sang loại cao hơn, do đó bảo đảm ít nhất ssxl với hàm nấc bằng 0, duy trì tín hiệu điều khiển mặc dù sai số bằng 0, do đó chống được nhiễu loạn, thêm vào một zero $-\frac{1}{T_I} = -\frac{K_I}{K_P}$ do đó tăng tính ổn định của hệ thống bậc cao, giảm vọt lố nếu chọn hệ số phù hợp (xem 5.4.1).

Ví dụ 6.6: Cho đối tượng bậc nhất $\frac{K}{1+Ts}$, tính luật điều khiển PI

Hàm truyền vòng thuận $\frac{K(K_P s + K_I)}{s(1+Ts)}$. Nếu chọn $\frac{K_P}{K_I} = T$ thì ta triệt tiêu cực và

hàm truyền vòng thuận là $\frac{KK_I}{s}$. Hàm truyền hệ kín: $\frac{KK_I}{s + KK_I}$, ssxl=0

Trường hợp khác, hàm truyền hệ kín $\frac{K(K_P s + K_I)}{Ts^2 + (1 + KK_P)s + KK_I}$

Ta nhận thấy tăng K_I cực hệ kín có khuynh hướng tiến về cực phức, còn tăng K_P cực tiến về cực thực. Nên chọn zero $-K_I/K_P$ gần gốc và các giá trị K_I, K_P nhỏ.

THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC

Việc tính toán các thông số thời gian như độ vọt lố và thời gian xác lập khá phức tạp vì phụ thuộc cực và zero hệ kín và do đó phụ thuộc bốn thông số.

Một cách thiết kế là chọn trước cực hệ kín dựa vào đáp ứng thời gian hệ bậc hai

$$\frac{KK_I}{Ts^2 + (1 + KK_P)s + KK_I} \quad \text{ta tính được } K_P, K_I, \text{ sau đó dùng bộ lọc trước } \frac{1}{1 + s \frac{K_P}{K_I}} \text{ để}$$

khử zero ở tử số.

Cho $T=20s$, $K=250$, chọn cực hệ kín có $\zeta=1$, $t_s=20s = \frac{5.8339}{\omega_n}$ (pt 3.7), suy ra

$$\omega_n = 0.2917 \text{ rad/s}$$

Chọn $\omega_n = 0.3 \text{ rad/s}$,

Đa thức đặc tính:

$$s^2 + (0.05 + 12.5K_P)s + 12.5K_I = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 0.6s + 0.09$$

Cân bằng hai vế $12.5K_I = 0.09$, $0.05 + 12.5K_P = 0.6$, suy ra

$$K_I = 0.0072, K_P = 0.044$$

Với sơ đồ Hình 6.19, $1/CR_1 = 0.0072$, chọn $C = 100 \text{ MF}$, $R_1 = 1.3889 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 61.12 \text{ K}\Omega$

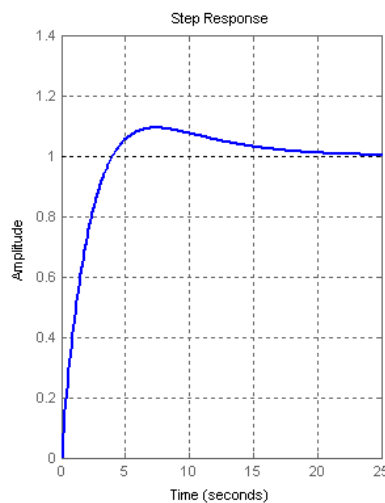
Hàm truyền hệ kín: $\frac{0.55s + 0.09}{s^2 + 0.6s + 0.09}$

Do có zero nên đáp ứng nấc có vọt lố

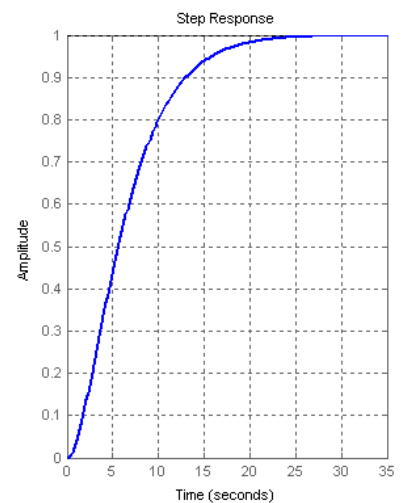
Ta dùng bộ lọc trước hàm truyền $P(s) = \frac{1}{1 + s \frac{K_P}{K_I}} = \frac{1}{1 + 6.111s}$ để triệt tiêu vọt lố

Nếu xét thêm đáp ứng với hàm dốc, hệ thống có sai số là $1/KK_I$, sai số này không thể điều chỉnh được, muốn khắc phục ta phải dùng điều khiển PID.

```
s=tf('s');
K=250; T=20; KP=0.044,
KI=0.0072;
g=K/(1+T*s); %object
c=pid(KP,KI); %PI block
gc=feedback(g*c,1)
subplot(1,2,1)
step(gc)
subplot(1,2,2)
p=1/(1+s*KP/KI); %
prefilter block
step(p*gc)
```



(a) Đáp ứng nấc không có lọc trước



(b) Đáp ứng nấc có lọc trước

Hình 6.20 Đáp ứng nấc Ví dụ 6.6

Ví dụ 6.7 : Điều khiển PI hệ bậc hai $\frac{b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0}$

Hàm truyền vòng hở: $\frac{K_P(s + K_I/K_P)(b_1s + b_0)}{s(s^2 + a_1s + a_0)}$

Hàm truyền kín: $\frac{(K_Ps + K_I)(b_1s + b_0)}{s^3 + (a_1 + b_1K_P)s^2 + (a_0 + K_Ib_1 + K_Pb_0)s + K_Ib_0}$

Hệ thống ổn định khi $(a_1 + b_1K_P)(a_0 + K_Ib_1 + K_Pb_0) > K_Ib_0$

Nguyên tắc thiết kế là ta chọn cặp cực chủ yếu quyết định POT và thời gian xác lập, một cực thực âm ở xa cặp cực chủ yếu để ít ảnh hưởng đến đáp ứng quá độ, tuy nhiên do chỉ có hai tham số K_I, K_P nên bài toán khó giải bằng giải tích, ta có thể dùng phương pháp quỹ tích nghiệm để giải.

6.2.3 Thiết kế điều khiển PI hệ bậc hai dùng quỹ tích nghiệm

Hệ hở có ba cực, một cực p_0 ở gốc do khâu PI, hai cực của đối tượng p_1p_2 , một zero z_1 do khâu PI có tọa độ $z_1 = -K_I/K_P$ chưa xác định, nếu $b_1 \neq 0$ thì có thêm một zero z_2 , hệ thống kín có một cực kín tiến về $-\infty$, hai cực còn lại tiến về hai zero; nếu $b_1 = 0$ chỉ có một zero, hai cực kín phức tiến về ∞ , cực còn lại tiến về zero z_1 .

Khi thiết kế dùng quỹ tích nghiệm (QTN), ta dùng thông số chạy là K_P , còn tỷ số K_I/K_P cố định, các bước thiết kế như sau:

- Chọn cặp cực p^* chủ yếu dựa vào POT và thời gian xác lập
- Chọn zero z_1 theo nguyên tắc tổng các đối số bằng -180°

$$\angle(p^* - z_1) = -180^\circ + \angle p^* + \angle(p^* - p_1) + \angle(p^* - p_2) - \angle(p^* - z_2)$$

Tính độ lợi K_P ở cực chủ yếu theo nguyên tắc suất hàm truyền vòng hở bằng 1

Đối tượng là lò nhiệt có hàm truyền $\frac{250}{(1 + 20s)(1 + 2s)}$, tín hiệu điều khiển $u(t)$ có

giá trị từ 0 đến 1.

Ba cực là 0, -0.05, -0.5, một zero là $z_1 = -K_I/K_P$.

Chọn cực chủ yếu để đáp ứng có vọt lố nhỏ hơn 5%, từ Hình 3.10 suy ra $\zeta = 0.7$, thời gian xác lập 20s, suy ra $4/\zeta\omega_n = 20$, $\omega_n = 0.2857 \text{ rad/s}$, chọn $\omega_n = 0.3 \text{ rad/s}$, hai cực là $-0.21 \pm 0.2142j$, lấy số chẵn hai cực là $-0.2 \pm 0.2j$.

Góc từ cực $-0.2 + 0.2j$ đến z_1 là

$$\theta = -180^\circ + \text{atan2d}(0.2, -0.2) + \text{atan2d}(0.2, -0.2 + 0.05) + \text{atan2d}(0.2, -0.2 + 0.5)$$

$$= -180^\circ + 135^\circ + 126.8699^\circ + 33.6901^\circ = 115.56^\circ$$

$$\frac{0.2}{-0.2 - z_1} = \tan(115.56^\circ) = -2.0909, \text{ suy ra } z_1 = -0.1043$$

Hàm truyền vòng hở lúc này là $\frac{250 K_p (s + 0.1043)}{s(1 + 20s)(1 + 2s)}$, ở điểm $-0.2 + 0.2j$ suất là

$$\frac{250 K_p / -0.2 + 0.2j + 0.1043}{|-0.2 + 0.2j| |1 + 20(-0.2 + 0.2j)| |1 + 2(-0.2 + 0.2j)|} = 1$$

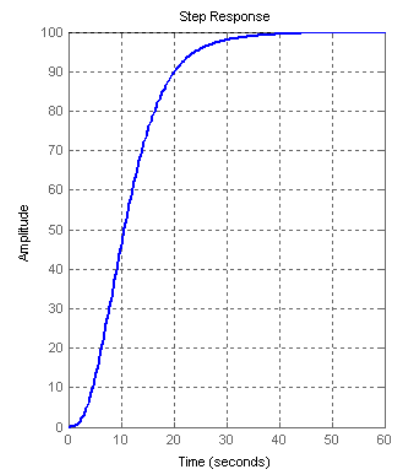
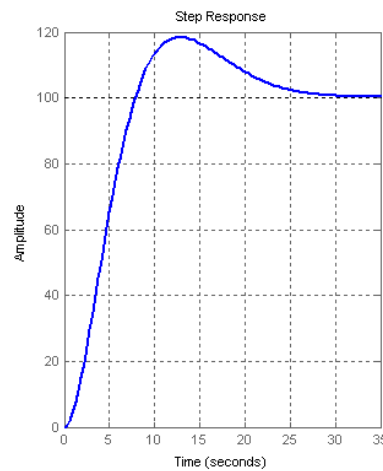
$$\frac{250 K_p * 0.2217}{0.2\sqrt{2} * \sqrt{25} * \sqrt{0.52}} = 1$$

Suy ra $K_p = 0.0184$, $K_I = 0.1043 * 0.0184 = 0.0019$, đáp ứng trình bày ở Hình 6.21.

```
s=tf('s');
K=250; T=20; KP=0.0184, KI=0.0019;
g=K/((1+T*s)*(1+2*s));
%step(g)
c=pid(KP,KI);
gc=feedback(g*c,1)
pole(gc)
subplot(1,2,1)
step(100*gc)
subplot(1,2,2)
p=1/(1+s*KP/KI);
step(100*p*gc)

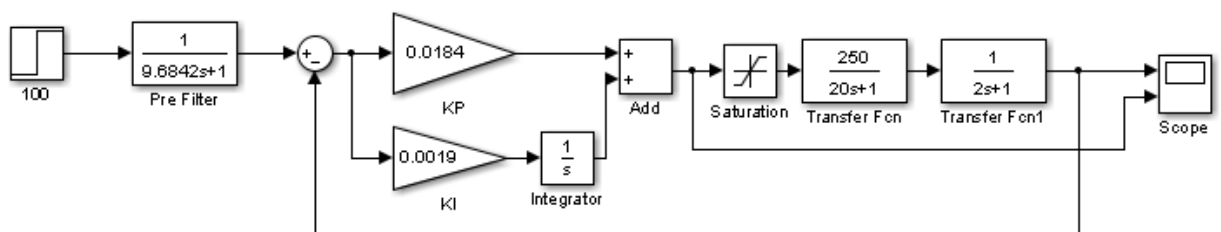
gc =
      4.6 s + 0.475
-----
40 s^3 + 22 s^2 + 5.6 s + 0.475
poles =

-0.2015 + 0.2004i
-0.2015 - 0.2004i
-0.1471 + 0.0000i
```



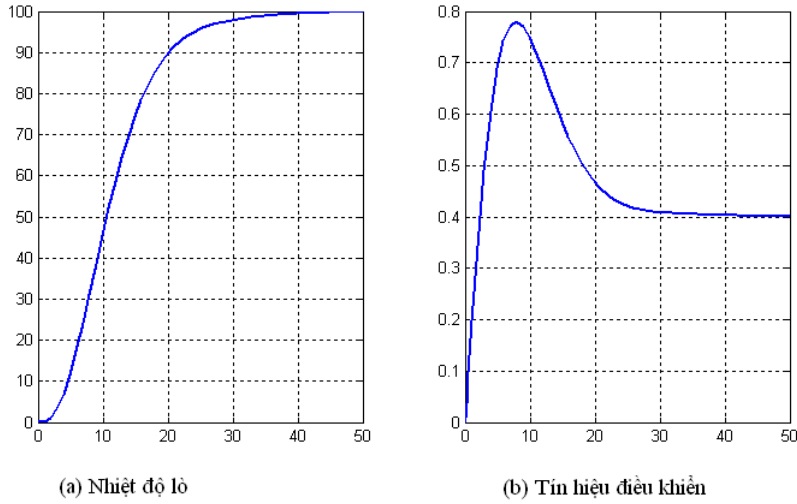
Hình 6.21 Đáp ứng nấc điều khiển PI lò nhiệt

Tính toán trên Matlab cho thấy có cực thực -0.1471 và hai cực phức $-0.2015 \pm j0.2004$, vậy cực phức không phải là cực chủ yếu và đáp ứng không đúng với tính toán, tuy nhiên chất lượng chấp nhận được với thời gian xác lập 30s và không vọt lố. Với hệ thống thực tế có khâu bão hòa, sẽ ảnh hưởng đáp ứng, ta kiểm tra dùng simulink (Hình 6.22).



Hình 6.22 Sơ đồ Simulink điều khiển PI nhiệt độ

Kết quả mô phỏng Hình 6.22 cho thấy hệ thống làm việc trong vùng tuyến tính. Mục sau sẽ khảo sát bộ điều khiển sử dụng kết hợp ba bộ điều khiển P, I, và D, đó là bộ điều khiển PID.



Hình 6.22 Kết quả mô phỏng

6.2.4 Điều khiển PID

Điều khiển PID thường được sử dụng trong thực tế, thống kê cho thấy bộ PID chiếm hơn 90% các bộ điều khiển. Khối PID thực hiện phép toán trên sai số $e(t)$ và cho tín hiệu ra $u(t)$

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t)$$

Có hai dạng PID là song song và nối tiếp. Hàm truyền PID dạng song song:

$$K_P + \frac{K_I}{s} + sK_D = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + sT_D\right) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

$T_I = \frac{K_P}{K_I}$ gọi là thời hằng tích phân, $T_D = \frac{K_D}{K_P}$ gọi là thời hằng vi phân

Hàm truyền PID dạng nối tiếp gồm khối PD nối tiếp PI:

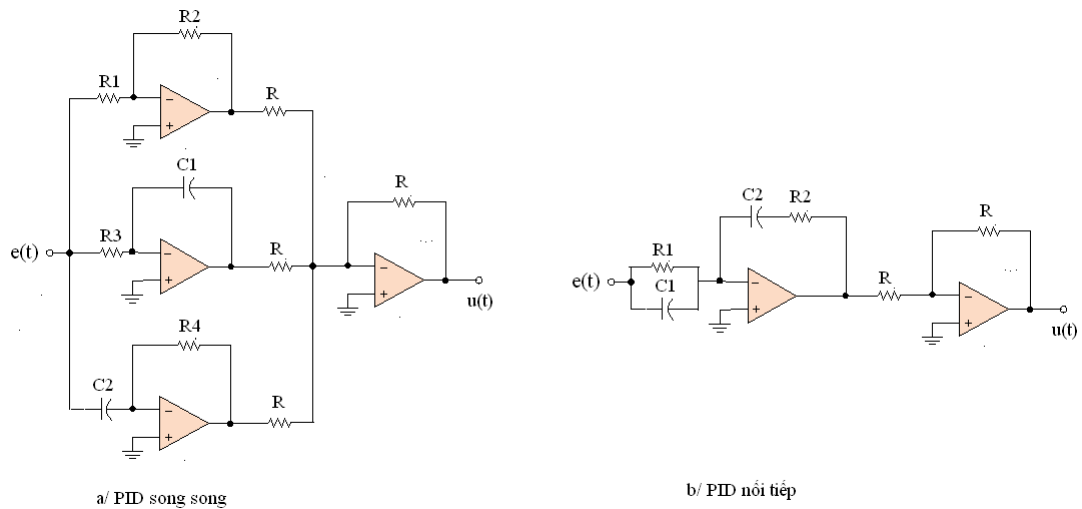
$$(1 + K_{D1}s) \left(K_{P2} + \frac{K_{I2}}{s} \right) \quad (6.1)$$

$$K_P = K_{P2} + K_{D1}K_{I2}, \quad K_I = K_{I2}, \quad K_D = K_{P2}K_{D1}$$

$$K_{D1} = \frac{K_P \pm \sqrt{K_P^2 - 4K_I K_D}}{2K_I}, \quad K_{P2} = K_P - K_{D1}K_I, \quad K_P^2 - 4K_I K_D > 0 \quad (6.2)$$

Hình 6.23a là sơ đồ PID song song với hàm truyền $\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{sC_1R_3} + sR_4C_2$, Hình

6.23b là sơ đồ PID nối tiếp với hàm truyền $\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{sR_1C_2}\right)(1 + sR_1C_1)$.



Hình 6.23 Mạch PID dùng OPAMP

Các giá trị thông số PID ảnh hưởng đến đáp ứng hệ thống theo Bảng 6.1

	Vọt lố	Thời gian xác lập	Thời gian tăng	Sai số xác lập với hàm nấc	Ổn định
Tăng K_P	Tăng	Ít thay đổi	Giảm	Giảm	Kém hơn
Tăng K_I	Tăng	Tăng (Hệ thống chậm hơn)	Giảm	Triệt tiêu	Tốt hơn
Tăng K_D	Giảm	Giảm (Hệ thống nhanh hơn)	Ít thay đổi	Không ảnh hưởng	Tốt hơn

Bảng 6.1 Ảnh hưởng tương đối của các thông số PID

Khối PID đưa thêm hai zero và một cực vào hàm truyền, do đó hàm truyền đối tượng cần có (bậc mẫu- bậc tử) ≥ 2 , vị trí zero đóng vai trò quan trọng trong đáp ứng quá độ, khâu vi phân có thể cho ngõ ra khá lớn khi tín hiệu vào thay đổi đột ngột hay do nhiễu, đặc biệt khi tín hiệu đặt là hàm nấc thì khâu vi phân sẽ cho ra xung Dirac biên độ vô cùng ở thời điểm bắt đầu, vì vậy thực tế thường thêm khâu quán tính cho khối vi phân để lọc bớt đỉnh, lúc này hàm truyền PID trở thành

$$K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{s T_D}{1 + s \gamma T_D} \right) \quad (6.3)$$

Nếu tín hiệu đặt là hằng số, đôi khi người ta chỉ đạo hàm tín hiệu ra để tránh xung đạo hàm khi thay đổi tín hiệu đặt theo biểu thức

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau - K_D \frac{d}{dt} y(t) \quad (6.4)$$

Một số trường hợp để tránh vọt lố do tín hiệu đặt thay đổi nhiều, ta dùng kỹ thuật setpoint weighting thay đổi tầm quan trọng của tín hiệu đặt trên tín hiệu ra PID

$$u(t) = K_P \{ b r(t) - y(t) \} + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{d}{dt} \{ c r(t) - y(t) \} \quad (6.5)$$

b và c là các hằng số từ 0 đến 1.

6.2.5 Thiết kế PID dùng phương pháp giải tích

Ví dụ 6.7: Đối tượng có hàm truyền $\frac{80}{s^2 + 25s + 100}$, tính điều khiển PID sao

cho sai số xác lập với hàm dốc là 1%, hệ kín có cặp cực chủ yếu -8

Ssxl với hàm dốc: $1/(80K_I/100)=0.01$, suy ra $K_I=125$

Đa thức đặc tính hệ kín: $s^3 + (25 + 80K_D)s^2 + (100 + 80K_P)s + 80K_I$

Đa thức đặc tính hệ kín mong muốn: $(s+p)(s+8)^2=s^3+(16+p)s^2+(64+16p)s+64p$

Suy ra $25 + 80K_D=16+p$, $100 + 80K_P=64+16p$, $80K_I=64p$

$p=156.25$, $K_P=30.85$, $K_D=1.8406$

Với các giá trị trên ta chạy mô phỏng, sau đó có thể chỉnh một số thông số, giảm K_D giảm hệ số đệm, tăng K_P tăng vọt lố, tăng tín hiệu điều khiển.

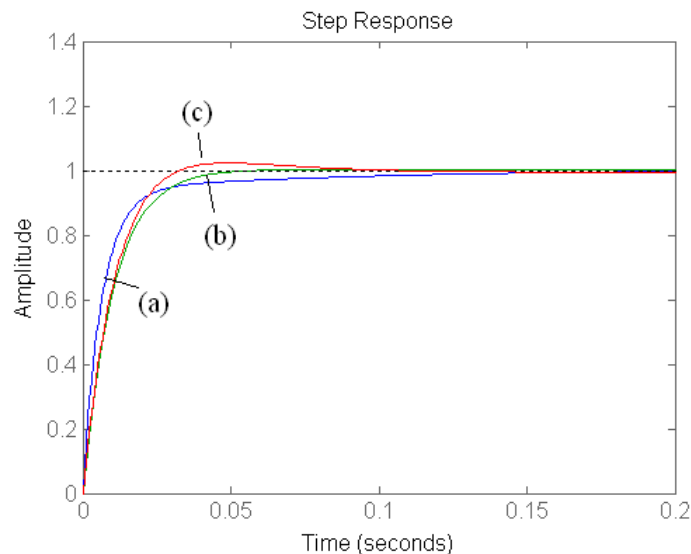
Kết quả mô phỏng Hình 6.24 (a) dùng các giá trị PID ở trên, (b) $K_D=1.2$, (c) $K_P=40$, $K_D=1.2$

Ví dụ 6.8: Đối tượng có hàm truyền $\frac{80}{s(s^2 + 25s + 100)}$, tính điều khiển PID sao

cho sai số xác lập với hàm parabol là 1%, hệ kín có cực thật bậc bốn

Ssxl với hàm parabol là $1/(80K_I/100)=0.01$ suy ra $K_I=125$

Đa thức đặc tính hệ kín $s^4 + 25s^3 + (100 + 80K_D)s^2 + 80K_Ps + 80K_I$



Hình 6.24 Đáp ứng Ví dụ 6.7

Chọn cực bội bốn là $-a$

Đa thức đặc tính hệ kín mong muốn $(s+a)^4=s^4+4as^3+6a^2s^2+4a^3s+a^4$

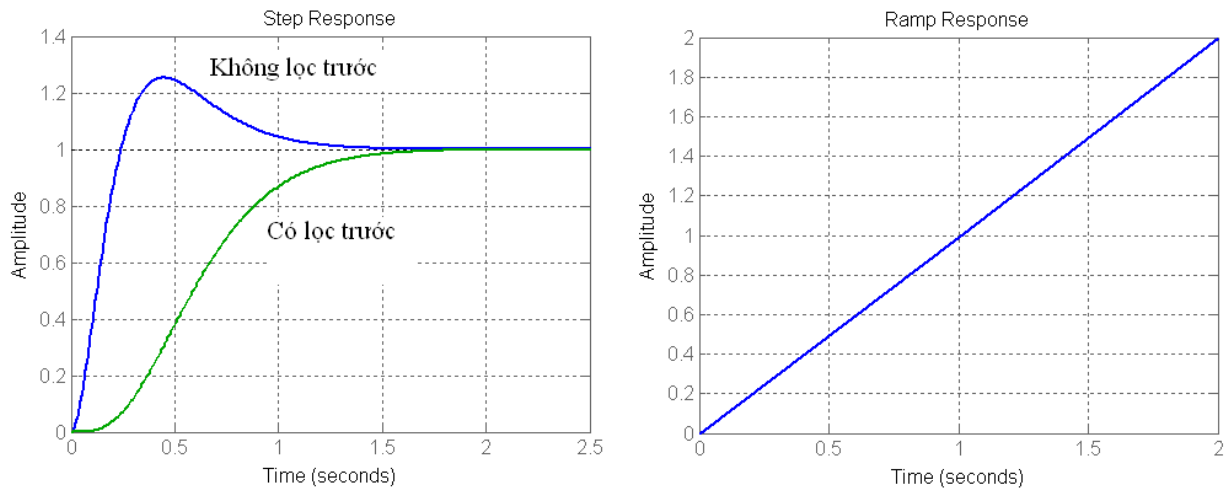
Suy ra $a=6.25$, $K_I= 19.0735$, $K_P= 12.2070$, $K_D= 1.6797$

Hàm truyền hệ kín $\frac{80(1.6797s^2 + 12.207s + 19.0735)}{(s + 6.25)^4}$

Hệ thống có ssxl bằng 0 với hàm nấc và hàm dốc, tuy nhiên đáp ứng với hàm nấc có vọt lố lớn do zero, để giảm vọt lố, nếu tín hiệu vào là hàm nấc ta thêm khâu lọc

trước hàm truyền $\frac{1}{1 + \frac{K_P}{K_I}s + \frac{K_D}{K_I}s^2}$, nếu tín hiệu vào là hàm dốc ta không dùng lọc trước

trước



Hình 6.25 Đáp ứng Ví dụ 6.8

6.2.6 Thiết kế dùng tiêu chuẩn ITAE

Ta tìm đa thức mẫu số của hàm truyền hệ kín, sau đó cân bằng với đa thức theo chuẩn ITAE để tính các hệ số PID

Ví dụ 6.9: xét đối tượng $\frac{1}{s(s+1)(s+5)} = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 5s}$, hàm truyền hệ kín

$$\frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s^4 + 6s^3 + (5 + K_D)s^2 + K_P s + K_I},$$

Tham khảo Bảng 5.3, mẫu số hàm chuẩn là

$$s^4 + 1.953\omega_n s^3 + 3.347\omega_n^2 s^2 + 2.648\omega_n^3 s + \omega_n^4$$

$$6 = 1.953\omega_n, \quad 5 + K_D = 3.347\omega_n^2, \quad K_P = 2.648\omega_n^3, \quad K_I = \omega_n^4$$

$$\omega_n = 3.0722, \quad K_D = 26.5904, \quad K_P = 76.7832, \quad K_I = 89.0836,$$

$$K_D/K_I = 0.2985, \quad K_P/K_I = 0.8619$$

Tham khảo Bảng 5.4, mẫu số hàm chuẩn là

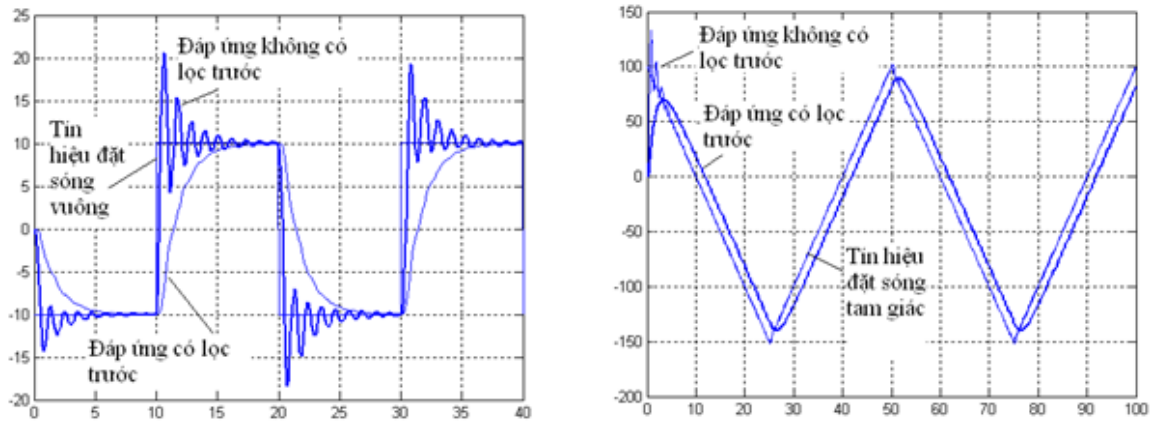
$$s^4 + 2.41\omega_n s^3 + 4.93\omega_n^2 s^2 + 5.14\omega_n^3 s + \omega_n^4$$

$$6 = 2.41\omega_n, \quad 5 + K_D = 4.93\omega_n^2, \quad K_P = 5.14\omega_n^3, \quad K_I = \omega_n^4$$

$$\omega_n = 2.8037, \quad K_D = 33.7534, \quad K_P = 113.2812, \quad K_I = 61.7911,$$

$$K_D/K_I = 0.5463, \quad K_P/K_I = 1.8333.$$

Mô phỏng hệ thống trình bày ở Hình 6. 26 cho thấy đáp ứng rất tốt nhưng có độ trễ so với tín hiệu vào hàm dốc và thời gian xác lập tăng lên do ảnh hưởng của bộ lọc trước.



Hình 6.26 Điều khiển PID theo ITAE Ví dụ 6.9

6.2.7 Phương pháp Ziegler Nichols

Phương pháp ZN (J. G. Ziegler and N. B. Nichols: Optimum Settings for Automatic Controllers, Trans. ASME, Vol. 64, 1942) giúp chọn các thông số PID nhanh chóng dựa vào bảng tra, đặc điểm của phương pháp là đáp ứng có vọt lố cao. Có hai phương pháp là phương pháp vòng hở và phương pháp vòng kín.

a/ Phương pháp vòng hở (pp ZN thứ nhất)

Phương pháp này dùng cho đối tượng ổn định, không chứa khâu tích phân, có trì hoãn $\frac{Ke^{-Ls}}{1+Ts}$ (ví dụ lò nhiệt) hay đáp ứng nấc vòng hở có dạng chữ S (ví dụ hàm truyền

bậc ba $\frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)(1+T_3s)}$ hay cao hơn, phương pháp không áp dụng cho hệ bậc hai.

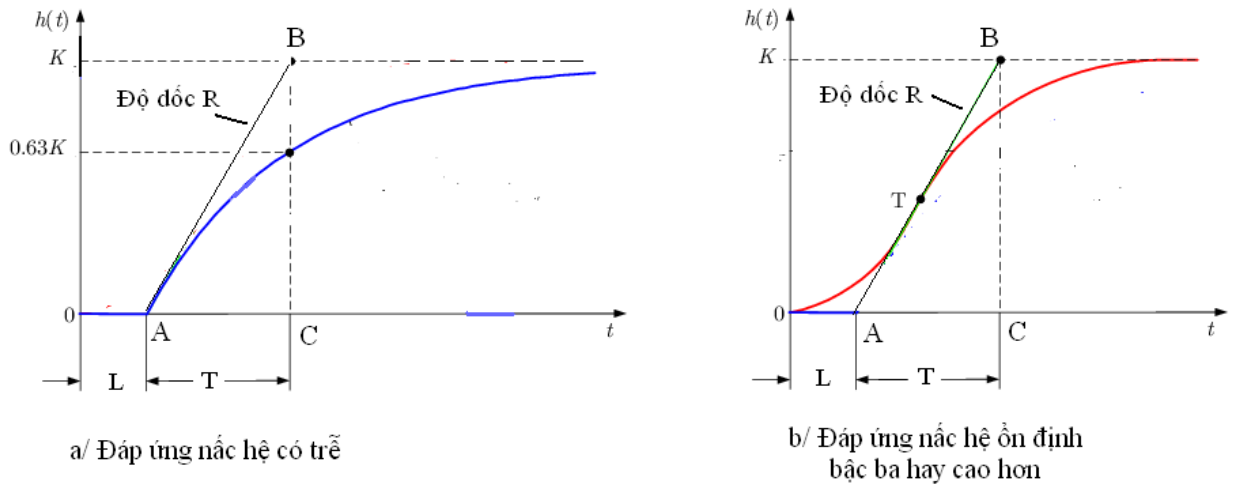
Nguyên tắc của phương pháp là áp dụng tín hiệu hàm nấc biên độ U vào đối tượng vòng hở và ghi lại đáp ứng ra, ví dụ với lò nhiệt ta đóng điện vào lò và ghi nhiệt độ, tín hiệu vào là hàm nấc biên độ 1. Đáp ứng nấc đạt xác lập K sau một thời gian (xem H 6.27)

Từ đường cong đáp ứng nấc ta xác định giá trị xác lập K , biên độ tín hiệu nấc U , thời gian trì hoãn L và thời hằng tương đương T ,

- Với khâu quán tính có trễ L là thời điểm kể từ khi có tín hiệu vào đến khi tín hiệu ra >0 (điểm A), để xác định T ta kẻ tiếp tuyến với đáp ứng tại A, cắt đường ngang K tại B, chiếu xuống trục hoành tại C,

- Với đáp ứng chữ S ta tìm điểm uốn T, kẻ tiếp tuyến từ đó xác định các điểm A, C,

- Tính độ dốc của tiếp tuyến $R=K/T$.



Hình 6.27 Tính thông số từ thực nghiệm

Các giá trị K_P , T_I , T_D được cho trong Bảng 6.2 sau

Luật	K_P	T_I	T_D	K_I	K_D
Điều khiển P	U/LR	∞	0		
Điều khiển PI	$0.9 U/LR$	$3.3L$	0	$0.27U/RL^2$	
Điều khiển PID	$1.2 U/LR$	$2L$	$0.5L$	$0.6U/RL^2$	$0.6 U/R$

Bảng 6.2 Thông số điều khiển PID dùng tiêu chuẩn Zigler Nichols

Với đối tượng $\frac{Ke^{-Ls}}{1+Ts}$ bộ điều khiển PI là $\frac{0.9T}{KL} + \frac{0.27T}{KL^2s} = \frac{0.9T}{KL} \left(\frac{s + \frac{3}{10L}}{s} \right)$ và bộ điều khiển PID là $\frac{1.2T}{KL} + \frac{0.6T}{KL^2s} + \frac{0.6Ts}{K} = \frac{0.6T}{K} \frac{(s + \frac{1}{L})^2}{s}$.

Ta thử mô phỏng với giá trị $K=250$, $L=5s$, $T=20s$, tín hiệu đặt là 100°C từ 0 đến 80s sau đó là 80°C , khâu bão hòa có hai mức 0 và 1

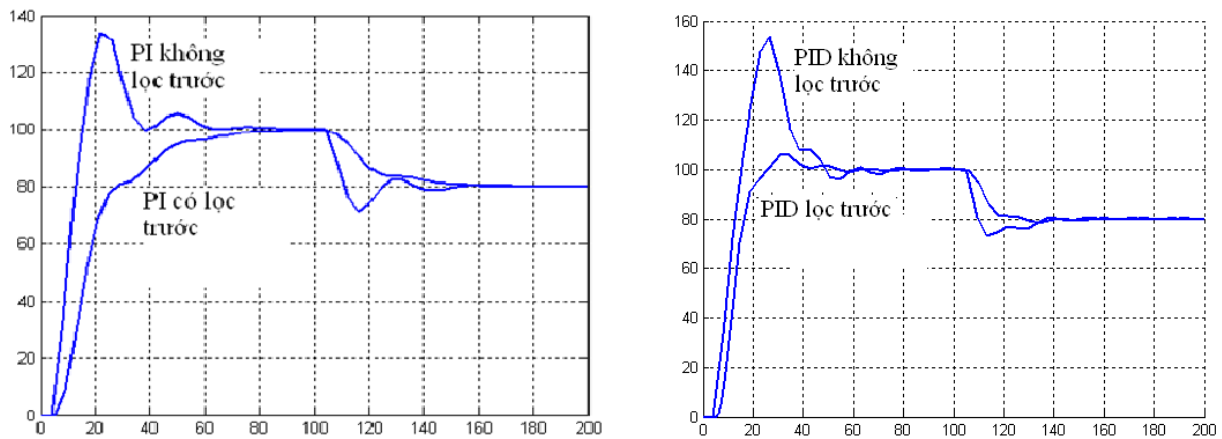
Tra bảng được thông số khâu PI: $K_P=0.0144$, $K_I = 8.6400e-04/s$, và thông số khâu PID: $K_P=0.0192$, $K_I = 0.0019/s$, $K_D = 0.0480s$

Mô phỏng PI dùng Simulink khi không có khâu lọc trước vọt lố là 30%, không chấp nhận được, ta thêm bộ lọc trước thấp qua $\frac{1}{1+sT_I}$ thì vọt lố được loại bỏ

Bây giờ điều khiển PID khi không có khâu lọc trước vọt lố là 50%, không chấp nhận được, ta thêm bộ lọc trước thấp qua $\frac{1}{1+sT_I+s^2T_IT_D}$ thì vọt lố được giảm còn

6%

Kết luận là phương pháp ZN cho vọt lố khá lớn nên khi dùng ta phải thêm bộ lọc trước, phương pháp ZN có ưu điểm là giúp chọn thông số PID dễ dàng.



Hình 6.28 Điều khiển nhiệt độ dùng ZN

b/ Phương pháp vòng kín (pp ZN thứ hai)

Phương pháp này sử dụng với hệ có trì hoãn hay hàm truyền bậc ba hay cao hơn có thể mất ổn định, hệ thống được điều khiển vòng kín với khâu tỷ lệ, tăng K_p đến khi hệ thống ở biên giới ổn định, tín hiệu ngõ ra bắt đầu dao động quanh giá trị đặt, ta ghi nhận giá trị K_{pt} tới hạn K_{cr} và chu kỳ dao động tới hạn T_{cr} , sau đó tính các giá trị thông số PID theo Bảng 6.3. Nếu hệ thống không dao động phương pháp không dùng được. Khi sử dụng thực tế cần cẩn thận vì dao động có thể gây hư hỏng thiết bị.

Luật	K_p	T_I	T_D	K_I	K_D
Điều khiển P	$0.5 K_{cr}$	∞	0		
Điều khiển PI	$0.45 K_{cr}$	$T_{cr}/1.2$	0	$0.54 K_{cr}/T_{cr}$	
Điều khiển PID	$0.6 K_{cr}$	$0.5 T_{cr}$	$T_{cr}/4$	$1.2 K_{cr}/T_{cr}$	$0.75 K_{cr} T_{cr}$

Bảng 6.3 Thông số điều khiển PID dùng tiêu chuẩn Ziegler Nichols vòng kín

Nhiều nghiên cứu sau này bổ sung bảng giá trị cho đáp ứng ít vọt lố hơn (Rule-Based Autotuning Based on Frequency Domain Identification," Anthony S. McCormack and Keith R. Godfrey, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol 6 no 1, January 1998)

Luật	K_p	T_I	T_D
Ziegler-Nichols	$0.6 K_{cr}$	$0.5 T_{cr}$	$0.125 T_{cr}$
Pessen Integral Rule	$0.7 K_{cr}$	$0.4 T_{cr}$	$0.15 T_{cr}$
Ít vọt lố	$0.33 K_{cr}$	$0.5 T_{cr}$	$0.33 T_{cr}$
Không vọt lố	$0.2 K_{cr}$	$0.5 T_{cr}$	$0.33 T_{cr}$

Bảng 6.4 Thông số PID qui luật khác

Ví dụ 6.10: Cho đối tượng $\frac{50}{(1+s)(1+3s)(1+10s)} = \frac{50}{30s^3 + 43s^2 + 14s + 1}$, ta dùng tiêu chuẩn Routh để tìm $K_{cr}=572/1500=0.3813$, $T_{cr}=9.1976s$, với PI, $K_P=0.1716$, $K_I=0.54 K_{cr}/T_{cr}=0.0224s$, với PID $K_P=0.2288$, $K_I=0.0498$, $K_D=0.2630$ (Thông số 1), dùng Bảng 6.4 hàng cuối $K_P=0.07626$, $K_I=0.0166$, $K_D=0.2315$ (Thông số 2) ta thấy kết quả với Thông số 2 tốt hơn (Hình 6.29)

Ví dụ 6.11: Xét đối tượng $\frac{1}{s(s+1)(s+5)}$, ta tính được $K_{cr}=30$, $T_{cr}=2.8099$. Dựa vào bảng 6.3 khối PID có hàm truyền

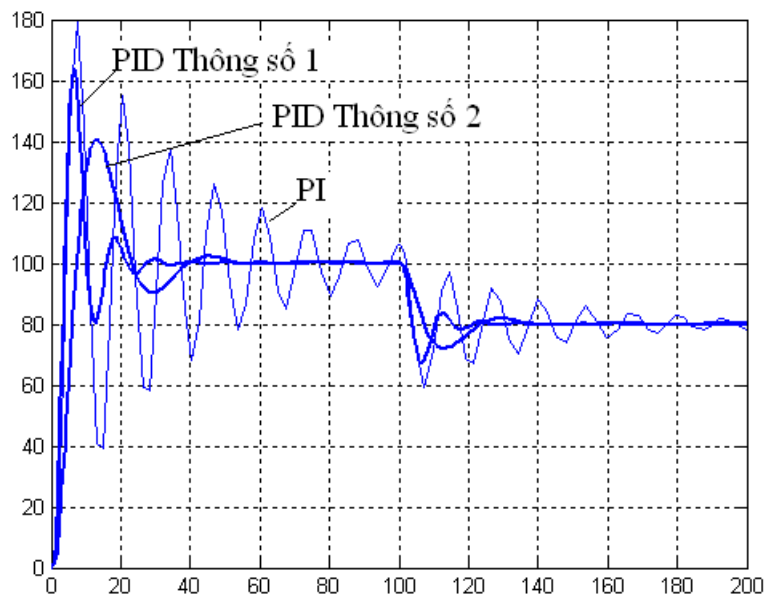
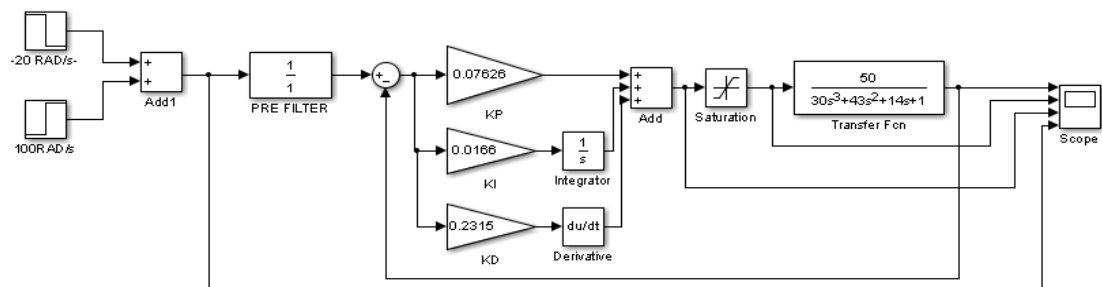
$$18\left(1 + \frac{1}{1.405s} + 0.35124s\right) = \frac{6.3223(s + 1.4235)^2}{s},$$

Hàm truyền kín là

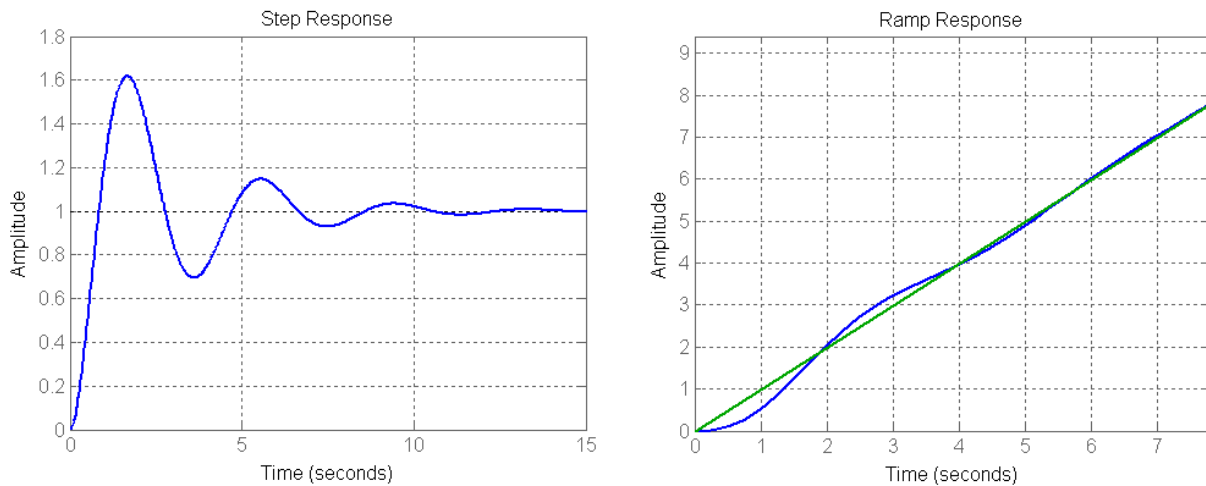
$$\frac{6.3223.s^2 + 18s + 12.811}{s^4 + 6s^3 + 11.3223s^2 + 18s + 12.811},$$

Sai số xác lập với hàm nấc và hàm dốc là 0, ta vẽ đáp ứng dùng Matlab. Kết quả (Hình 6.30) cho thấy vọt lố khá lớn khoảng 60%

Các ví dụ trên cho thấy phương pháp ZN cho vọt lố khá lớn cần có hiệu chỉnh khi sử dụng.



Hình 6.29 Kết quả mô phỏng Ví dụ 6.10 với các bộ thông số khác nhau



Hình 6.30 Kết quả mô phỏng Ví dụ 6.11

6.2.8 Thiết kế PID dùng Matlab

a/ Dùng m file

Matlab có các hàm `pidstd`, `pidtune` giúp thiết kế khối PID rất dễ dàng

`C=pidstd(Kp,Ti,Td,N)` tạo khối PID có dạng $C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{(T_d / N)s + 1} \right)$

`C=pidstd(Kp)` tạo khối điều khiển tỷ lệ

`C= pidstd(Kp,Ti)` tạo khối điều khiển PI

`C=pidstd(Kp,Ti,Td)` tạo khối điều khiển PID với $N=\infty$

`C = pidtune(G,TYPE)` thiết kế bộ điều khiển PID cho đối tượng có hàm truyền G . Thông số Type chọn như sau:

TYPE cho biết loại điều khiển, 'P': tỷ lệ, 'I': tích phân, 'PI':PI, 'PD': PD, 'PDF':PD với bộ lọc, 'PID': PID, 'PIDF' PID với bộ lọc

`C = pidtune(G,C0)`: thiết kế bộ điều khiển PID theo mẫu của khối PID C0

`C = pidtune(G,TYPE,WC)`: thiết kế bộ điều khiển PID sao cho tần số cắt biên là WC

`Options = pidtuneOptions('PhaseMargin',60)`: chọn dự trữ pha là 60°

`C = pidtune(G,..., Options)`: thiết kế PID để đạt dự trữ pha trong Options

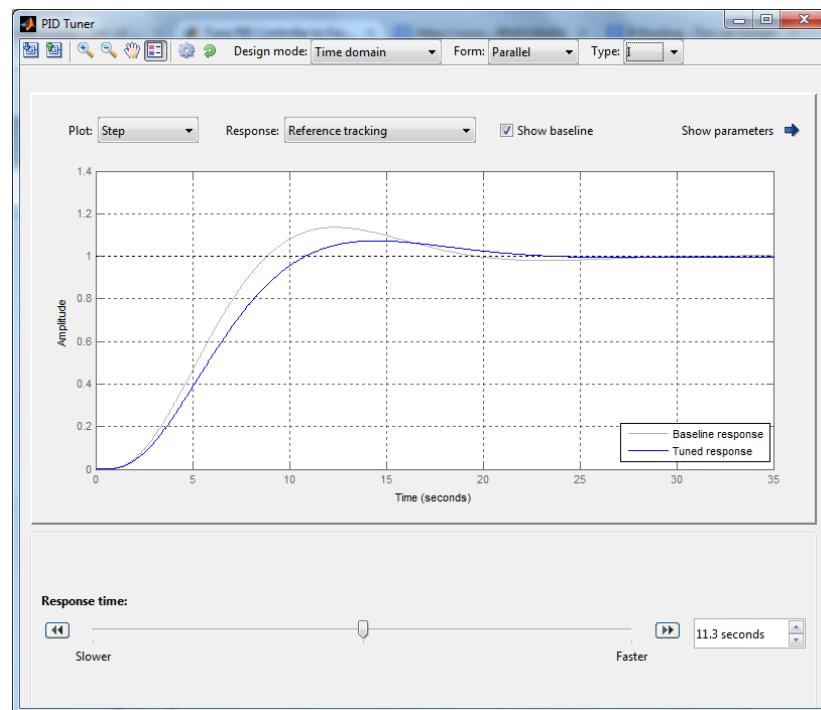
Sau khi đã thiết kế bộ điều khiển ta dùng hàm `pidtool(G,C)` để chỉnh tinh

Ví dụ 6.12:Thiết kế dùng pidtune

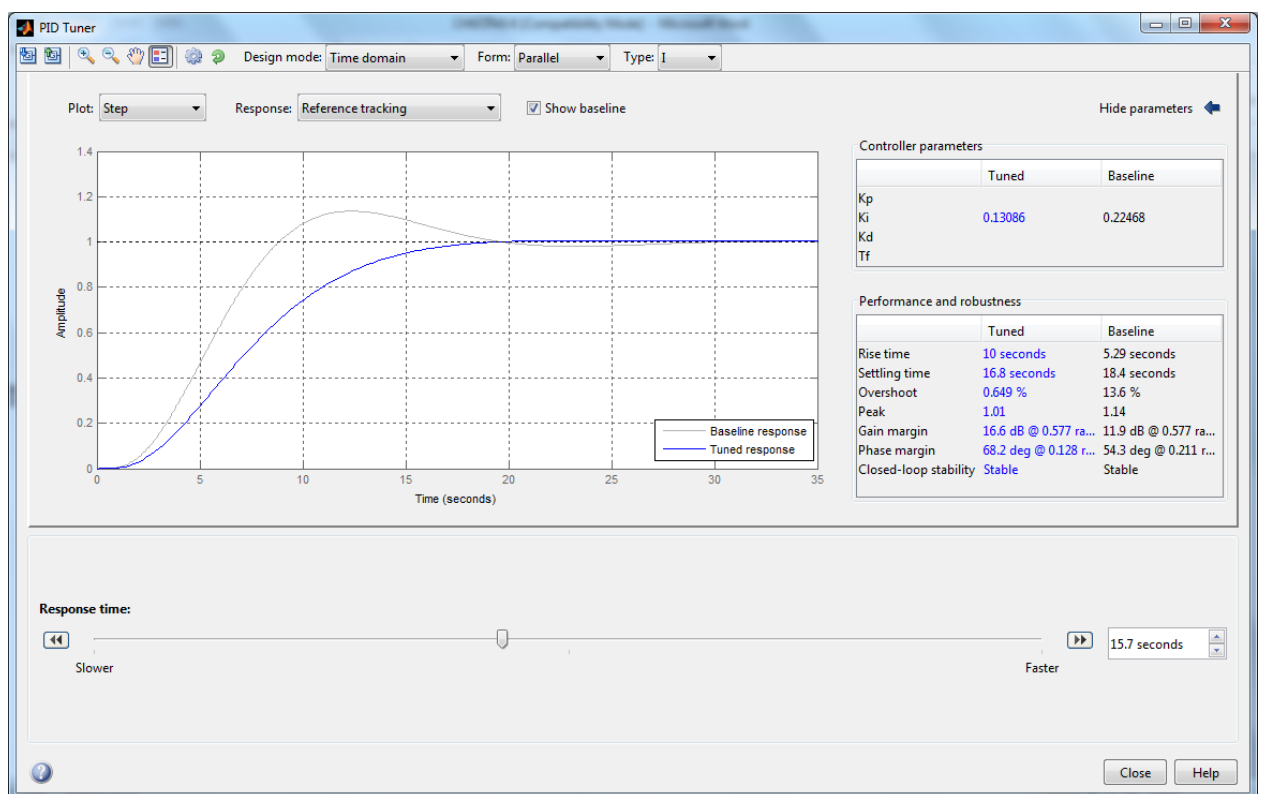
```
G = tf(1,[1 3 3 1]);
% Design PID with 45 degrees of phase margin
Options = pidtuneOptions('PhaseMargin',45);
[C info] = pidtune(G,'pid',Options)
C =
      1
Ki * ---
      s
with Ki = 0.225
Continuous-time I-only controller.
info =
```

THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC

Stable: 1
 CrossoverFrequency: 0.2105
 PhaseMargin: 54.3341
 pidtool(G,C)



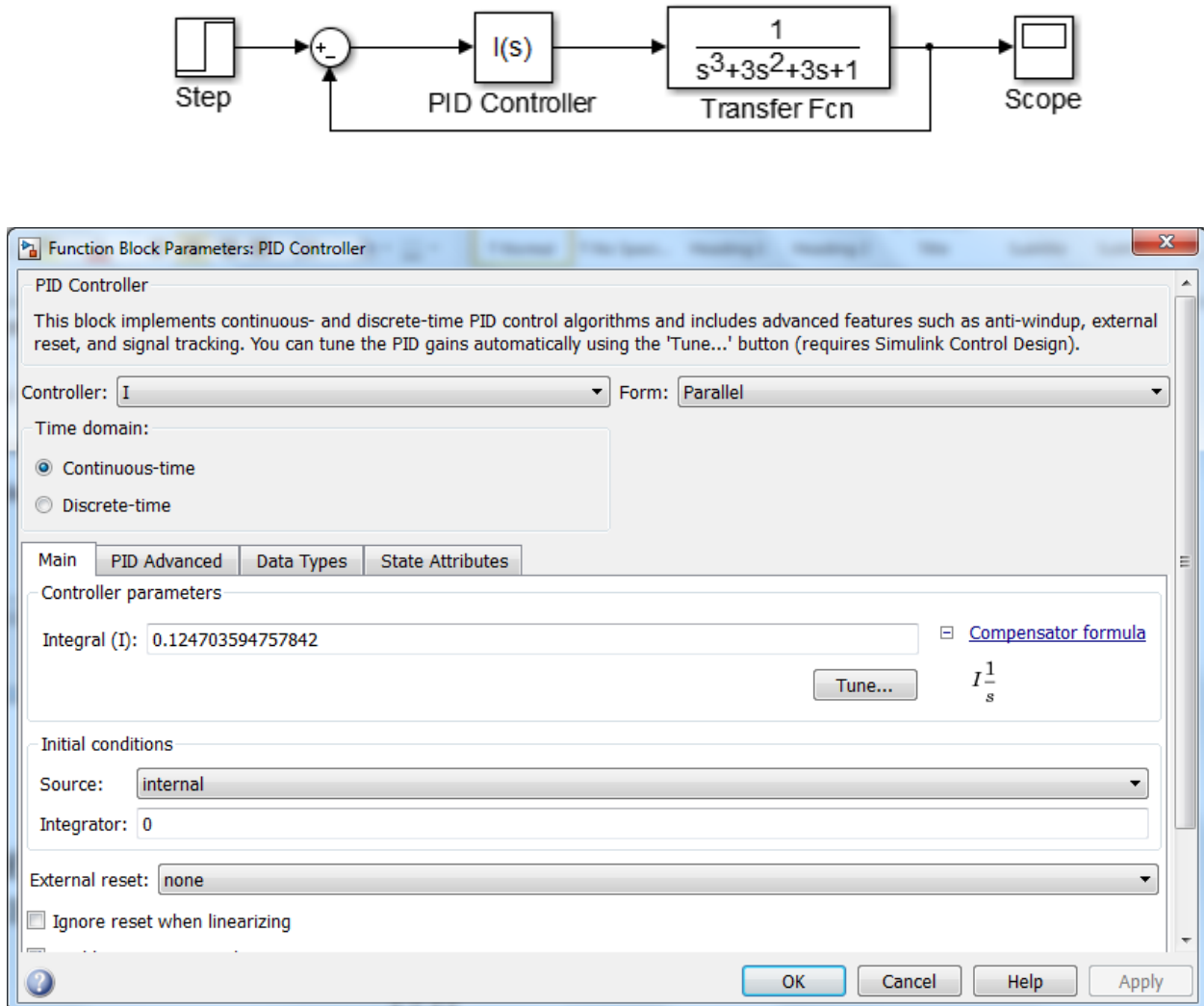
Hình 6.31 Giao diện PIDTOOL



Hình 6.32 Giao diện PIDTOOL Ví dụ 6.12

b/ Dùng simulink

Ta vẽ sơ đồ trong simulink, sau đó bấm chuột kép vào khối PID để mở cửa sổ chỉnh thông số PID (xem Hình 6.33)

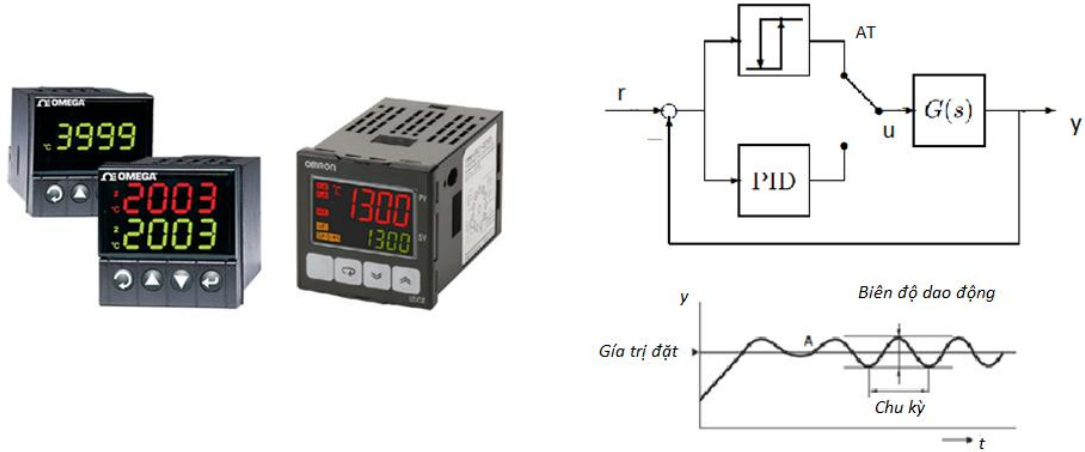


Hình 6.33 PID Tuning dùng Simulink

6.2.9 Các bộ điều khiển PID công nghiệp

Trong công nghiệp thường sử dụng các bộ điều khiển PID dùng vi điều khiển có cài đặt PID tuning, dùng được cho nhiều loại đối tượng, có khả năng giao tiếp truyền thông, dễ sử dụng (Hình 6.34).

Lấy ví dụ bộ điều khiển nhiệt độ PID của hãng OMRON, có chế độ đặt thông số PID bằng tay hay tự động (Auto Tuning). Hệ kín với bộ điều khiển và đối tượng điều khiển nhiệt độ được đưa vào chế độ dao động dùng điều khiển relay có trễ, sau đó chu kỳ và biên độ dao động được ghi nhận để tính thông số PID. Biết biên độ dao động y và biên độ tín hiệu u (hình chữ nhật) ta suy ra độ lợi tới hạn $K_{cr}=4u/\pi y$. Sử dụng bảng 6.3, 6.4 (hay bảng khác tùy hãng), chương trình sẽ tính toán các thông số PID. Sau khi tính toán xong bộ PID được sử dụng.



Hình 6.34 Một số bộ điều khiển PID công nghiệp và AutoTuning

6.3 ĐIỀU KHIỂN SỚM TRỄ PHA

Bộ điều khiển sớm- trễ pha là bộ điều khiển cổ điển thường hay sử dụng trong các thiết kế cũ, có hàm truyền (6.6)

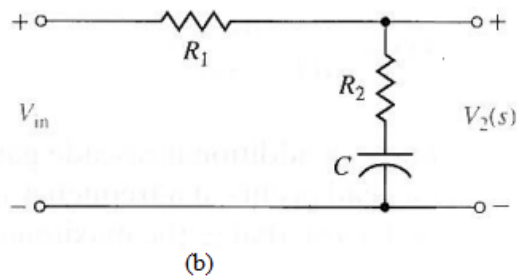
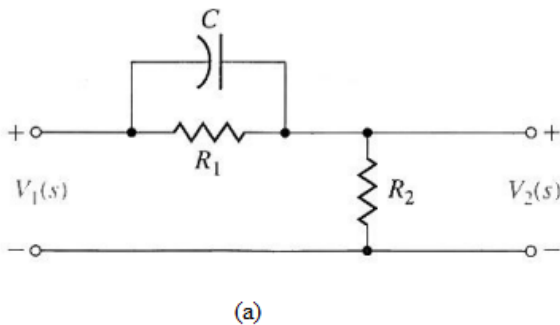
$$G_C(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts},$$

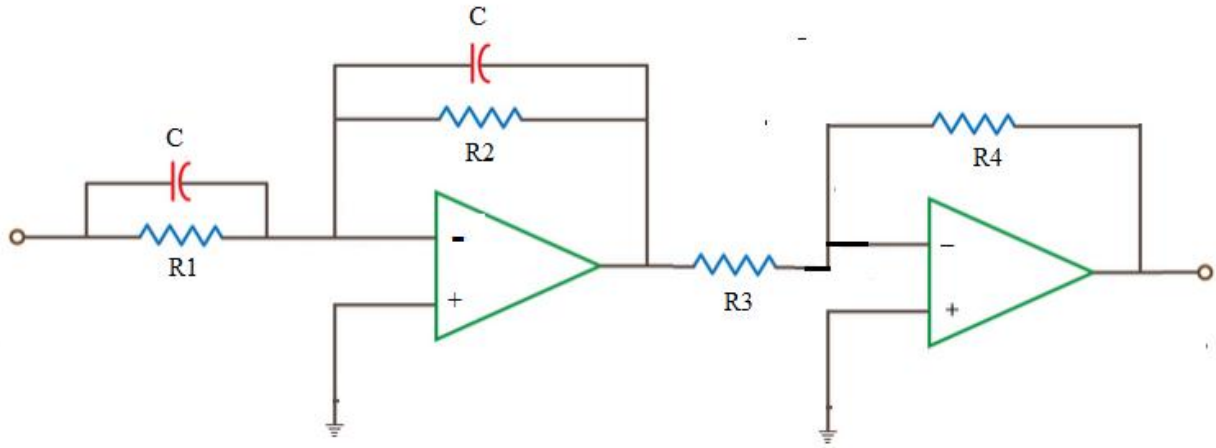
$$G_C(j\omega) = \frac{\sqrt{1 + a^2 T^2 \omega^2}}{\sqrt{1 + T^2 \omega^2}} \angle \text{atan} \left(\frac{(a-1)T\omega}{1 + aT^2 \omega^2} \right) \quad (6.6)$$

Nếu $a > 1$, $\angle G_C(j\omega) > 0$ ta có bộ điều khiển sớm pha (phase lead) vì tín hiệu ra sớm pha hơn tín hiệu vào.

Zero của khâu sớm pha nằm gần gốc hơn cực.

Nếu $a < 1$, $\angle G_C(j\omega) < 0$ ta có bộ điều khiển trễ pha (phase lag) vì tín hiệu ra trễ pha hơn tín hiệu vào, bộ điều khiển trễ pha là lọc thấp qua vì suất giảm khi tần số tăng. Zero của khâu trễ pha nằm xa gốc hơn cực.





(c)

Hình 6.35 Các sơ đồ khâu sớm pha, trễ pha

Sơ đồ Hình 6.35a là khâu sớm pha có hàm truyền

$$G_C(s) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1 + sCR_1}{1 + sC(R_1 \parallel R_2)}, \quad (6.7)$$

sơ đồ (b) là khâu trễ pha có hàm truyền

$$G_C(s) = \frac{1 + sCR_2}{1 + sC(R_1 + R_2)}, \quad (6.8)$$

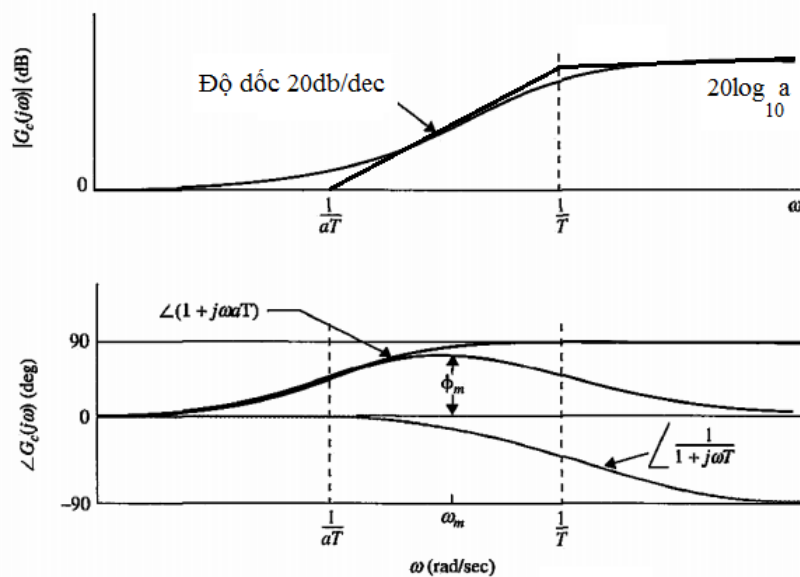
sơ đồ (c) có hàm truyền ,

$$G_C(s) = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} \frac{1 + sCR_1}{1 + sCR_2} = K_C \frac{s + z_c}{s + p_c}, \quad (6.9)$$

$$z_c = \frac{1}{CR_1}, p_c = \frac{1}{CR_2}, K_C = \frac{R_4}{R_3}, a = \frac{R_1}{R_2}$$

nếu $R_1 > R_2$ ta có khâu sớm pha, ngược lại là khâu trễ pha

Giản đồ Bode khâu sớm pha trình bày ở Hình 6.36

**Hình 6.36** Giản đồ Bode khâu sớm pha

Suất khâu sớm pha đi từ 0db đến $20\log_{10}a$ db, hai tần số góc là $1/aT$ và $1/T$, pha dương có cực đại ở tần số ω_m và có giá trị ϕ_m . Góc pha là

$$\phi = \angle \text{atan} \left(\frac{(a-1)T\omega}{1+aT^2\omega^2} \right)$$

Lấy đạo hàm biểu thức trong ngoặc của atan ta nhận thấy đạo hàm bằng 0 ở tần số trung bình nhân hai tần số góc

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}} \quad (6.10)$$

và góc pha tương ứng là $\phi_m = \text{atan} \left(\frac{a-1}{2\sqrt{a}} \right)$ (6.11)

$$\text{tg}(\phi_m) = \frac{a-1}{2\sqrt{a}} \text{ suy ra } \sin(\phi_m) = \frac{a-1}{a+1} \text{ và}$$

$$\phi_m = \text{asin} \left(\frac{a-1}{a+1} \right) \quad (6.12)$$

$$a = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

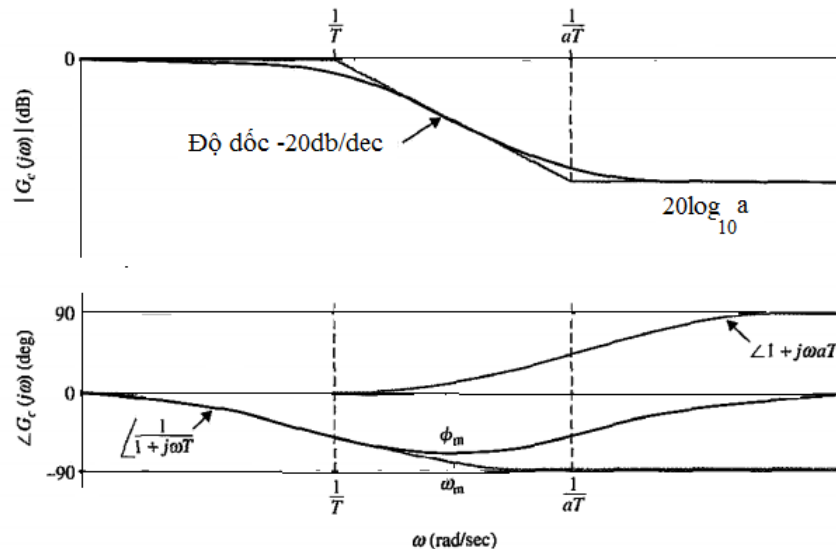
Suất tại ω_m là \sqrt{a} hay $10\log a$ db. Góc ϕ_m tối đa khoảng 65° .

Khâu hiệu chỉnh sớm pha cung cấp một cực và zero cho hàm truyền vòng hở, zero ở gần gốc hơn cực, không ảnh hưởng đến sai số xác lập, tăng nhiều ở tần số cao, tăng độ vọt lố, giúp giảm thời gian tăng và thời gian xác lập.

Giản đồ Bode khâu trễ pha trình bày ở Hình 6.37

Các giá trị ω_m , ϕ_m cho ở công thức (6.10,6.11).

Hiệu chỉnh trễ pha cung cấp cực và zero cho hàm truyền vòng hở, cực gần gốc hơn zero, giảm sai số xác lập, tăng thời gian xác lập, tăng độ ổn định của hệ thống.



Hình 6.37 Giản đồ Bode khâu trễ pha

Hiệu chỉnh sớm hay trễ pha đều không triệt tiêu sai số xác lập nên thường dùng với đối tượng có khâu tích phân.

6.3.1 Thiết kế hiệu chỉnh sớm pha

Khâu hiệu chỉnh có dạng (6.9), đối tượng có hàm truyền $G(s)$, ta phải tìm ba thông số K_c, z_c, p_c .

a/ Thiết kế dùng quỹ tích nghiệm

- Bước 1: Dựa vào chỉ tiêu độ vọt lố và thời gian xác lập ta tìm hai cực liên hiệp chủ yếu $p_{1,2}^* = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ của hệ kín, xét cực p_1^* có phần ảo dương ở điểm P .

- Bước 2: Thử dùng điều khiển tỷ lệ, vẽ quỹ tích nghiệm với độ lợi thay đổi xem có đi qua cực mong muốn,

- Bước 3: Nếu cần bổ chính sớm pha, tính góc $\phi = \angle(p_1^* + z_c) - \angle(p_1^* + p_c) > 0$ khâu sớm pha thêm vào theo công thức (tính chất của quỹ tích nghiệm)

$$\phi = -180^\circ + \sum \text{góc từ cực của } G(s) \text{ đến } p_1^* - \sum \text{góc từ zero của } G(s) \text{ đến } p_1^*$$

- Bước 4: Tìm vị trí của zero và cực khâu bổ chính

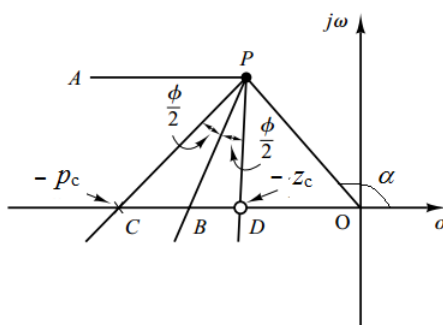
***Phương pháp phân giác:** (Hình 6.38) cực mong muốn ở điểm P , ta vẽ hai đường OP và PA , PA song song trục x , vẽ phân giác PB của góc OPA , vẽ hai đường PC và PD hai bên PB , tạo góc $\phi/2$ so với PB , hai đường này cắt trục x ở hai điểm C là cực và D là zero khâu sớm pha.

Các giá trị OD và OC tính như sau (dùng hàm Matlab)

$$\alpha = \widehat{OPA} = \text{atan2d}(\sqrt{1-\zeta^2}, -\zeta), OP = \omega_n$$

Dùng hệ thức lượng trong tam giác OPC :

$$\frac{OC}{\sin \widehat{CPO}} = \frac{OP}{\sin \widehat{OCP}}, \widehat{CPO} = \frac{\alpha + \phi}{2}, \widehat{OCP} = \frac{\alpha - \phi}{2}$$



Hình 6.38 Phương pháp phân giác

$$\text{Suy ra } p_c = OC = OP \frac{\sin \frac{\alpha + \phi}{2}}{\sin \frac{\alpha - \phi}{2}}$$

Tương tự, dùng hệ thức lượng trong tam giác ODP

$$z_c = OD = OP \frac{\sin \frac{\alpha - \phi}{2}}{\sin \frac{\alpha + \phi}{2}}$$

***Phương pháp chọn trước vị trí zero:**

Có thể đặt zero z_c ngay bên dưới cặp cực mong muốn p_1^* hay ở bên trái hai cực thật đầu tiên hoặc trùng với một cực của G (triệt tiêu một cực của G), từ đó suy ra cực p_c .

- Bước 5: Tính độ lợi ở p_1^* từ đó suy ra K_C ,
- Bước 6: Kiểm tra lại hằng số sai số K_V , nếu không đạt thì tính lại

Ví dụ 6.13 Cho $G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$, tính bộ điều khiển sớm pha sao cho cực chủ yếu tương ứng hệ số đệm $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, tần số $\omega_n = 3\text{rad/sec}$.

Hệ thống hồi tiếp không có khâu bổ chính có hàm truyền là $G_K(s) = \frac{10}{s^2 + s + 10}$, hệ số đệm là 0.1581 và tần số dao động $\omega_n = 3.1623\text{ rad/sec}$, độ vọt lố khá lớn, ta thiết kế bộ điều khiển sớm pha sao cho cực hệ kín ở $p_{1,2}^* = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -2.1213 \pm j2.1213$

Cực của G là 0 và -1, $OP=3$ (từ ω_n), góc từ cực 0 đến p_1^* là $\alpha = \text{atan2d}(2.1213, -2.1213) = 135^\circ$, góc từ cực -1 đến p_1^* là $\text{atan2d}(2.1213, -2.1213+1) = 117.8605^\circ$, ta tính ra góc mà khâu sớm pha đóng góp là $\phi = -180^\circ + 135^\circ + 117.8605^\circ = 72.8605^\circ$

Dùng phương pháp đường phân giác ta tính được

$$p_c = 3 \frac{\sin \frac{135^\circ + 72.8605^\circ}{2}}{\sin \frac{135^\circ - 72.8605^\circ}{2}} = 5.6421$$

$$z_c = 3 \frac{\sin \frac{135^\circ - 72.8605^\circ}{2}}{\sin \frac{135^\circ + 72.8605^\circ}{2}} = 1.5952$$

Hàm truyền vòng thuận $G_c G = \frac{10K_C(s+1.5952)}{s(s+1)(s+5.6421)}$, quỹ tích nghiệm đi qua cực p_1^*

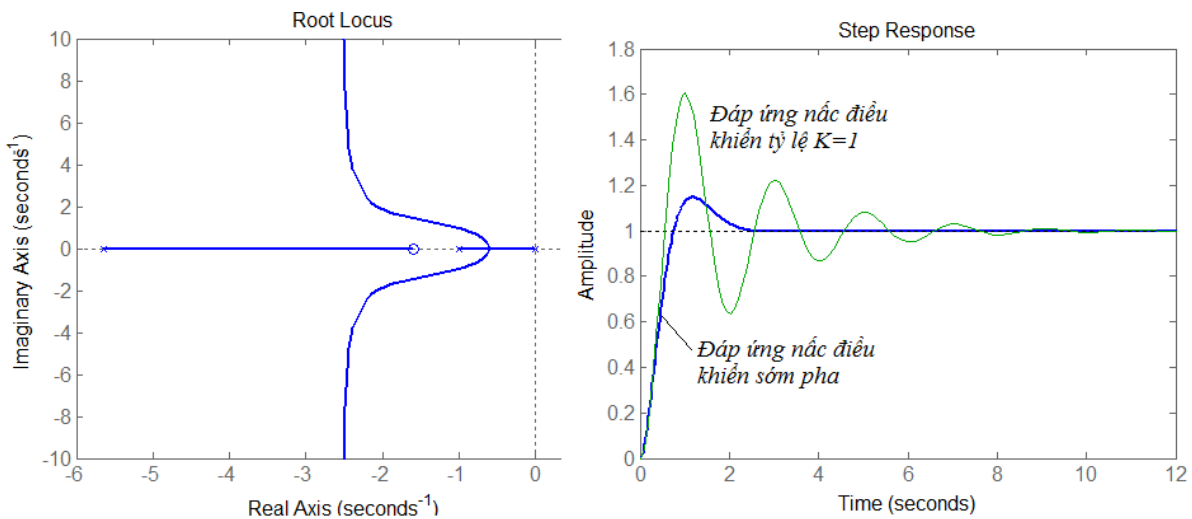
vậy ở điểm này $|G_c G|=1$, suy ra $K_C = \frac{p_1^*(p_1^*+1)(p_1^*+5.6421)}{10(p_1^*+1.5952)} = 1.3538$

Hàm truyền kín $G_K = \frac{13.54s + 21.6}{s^3 + 6.642s^2 + 19.18s + 21.6}$, dùng sơ đồ Hình 6.35c, ta tính được:

$$a = \frac{R_1}{R_2} = 5.4621/1.5952 = 3.4241,$$

chọn $R_2 = 1\text{M}\Omega$, $R_1 = 3.42\text{M}\Omega$, $C = 0.1831\mu\text{F} \approx 0.18\mu\text{F}$

<pre> clc close all zeta=sqrt(2)/2; wn=3; pd=-zeta*wn+j*wn*sqrt(1-zeta*zeta); OP=abs(pd); alpha=angle(pd)*180/pi phi=- 180+(angle(pd)+angle(pd+1))*180/pi pc=OP*sind((alpha+phi)/2)/sind((alpha- phi)/2) zc=OP*sind((alpha- phi)/2)/sind((alpha+phi)/2) </pre>	<pre> s=tf('s'); g=10/(s*(s+1)); g1=(s+zc)*10/(s*(s+1)*(s+pc)); rlocus(g1); g2=1/g1; s=pd; kc=abs(evalfr(g2,pd))% tính kc figure; gk1=feedback(kc*g1,1); step(gk1);% điều khiển sớm pha gk=feedback(g,1); hold step(gk);% điều khiển tỷ lệ </pre>
--	---



Hình 6.39 Ví dụ 6.13

Đáp ứng nấc cho ở Hình 6.39 và Hình 6.40 đường (1)

Đáp ứng thay đổi nếu chọn zero khác đi, giả sử chọn zero ngay dưới cực chủ yếu,

$$z_c = OD = 2.1313, \quad \widehat{OCP} = 90^\circ - 72.8605^\circ = 17.1395^\circ, \quad CD = \frac{PD}{\tan(17.1395^\circ)} = 6.9109$$

$p_c = OC = 2.1313 + 6.9109 = 9.0422$, $K_C = 2.4563$, Đáp ứng nấc cho ở Hình 6.35 đường (2)

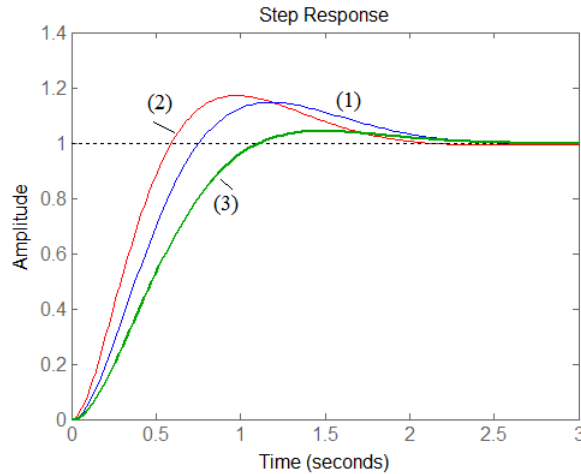
Cách khác: chọn zero triệt tiêu cực -1 của đối tượng, $z_c = OD = 1$, $\widehat{OCP} = 117.8605^\circ - 72.8605^\circ = 45^\circ$, $p_c = OC = 2 \cdot 2.1313 = 4.2626$, $K_C = 0.9042$. Đáp ứng nấc cho ở Hình 6.40 đường (3)

Ta nhận thấy không có sự khác biệt lớn về thời gian xác lập ở ba trường hợp. Vọt lố trường hợp triệt tiêu cực nhỏ hơn hai trường hợp kia.

b/ Thiết kế dùng giản đồ Bode

Hàm truyền khâu sớm pha có dạng (6.7) $G_c(s) = K_c \frac{1 + asT}{1 + sT}$

Ta thực hiện theo các bước sau



Hình 6.40 Đáp ứng nấc Ví dụ 6.13

- Bước 1: Xác định chỉ tiêu thiết kế hằng số sai số, dự trữ pha PM^* , dự trữ suất,
- Bước 2: Tính K_C để đạt chỉ tiêu về hằng số sai số,
- Bước 3: Vẽ biểu đồ Bode của hàm truyền $G_1=K_C G$, tính tần số cắt biên ω_c ở đó $|G_1(j\omega_c)|=0$ và dự trữ pha $PM=\angle G_1(j\omega_c)+180^\circ$, tính độ lệch pha ϕ_m cần thêm vào để đạt chỉ tiêu về dự trữ pha, cộng thêm 5° đến 12° vì khi đưa khâu sớm pha vào, tần số cắt sẽ thay đổi, $\phi_m=PM^*+(5^\circ..12^\circ)-PM$

- Bước 4: Tính a dùng công thức $a = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$

- Bước 5: Khâu sớm pha đưa vào làm tăng tần số cắt biên lên, tính tần số cắt mới ω'_c dùng công thức $|G_1(j\omega'_c)|=1/\sqrt{a}$

- Bước 6: tính giá trị T từ điều kiện $T = \frac{1}{\omega'_c \sqrt{a}}$

- Bước 7: Kiểm tra điều kiện về dự trữ biên GM, nếu không đạt thì trở lại bước 3

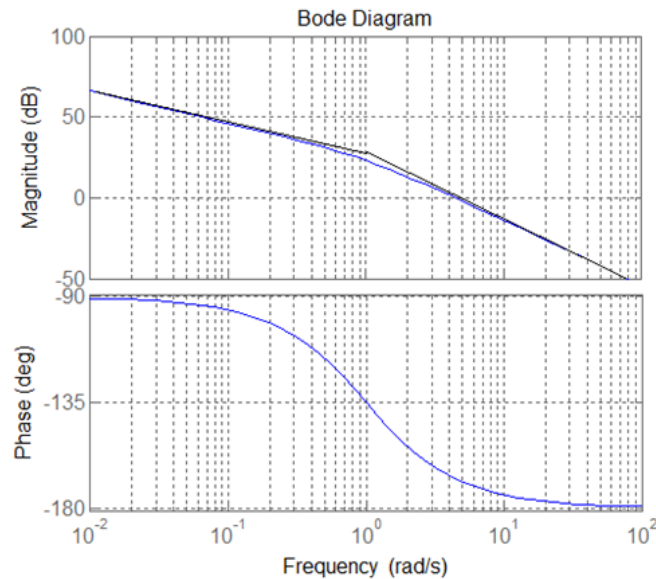
Ví dụ 6.14: Cho $G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$, tính bộ điều khiển sớm pha sao cho $K_v \geq 20/\text{sec}$, $PM^* \geq 50^\circ$, $GM^* \geq 10\text{db}$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_C G = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{10K_C}{s+1} = 10K_C, \text{ chọn } K_C = 2$$

Vẽ biểu đồ Bode của $G_1(j\omega) = \frac{20}{j\omega(j\omega+1)}$, **biểu đồ Bode biên** gồm hai đoạn độ dốc -20db/dec đi qua điểm $(0.1\text{rad/s}, 46.0206\text{db})$ và $(1\text{ rad/s}, 26.0206\text{db})$, đoạn thứ hai độ dốc -40db/dec đi qua điểm $(1\text{rad/s}, 26.0206\text{db})$ và $(10\text{ rad/s}, -13.9794\text{db})$, **biểu đồ Bode pha** đi từ -90° đến -180° , tần số cắt biên là ω_c ,

Giải phương trình $20 = \omega_c \sqrt{1 + \omega_c^2}$ ta tính được $\omega_c = 4.4165 \text{ rad/s}$, $\text{PM} = 180^\circ - 90^\circ - \arctan(\omega_c) = 90^\circ - 77.2420^\circ = 12.7580^\circ$

Vậy góc pha phải bù là $\phi_m = 50^\circ - 12.7580^\circ + 10^\circ = 47.242^\circ$



Hình 6.41 Biểu đồ Bode Ví dụ 6.14

Tính $a = \frac{1 + \sin(47.242)}{1 - \sin(47.242)} = 6.5252$

Tính tần số cắt mới $20 = \omega'_c \sqrt{1 + \omega'^2_c} / \sqrt{6.5252}$ hay $\omega'^4_c + \omega'^2_c - 2610.1 = 0$, giải phương trình $\omega'_c = 7.1059 \text{ rad/s}$

Tính $T = \frac{1}{\omega'_c \sqrt{a}} = 0.0551 \text{ sec}$

Hàm truyền bộ hiệu chỉnh $G_c(s) = 2 \frac{1 + 0.3595s}{1 + 0.0551s}$

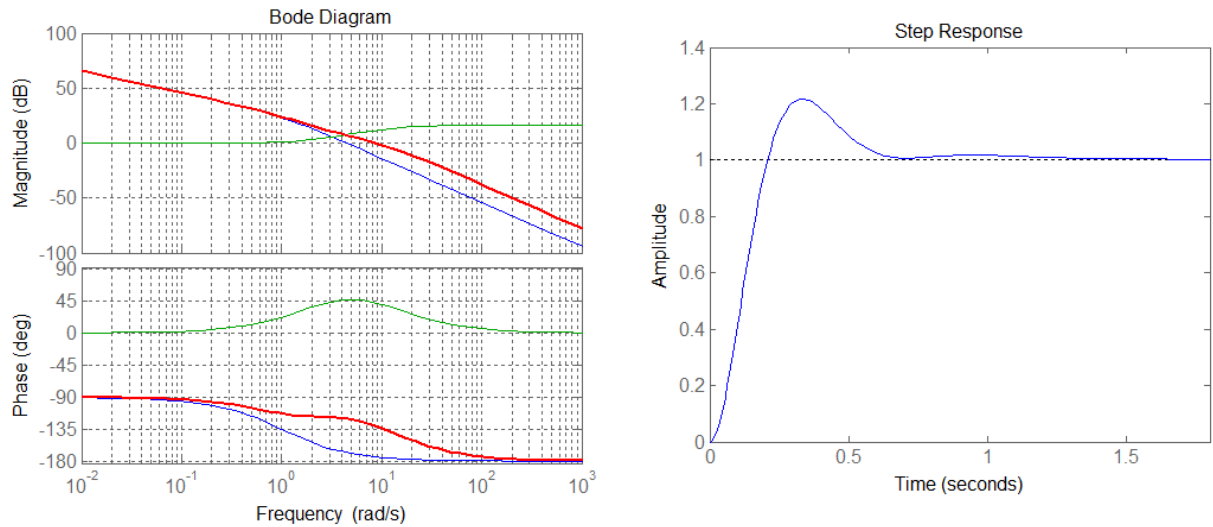
Biểu đồ Bode của G_1 , $G_2/2$ và $G_c G$ được trình bày ở Hình 6.42 $\text{PM} = 55.2380^\circ$, $\omega_c = 7.1169 \text{ rad/s}$.

6.3.2 Thiết kế hiệu chỉnh trễ pha

Hiệu chỉnh trễ pha dùng để giảm sai số xác lập với hàm dốc mà không ảnh hưởng đến đáp ứng quá độ nhờ đặc tính độ lợi cao ở tần số thấp còn đặc tính trễ pha của khâu hiệu chỉnh không sử dụng, ta đặt cực và zero khâu trễ pha gần nhau và gần gốc, như vậy cực hệ kín sẽ không thay đổi nhiều so với khi không có khâu trễ pha, điều kiện áp dụng là đặc tính quá độ hệ kín không có khâu trễ pha đã thỏa mãn yêu cầu và ta chỉ thêm khâu trễ pha để giảm sai số xác lập. Nếu hệ kín chưa bổ chính có đáp ứng quá độ chưa tốt có thể thêm điều khiển tỷ lệ để chỉnh cực chủ yếu. Khâu trễ pha giảm được sai số xác lập là nhờ có độ lợi cao ở tần số thấp. Tuy nhiên phương pháp bổ

THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC

chính này sẽ làm cho hàm truyền hệ kín có thêm một cực và zero rất gần gốc, làm cho đáp ứng nấc sẽ có một đuôi dài, kéo dài thời gian xác lập và tăng vọt lớn.



```
clc
close all
hold on
kvd=20;
pmd=50;
b0=10;a0=1
s=tf('s');
g=b0/(s*(s+a0));
kc=kvd/10
g1=kc*g;
bode(g1)
[gm,pm,wcp,wcg]=margin(g1)
phim=pmd +10-pm;
```

```
A=(1+sind(phim))/(1-sind(phim))
p=[1 a0^2 -a*b0^2]
var=roots(p)
wcn=sqrt(var(2))
T=1/wcn/sqrt(a)
gc=(1+a*T*s)/(1+T*s);
[gm,pm,wcp,wcg]=margin(g1*gc)
bode(gc)
bode(g1*gc)
grid on
gk=feedback(g1*gc,1)
figure
step(gk)
```

Hình 6.42 Chương trình, biểu đồ Bode và đáp ứng nấc Ví dụ 6.14

a/ Thiết kế dùng quỹ tích nghiệm

Hàm truyền khâu hiệu chỉnh có dạng (6.9) $G_c = K_c \frac{s+1/\beta T}{s+1/T} = K_c \frac{s+z_c}{s+p_c}$, $\beta < 1$, K_c

=1

Các bước thiết kế như sau:

- Bước 1: xác định chỉ tiêu hằng số sai số vận tốc K_v^* ,
- Bước 2: Vẽ quỹ tích nghiệm của $G(s)$, xác định cặp cực chủ yếu của hệ kín chưa bỏ chỉnh, nếu có yêu cầu phải điều chỉnh thì ta thêm vào khâu tỷ lệ K_p , tính K_p để đặt cực chủ yếu ở vị trí này, thay hàm truyền $G(s)$ bằng $K_p G(s)$ và gọi là $G(s)$ trong bước sau
- Bước 3: Tính $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$ = của hệ thống kín chưa hiệu chỉnh,
- Bước 4: $K'_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_c G(s) = K_c \beta K_v$, Chọn $\beta = K_v / K_v^*$, $K_c = 1$
- Bước 5: Chọn zero của khâu trễ pha gần gốc 0 và ở bên phải cực chủ yếu, để

giảm độ lệch pha gây ra bởi khâu hiệu chỉnh, nghĩa là z_c rất nhỏ, như vậy cực chủ yếu của hệ kín sẽ thay đổi rất ít

- Bước 6: Tính cực $p_c = 1/T = \beta z_c$.

Ví dụ 6.15: Đối tượng có hàm truyền $G(s) = \frac{1}{s(s+20)}$, thiết kế bộ điều khiển trễ pha để hệ kín có hệ số đệm 0.707 và sai số với hàm dốc đơn vị là 0.05

Đầu tiên ta xét hệ kín chưa bổ chính, cực nằm trên đường thẳng đứng qua điểm $x = -10$, phương trình đặc tính có hai nghiệm -19.9499 và -0.0501 , ta thêm vào khâu tỷ lệ K_p , lúc này hệ số đệm là $\zeta = 10/\sqrt{K_p} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $K_p = 100/\zeta^2 = 200$,

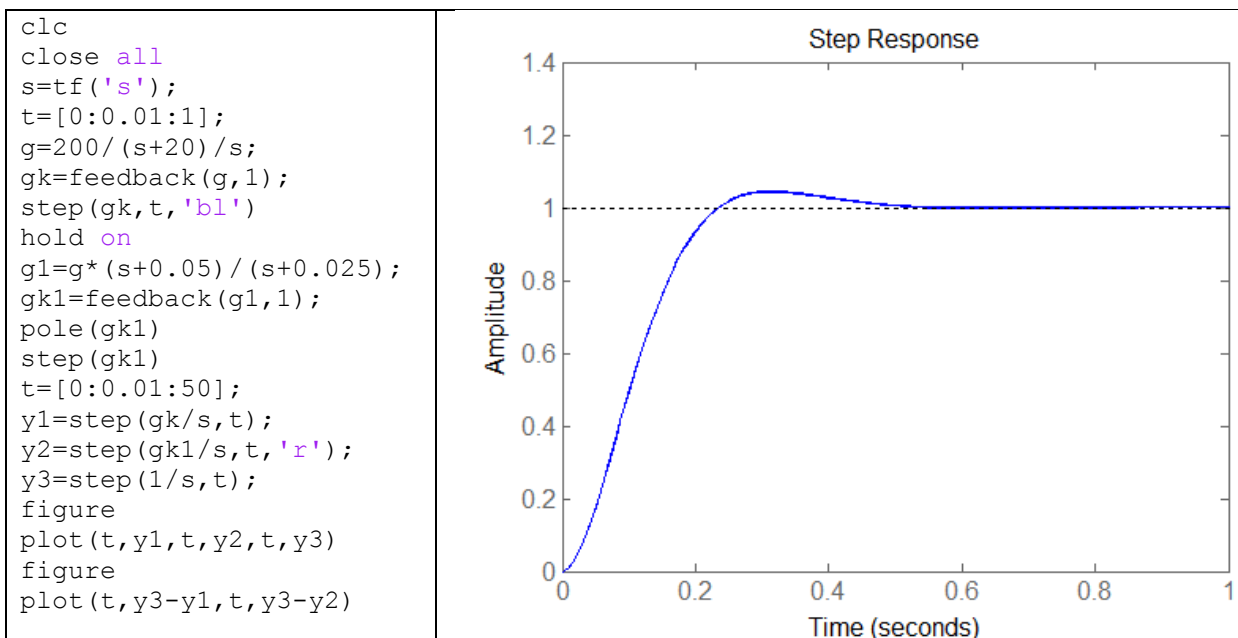
Đặt $G(s) = \frac{200}{s(s+20)}$. hai cực hệ kín là $-10 \pm j10$

$K_v = 10$, sai số xác lập mong muốn với hàm dốc là 5% tương ứng $K_v^* = 20$, vậy ta chọn $\beta = 0.5$, chọn $z_c \ll 1$, $z_c = 0.05$, $p_c = 0.05 * 0.5 = 0.025$

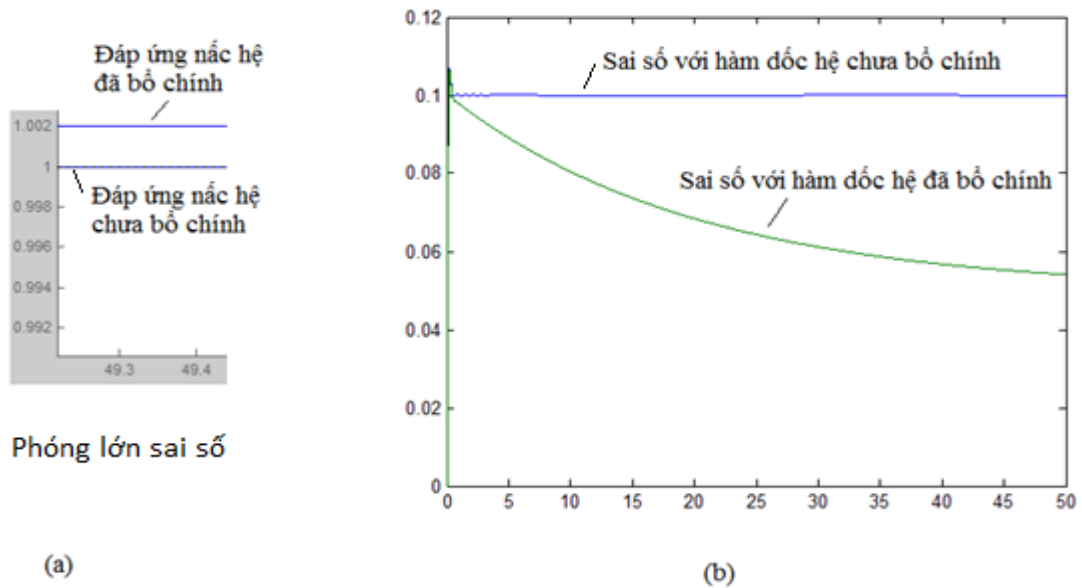
Hàm truyền vòng thuận $\frac{s+0.05}{s+0.025} * 200 * \frac{1}{s(s+20)}$

Hệ kín có ba cực $-9.9874 \pm 9.9875j$ và -0.05 , hai cực liên hiệp giống cực của hệ chưa bổ chính, đáp ứng nấc ở Hình 6.43.

Chú ý cái đuôi kéo dài của đáp ứng nấc, ở thời điểm 50s đáp ứng nấc của hệ đã bổ chính là 1.002 (Hình 6.44), nghĩa là sai số xác lập vẫn chưa về 0, đáp ứng với hàm dốc cũng có thời gian xác lập lớn, điều này làm giảm hiệu quả của bổ chính trễ pha.



Hình 6.43 Chương trình và đáp ứng nấc Ví dụ 6.15



Hình 6.44 Sai số đáp ứng nấc và đáp ứng nấc Ví dụ 6.15

b/ Thiết kế dùng biểu đồ Bode

Hàm truyền khâu trễ pha là $G_C = K_C \frac{s+1/\beta T}{s+1/T} = \frac{K_C}{\beta} \frac{1+s\beta T}{1+sT}$, $\beta < 1$

- Bước 1: Ta đặt $K=K_C/\beta$, tính K để $K_V = \lim_{s \rightarrow 0} KsG(s) = K_V^*$,

- Bước 2: Vẽ biểu đồ Bode của $KG(j\omega)$, tính dự trữ pha ở tần số cắt biên, nếu không đạt yêu cầu PM* tìm tần số cắt mới ω'_c ở đó dự trữ pha là PM* cộng thêm dự trữ $5^\circ \dots 12^\circ$ để bù trễ pha do khâu bỏ chỉnh,

- Bước 3: tính độ suy giảm độ lợi để biểu đồ Bode $G_C G$ có tần số cắt mới này, đó chính là $20\log\beta = -20\log|KG|_{\omega'_c}$, hay $\beta = 1/|KG|_{\omega'_c}$,

- Bước 4: chọn zero và cực của khâu trễ pha nhỏ hơn một decade so với ω'_c , cụ thể là $1/\beta T = \omega'_c/10$ và $1/T = \beta \omega'_c/10$.

Ví dụ 6.16: Cho $G(s) = \frac{1}{s(s+1)(0.5s+1)}$ thiết kế hiệu chỉnh trễ pha để $K_V^* = 5/\text{sec}$,

PM* > 40°, GM* > 10db.

$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} KsG(s) = K = K_V^* = 5$, vậy chọn $K=5$

Vẽ biểu đồ Bode của $G_1(s) = 5G(s)$, ta nhận thấy hệ kín không ổn định

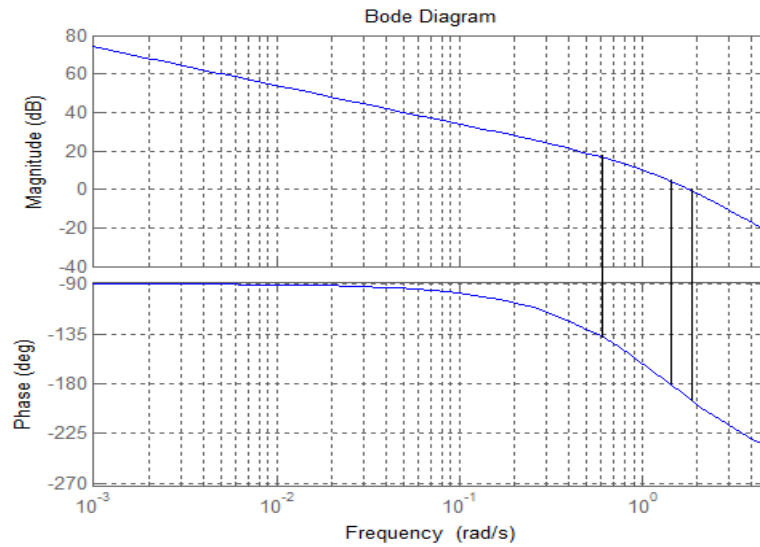
GM = -4.4370db, PM = -12.9919°, $\omega_{cg} = 1.4142 \text{ rad/s}$, $\omega_{cp} = 1.8020 \text{ rad/s}$

Dự trữ pha mong muốn là $40^\circ +$ dự trữ 12° tương ứng pha $-180^\circ + 52^\circ = -128^\circ$, tương ứng tần số cắt trên biểu đồ Bode pha là $\omega'_c = 0.5 \text{ rad/s}$

$$\left| \frac{5}{s(s+1)(0.5s+1)} \right|_{\omega=0.5} = \frac{5}{0.5 * \sqrt{1+0.5^2} \sqrt{1+0.5^4}} = 8.6772$$

Vậy $\beta = 1/8.6772 = 0.1152$, ta chọn giá trị $\beta = 0.12$ suy ra $K_C = K\beta = 0.6$

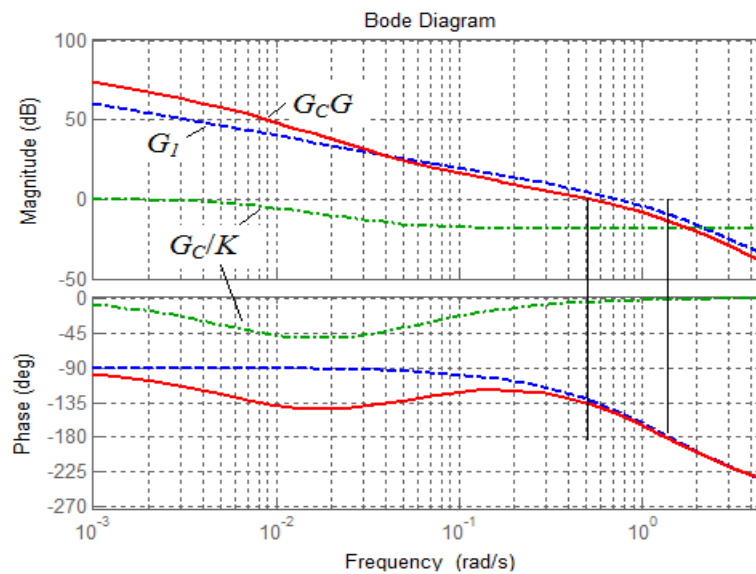
Chọn zero của khâu trễ pha nhỏ hơn tần số cắt 10 lần, là 0.05 rad/s, suy ra $1/T = 0.12 \cdot 0.05 = 0.006$ rad/s,



Hình 6.45 Biểu đồ Bode Ví dụ 6.16

Hàm truyền khâu bổ chính $G_c = 0.6 \frac{s+0.05}{s+0.006}$

Kiểm tra lại ta thấy $PM = 43.2^\circ$, $GM = 13.4\text{db}$, $W_{cg} = 1.37$ rad/s, $W_{cp} = 0.52\text{rad/s}$, vậy kết quả thiết kế đạt yêu cầu.

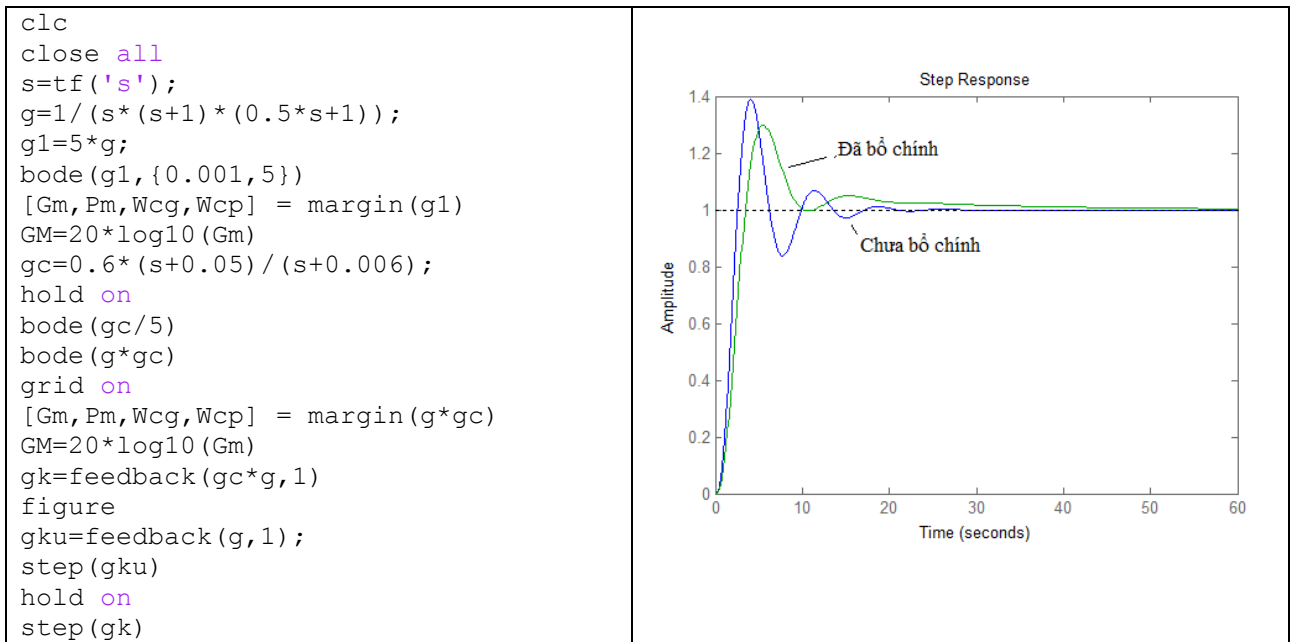


Hình 6.46 Biểu đồ Bode Ví dụ 6.16

6.3.3 Thiết kế hiệu chỉnh sớm-trễ pha

Hiệu chỉnh sớm pha giúp giảm thời gian quá độ, hiệu chỉnh trễ pha giảm sai số xác lập, muốn cải thiện cùng lúc hai chỉ tiêu ta dùng hiệu chỉnh sớm- trễ pha

a/ Thiết kế dùng quỹ tích nghiệm



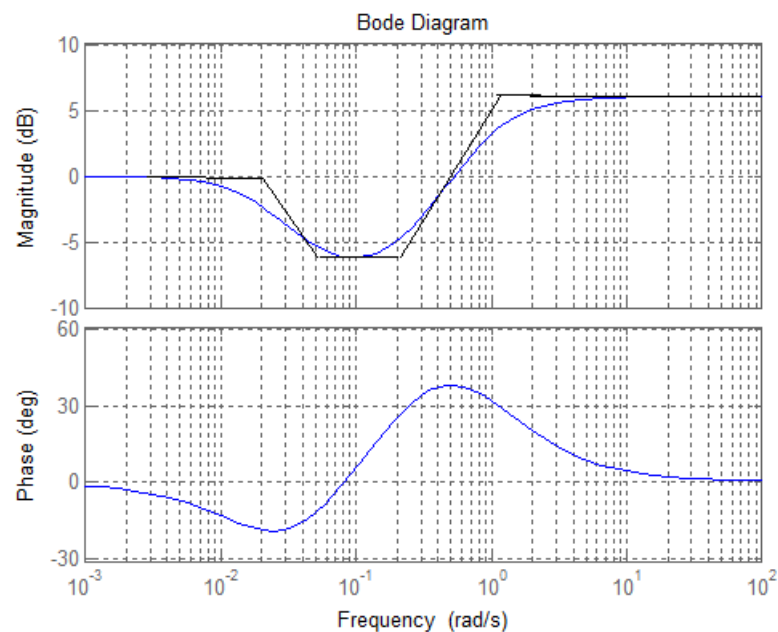
Hình 6.47 Chương trình và đáp ứng nấc Ví dụ 6.16

Hàm truyền có dạng:

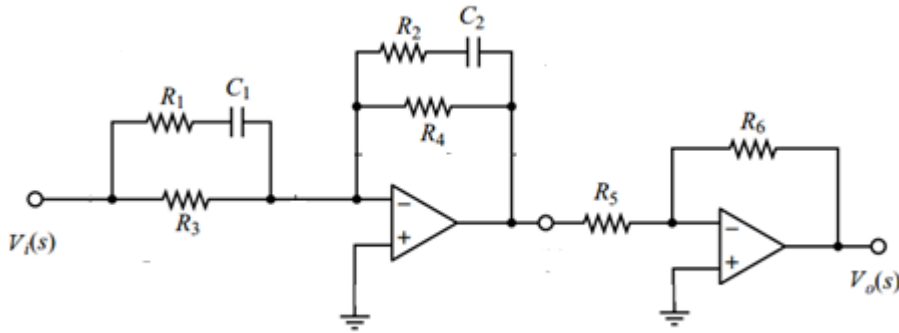
$$G_C(s) = K_C \frac{s+1/\alpha T_1}{s+1/T_1} \frac{s+1/\beta T_2}{s+1/T_2} = K_C' \frac{1+\alpha T_1 s}{1+T_1 s} \frac{1+\beta T_2 s}{1+T_2 s}, \quad (6.13)$$

$$\alpha > 1, \beta < 1, \frac{1}{T_1} > \frac{1}{\alpha T_1} > \frac{1}{\beta T_2} > \frac{1}{T_2}$$

Hình (6.48) là biểu đồ Bode khâu sớm trễ pha $G_C(s) = \frac{1+5s}{1+s} \frac{1+20s}{1+50s}$



Hình 6.48 Biểu đồ Bode bộ hiệu chỉnh sớm-trễ pha



Hình 6.49 Bộ hiệu chỉnh sớm-trễ pha

Hình (6.49) là sơ đồ bộ hiệu chỉnh sớm- trễ pha có hàm truyền

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_4 R_6}{R_3 R_5} \left[\frac{1 + sC_1(R_1 + R_3)}{1 + sC_1 R_1} \right] \left[\frac{1 + sC_2 R_2}{1 + sC_2(R_2 + R_4)} \right] = K'_C \frac{1 + \alpha T_1 s}{1 + T_1 s} \frac{1 + \beta T_2 s}{1 + sT_2} \quad (6.14)$$

$$T_1 = R_1 C_1, T_2 = (R_2 + R_4) C_2, \alpha = \frac{R_1 + R_3}{R_1}, \beta = \frac{R_2}{R_2 + R_4}$$

$$K_C = \frac{R_2 R_4 R_6}{R_1 R_3 R_5} \frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_4}, K'_C = \frac{R_4 R_6}{R_3 R_5}$$

Ta thiết kế hiệu chỉnh sớm pha trước, sau đó đến trễ pha

- Tính hiệu chỉnh sớm pha, các bước giống mục 6.3.1
 - Bước 1: từ độ vọt lố và thời gian xác lập, chọn cực chủ yếu,
 - Bước 2: tính góc ϕ phải bù, tính α, T_1
 - Bước 3: chọn cực và zero khâu sớm pha,
 - Tính K_C , không có khâu trễ pha,
- Tính hiệu chỉnh trễ pha, các bước giống mục 6.3.2
 - Bước 4: Tính $K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C G = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_C}{\alpha \beta} s G = K_V^*$, suy ra β ,
 - Bước 5: Chọn zero và cực của khâu trễ pha gần gốc sao cho

$$\left| \frac{s + 1/\beta T_2}{s + 1/T_2} \right| \approx 1, -5^\circ < \angle \left(\frac{s + 1/\beta T_2}{s + 1/T_2} \right) < 0^\circ$$

Ví dụ 6.17: Cho đối tượng hàm truyền $G(s) = \frac{4}{s(s+0.5)}$, thiết kế hiệu chỉnh sớm-trễ pha với $\zeta=0.5$, $\omega_n=5\text{rad/s}$, và $K_V=8/\text{sec}$.

Cực chủ yếu là $s_{1,2} = -2.5 \pm j4.33$, ở cực chủ yếu góc pha hàm truyền là $\angle \frac{4}{s(s+0.5)} \bigg|_{s_1} = -235^\circ$ vậy khâu sớm pha phải đóng góp 55° .

Ta đặt zero khâu sớm pha ở -0.5 để triệt tiêu cực của $G(s)$, sau khi tính toán như

ở mục 6.3.1, cực khâu sớm pha là -5.02, hàm truyền khâu sớm pha $K_C \frac{s+0.5}{s+5.02}$,

$T_1=0.2$, $\alpha=10.04$, tính K_C để quỹ tích nghiệm qua cực chủ yếu

$$\left| K_C \frac{s+0.5}{s+5.02} \frac{4}{s(s+0.5)} \right|_{s_1} = 1$$

$$\text{Suy ra } K_C = \left| \frac{s(s+5.02)}{4} \right|_{s_1} = 6.26$$

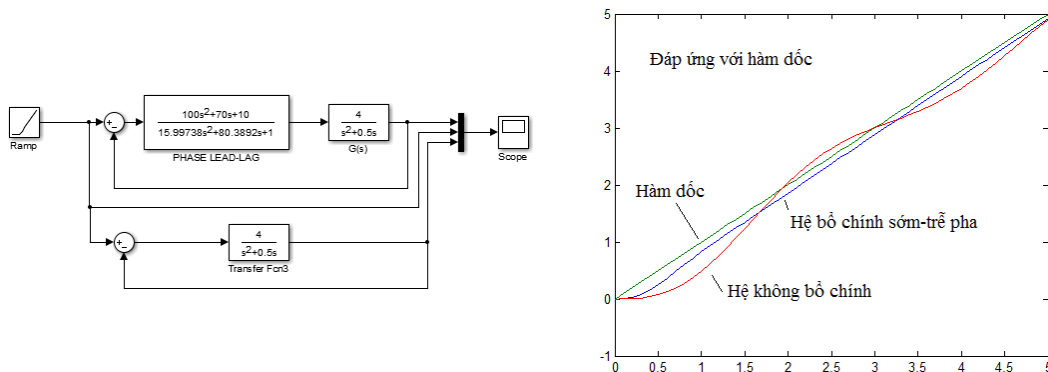
$$\text{Tiếp theo ta tính } K_V = \lim_{s \rightarrow 0} K_C \frac{1}{\alpha\beta} s \frac{4}{s(s+0.5)} = 6.26 \frac{1}{10.04\beta} \frac{4}{0.5} = 80, \text{ suy ra } \beta=0.062,$$

cực và zero khâu trễ pha được chọn sao cho

$$\left| \frac{s+1/\beta T_2}{s+1/T_2} \right|_{s=s_1} = \left| \frac{s+1/0.062T_2}{s+1/T_2} \right|_{s=s_1} \approx 1, -5^\circ < \angle \frac{s+1/0.062T_2}{s+1/T_2} < 0$$

Có nhiều lời giải để chọn cực zero, chọn $1/\beta T_2=0.2$, suy ra $1/T_2=0.01247$, hàm truyền khâu bổ chính là:

$$G_C(s) = 6.26 \frac{s+0.5}{s+5.02} \frac{s+0.2}{s+0.01247} = \frac{10(1+2s)(1+5s)}{(1+0.1992s)(1+80.19s)}$$



Hình 6.50 Đáp ứng với hàm dốc dùng Simulink

b/ Thiết kế dùng biểu đồ Bode

Hàm truyền đối tượng là $G(s)$, hàm truyền khâu sớm trễ pha là $G_C(s) = K_C' \frac{1+\alpha T_1 s}{1+T_1 s} \frac{1+\beta T_2 s}{1+T_2 s}$, $\alpha > 1, \beta < 1$, để cho đơn giản ta chọn $\alpha=1/\beta$, các bước thiết kế dựa trên các mục trước.

Ví dụ 6.18: $G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$, $K_V=10/\text{sec}$, $\text{PM}=50^\circ$, $\text{GM}=10\text{db}$

Đầu tiên chọn K_C' để thỏa mãn điều kiện của K_V

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C G = \frac{K_C'}{2} = 10, \text{ vậy chọn } K_C' = 20.$$

Vẽ biểu đồ Bode của $G_I(s) = K'_C G(s)$ gồm ba đoạn độ dốc lần lượt -20, -40 và -60db/dec, tần số gãy lần lượt 1 và 2rad/s

- Biểu đồ Bode pha cho thấy độ dự trữ pha là -32° , hệ kín chưa ổn định. Tần số cắt pha là 1,5 rad/s tương ứng biên độ là 13db, ta chọn tần số cắt biên mới là 1,5 rad/s, khâu trễ pha phải cung cấp lệch pha dương $\phi_m = 50^\circ + 5^\circ = 55^\circ$, và giảm biên -13db để kéo biểu đồ Bode biên độ về 0db và pha khoảng 50° ở tần số 1,5 rad/s

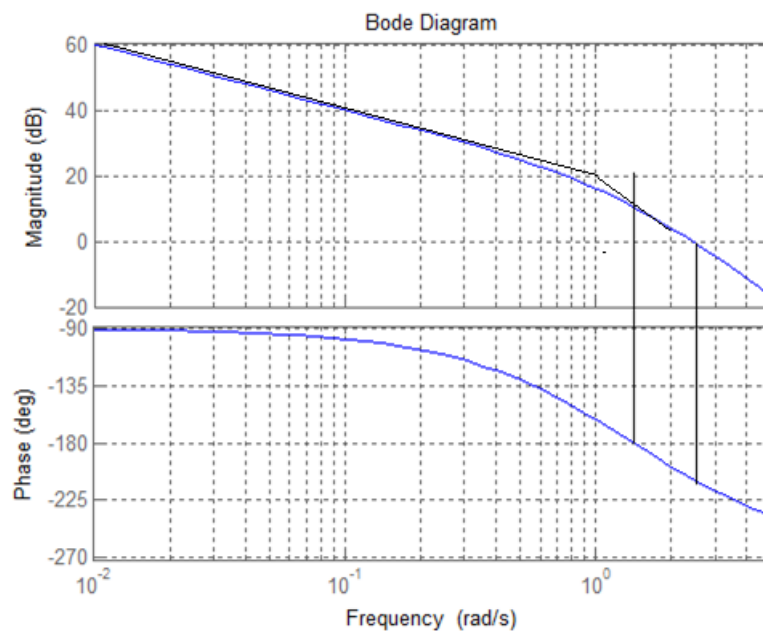
- Biết ϕ_m ta tính $\alpha = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m} = 10$, biểu đồ Bode khâu sớm pha có độ dốc

20db/dec, cực và zero cách nhau một dec, ta vẽ đường 20db/dec qua điểm (1.5 rad/s, -13db), cắt trục hoành tại 7rad/sec và đường ngang -20db tại 0.6rad/s, hàm truyền

$$\text{khâu sớm pha là } \frac{s+0.7}{s+7} = 0.1 \frac{1+1.743s}{1+0.1743s}$$

- Tính tiếp, zero khâu trễ pha nhỏ hơn tần số cắt 10 lần, là 0.15rad/s, vậy cực tương ứng 0.015rad/s, hàm truyền khâu trễ pha là $\frac{s+0.15}{s+0.015} = 10 \frac{1+6.67s}{1+0.667s}$

- Hàm truyền thuận $G_C(s)G_I(s) = \frac{s+0.7}{s+7} \frac{s+0.15}{s+0.015} 20 \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$

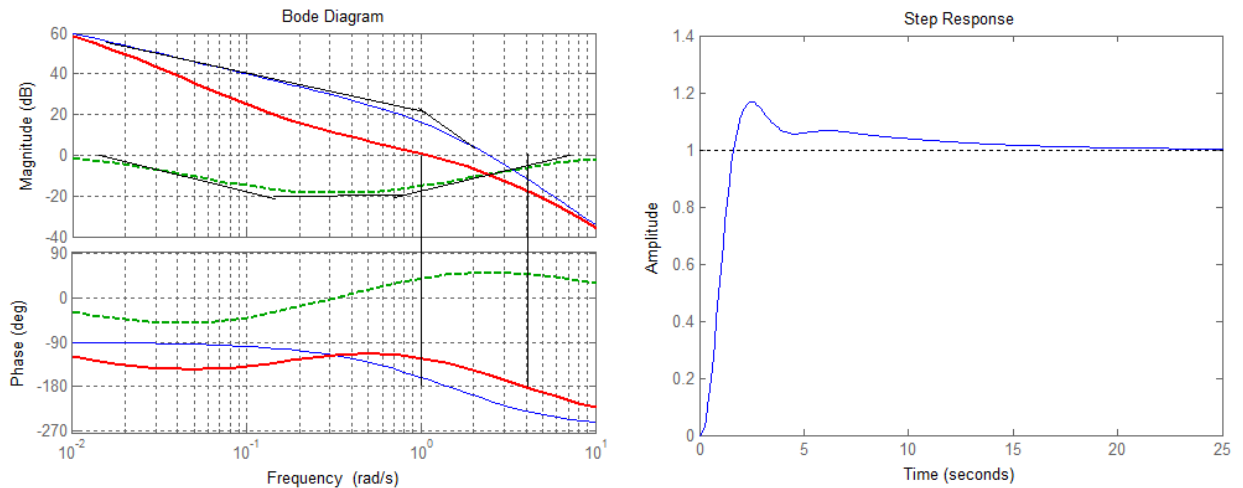


Hình 6.51 Biểu đồ Bode Ví dụ 6.18

Tính toán Matlab cho kết quả

GM = 16.9322db, PM = 55.207°, wcp = 1.095 rad/s, wcg = 3.9197rad/s

Đáp ứng nấc có một đuôi kéo dài, do đó thời gian xác lập lớn



Hình 6.52 Biểu đồ Bode và đáp ứng Ví dụ 6.17

6.4 THIẾT KẾ DÙNG MATLAB

Hàm sisotool của Matlab giúp thiết kế bộ điều khiển dùng biểu đồ Bode hay quỹ tích nghiệm dễ dàng.

Ví dụ 6.19: thiết kế bộ điều khiển sớm pha kết hợp tích phân điều khiển vị trí động cơ DC loại trừ ảnh hưởng nhiễu tải (xem mục 5.3), đạt chỉ tiêu thời gian xác lập < 0.040 sec, vọt lố $< 16\%$

$$\text{Hàm truyền động cơ } G(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{K}{s((Js+b)(Ls+R)+K^2)}$$

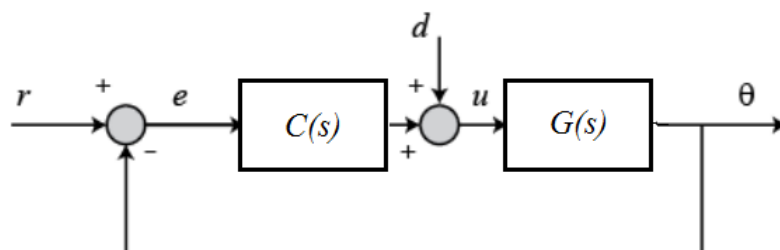
Từ yêu cầu về POT=0.16 ta tính được gần đúng hệ số đệm và băng thông, áp dụng công thức hệ bậc hai

```
zeta = -log(.16)/sqrt(pi^2+(log(.16))^2);
PM = 100*zeta
BW = (4/(0.04*zeta))*sqrt((1-2*zeta^2) + sqrt(4*zeta^4-4*zeta^2+2))

PM =
    50.3868
BW =
    251.5743
```

Biểu đồ Bode vòng hở phải có dự trữ pha tối thiểu 50° và băng thông tối thiểu 250 rad/s

Cấu hình hệ thống có dạng



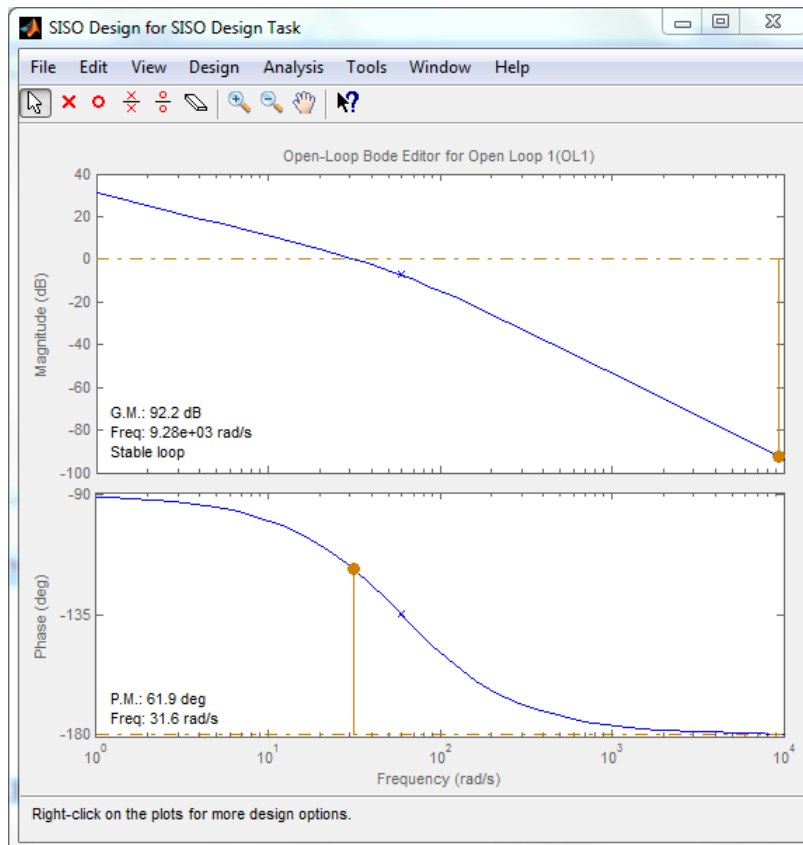
Ta viết m file khai báo hàm truyền đối tượng và gọi hàm sisotool

```
J = 3.2284E-6;
b = 3.5077E-6;
K = 0.0274;
R = 4;
L = 2.75E-6;
s = tf('s');
P_motor = K/(s*((J*s+b)*(L*s+R)+K^2));
sisotool('bode',P_motor)
```

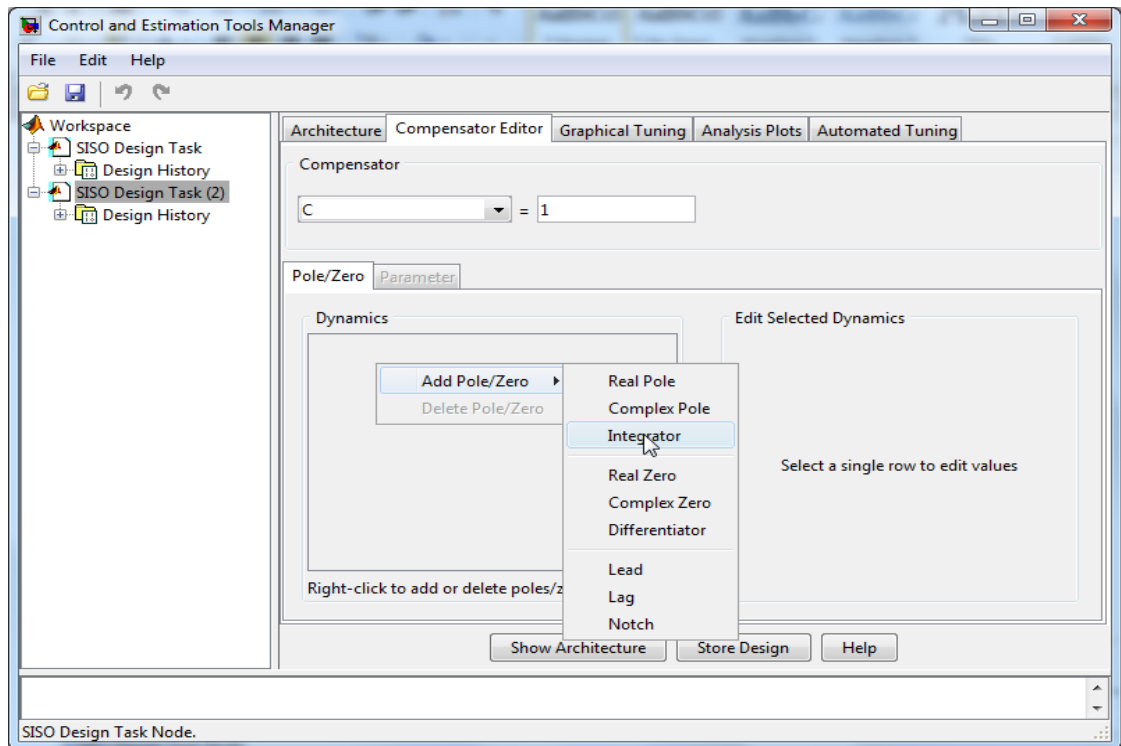
Hai cửa sổ mở ra, một là **SISO Design for SISO Design Task**(Hình 6.48)với biểu đồ Bode hệ chưa bổ chính, (sở dĩ xuất hiện biểu đồ này vì ta đã gọi trong hàm sisotool, nếu bỏ chữ bode thì xuất hiện cả quỹ tích nghiệm). Trên biểu đồ ta đọc được dữ trữ biên pha và tần số cắt, cửa sổ thứ hai là **Control and Estimation Tools Manager** dùng để khai báo cấu trúc hệ thống và bộ điều khiển. Biểu đồ Bode Hình 6.53 cho thấy hệ kín ổn định nhưng thời gian xác lập chưa đạt yêu cầu và chưa loại trừ được nhiễu tải.

Bấm chuột phải vào Compensator Edit để thêm khâu tích phân triệt tiêu nhiễu loạn (Hình 6.54), biểu đồ Bode thay đổi tương ứng hàm truyền $G(s)/s$ (Hình 6.55). Hệ kín không ổn định. Ta thêm zero thật vào, chú ý dấu chữ thập x ở tần số -60 rad/s tương ứng cực hệ hở, vậy zero thêm vào ở tần số này để triệt tiêu cực.

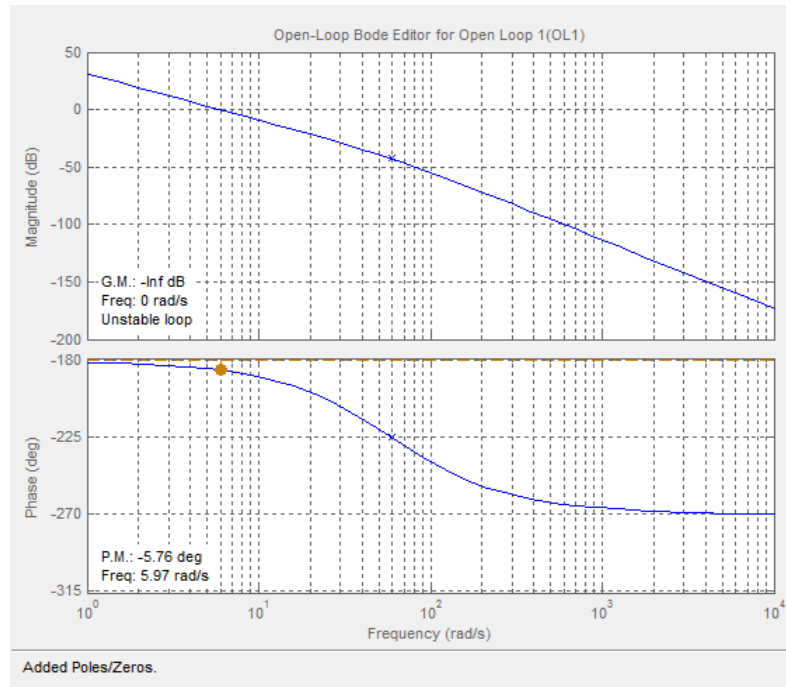
Bấm chuột phải vào Dynamics - Add Pole/Zero - Real Zero – Location thêm vào số -60 (Hình 6.56). Lúc này khâu bổ chính là PI hàm truyền $(1+s/60)/s$



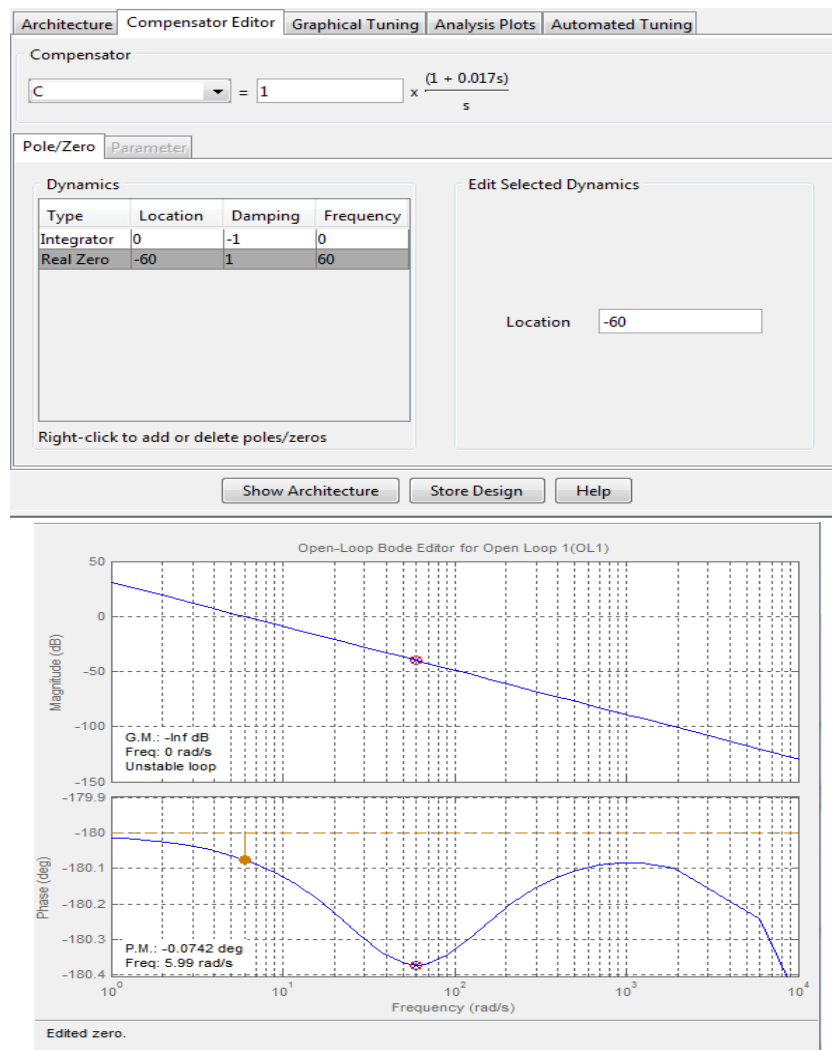
Hình 6.53 Biểu đồ Bode $G(s)$



Hình 6.54 Thao tác thêm khâu bổ chính tích phân



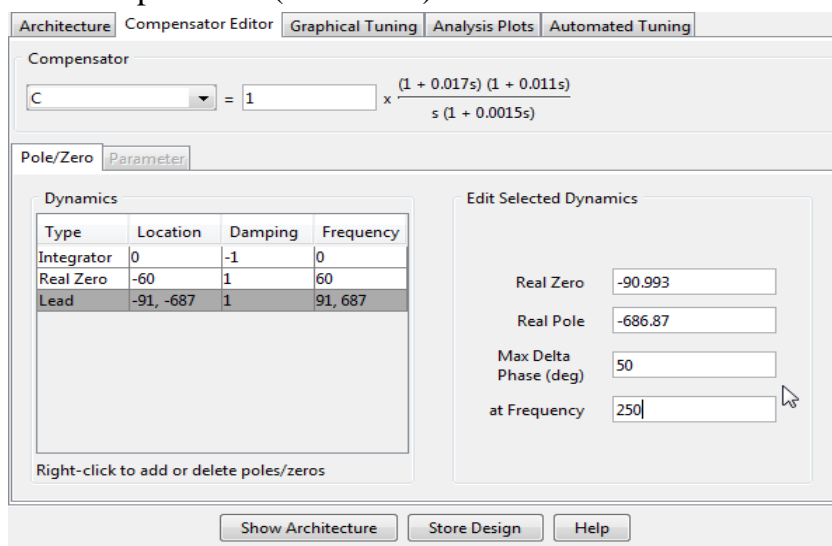
Hình 6.55 Biểu đồ Bode sau khi thêm khâu tích phân



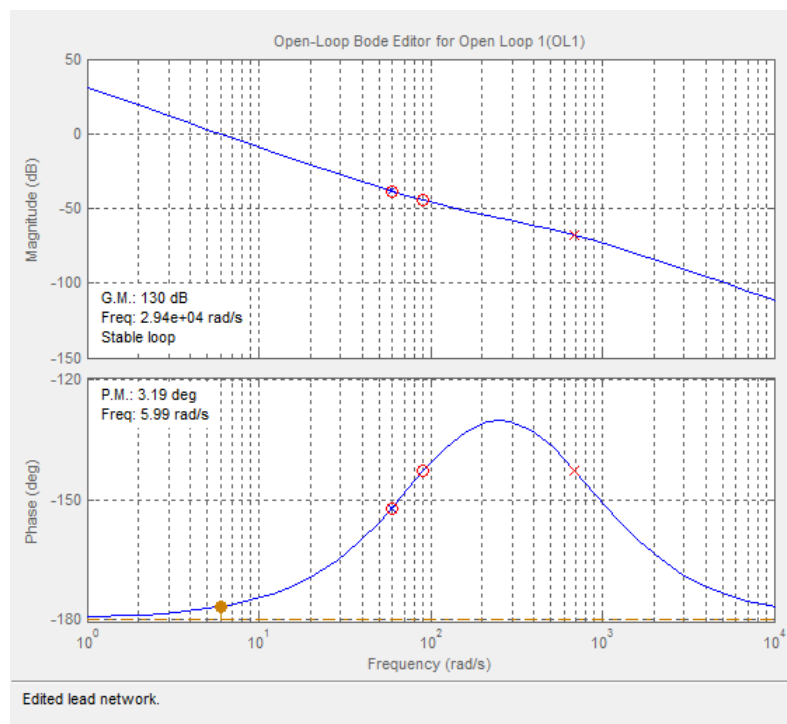
Hình 6.56 Thêm zero

PM ở tần số 250 rad/s khoảng -0.15° . Ta tiếp tục thêm khâu sớm pha ở tần số 250 rad/s, thêm giá trị pha và tần số vào (Hình 6.57)

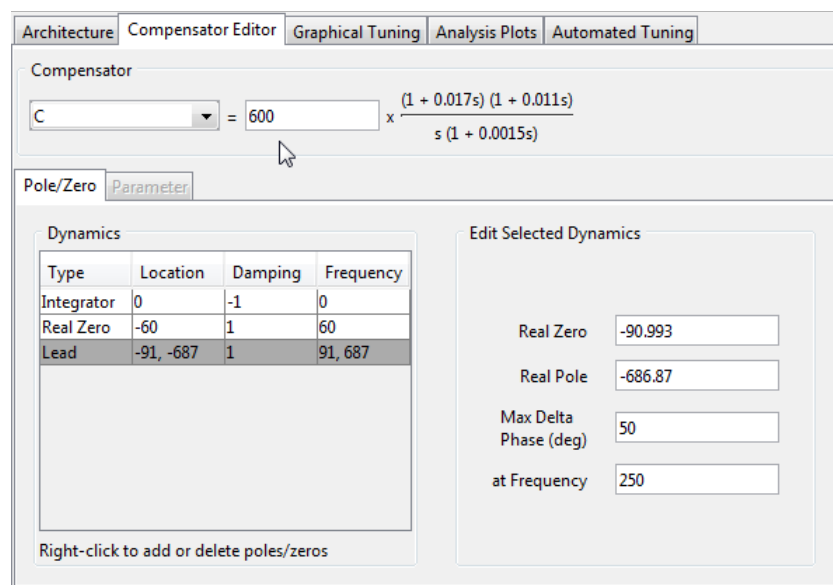
Lúc này PM ở 250 rad/s khoảng 50° nhưng độ lợi khoảng -55db, vậy ta tăng độ lợi DC lên 600 tương ứng 55db để tần số cắt biên là 250 rad/s và PM là 50° . Ta gõ số 600 vào ô hệ số chỗ Compensator (Hình 6.58)



Hình 6.57 Thêm sớm pha



Hình 6.58 Thêm khâu sớm pha



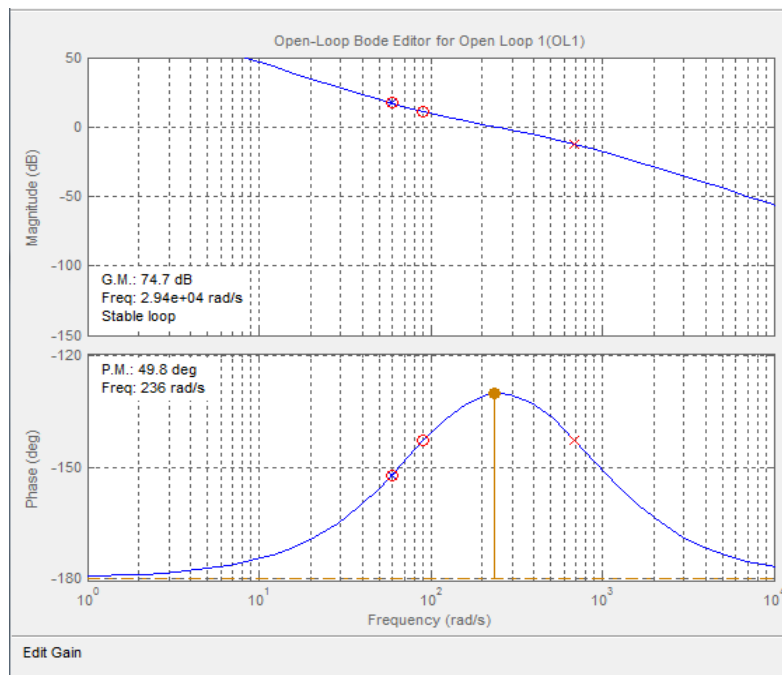
Hình 6.59 Thay đổi độ lợi

Biểu đồ Bode (Hình 6.60) cho thấy tần số cắt biên là 236rad/s và PM=49.8°.

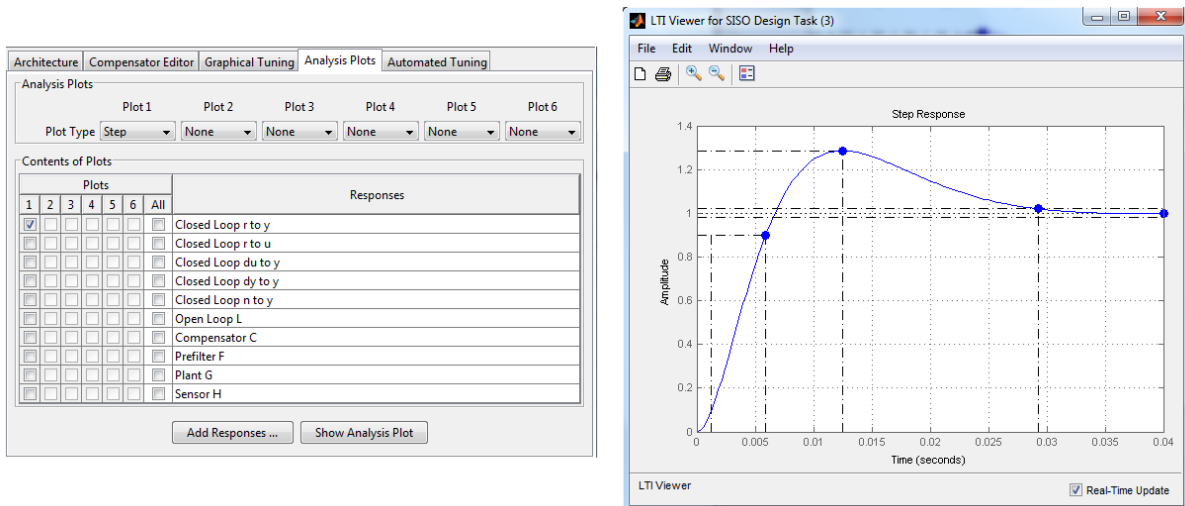
Bây giờ vẽ đáp ứng từ r đến y (Hình 6.61), ta nhận thấy POT khoảng 30% quá lớn, còn thời gian xác lập khoảng 0.03s tốt hơn yêu cầu.

Hàm truyền khâu bổ chính là:

$$C(s) = \frac{600(1 + 0.017s)(1 + 0.011s)}{s(1 + 0.0015s)}$$

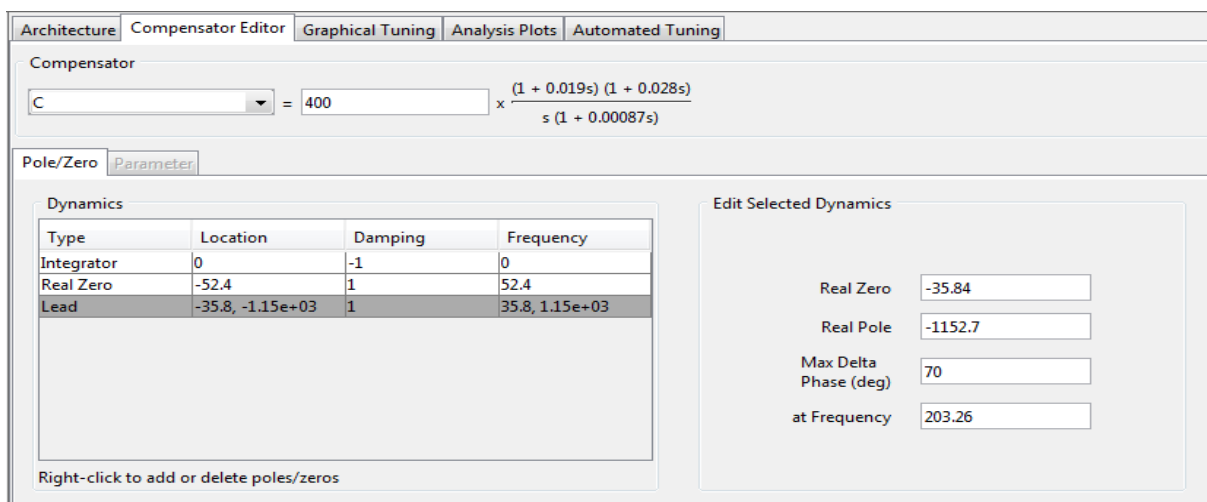


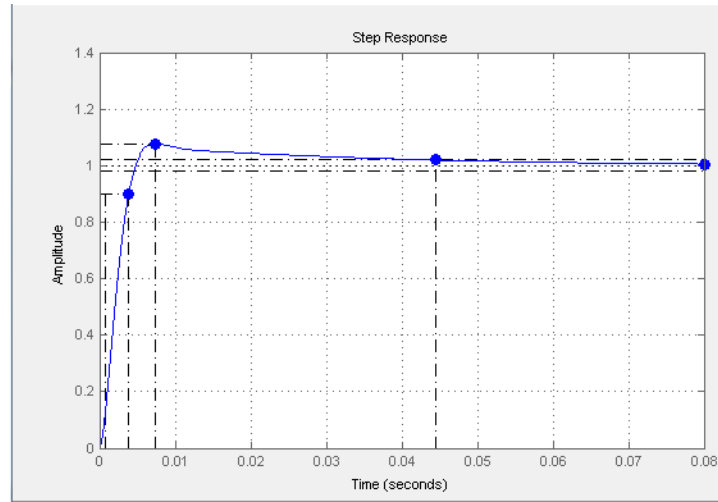
Hình 6.60 Biểu đồ Bode



Hình 6.61 Về đáp ứng

Nếu muốn chỉnh thêm ta có thể tăng Max DeltaPhase lên 70° và giảm Gain còn 400 (Hình 6.62). Hoặc có thể dùng phương pháp Automated Tuning.



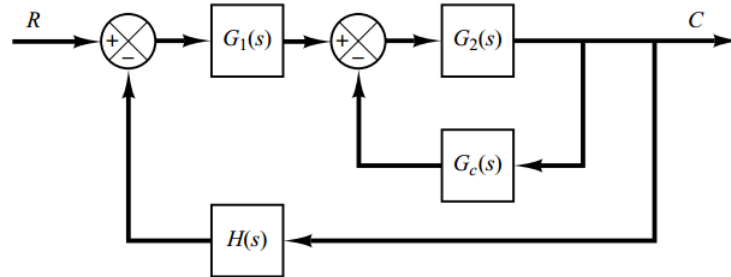


Hình 6.62 Đáp ứng sau cùng

6.5 THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN NHIỀU VÒNG HỒI TIẾP

Hình 6.63 có hai vòng hồi tiếp, vòng trong có bộ điều khiển $G_C(s)$ trên đường hồi tiếp, vòng ngoài có bộ điều khiển nối tiếp $G_1(s)$, thông thường vòng trong là hồi tiếp đạo hàm của tín hiệu ra, gọi tắt là hồi tiếp vận tốc.

Hàm truyền vòng thuận là $G_F = G_1 \frac{G_2}{1 + G_2 G_C}$, hàm truyền kín là $G_K = \frac{G_F}{1 + H G_F}$



Hình 6.63 Bộ điều khiển hai vòng hồi tiếp

Ví dụ 6.20 $G_2 = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$, $G_C = K_C s$, $G_1 = K_P$. ta tính được

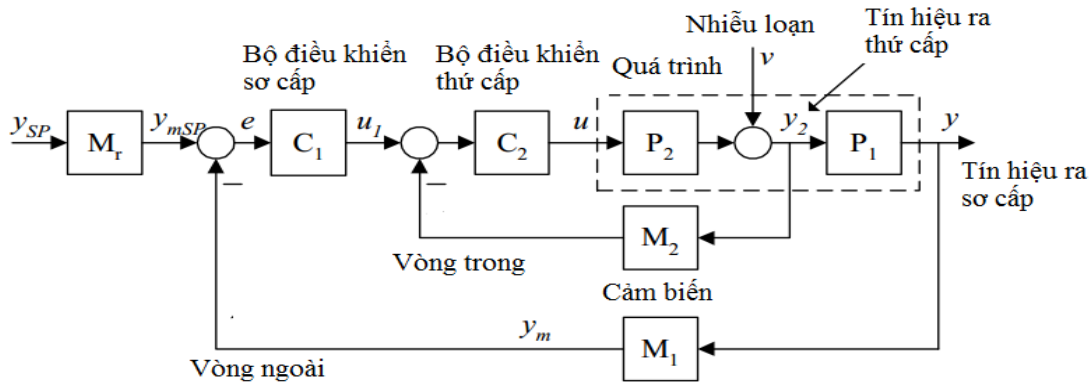
$$G_F = \frac{K_P \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}}{1 + \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)} K_C s} = \frac{K_P \omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2 K_C)}$$

$$G_K = \frac{K_P \omega_n^2}{s^2 + (2\zeta\omega_n + \omega_n^2 K_C)s + K_P \omega_n^2}$$

Chỉnh hai thông số K_P , K_C để đạt chất lượng yêu cầu

Đối với những đối tượng phức tạp mà hàm truyền gồm nhiều tầng, có thể thiết kế bộ điều khiển cascade gồm nhiều vòng, ngõ ra bộ điều khiển vòng ngoài là tín hiệu đặt cho bộ điều khiển vòng trong, cách điều khiển cascade này thường dùng cho các

quá trình như nhiệt, mức, vị trí, dùng để giảm bớt nhiễu loạn ở tầng trước truyền sang tầng sau.

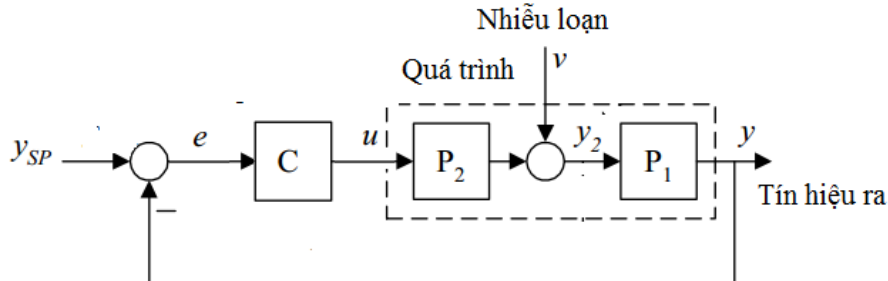


Hình 6.64 Điều khiển cascade

Vòng trong được thiết kế với đáp ứng nhanh hơn vòng ngoài, các bộ điều khiển thường là PI, thứ tự là thiết kế vòng trong trước rồi đến vòng ngoài.

Ví dụ 6.21: $P_2 = \frac{3}{s+2}$, $P_1 = \frac{10}{(s+1)^3}$, C_1 , C_2 là các bộ điều khiển PI, ta thiết kế vòng

trong có băng thông là 2 rad/s, vòng ngoài chậm hơn có băng thông 0.2 rad/s. Ta sẽ thiết kế bộ điều khiển một vòng (Hình 6.65) và hai vòng (Hình 6.64) để so sánh khả năng loại bỏ nhiễu loạn v , Thiết kế dùng hàm pidtune của Matlab



Hình 6.65 Điều khiển một vòng

Chạy chương trình cho kết quả điều khiển cascade chống nhiễu loạn tốt hơn điều khiển một vòng (Hình 6.66).

<pre> clc close all P2 = zpk([],-2,3); P1 = zpk([],[-1 -1 -1],10); % The plant model is P = P1*P2 P = P1*P2; % Use a PID or PIDSTD object to define %the desired controller structure C = pidstd(1,1); % Tune PI controller for target % bandwidth is 0.2 rad/s </pre>	<pre> % cascade system for reference %tracking sys2 = feedback(clsys*P1*C1,1); sys2.Name = 'Cascade'; % plot step response figure; step(sys1,'r',sys2,'b--') legend('show','location','southeast ') title('Reference Tracking') % single loop system for rejecting V </pre>
--	---


```
C = pidtune(P,C,0.2)
C2 = pidtune(P2,pidstd(1,1),2)
% Inner loop system when the
control %loop is closed first
clsys = feedback(P2*C2,1);
% Plant seen by the outer loop
% controller C1 is clsys*P1
C1 =
pidtune(clsys*P1,pidstd(1,1),0.
2)
% single loop system for
reference
% tracking
sys1 = feedback(P*C,1);
sys1.Name = 'Single Loop';
```

```
sysv1 = feedback(P1,P2*C);
sysv1.Name = 'Single Loop';
% cascade system for rejecting d2
sysv2 = P1/(1+P2*C2+P2*P1*C1*C2);
sysv2.Name = 'Cascade';
% plot step response
figure;
step(sysv1,'r',sysv2,'b--')
legend('show')
title('Disturbance Rejection')
```

C =

$$K_p * \left(1 + \frac{1}{T_i} * \frac{1}{s} \right)$$

with Kp = 0.0119, Ti = 0.849
Continuous-time PI controller in standard form

C2 =

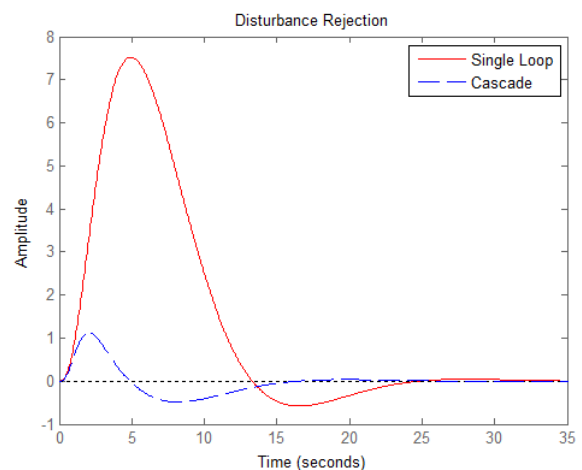
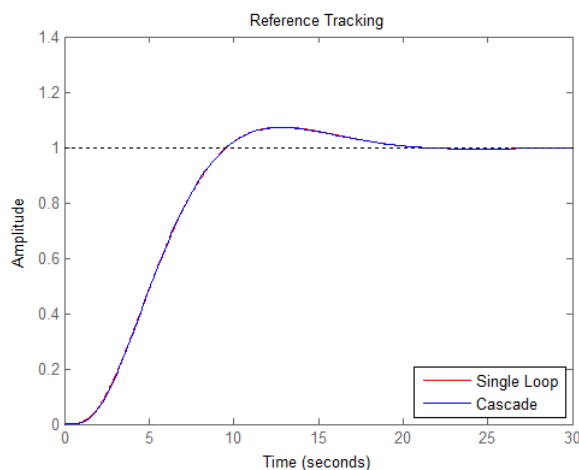
$$K_p * \left(1 + \frac{1}{T_i} * \frac{1}{s} \right)$$

with Kp = 0.244, Ti = 0.134
Continuous-time PI controller in standard form

C1 =

$$K_p * \left(1 + \frac{1}{T_i} * \frac{1}{s} \right)$$

with Kp = 0.015, Ti = 0.716
Continuous-time PI controller in standard form



Hình 6.66 Đáp ứng nấc và chống nhiễu Ví dụ 6.21

Phần kế tiếp trình bày bộ điều khiển dùng phương trình trạng thái và đặt cực, phương pháp này sử dụng tính toán trên ma trận và vector, thích hợp với công cụ điều khiển bằng vi xử lý.

6.6 THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN DÙNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT CỰC

6.6.1 Tính ma trận hồi tiếp

Trong phần này chúng ta thiết kế bộ điều khiển dùng phương trình trạng thái và phương pháp đặt cực.

Cho đối tượng có hàm truyền $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}$

Đối tượng SISO được biểu diễn bởi phương trình trạng thái dạng chính tắc điều khiển được

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}\mathbf{x} + du\end{aligned}$$

Các ma trận có dạng (xem mục 2.3)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{c} = [b_0 - a_0 b_n \quad b_1 - a_1 b_n \quad b_2 - a_2 b_n \quad \dots \quad b_{n-1} - a_{n-1} b_n], d = b_n \quad (6.15)$$

\mathbf{x} : vector trạng thái $n \times 1$

y : tín hiệu ra;

u : tín hiệu điều khiển,

\mathbf{A} : ma trận $n \times n$,

\mathbf{b} : vector $n \times 1$,

\mathbf{c} : vector $1 \times n$,

d : số vô hướng

Đặt tín hiệu điều khiển

$$u = -\mathbf{k}\mathbf{x} + r$$

đây là phương pháp điều khiển hồi tiếp trạng thái, \mathbf{k} là vector $1 \times n$ gọi là vector độ lợi hồi tiếp trạng thái, r là tín hiệu đặt hằng số. Chú ý là khi tín hiệu đặt bằng 0, các biến trạng thái sẽ tiến về 0 sau thời gian quá độ, hệ thống gọi là hệ điều chỉnh, duy trì các biến trạng thái ở 0.

Phương trình trạng thái hệ kín

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k})\mathbf{x} + \mathbf{b}r \\ y &= (\mathbf{c} - \mathbf{d}\mathbf{k})\mathbf{x} + dr\end{aligned}$$

Với $d = 0$, dùng biến đổi Laplace ta được đáp ứng thời gian

$$X(s) = (sI - A + bk)^{-1}(x(0) + \frac{br}{s}) \quad (6.16)$$

$$x(t) = e^{(A-bk)t}x(0) + r \int_0^t e^{(A-bk)(t-\tau)} b d\tau \quad (6.17)$$

$x(0)$ là giá trị ban đầu của vector trạng thái, t là biến thời gian. Các trị riêng của ma trận $A-bk$ là cực của hệ kín, nếu các cực này ở nửa mặt phẳng trái thì $x(t) \rightarrow x_{ss}$, hệ thống ổn định tiệm cận. Vậy ta chọn trước n cực của hệ kín ở nửa mặt phẳng trái, sau đó tìm vector k , đây là nguyên tắc của phương pháp điều khiển đặt cực hồi tiếp trạng thái. Việc tính toán đáp ứng bằng tay tương đối phức tạp, thông thường ta tính bằng máy tính. Giá trị ngõ ra y khác với tín hiệu đặt r vì ta không so sánh y với r .

Ta tìm giá trị xác lập x_{ss} của các biến trạng thái khi $r \neq 0$, thay biến trạng thái x_1 bằng biến $x_1^* = x_1 - \frac{r}{k_1}$, do r là hằng số nên $\dot{x}_1^* = \dot{x}_1$, phương trình trạng thái mới là

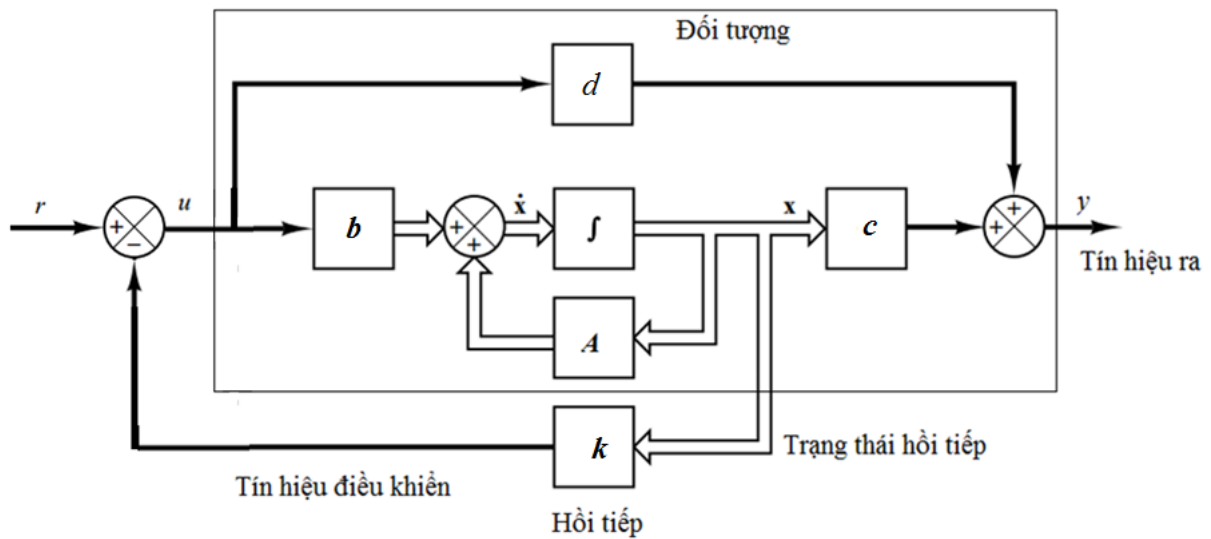
$$x^* = [x_1^* \ x_2 \dots x_n]^T,$$

$$\dot{x}^* = Ax^* + bu,$$

$$u = -kx^*$$

Các biến trạng thái tiến về 0, $x_1^* = x_1 - r/k_1 \rightarrow 0$,

suy ra: $x_1 \rightarrow r/k_1$, $x_i \rightarrow 0, i = 2..n$ (6.18)



Hình 6.67 Điều khiển hồi tiếp trạng thái

Ta công nhận định lý sau:

Điều kiện cần và đủ để ma trận $A-bk$ có trị riêng ở nửa mặt phẳng trái là ma trận vuông $M_C = [b \ Ab \ A^2b \ \dots \ A^{n-1}b]$ có định thức bậc n khác 0. M_C gọi là **ma trận tính điều khiển được** (controllability matrix).

Ta tính $\det(M_C)$ bằng tay hoặc dùng hàm $\text{rank}(\text{ctrb}(A,B))$ Matlab để tìm hạng ma trận điều khiển được, kết quả phải là n .

Gọi $p_i, i=1..n$ là các cực mong muốn của hệ kín, đa thức đặc tính mong muốn là $(s-p_1)(s-p_2) \dots (s-p_n)$, đa thức đặc tính hệ kín là $\det(s\mathbf{I}-\mathbf{A}+\mathbf{b}\mathbf{k})$, vậy giá trị của vector \mathbf{k} được tính bằng cách cân bằng hai vế của phương trình

$$\det(s\mathbf{I}-\mathbf{A}+\mathbf{b}\mathbf{k})=(s-p_1)(s-p_2) \dots (s-p_n)$$

Nếu \mathbf{A} viết dưới dạng chính tắc điều khiển được thì tính \mathbf{k} rất dễ dàng

Cách thứ hai dùng công thức Ackermann, phức tạp hơn

- Tính đa thức bậc n theo $s: \varphi(s)=(s-p_1)(s-p_2) \dots (s-p_n)$
- Tính $\varphi(\mathbf{A})$ với ma trận \mathbf{A} thay cho biến s ở đa thức trên
- Tính \mathbf{k} theo công thức

$$\mathbf{k}=[0 \ 0 \dots 0 \ 1] \mathbf{M}^{-1} \varphi(\mathbf{A}) \quad (6.19)$$

Không có qui định cụ thể về việc chọn cực, thông thường dựa theo các nguyên tắc:

- Cực gần trục ảo sẽ cho đáp ứng chậm, cực xa trục ảo cho đáp ứng nhanh hơn nhưng tín hiệu điều khiển sẽ lớn, có thể rơi vào vùng bão hòa,

- Cực phức $-a \pm jb = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$ gần trục thực cho hệ số дем nhỏ,
- Chọn hai cực phức chủ yếu và các cực thực ở xa bên trái cực chủ yếu,
- Mô phỏng với nhiều giá trị cực khác nhau và chọn lựa kết quả tốt nhất.

Ví dụ 6.22: Cho đối tượng có hàm truyền $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2}$ tính luật điều khiển đặt cực ở

$p = -4 \pm j4$ để ổn định trạng thái ở 0. Điều kiện đầu là $y=1, \dot{y}=0$.

Phương trình trạng thái là

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1 \end{aligned}$$

Chọn luật điều khiển $u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 + r$, phương trình trạng thái hệ kín là

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k})\mathbf{x} + \mathbf{b}r = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \right\} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \\ &= \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} \right\} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \end{aligned}$$

Phương trình đặc tính hệ kín là $s^2 + k_2 s + k_1 = 0$, phương trình đặc tính mong muốn $(s+4+j4)(s+4-j4) = s^2 + 8s + 32$, suy ra $k_2=8, k_1=32$.

$$\{s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{k}\}^{-1} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 32 & s+8 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} s+8 & 1 \\ 32 & s \end{bmatrix}}{s^2 + 8s + 32}$$

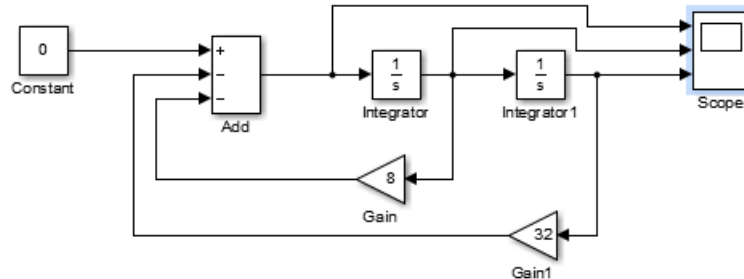
Biến đổi Laplace của đáp ứng trạng thái

$$\mathbf{X}(s) = \frac{\begin{bmatrix} s+8 & 1 \\ 32 & s \end{bmatrix}}{s^2 + 8s + 32} \mathbf{x}(0) + \frac{\begin{bmatrix} s+8 & 1 \\ 32 & s \end{bmatrix}}{s^2 + 8s + 32} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} R(s)$$

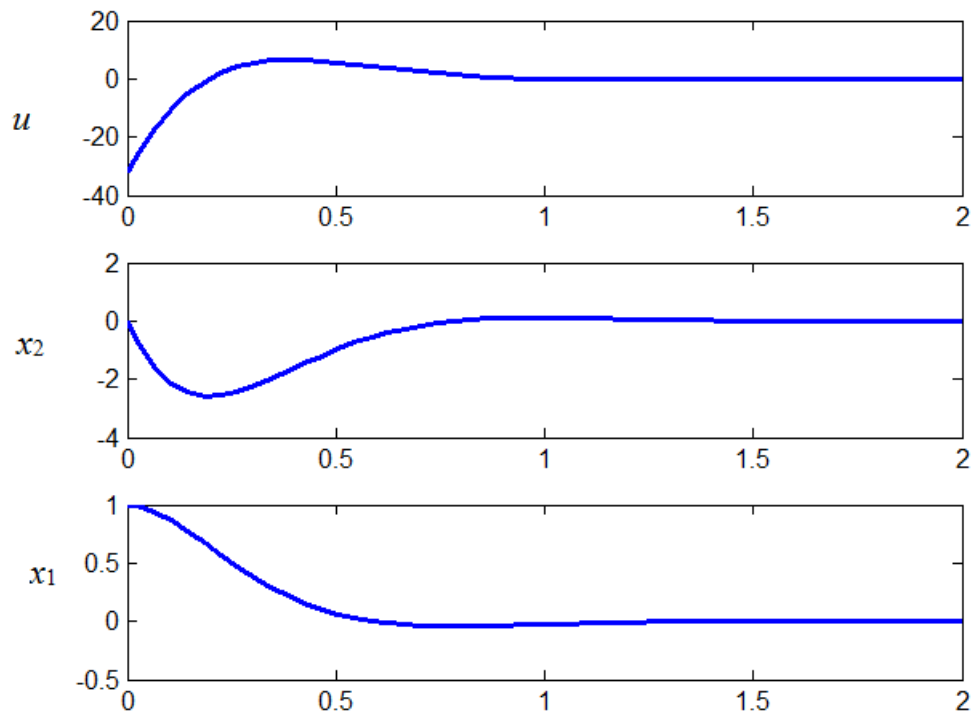
Biến đổi Laplace của đáp ứng ngõ ra

$$Y(s) = \frac{(s+8)x_1(0) + x_2(0)}{s^2 + 8s + 32} + \frac{R(s)}{s^2 + 8s + 32}$$

Ta có thể tiếp tục dùng biến đổi Laplace ngược để tính đáp ứng theo thời gian, tuy nhiên tốt nhất là dùng Matlab. Ở đây ta sẽ dùng simulink



Hình 6.68 Sơ đồ simulink Ví dụ 6.22



Hình 6.69 Đáp ứng nấc Ví dụ 6.22

Ví dụ 6.23: Cho đối tượng có hàm truyền

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 5s + 1}$$

Ta lập phương trình trạng thái dạng chính tắc điều khiển

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -5 & -6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c = [1 \ 0 \ 0], d = 0$$

Chọn cực hệ kín là $-2 \pm j4$, -10 , đa thức đặc tính:

$$\varphi(s) = s^3 + 14s^2 + 60s + 200$$

$$M = \begin{bmatrix} b & Ab & A^2b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -6 \\ 1 & -6 & 31 \end{bmatrix},$$

$\det(M) = -1$ vậy hệ thống điều khiển được

** Dùng phương pháp Ackermann tính k*

$$\varphi(A) = A^3 + 14A^2 + 60A + 200 = \begin{bmatrix} 199 & 55 & 8 \\ -8 & 159 & 7 \\ -7 & -43 & 117 \end{bmatrix}$$

$$k = [0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -6 \\ 1 & -6 & 31 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 199 & 55 & 8 \\ -8 & 159 & 7 \\ -7 & -43 & 117 \end{bmatrix} = [199 \ 55 \ 8]$$

** Dùng phương pháp cân bằng đa thức đặc tính tính k*

$$k = [k_1 \ k_2 \ k_3]$$

$$|sI - A + bk| = \begin{vmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -5 & -6 \end{vmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}$$

$$|sI - A + bk| = \begin{vmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ 1+k_1 & 5+k_2 & s+6+k_3 \end{vmatrix} = s^3 + (6+k_3)s^2 + (5+k_2)s + 1+k_1$$

$$s^3 + 14s^2 + 60s + 200 = s^3 + (6+k_3)s^2 + (5+k_2)s + 1+k_1$$

Suy ra $k = [199 \ 55 \ 8]$

** Dùng Matlab*

Có hai hàm dùng để tính k là hàm `acker(A,B,P)` và `place(A,B,P)`, hàm `place` yêu cầu không có cực bội, P là vector hàng các cực mong muốn.

<pre> clc close all A=[0 1 0;0 0 1;-1 -5 -6]; B=[0;0;1]; C=[1 0 0]; D=0 p=[-2+j*4 -2-j*4 -10]; Co =ctrb(A,B) %Compute Controllability Matrix r=rank(Co)% Compute Rank K=acker(A,B,p) sys=ss(A-B*K,B,C-D*K,D); [y,t,X] = initial(sys,[1;0;-1]); plot(t,X),grid title('Response to Initial Condition') figure </pre>	<pre> plot(t,y),grid title('Output Response to Initial Condition') t=0:0.01:5; u=100*ones(size(t)); [y,t,X] = lsim(sys,u,t,[1;0;-1]); figure plot(t,X),grid title('Response to Initial Condition and Step Input') figure plot(t,y),grid title('Output Response to Initial Condition and Step Input') figure plot(t,-K*X'+u),grid title('Control Plot') </pre>
--	---

THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC

$r =$

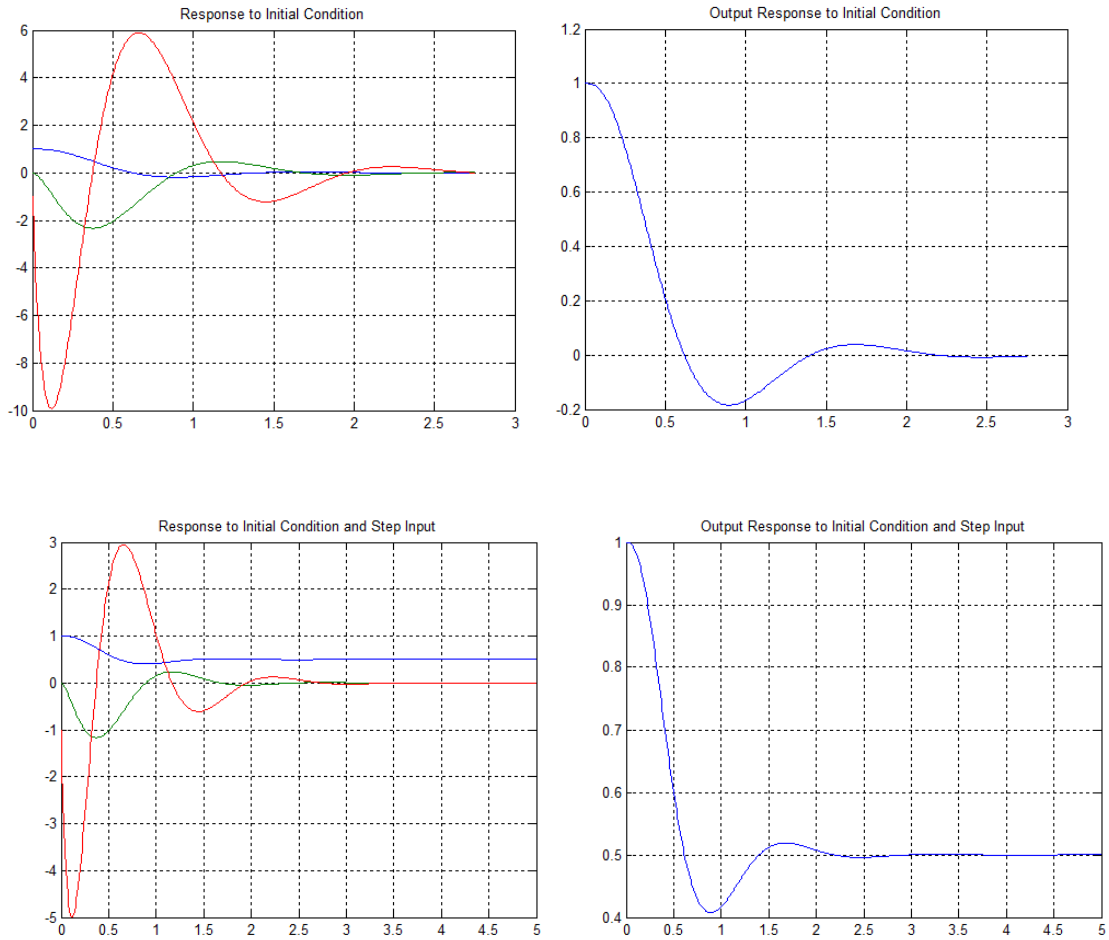
3

$K =$

199

55

8



Hình 6.70 Đáp ứng nấc Ví dụ 6.23

6.6.2 Điều khiển tín hiệu ra theo tín hiệu vào

Khi có tín hiệu vào r hằng số, và $t \rightarrow \infty$, $x(t) \rightarrow x_{ss} \neq 0$, tín hiệu điều khiển $u(t) \rightarrow u_{ss}$, tín hiệu ra $y(t) \rightarrow y_{ss} = cx_{ss} + du_{ss} \neq r$.

Để bảo đảm $y_{ss} = r$, ta dùng khâu tỷ lệ thay ngõ vào r bởi Nr , khâu tỷ lệ N gọi là khâu feedforward.

Ta suy ra các biểu thức sau:

$$\dot{x}(\infty) = 0 = (A - bk)x_{ss} + bNr$$

$$y(\infty) = r = (c - dk)x_{ss} + dNr$$

Từ đó suy ra $N^{-1} = d - (c - dk)(A - bk)^{-1}b$ (6.20)

Hàm truyền hệ kín là $\frac{Y(s)}{R(s)} = c(sI - A + bk)^{-1}bN$ (6.21)

Ví dụ 6.24: Trở lại ví dụ 6.23 ta muốn tín hiệu ra y có giá trị xác lập là 1, ta thêm vào hệ số N ở ngõ vào, viết chương trình Matlab tính N và vẽ đáp ứng

```

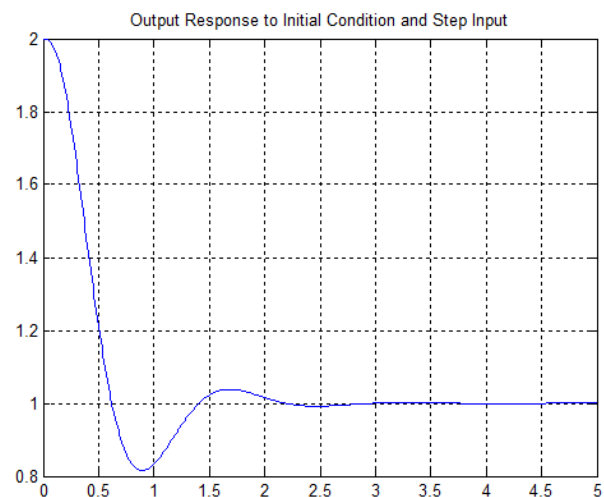
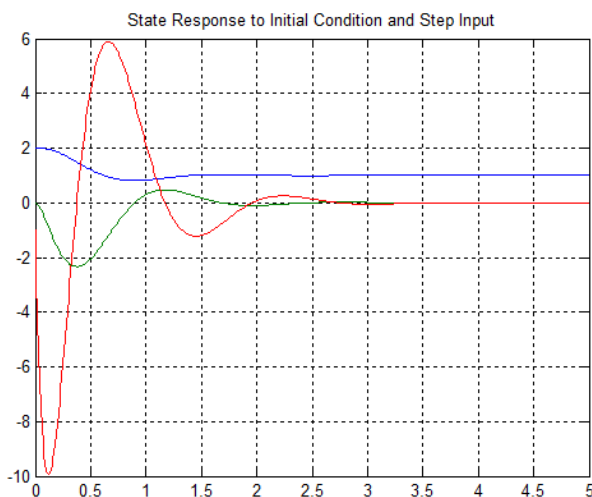
clc
close all
A=[0 1 0;0 0 1;-1 -5 -6];
B=[0;0;1];
C=[1 0 0];
D=0
K=[199 55 8];
ND=D-(C-D*K)*(A-B*K)^-1*B
sys=ss(A-B*K,B/ND,C-D*K,D);
htk=tf(sys)
t=0:0.01:5

```

```

u=ones(size(t));
[y,t,X] = lsim(sys,u,t,[2;0;-1]);
figure
plot(t,X),grid
title('Response to Initial
Condition and Step Input')
figure
plot(t,y),grid
title('Output Response to Initial
Condition and Step Input')

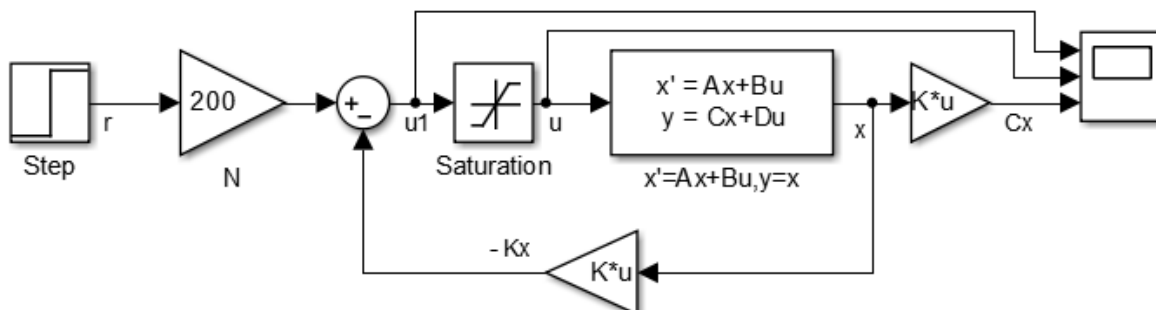
```



Hình 6.71 Đáp ứng của Ví dụ 6.24

Kết quả cho thấy tín hiệu ra y tiến đến giá trị đặt là 1. Chú ý là kết quả điều khiển có vẻ tốt nhưng nếu tín hiệu điều khiển lớn, có thể bị rơi vào vùng bão hòa và đáp ứng sẽ khác đi, có thể là thời gian xác lập tăng lên, điều này có thể kiểm tra bằng simulink

Kết quả simulink (Hình 6.72) cho thấy tín hiệu u có biên độ từ 200 đến -40 quá lớn, thời gian xác lập 3sec, khi giới hạn u ở mức ± 5 thời gian xác lập tăng lên là 4.5sec.



State Space

State-space model:
 $\dot{x}/dt = Ax + Bu$
 $y = Cx + Du$

Parameters

A:

B:

C:

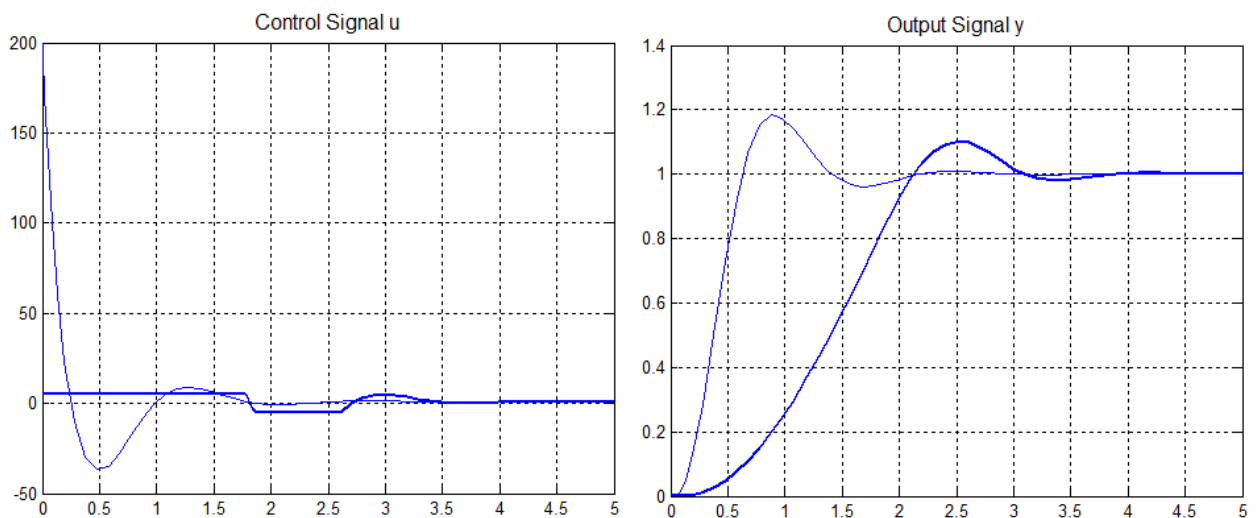
D:

Initial conditions:

Absolute tolerance:

State Name: (e.g., 'position')

Buttons: ? OK Cancel Help Apply



Hình 6.72 Mô phỏng simulink Ví dụ 6.24

6.6.3 Điều khiển hồi tiếp trạng thái và ngõ ra

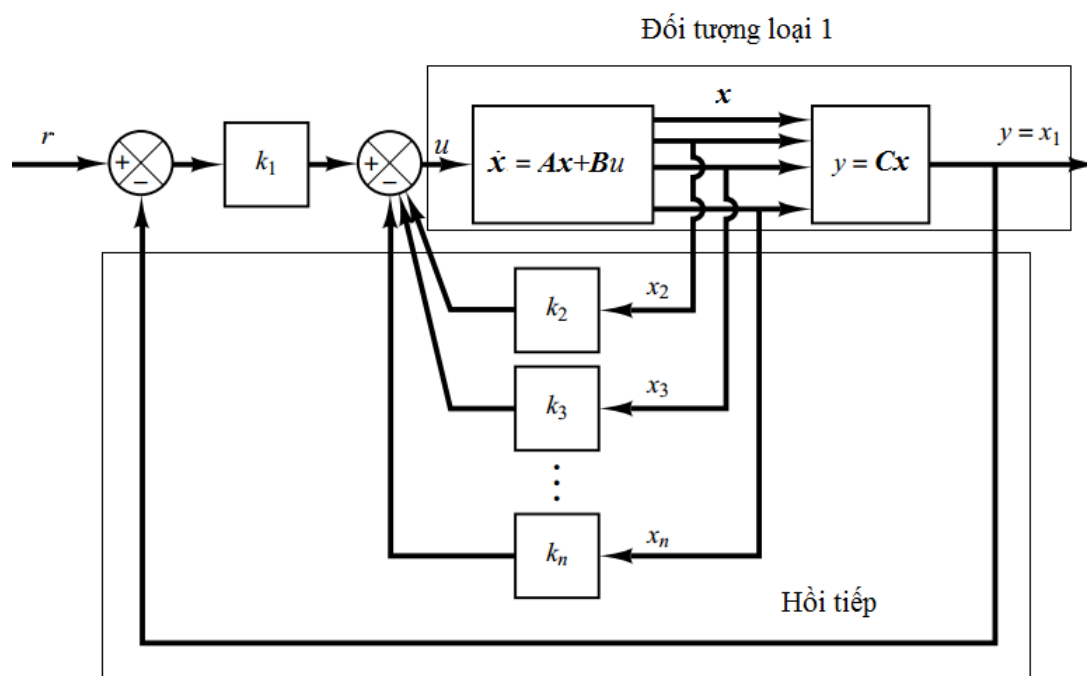
Nếu chỉ hồi tiếp trạng thái và dùng khâu tỷ lệ N ở ngõ vào thì không chắc là $y \rightarrow r$ do sai số về mô hình, vậy cần phải hồi tiếp ngõ ra y , rõ ràng là sai số xác lập ngõ ra tùy thuộc vào loại hàm truyền.

a/ Trường hợp hàm truyền đối tượng loại 1

Xét đối tượng có hàm truyền $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots + b_0}{s(s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \dots + a_1)}$

Khi hàm truyền đối tượng có khâu tích phân (Hình 6.73), ta đặt biến trạng thái như sau

$$\begin{aligned}
 x_1 &= y, \dot{x}_1 = x_2 + \beta_1 u, \dot{x}_2 = x_3 + \beta_2 u, \dots \\
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix}, \\
 c &= [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0], d = 0 \\
 \beta_1 &= b_{n-1}, \beta_2 = b_{n-2} - a_{n-1}\beta_1, \beta_3 = b_{n-3} - a_{n-1}\beta_2 - a_{n-2}\beta_1, \dots, \\
 \beta_n &= b_0 - a_{n-1}\beta_{n-1} - a_{n-2}\beta_{n-2} - \dots - a_1\beta_1 \\
 \text{Nếu } b_i &= 0, i > 0 \text{ thì } \beta_n = b_0, \beta_i = 0, i < n
 \end{aligned} \tag{6.22}$$



Hình 6.73 Hồi tiếp ngõ ra và biến trạng thái

Các phương trình liên quan là

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= Ax + bu, \\
 y &= cx, \\
 k &= [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n], \\
 u &= -kx + k_1 r
 \end{aligned}$$

Phương trình hệ kín

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= (A - bk)x + bk_1 r, \\
 y &= cx
 \end{aligned}$$

Biến đổi Laplace

$$sX(s) = (A - bk)X(s) + bk_1 R(s)$$

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{k})^{-1}\mathbf{b}k_1R(s)$$

Hàm truyền hệ kín

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \mathbf{c}(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{k})^{-1}\mathbf{b}k_1 \quad (6.23)$$

Nếu r là hằng số biên độ r , giá trị xác lập của $y(t)$ là $y_{xl} = \mathbf{c}(-\mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{k})^{-1}\mathbf{b}k_1r$

Có thể chứng minh là $y_{xl} = \frac{k_1r}{k_1 + a_0}$, suy ra nếu đối tượng là loại 1, $a_0=0$ và $y_{ss}=r$ sai

số xác lập là 0, nếu đối tượng loại 0, sai số xác lập là $\frac{ra_0}{k_1 + a_0}$

Ví dụ 6.25: Cho đối tượng có hàm truyền

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2s+1}{s(s+1)(s+2)} = \frac{2s+1}{s^3+3s^2+2s},$$

cực mong muốn là $-2 \pm j2\sqrt{3}$, -10 . Thiết kế điều khiển tín hiệu ra theo tín hiệu đặt là hàm nấc đơn vị sao cho sai số xác lập là 0

$$n=3, a_3=1, a_2=3, a_1=2, a_0=0, b_2=0, b_1=2, b_0=1$$

$$\beta_1=0, \beta_2=b_{n-2}-a_{n-1}\beta_1=b_1-a_2\beta_1=2,$$

$$\beta_3=b_{n-3}-a_{n-1}\beta_2-a_{n-2}\beta_1=b_0-a_2\beta_2-a_1\beta_1=1-6=-5$$

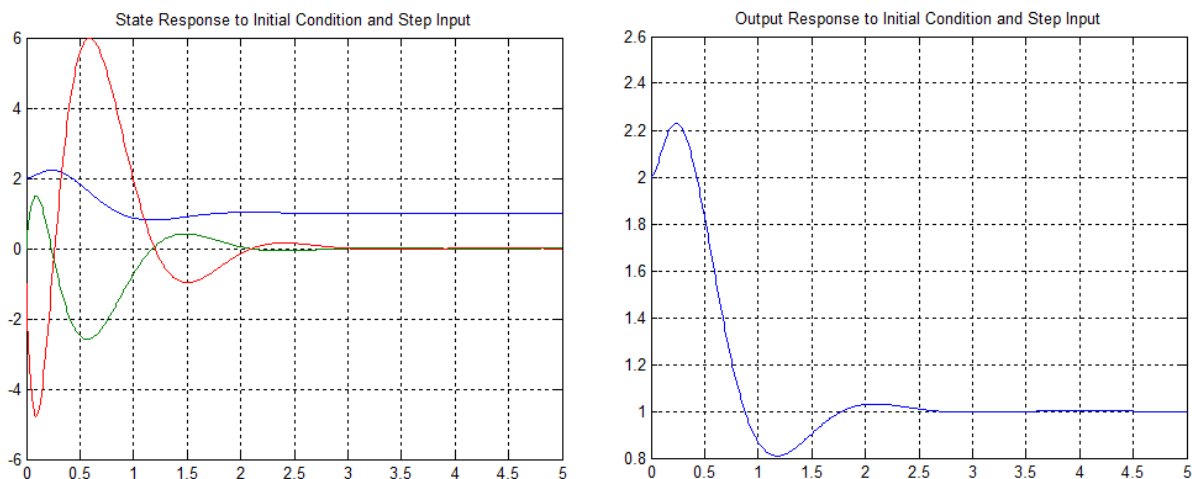
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = [1 \quad 0 \quad 0]$$

Tín hiệu điều khiển là $u = -k_2x_2 - k_3x_3 + k_1(r-y) = -(k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_3) + k_1r = -\mathbf{k}\mathbf{x} + k_1r$

Vector \mathbf{k} tính bằng Matlab được kết quả $\mathbf{k} = [160 \quad 458 \quad 181]$

Kết quả mô phỏng (Hình 6.74) cho thấy tín hiệu ra xác lập bằng tín hiệu đặt. Nếu đối tượng là loại 0 sẽ có sai số xác lập (Ví dụ 6.26).

<pre> clc close all A=[0 1 0;0 0 1;0 -2 -3]; B=[0;2;-5]; C=[1 0 0]; D=0 P=[-2+j*2*sqrt(3) -2-j*2*sqrt(3) -10]; K=acker(A,B,P) sys=ss(A-B*K,B*K(1),C-D*K,D); t=0:0.01:5; </pre>	<pre> u=ones(size(t)); [y,t,X] = lsim(sys,u,t,[2;0;-1]); figure plot(t,X),grid title('State Response to Initial Condition and Step Input') figure plot(t,y),grid title('Output Response to Initial Condition and Step Input') </pre>
--	--



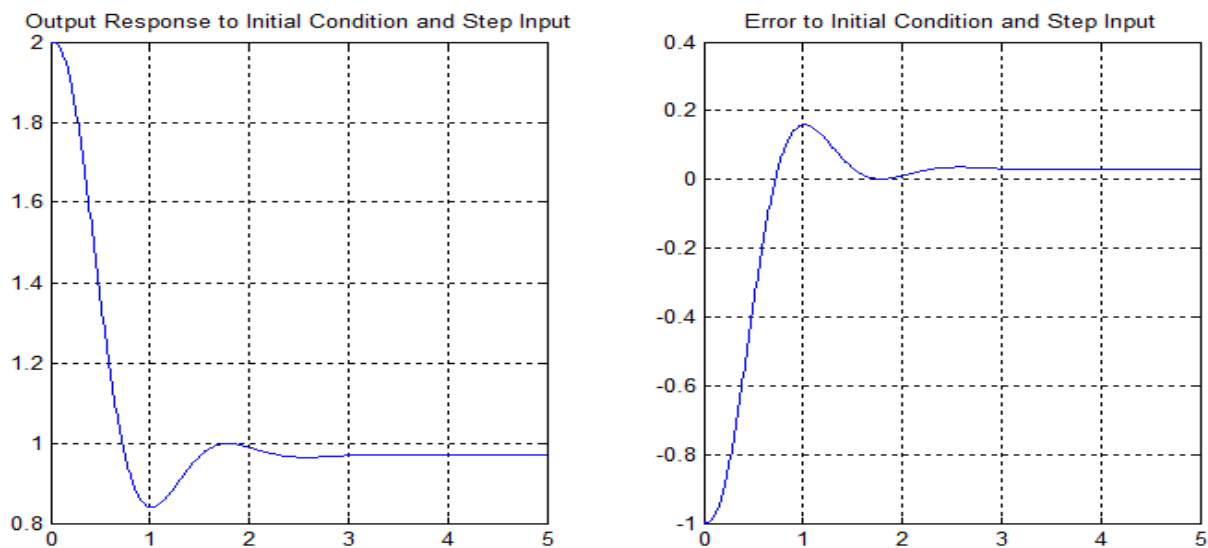
Hình 6.74 Chương trình và đáp ứng Ví dụ 6.25

b/ Trường hợp hàm truyền đối tượng loại 0

Ví dụ 6.26: Xét đối tượng loại 0, $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 5s + 3}$

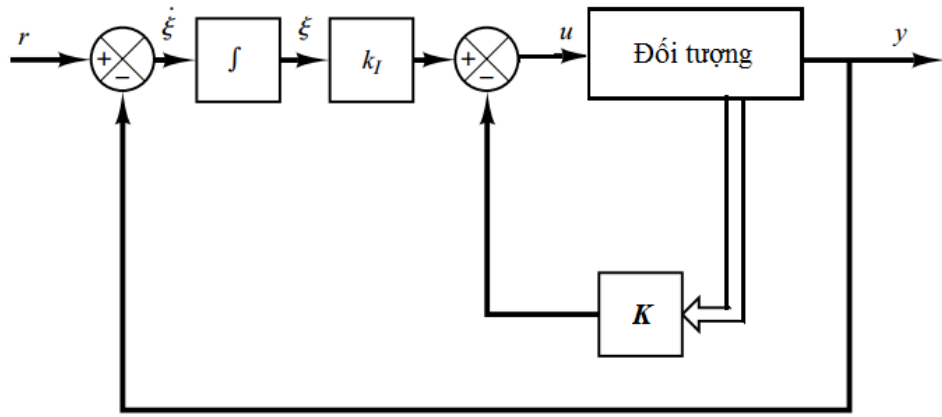
$$k = [97 \quad 35 \quad 3]$$

Sai số xác lập là $\frac{ra_0}{k_1 + a_0} = 0.03$



Hình 6.74 Đáp ứng Ví dụ 6.26

Để cho đối tượng loại 0 có sai số xác lập 0 ta thêm vào hệ thống khâu tích phân, bậc hệ thống tăng lên là $n+1$, biến mới thêm vào gọi là ζ (Hình 6.75)



Hình 6.75 Điều khiển đặt cực với tích phân

Phương trình trạng thái

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

$$y = \mathbf{c}\mathbf{x},$$

$$\dot{\xi} = r - \mathbf{c}\mathbf{x},$$

$$u = -\mathbf{k}\mathbf{x} - k_I\xi$$

Kết hợp biến trạng thái \mathbf{x} và ξ , phương trình trạng thái mới là

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{c} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r,$$

$$y = \mathbf{c}\mathbf{x},$$

$$u = -\mathbf{k}\mathbf{x} - k_I\xi$$

Phương trình trạng thái hệ kín

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{c} & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} [\mathbf{k} \quad k_I] \right) \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r, \quad (6.24)$$

$$y = \mathbf{c}\mathbf{x}$$

Ta tìm vector $[\mathbf{k} \quad k_I]$ cho hệ thống bậc $n+1$ ở trên, từ đó suy ra \mathbf{k} và k_I

Ví dụ 6.27: Cho hệ thống $G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+5)}$, thiết kế bộ điều khiển đặt cực và tích phân sao cho sai số xác lập với hàm nấc là 0 và các cực bội ở $p=-2$

Phương trình trạng thái đối tượng

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = [10 \quad 0]$$

Ta viết chương trình Matlab

clc close all	K=acker(AA,BB,P) sys=ss(AA-BB*K,[zeros(2,1);1],[C
------------------	--

<pre> A=[0 1;-6 -5]; B=[0;1]; C=[1 0]; D=0; P=[-2 -2 -2]; AA=[A zeros(2,1);-C 0]; BB=[B;0]; </pre>	<pre> 0],D) ht=tf(sys) t=0:0.01:5; u=ones(size(t)); [y,t,X] = lsim(sys,u,t,[0;0;0]); plot(t,y),grid title('Output Response to Initial Condition and Step Input') </pre>
--	---

Kết quả $K=[6 \ 1 \ -8]$, $u=-[6 \ 1]x-8\int_0^t(r-y)d\tau$

Hồi tiếp trạng thái đòi hỏi phải đo được tất cả trạng thái, như vậy hệ thống bậc n cần phải có n cảm biến, điều này có thể phức tạp và nhiều trạng thái không thuận tiện để đo. Một phương án đơn giản là ước lượng các trạng thái không đo được bằng cách dùng bộ quan sát trạng thái.

6.7 HỆ THỐNG QUAN SÁT-ĐIỀU KHIỂN TRẠNG THÁI

6.7.1 Quan Sát Trạng Thái Đầy Đủ

Bộ quan sát ước lượng trạng thái dựa trên kết quả đo tín hiệu ra và tín hiệu vào để suy ra các biến trạng thái. Chú ý rằng phương pháp này chỉ chính xác khi phương trình trạng thái hệ thống được biết chính xác. Cho hệ thống

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}\mathbf{x}\end{aligned}\quad (6.25)$$

Ta đo y và u , từ đó suy ra giá trị ước lượng $\hat{\mathbf{x}}$ của \mathbf{x} , do có sai số ước lượng nên có sai lệch giữa $y=\mathbf{c}\mathbf{x}$ và $\mathbf{c}\hat{\mathbf{x}}$, ta có thể viết

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}\hat{\mathbf{x}}) \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{l}\mathbf{c})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}y\end{aligned}\quad (6.26)$$

Đặt $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ gọi là sai số ước lượng, ta có

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}(\mathbf{c}\mathbf{x} - \mathbf{c}\hat{\mathbf{x}}) \\ \dot{\mathbf{e}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{l}\mathbf{c})\mathbf{e}\end{aligned}\quad (6.27)$$

Phương trình đặc tính là $|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{l}\mathbf{c}| = 0$

Nếu chọn ma trận $\mathbf{A} - \mathbf{l}\mathbf{c}$ có nghiệm riêng (gọi là cực quan sát) bên nửa mặt phẳng trái thì hệ thống ổn định tiệm cận, $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0}$, nghĩa là $\hat{\mathbf{x}} \rightarrow \mathbf{x}$. Nếu chọn các nghiệm riêng ở xa trục ảo thì sai số sẽ giảm nhanh. Tính chất của $\mathbf{A} - \mathbf{l}\mathbf{c}$ trong ước lượng cũng tương tự tính chất của $\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}$, \mathbf{l} gọi là độ lợi quan sát. Bộ quan sát gọi là đầy đủ vì ước lượng tất cả biến trạng thái. Cách tính \mathbf{l} tương tự cách tính \mathbf{k} .

Điều kiện để tìm được \mathbf{l} khi cho trước \mathbf{A} , \mathbf{c} và các cực quan sát là hệ thống (\mathbf{A}, \mathbf{c}) quan sát được nghĩa là **ma trận tính quan sát được** (observability matrix)

$$\mathbf{M}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T & \mathbf{A}^T \mathbf{c}^T & \dots & (\mathbf{A}^{n-2})^T \mathbf{c}^T & (\mathbf{A}^{n-1})^T \mathbf{c}^T \end{bmatrix}$$

có định thức bậc n khác 0. Dùng hàm $\text{rank}(\text{obsv}(A, c))$ để tìm hạng ma trận quan sát được, kết quả phải là n . Tính toán l bằng tay hoặc dùng hàm $l' = \text{acker}(A', c', P)$, $l' = \text{place}(A', c', P)$, dấu nháy là ký hiệu của phép chuyển vị, P là vector các cực của bộ quan sát.

Ví dụ 6.28: xét đối tượng Ví dụ 6.22, thiết kế bộ quan sát với cực kép ở -10.

Phương trình trạng thái là:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1 \\ sI - (A - lc) &= \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} [1 \quad 0] \right\} = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -l_1 & 1 \\ -l_2 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} s+l_1 & -1 \\ l_2 & s \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Phương trình đặc tính $s^2 + sl_1 + l_2 = (s+10)^2 = s^2 + 20s + 100$

Suy ra $l_1=20, l_2=100$

Ví dụ 6.29: cho hàm truyền $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10}{s(s^2 + 10s + 100)}$, biểu diễn dưới dạng chính tắc điều khiển

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -100 & -10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c = [10 \quad 0 \quad 0]$$

Ta tính độ lợi $l = [l_1 \ l_2 \ l_3]^T$ để cực bộ quan sát là -20, mô phỏng sai số ước lượng trạng thái với $u=0, x(0)=[0.1 \ 1 \ 0]^T, \hat{x}(0)=[0.6 \ 0 \ -0.5]^T$

**Tính bằng tay*

$$\begin{aligned} sI - A + lc &= \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10l_1 & -1 & 0 \\ 10l_2 & 0 & -1 \\ 10l_3 & 100 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s+10l_1 & -1 & 0 \\ 10l_2 & s & -1 \\ 10l_3 & 100 & s+10 \end{bmatrix} \\ \det(sI - A + lc) &= (s+10l_1)(s(s+10)+100)+10l_2(s+10)+10l_3 \\ &= s^3 + s^2(10+10l_1) + s(100+100l_1+10l_2) + (1000l_1+100l_2+10l_3) \\ &= (s+20)^3 = s^3 + 60s^2 + 1200s + 8000 \end{aligned}$$

Cân bằng 2 vế ta được $l_1=5, l_2=60, l_3=-300$

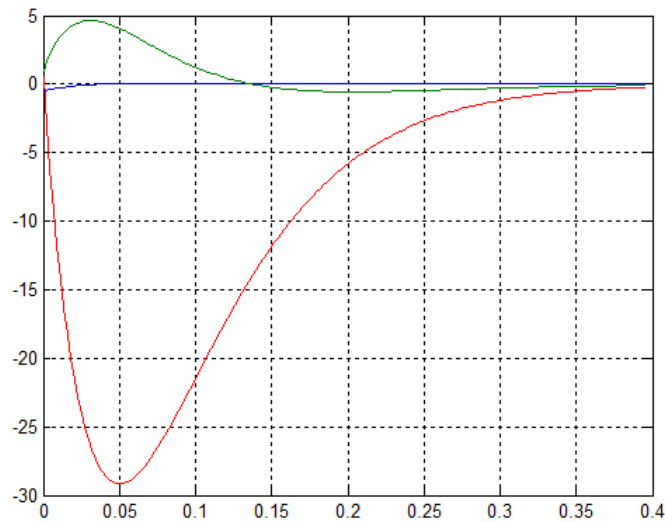
**Chương trình Matlab*

Chương trình và đáp ứng cho ở Hình 6.76

```

clc
close all
A=[0 1 0;0 0 1;0 -100 -10];
B=[0;0;1];
C=[10 0 0];
ob=obsv(A,C);
D=0;
r=rank(ob)
P=[-20 -20 -20];
K= acker(A',C',P)
e0=[-0.5 1 0.5];
obs=ss(A-K'*C,[0;0;0],C,0)
[y,t,x]=initial(obs,e0);
plot(t,x),grid

```



Hình 6.76 Chương trình và đáp ứng Ví dụ 6.29

6.7.2 Kết hợp Điều khiển và Quan Sát Trạng Thái Đầy Đủ

Kết hợp bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái với bộ quan sát, phương trình hệ thống

là: $\dot{x} = Ax + bu$,

$y = cx$,

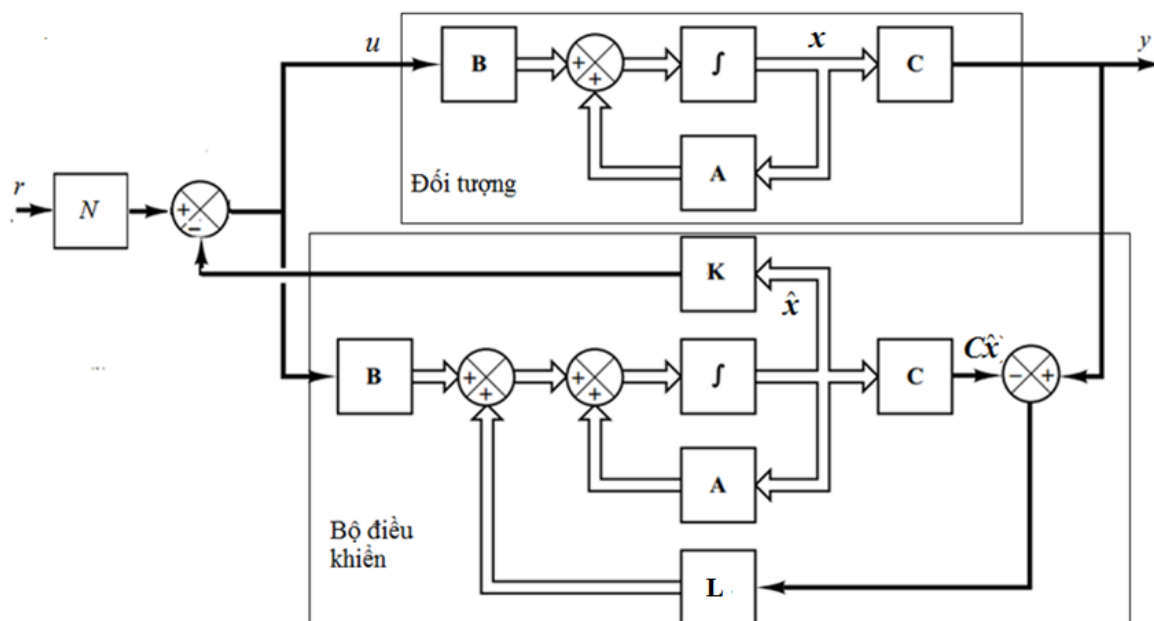
$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + bu + l(y - c\hat{x})$,

(6.28)

$u = -k\hat{x} + Nr$

$e = x - \hat{x}$

$\dot{e} = (A - lc)e$



Hình 6.77 Điều khiển và quan sát đặt cực

Suy ra hệ phương trình của bộ quan sát- điều khiển

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - bk & bk \\ 0 & A - lc \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} bN \\ 0 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$$
(6.29)

Ở xác lập x tiệm cận tiến về giá trị xác lập và e tiệm cận tiến về 0.

Phương trình đặc tính của hệ thống là $|sI - A + bk|/|sI - A + lc|$ vậy hệ điều khiển và quan sát độc lập với nhau, ta có thể chọn cực quan sát trùng với cực điều khiển hay không trùng, tính chất này gọi là nguyên lý phân ly.

Cũng do nguyên lý phân ly, hàm truyền điều khiển hồi tiếp $Y(s)/R(s)$ không phụ thuộc vào bộ quan sát và có biểu thức giống như trường hợp điều khiển hồi tiếp trạng thái.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = c(sI - A + bk)^{-1}bN$$
(6.30)

Ta tính tiếp hàm truyền giữa $U(s)$ và $Y(s)$, từ (6.28) với $r=0$

$$\dot{\hat{x}} = (A - bk - lc)\hat{x} + ly,$$

Lấy Laplace $\hat{X}(s) = (sI - A + bk + lc)^{-1}lY(s)$

$$U(s) = -k(sI - A + bk + lc)^{-1}lY(s)$$

$$\frac{U(s)}{Y(s)} = -k(sI - A + bk + lc)^{-1}l = -D(s)$$
(6.31)

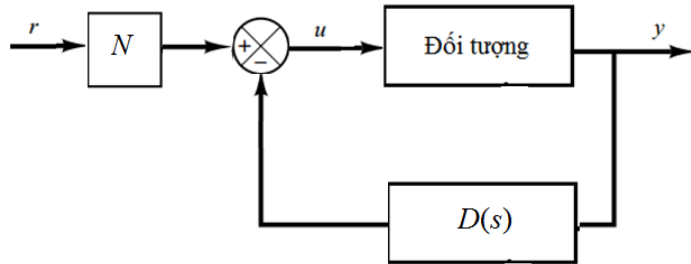
Sơ đồ điều khiển dùng đặt cực và quan sát dưới dạng hàm truyền trình bày ở Hình 6.78. Lúc này hàm truyền vào ra không còn giống (6.30) mà sẽ là

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = N \frac{G(s)}{1 + D(s)G(s)}$$
(6.32)

Hàm truyền (6.32) có mẫu số là $\prod_{i=1}^n (s - p_{ci}) \prod_{i=1}^n (s - p_{oi})$, p_{ci} , p_{oi} là các cực điều khiển và quan sát.

Nếu r là hàm nấc, muốn $y_{xl}=r$ ta chọn $N = \frac{1 + D(s)G(s)}{G(s)} \Big|_{s \rightarrow 0}$

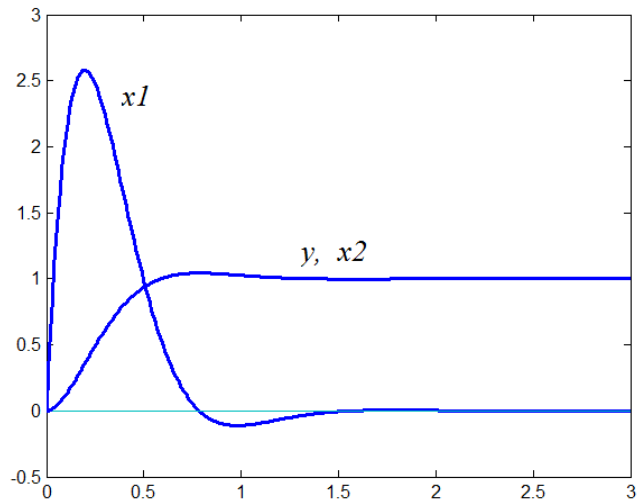
(6.33)



Hình 6.78 Sơ đồ điều khiển đặt cực và quan sát dưới dạng hàm truyền

Ví dụ 6.30: Xét đối tượng ở Ví dụ 6.22, viết chương trình Matlab và simulink điều khiển đặt cực ở $-4 \pm j4$ và cực kép quan sát ở -10 , sao cho ngõ ra ổn định theo tín hiệu bậc với sai số xác lập là 0.

```
s=tf('s')
pc=[-4+j*4 -4-j*4];
po=[-10 -10];
g=1/s^2;
gtt=ss(g);
[a,b,c,d]=ssdata(gtt)
k=acker(a,b,pc)
l=(acker(a',c',po))'
N=1/(-c*((a-b*k)^-1)*b)
ak=[a-b*k b*k;zeros(size(a))
a-l*c]
bk=[b*N; zeros(size(b))];
ck=[c zeros(size(c))];
gttk=ss(ak,bk,ck,0);
ds=minreal(k*((s*eye(size(a))
-a+b*k+l*c)^-1)*1)
t=0:0.01:3;
u=ones(size(t));
x0=[0;0;0;0];
[y,t,x]=lsim(gttk,u,t,x0);
plot(t,x)
hold
plot(t,y)
```



Kết quả tính toán của chương trình

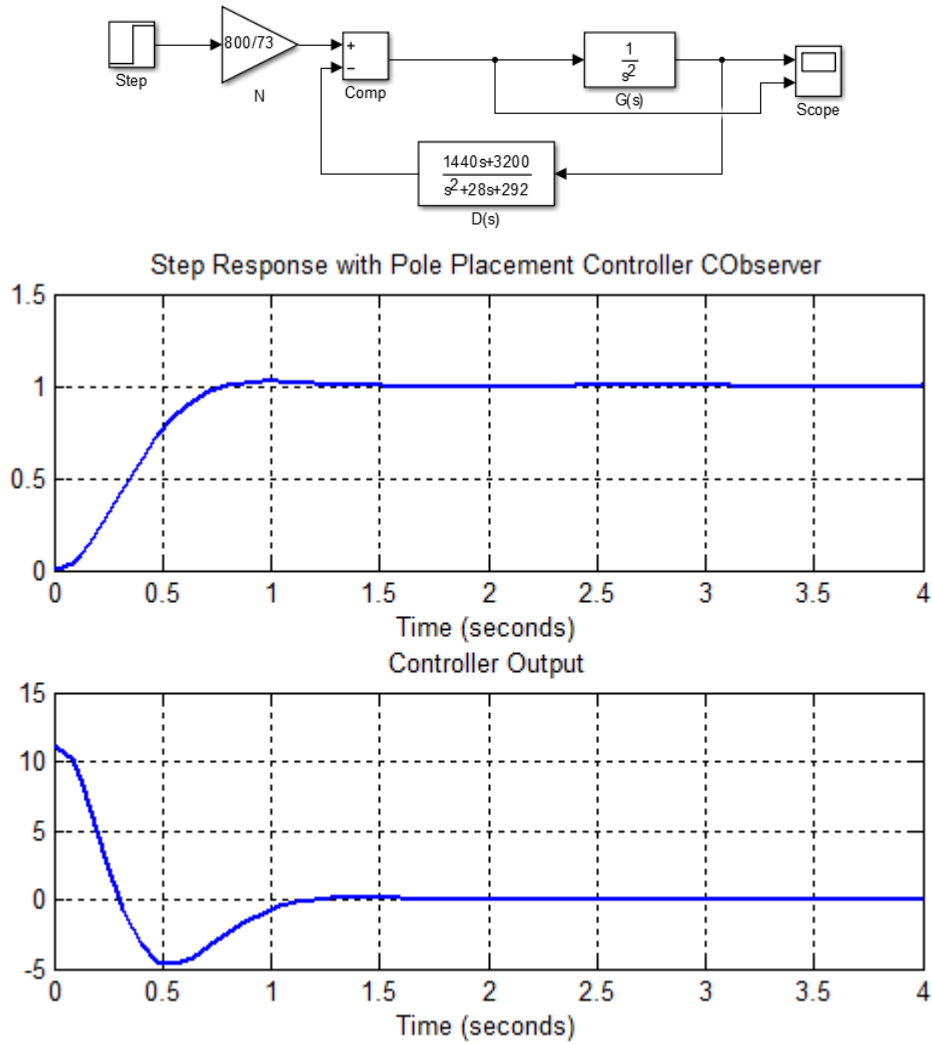
<pre>a = 0 0 1 0 b = 1 0 c = 0 1 d = 0 k = 8 32 l = 100 20 N = 32 x0 = 0 0 0 0</pre>	<pre>gttk = a = x1 x2 x3 x4 x1 -8 -32 8 32 x2 1 0 0 0 x3 0 0 0 -100 x4 0 0 1 -20 b = u1 x1 32 x2 0 x3 0 x4 0 c = x1 x2 x3 x4 y1 0 1 0 0 d = u1 y1 0 ds = 1440 s + 3200 ----- s^2 + 28 s + 292 .</pre>
---	--

THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC

Ta tiếp tục khảo sát điều khiển dưới dạng hàm truyền theo sơ đồ Hình 6.78. Hàm truyền là

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = N \frac{G(s)}{1 + D(s)G(s)} = N \frac{\frac{1}{s^2}}{1 + \frac{1}{s^2} \frac{1440s + 3200}{s^2 + 28s + 292}} = N \frac{s^2 + 28s + 292}{(s^2 + 8s + 32)(s^2 + 28s + 100)}$$

Vậy chọn $N=800/73$



Hình 6.79 Sơ đồ Simulink và đáp ứng Ví dụ 6.30

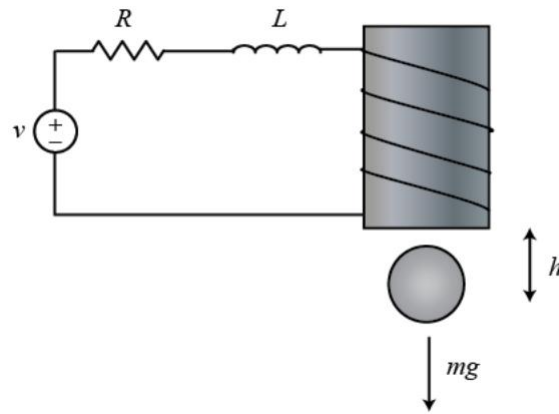
Phần kế tiếp trình bày hai ví dụ điều khiển hệ phi tuyến tuyến tính hoá dùng phương pháp đặt cực.

Ví dụ 6.31: Cho viên bi treo trong từ trường nam châm điện, ta điều khiển dòng điện vào cuộn dây để viên bi không rơi xuống.

Các phương trình vi phân là

$$M\ddot{h} = Mg - \frac{ki^2}{h},$$

$$V = Ri + L \frac{di}{dt}$$



Hình 6.80 Điều khiển vị trí viên bi treo trong từ trường

$M = 0.05 \text{ Kg}$, $K = 0.0001$, $L = 0.01 \text{ H}$, $R = 1 \text{ Ohm}$, $g = 9.81 \text{ m/sec}^2$,

Ở cân bằng, với một giá trị i_0 cố định ta có giá trị h_0 tương ứng là ki^2/Mg , với $h_0=10\text{mm}$, dòng i_0 khoảng 7A . Tuyến tính hoá quanh điểm cân bằng này và chọn các biến trạng thái như sau

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta h \\ \delta \dot{h} \\ \delta i \end{bmatrix}$$

Ta được phương trình trạng thái với $u=\delta V$, $y=\delta h$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 980 & 0 & -2.8 \\ 0 & -100 & -10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}, c = [1 \ 0 \ 0]$$

Ta sẽ khảo sát đáp ứng vị trí của viên bi quanh điểm cân bằng trong hai trường hợp: trường hợp 1 hồi tiếp biến trạng thái với tín hiệu vào điều khiển viên bi di chuyển 1mm , trường hợp 2 dùng bộ quan sát ổn định vị trí quanh điểm cân bằng với giá trị ban đầu lệch 10mm .

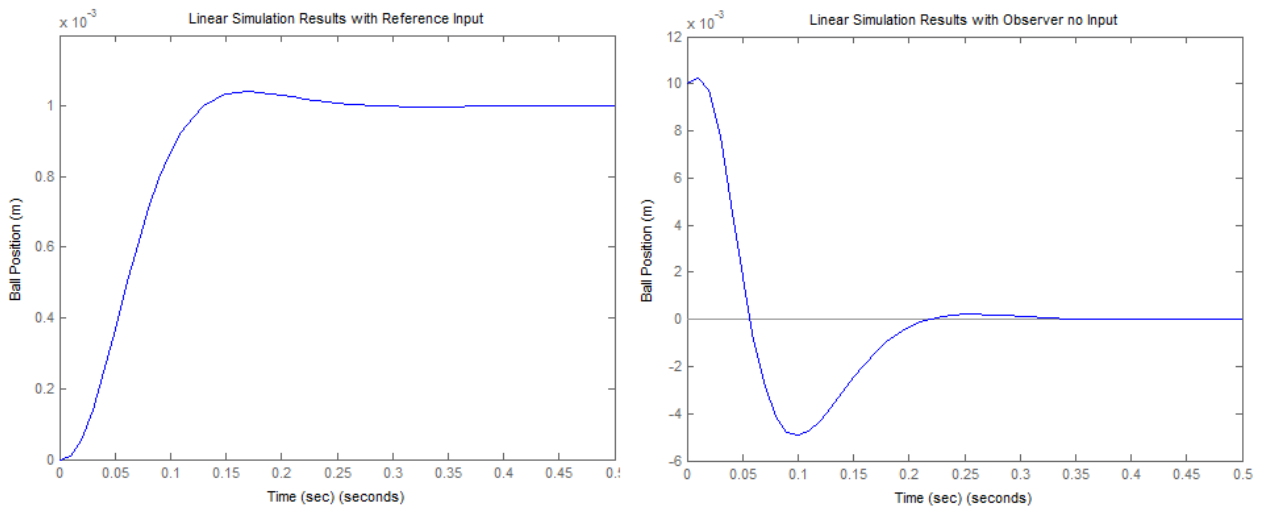
<pre> clc close all A=[0 1 0;980 0 -2.8;0 0 -100]; B=[0;0;100]; C=[1 0 0]; ct_rank=rank(ctrb(A,B)) ct_p = [-20 + 20i -20 - 20i - 100]; K = place(A,B,ct_p) ND=-(C*(A-B*K)^-1*B) sys_cl = ss(A-B*K,B/ND,C,0); htk_ct=tf(sys_cl) t = 0:0.01:0.5; u = 0.001*ones(size(t)); x0 = [0.01 0 0]; lsim(sys_cl,u,t) title('Linear Simulation Results with Reference Input') xlabel('Time (sec)') </pre>	<pre> ylabel('Ball Position (m)') axis([0 0.5 0 1.2*10^-3]) %Simulation with Observer ob_p=[-100 -100 -100]; ob_rank=rank(observ(A,C)) Ke=acker(A',C',ob_p) At=[A-B*K B*K;zeros(size(A)) A-Ke*C]; Bt=[B/ND; zeros(size(B))]; Ct=[C zeros(size(C))]; sys = ss(At,Bt,Ct,0); htk_ob=tf(sys) figure lsim(sys,zeros(size(t)),t,[x0 x0]); title('Linear Simulation Results with Observer no Input') xlabel('Time (sec)') ylabel('Ball Position (m)') </pre>
---	---

```

ct_rank =
    3
K =
    -775.7143    -20.6429     0.4000
ND =
    -0.0035
htk_ct =
           8e04
-----
s^3 + 140 s^2 + 4800 s + 8e04

ob_rank =
    3
Ke =
           200
        10980
           0
htk_ob =
           8e04
-----
s^3 + 140 s^2 + 4800 s + 8e04

```

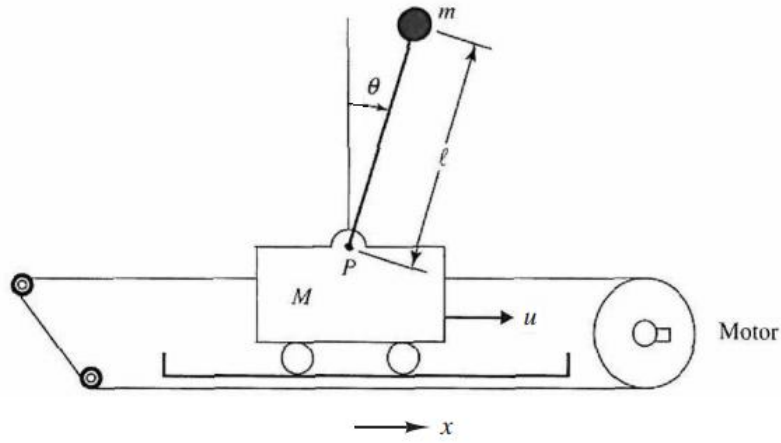


Hình 6.81 Đáp ứng vị trí viên bi

Ví dụ 6.32: Con lắc gồm một thanh khối lượng m quay trong mặt phẳng thẳng đứng quanh một trục nằm ngang gắn trên xe di chuyển, khoảng cách từ trục quay đến trọng tâm thanh là l , góc quay là θ theo chiều kim, ma sát của xe là b , khi con lắc thẳng đứng $\theta=0$, xe có khối lượng M , lực u làm xe di chuyển khoảng đường x . Thiết kế bộ điều khiển sao cho con lắc ổn định ở vị trí thẳng đứng hướng lên và điều khiển được vị trí xe theo hàm bậc. Phương trình toán hệ thống đã được tính trong chương 2

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = u$$

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} - mgl\sin\theta + ml\ddot{x}\cos\theta = 0$$



Hình 6.82 Con lắc ngược trên xe

Trường hợp con lắc là một thanh nhẹ chiều dài l và ở đầu là viên bi kích thước nhỏ khối lượng m thì trọng tâm cách trục quay là l và moment quán tính $I=0$.

Ta điều khiển con lắc phi tuyến bằng phương pháp tuyến tính nên phải tìm phương trình tuyến tính hoá của con lắc, vì bài toán là ổn định quanh $\theta=0$ nên θ rất nhỏ, $\sin\theta\approx 0$, $\cos\theta=1$, $\dot{\theta}^2=0$, $\dot{\theta}^2\theta=0$, phương trình toán tuyến tính hóa con lắc là

$$(M+m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} = u$$

$$l\ddot{\theta} + \ddot{x} = g\theta$$

Hàm truyền giữa θ và u là

$$\frac{\theta(s)}{U(s)} = -\frac{s}{Mls^3 + bbs^2 - (M+m)gs - bg}$$

Đa thức mẫu số có hệ số âm, hệ hở không ổn định.

Hàm truyền giữa x , u và θ là

$$X(s) = \frac{U(s) - mls^2\theta(s)}{(M+m)s^2 + bs}$$

Đặt biến trạng thái $x_1 = \theta$, $\dot{x}_1 = \dot{\theta} = x_2$, $x_3 = x$, $\dot{x}_3 = \dot{x} = x_4$, phương trình trạng thái là

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 & 0 & \frac{b}{Ml} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{mg}{M} & 0 & 0 & -\frac{b}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{Ml} \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u, y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

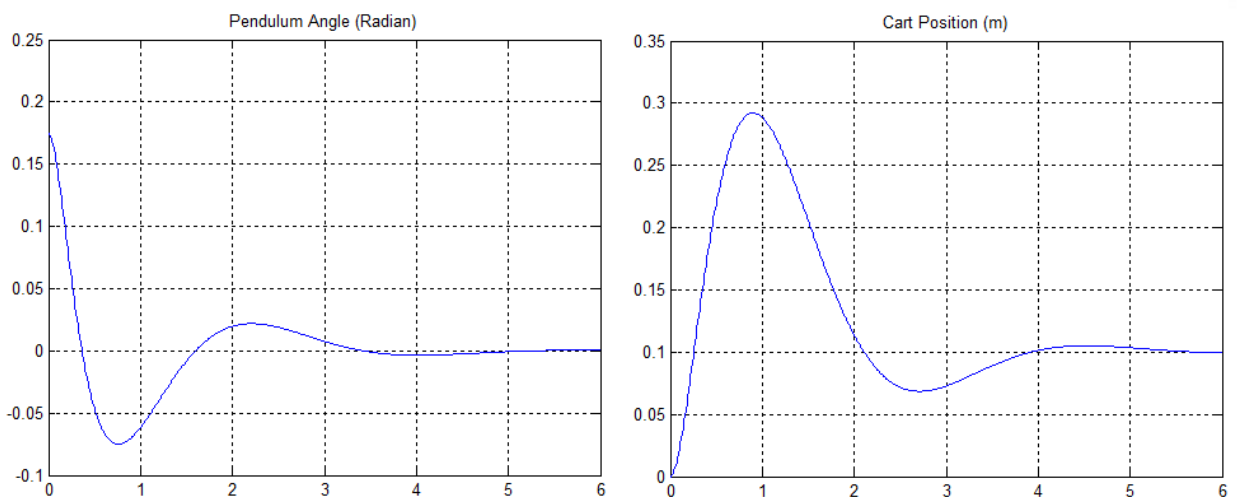
$M = 2 \text{ kg}$, $m = 0.1 \text{ kg}$, $l = 0.5 \text{ m}$, $b = 1 \text{ N/m/s}$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 20.601 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.4905 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} u$$

THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC

Đầu tiên phải tìm hạng của của ma trận điều khiển được bằng hàm $\text{rank}(\text{ctrb}(A,B))$ kết quả là 4. Chọn 4 cực là $-1 \pm j\sqrt{3}$, -5 , -5 ta tính được độ lợi $K = [-75.5973 \ -17.3967 \ -11.9926 \ -11.7933]$

<pre> clc close all M=2;m=0.1;l=0.5;b=1; A=[0 1 0 0; (M+m)*9.81/M/l 0 0 b/M/l; 0 0 0 1; -m*9.81/l 0 0 -b/M]; B=[0;-1/M/l;0;1/M]; C=[0 0 1 0]; D=0; rank(ctrb(A,B)) P=[-1+j*sqrt(3) -1-j*sqrt(3) -5 -5]; K=acker(A,B, P) nd=-C*(A-B*K)^(-1)*B x0=[pi*2/36 0 0 0];%initialconditions sys=ss(A-B*K,B/nd,C,D); </pre>	<pre> % Control cart Position at 0.1m t=0:0.01:6; u=0.1*ones(size(t)); [y,t,X]=lsim(sys,u,t,x0); plot(t,X(:,1)) title('Pendulum Angle (Radian)') grid on figure plot(t,y) grid on title('Cart Position (m)') figure plot(t,-K*X'+u/nd) grid on title('Control Input (N)') </pre>
---	--



Hình 6.83 Kết quả mô phỏng Ví dụ 6.32

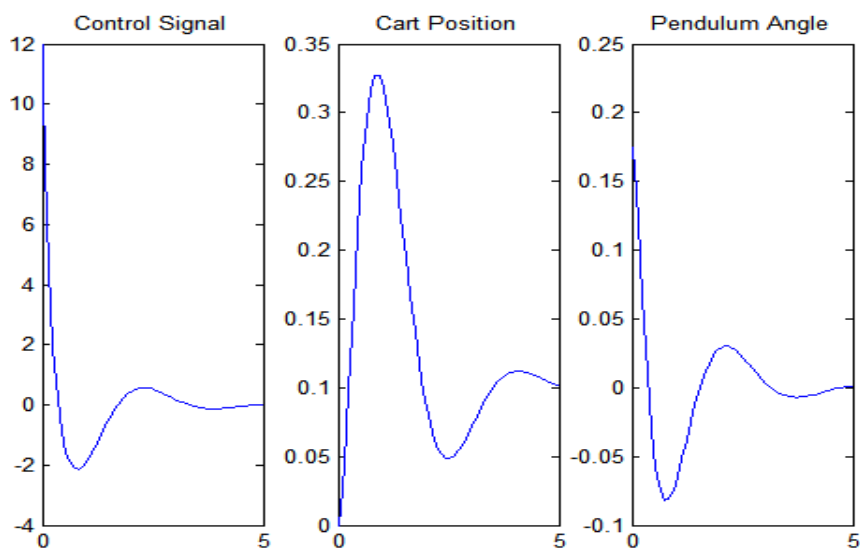
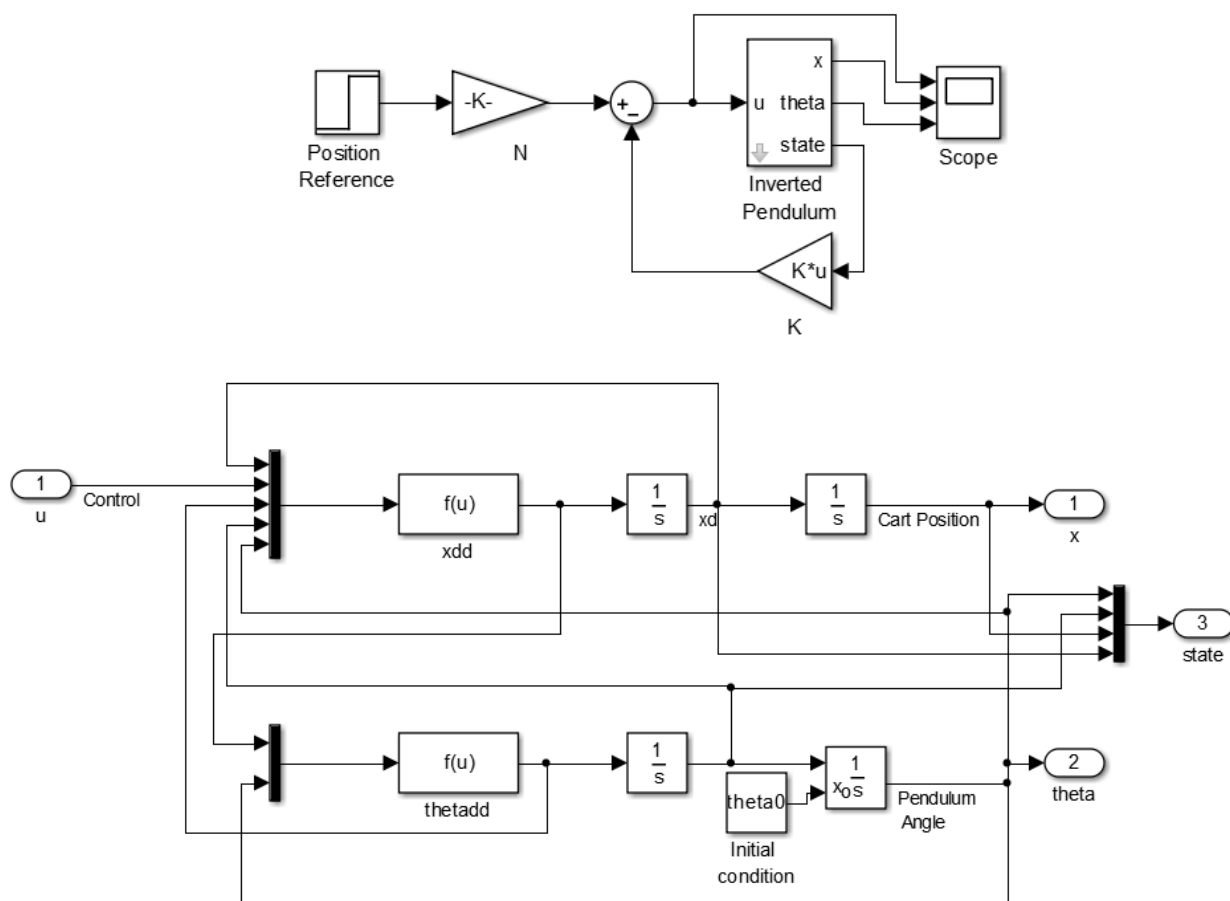
Kết quả mô phỏng cho thấy con lắc được giữ ổn định ở vị trí đúng khi xe di chuyển 0.1m và góc lệch ban đầu là 20° .

Thực chất ta đang mô hình hệ phi tuyến bởi mô hình tuyến tính hóa, kết quả không chính xác lắm, sau đây dùng simulink xây dựng mô hình phi tuyến con lắc và kiểm tra chất lượng điều khiển.

Phương trình toán viết lại là

$$\ddot{x} = \frac{-b\dot{x} - m\ddot{\theta} \cos \theta + m\dot{\theta}^2 \sin \theta + u}{M + m}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{mgl \sin \theta - m\ddot{x} \cos \theta}{I + ml^2}$$



Hình 6.84 Mô phỏng simulink con lắc ngược trên xe

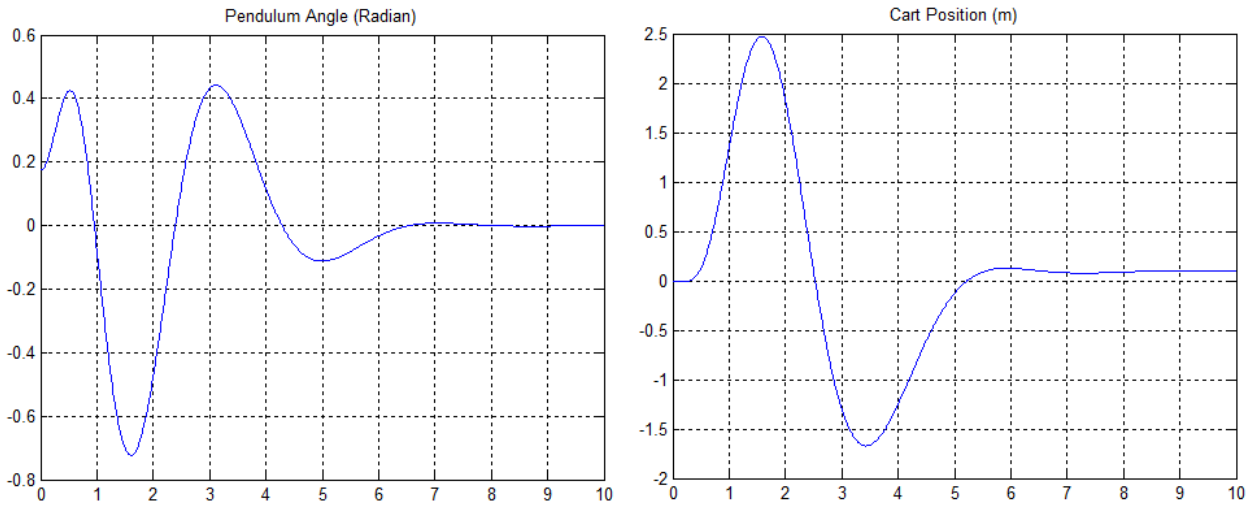
Hình 6.84 cho thấy kết quả mô phỏng mô hình phi tuyến tương tự mô hình tuyến tính hóa.

Tiếp theo ta dùng thuật toán quan sát điều khiển, ta đo $x_3=y$, từ đó ước lượng các biến trạng thái còn lại

<code>%Observer control</code>	<code>t=0:0.01:10;</code>
--------------------------------	---------------------------


```
rank(observ(A,C))
ob_p=[-2 -2 -2 -2]
Ke=acker(A',C',ob_p)
At=[A-B*K B*K;zeros(size(A)) A-
Ke*C];
Bt=[B/nd; zeros(size(B))];
Ct=[C zeros(size(C))];
sys = ss(At,Bt,Ct,0);
figure
```

```
u=0.1*ones(size(t));
[y,t,X]=lsim(sys,u,t,[x0 x0]);
plot(t,X(:,1))
title('Pendulum Angle (Radian)')
grid on
figure
plot(t,y)
grid on
title('Cart Position (m)')
```



Hình 6.85 Mô phỏng quan sát điều khiển con lắc ngược trên xe

Kết quả mô phỏng bộ quan sát - điều khiển cho thấy hệ thống có độ vọt lớn, xe di chuyển tới 2.5m trước khi trở về 0.1m. Cần chọn lại vị trí các cực để kết quả chấp nhận được.

6.7.3 Quan sát giảm bậc

Trường hợp tín hiệu ra y là biến trạng thái x_1 , ta chỉ cần ước lượng $n-1$ biến trạng thái còn lại, bộ quan sát gọi là giảm bậc. Ta phân vector trạng thái thành hai phần, ma trận A và vector b phân chia tương tự

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \mathbf{x}_e \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \mathbf{a}_{1e} \\ \mathbf{a}_{e1} & \mathbf{A}_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \mathbf{x}_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \mathbf{b}_e \end{bmatrix} u \quad (6.34)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \mathbf{x}_e \end{bmatrix}$$

Phương trình trạng thái cho biến đo được

$$\dot{x}_1 = \dot{y} = a_{11}y + \mathbf{a}_{1e}\mathbf{x}_e + b_1u$$

Hay $\dot{y} - a_{11}y - b_1u = \mathbf{a}_{1e}\mathbf{x}_e$ (6.35)

Phương trình trạng thái cho biến ước lượng

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}_{ee}\mathbf{x}_e + a_{11}y + \mathbf{b}_eu \quad (6.36)$$

So sánh với phương trình trạng thái của hệ thống quan sát đầy đủ (6.25)(6.26) , ta thấy có sự tương đương sau

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &\leftarrow \mathbf{x}_e \\ \mathbf{A} &\leftarrow \mathbf{A}_{ee} \\ \mathbf{b}u &\leftarrow \mathbf{a}_{e1}y + \mathbf{b}_e u \\ y &\leftarrow \dot{y} - \mathbf{a}_{11}y - \mathbf{b}_1 u \\ \mathbf{c} &\leftarrow \mathbf{a}_{1e} \end{aligned}$$

Vậy ta có phương trình trạng thái của bộ quan sát giảm bậc

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_e = \mathbf{A}_{ee}\hat{\mathbf{x}}_e + \mathbf{a}_{e1}y + \mathbf{b}_e u + \mathbf{l}\{\dot{y} - \mathbf{a}_{11}y - \mathbf{b}_1 u - \mathbf{a}_{1e}\hat{\mathbf{x}}_e\} \quad (6.37)$$

Tìm \mathbf{l} từ cặp $(\mathbf{A}_{ee}, \mathbf{a}_{1e})$ như mục 6.7.1

Phương trình (6.36) có thể biến đổi thành

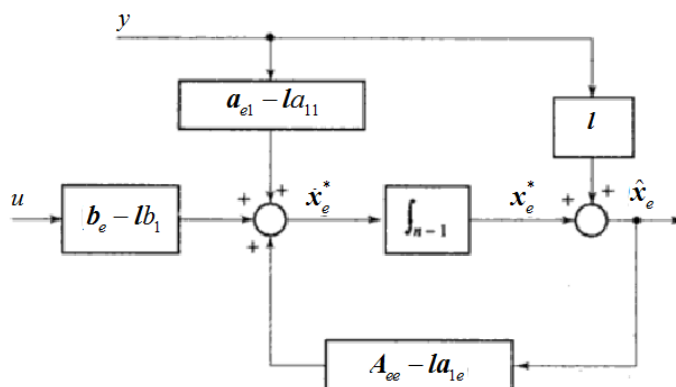
$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_e = (\mathbf{A}_{ee} - \mathbf{l}\mathbf{a}_{1e})\hat{\mathbf{x}}_e + (\mathbf{a}_{e1} - \mathbf{l}\mathbf{a}_{11})y + (\mathbf{b}_e - \mathbf{l}\mathbf{b}_1)u + \mathbf{l}\dot{y} \quad (6.38)$$

chứa đạo hàm của y có thể gây ra nhiễu, ta đặt biến trạng thái mới

$$\mathbf{x}_e^* = \hat{\mathbf{x}}_e - \mathbf{l}y \quad (6.39)$$

Phương trình (6.38) viết lại là $\dot{\mathbf{x}}_e^* = (\mathbf{A}_{ee} - \mathbf{l}\mathbf{a}_{1e})\hat{\mathbf{x}}_e + (\mathbf{a}_{e1} - \mathbf{l}\mathbf{a}_{11})y + (\mathbf{b}_e - \mathbf{l}\mathbf{b}_1)u$ (6.40)

Như vậy không còn chứa đạo hàm của y , (6.40) được thực hiện theo sơ đồ Hình 6.77



Hình 6.86 Sơ đồ quan sát giảm bậc

6.7.4 Đặt cực cho hệ MIMO

Hệ MIMO có phương trình trạng thái

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (6.41)$$

\mathbf{u} và \mathbf{y} là các vector $m \times 1$, dùng luật điều khiển đặt cực $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{r}$, ta tìm ma trận

$\mathbf{K} m \times n$ thỏa mãn phương trình $\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}] = \prod_{i=1}^n (s - p_{ci})$, p_{ci} là các cực hệ kín mong

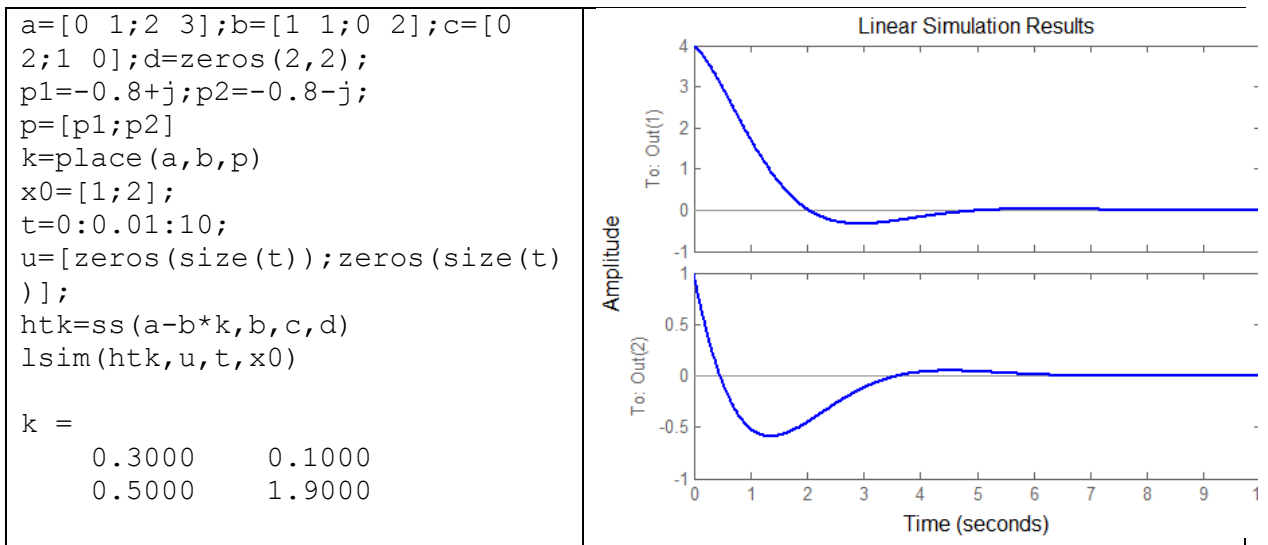
muốn, ta phải tìm $m \times n$ nghiệm trong khi chỉ có n phương trình, vậy có nhiều cách để lựa chọn \mathbf{K} , cơ sở lý thuyết để chọn lựa khá phức tạp, độc giả có thể tìm đọc ở các giáo trình nâng cao. Không đi sâu vào lý thuyết ta có thể dùng hàm Matlab place($\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{P}_c$) để tính ma trận \mathbf{K} và place($\mathbf{A}', \mathbf{C}', \mathbf{P}_o$) để tính ma trận \mathbf{L} . Các trị riêng không được có bậc bội lớn hơn m .

Ví dụ 6.33: Cho hệ thống 2 ngõ vào hai ngõ ra

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tính ma trận hồi tiếp K để cực hệ kín ở $-0.8 \pm j$

Ta giải bài toán bằng chương trình Matlab Hình 6.87



Hình 6.87 Chương trình và đáp ứng ví dụ 6.33

6.8 ĐIỀU KHIỂN LQR

Mục 6.7 đã trình bày phương pháp điều khiển dựa trên chọn trước các cực thường phải qua nhiều lần thử-sửa sai, phương pháp điều chỉnh toàn phương cực tiểu LQR Linear Quadratic Regulator trình bày tiếp theo đây cung cấp vector K theo tiêu chuẩn tối ưu. Phương pháp LQR (Linear Quadratic Regulator) là phương pháp hồi tiếp trạng thái giống như phương pháp đặt cực nhưng có thể dùng cho hệ SISO lẫn MIMO. Cho hệ thống

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$u = -Kx$$

Ma trận K được tính để cực tiểu hàm

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

Q và R là các ma trận vuông thực đối xứng có bậc phù hợp, xác định dương, thông thường được chọn là các ma trận chéo có các phần tử >0

Nếu u là vô hướng thì K là vector, R vô hướng >0 và $J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + R u^2) dt$

Ta công nhận không chứng minh

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \quad (6.42)$$

Ma trận \mathbf{P} đối xứng là nghiệm của phương trình Riccati

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (6.43)$$

Giải phương trình Riccati khá phức tạp, thông thường ta dùng hàm $\mathbf{K} = \text{lqr}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Q}, \mathbf{R})$ cho kết quả là ma trận \mathbf{K} .

Hàm $\text{lqr}(\mathbf{K}, \mathbf{P}, \mathbf{E}) = \text{lqr}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Q}, \mathbf{R})$ trả về ma trận \mathbf{K} , ma trận \mathbf{P} và trị riêng của ma trận $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$.

Ma trận \mathbf{K} và đáp ứng hệ kín phụ thuộc việc chọn ma trận \mathbf{Q} và \mathbf{R} , thông thường ta chọn theo các cách sau:

- $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$, $\mathbf{R} = \alpha \mathbf{I}$, $J = \int_0^\infty (\|\mathbf{x}\|^2 + \alpha \|\mathbf{u}\|^2) dt$ ta thay đổi α để được đáp ứng mong muốn,

α lớn thì tín hiệu điều khiển sẽ nhỏ và thời gian xác lập tăng.

- Khi các biến trạng thái hay điều khiển không có giá trị vật lý xấp xỉ nhau thì chọn \mathbf{Q} và \mathbf{R} là các ma trận chéo,

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & q_{nn} \end{bmatrix}, \mathbf{R} = \alpha \begin{bmatrix} r_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & r_{mm} \end{bmatrix}, J = \int_0^\infty \left(\sum_{i=1}^n q_{ii} x_i^2 + \alpha \sum_{k=1}^m r_{kk} u_k^2 \right) dt$$

Chọn các phần tử trên đường chéo phù hợp, ví dụ ta muốn x_1 nhỏ hơn 10 lần so với x_2 thì chọn $q_{11} = 100q_{22}$. Nếu phần tử nào của ma trận có giá trị lớn thì biến tương ứng sẽ nhỏ.

- Chọn theo phương pháp thử và sửa sai, tốn nhiều thời gian!

Ví dụ 6.44: Cho đối tượng có hàm truyền $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2}$, tìm luật điều khiển LQR

cực tiểu hàm $J = \int_0^\infty (y^2 + \dot{y}^2 + u^2) dt$

Đặt biến trạng thái $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$

Ta có $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{R} = 1$

Phương trình Riccati

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{b}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sau khi tính toán ta được ba phương trình

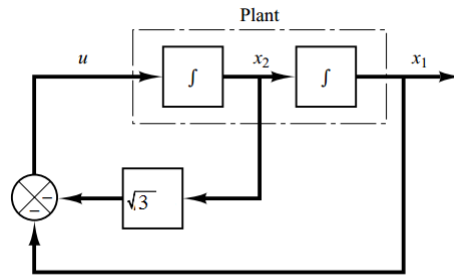
$$1 - p_{12}^2 = 0,$$

$$p_{11} - p_{12} p_{22} = 0,$$

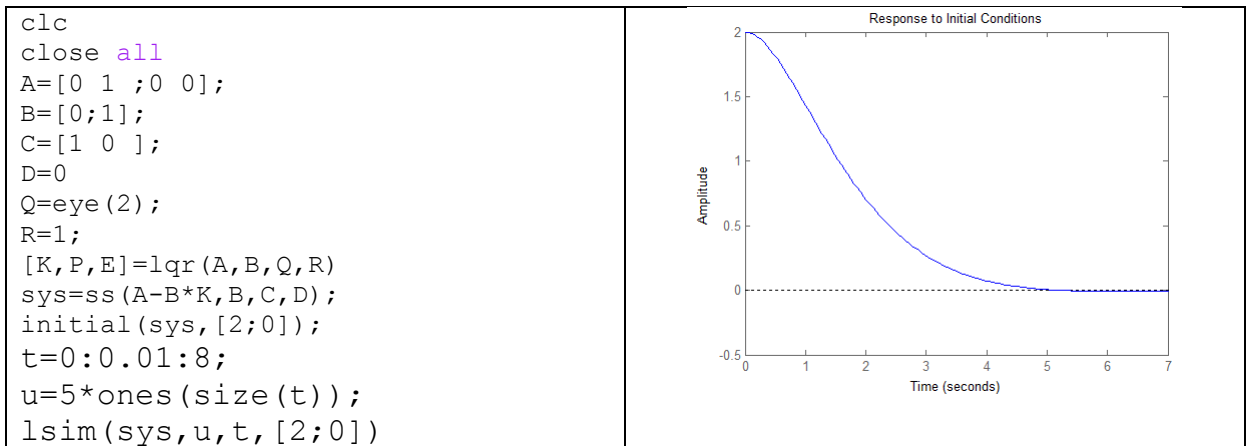
$$1 + 2p_{12} - p_{22}^2 = 0$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$k = R^{-1}b^T P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$



Hình 6.88 Sơ đồ hệ thống Ví dụ 6.44

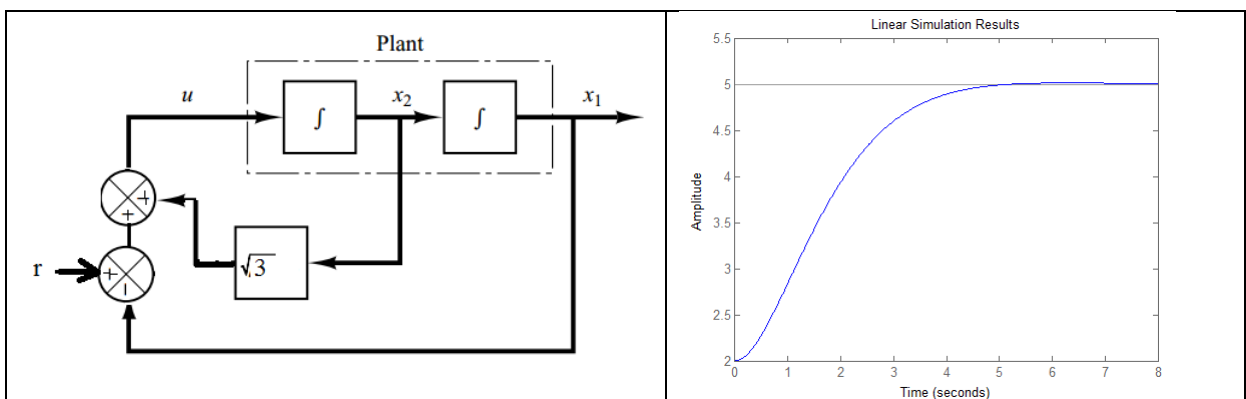


Hình 6.89 Chương trình và đáp ứng hệ thống Ví dụ 6.44

```

K =
    1.0000    1.7321
P =
    1.7321    1.0000
    1.0000    1.7321
E =
   -0.8660 + 0.5000i
   -0.8660 - 0.5000i
        
```

Nếu muốn điều khiển ngõ ra ta dùng sơ đồ sau



Hình 6.90 Sơ đồ LQR hồi tiếp ngõ ra

KẾT LUẬN

Chương 6 đã lần lượt trình bày các phương pháp cơ bản thiết kế bộ điều khiển cho hệ tuyến tính liên tục SISO bao gồm điều khiển PID, sớm trễ pha, đặt cực, quan sát, LQR, dùng các phương pháp thiết kế quỹ tích nghiệm, biểu đồ Bode, phương trình trạng thái.

Chương 7 và 8 sẽ trình bày phương pháp phân tích và thiết kế hệ rời rạc, còn chương 9 dành cho hệ phi tuyến.

CÂU HỎI ÔN TẬP

- CH6.1 Trình bày ngắn gọn đặc tính bộ điều khiển P, PI, PD, PID
- CH6.2 Phạm vi áp dụng bộ điều khiển sớm pha, trễ pha, sớm-trễ pha
- CH6.3 Muốn triệt tiêu sai số với hàm dốc nên dùng bộ điều khiển gì? Tại sao
- CH6.4 Ưu khuyết điểm bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái
- CH6.5 Bộ quan sát trạng thái dùng để làm gì?
- CH6.6 Khi nào nên dùng hồi tiếp nhiều vòng
- CH6.7 Trình bày nguyên lý hoạt động bộ quan sát- điều khiển
- CH6.8 Trình bày nguyên lý bộ điều khiển LQR

BÀI TẬP

BT6.1 Hàm truyền thuận của bộ điều khiển hồi tiếp đơn vị là

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s(s+1)},$$

- a/ Tính K để vọt lố với hàm nấc là 10%,
- b/ Tính thời gian xác lập
- c/ Tính biểu thức của đáp ứng nấc
- d/ Viết chương trình Matlab vẽ đáp ứng

BT6.2 Hàm truyền đối tượng là $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{24}{s(s+1)(s+6)}$

- a/ Thiết kế bộ điều khiển PI để $K_v > 20$, PM khoảng 50° , tần số cắt biên $> 1 \text{ rad/s}$
- b/ Viết chương trình Matlab vẽ đáp ứng nấc, đáp ứng dốc hệ kín, biểu đồ Bode hệ kín.

BT6.3 Hàm truyền đối tượng là $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{100}{s^2 + 10s + 100}$

- a/ Thiết kế bộ điều khiển PID để $K_v = 100$, $tr < 0.01 \text{ s}$, $POT < 2\%$
- b/ Vẽ đáp ứng

BT6.4 Hàm truyền đối tượng là $G(s) = \frac{1}{s^2}$, thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm pha để cực chủ yếu ở $-1 \pm j$. Vẽ biểu đồ Bode hàm truyền vòng thuận và hàm truyền kín.

BT6.5 Hàm truyền đối tượng là $G(s) = \frac{16}{s(s+4)}$, thiết kế bộ hiệu chỉnh để cực chủ yếu ở $-2 \pm j2\sqrt{3}$ và $K_V=20$.

BT6.6 Hàm truyền đối tượng là $G(s) = \frac{1}{s^2(s+4)}$, thiết kế bộ hiệu chỉnh để $POT < 25\%$ và $t_s < 5s$.

BT 6.7 Hàm truyền đối tượng là $G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$, thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm pha để $K_V=20$, $PM=50^\circ$, $GM \geq 10db$.

BT 6.8 Hàm truyền đối tượng là $G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+4)}$, thiết kế bộ hiệu chỉnh sớm-trễ pha để $K_V=10$, $PM=50^\circ$, $GM \geq 10db$.

BT6.9 Cho đối tượng có hàm truyền $G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)(s+3)}$, tính vector K để các cực

hệ kín ở $s = -2 \pm j213$, $s = -10$

BT6.10 Cho hệ thống

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, c = [1 \quad 1]$$

Kiểm tra tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống không dùng Matlab

BT6.11 Cho hệ thống $G(s) = \frac{4}{s(s+2)}$ thiết kế bộ quan sát-điều khiển với các cực bội ở $s=-8$.