## すべてのシミュレーションでの結果 $^{*1}$

ここでは、深層学習モデルによる熱力学法則の発見の例証のうち、エントロピー増大則、公理 1 (反射律)、公理 5 (分割性と結合性) において、すべてのテストに使用したシミュレーションの結果を載せる.

 $<sup>^{*1}</sup>$  この文書はクリエイティブ・コモンズ 4.0 表示-非営利-改変禁止 (CC BY-NC-ND 4.0) で提供する.

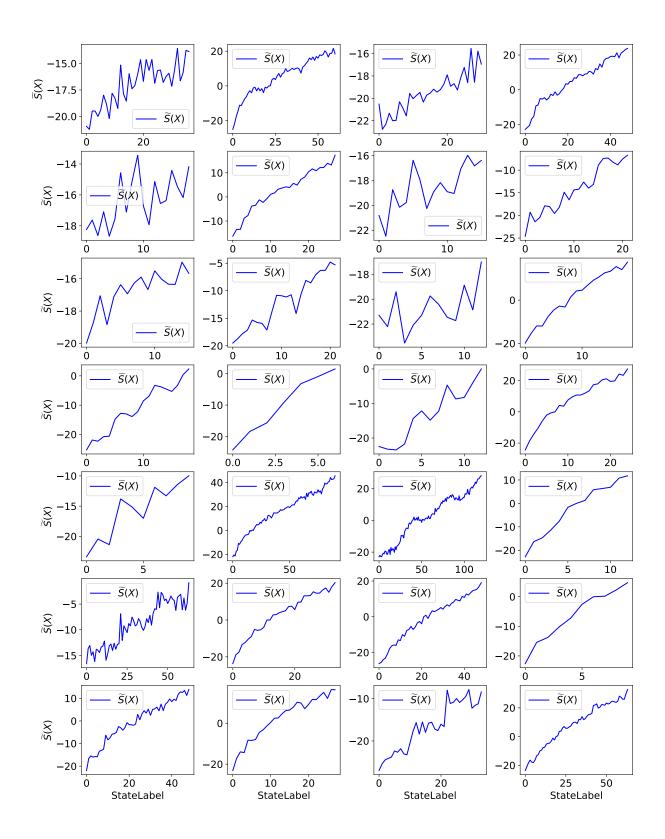


図 1: エントロピー増大測のすべてのシミュレーションの結果. 横軸に StateLabel を, 縦軸に  $\widetilde{S}(X)$  をとったグラフ. 左から 2 列 ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)$  は StateLabel の単調増加関数の傾向がある.

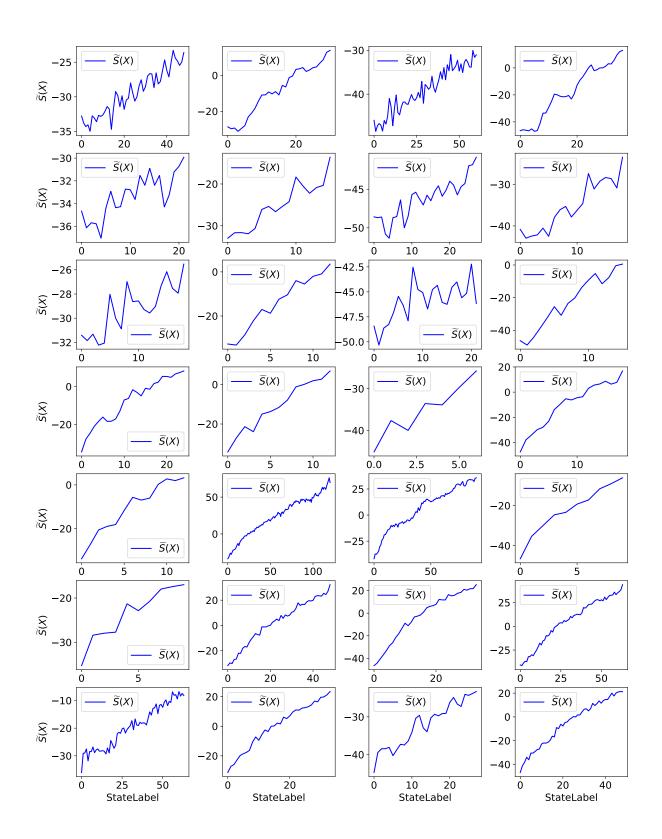


図 2: エントロピー増大測のすべてのシミュレーションの結果. 横軸に StateLabel を, 縦軸に  $\widetilde{S}(X)$  をとったグラフ. 左から 2 列 ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)$  は StateLabel の単調増加関数の傾向がある.

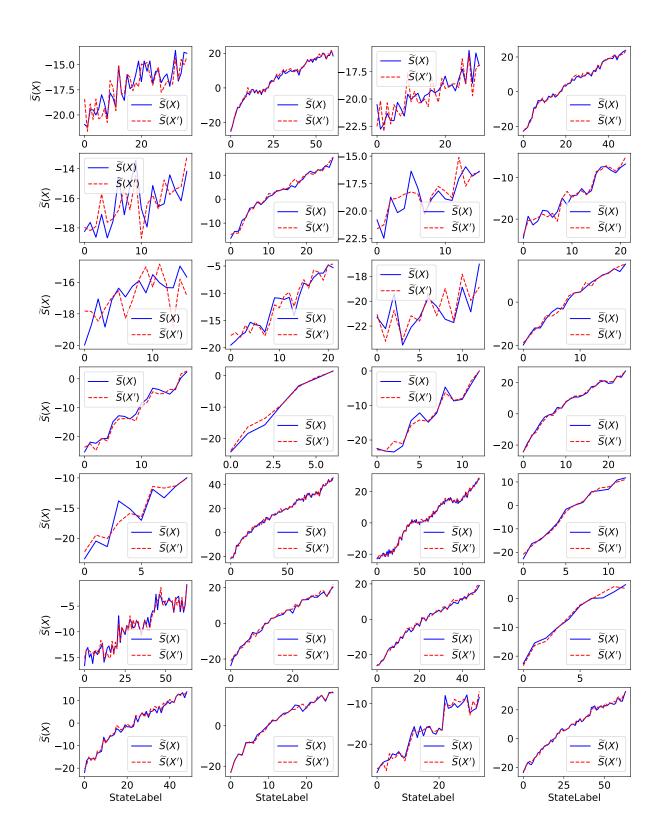


図 3: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである,  $\frac{\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

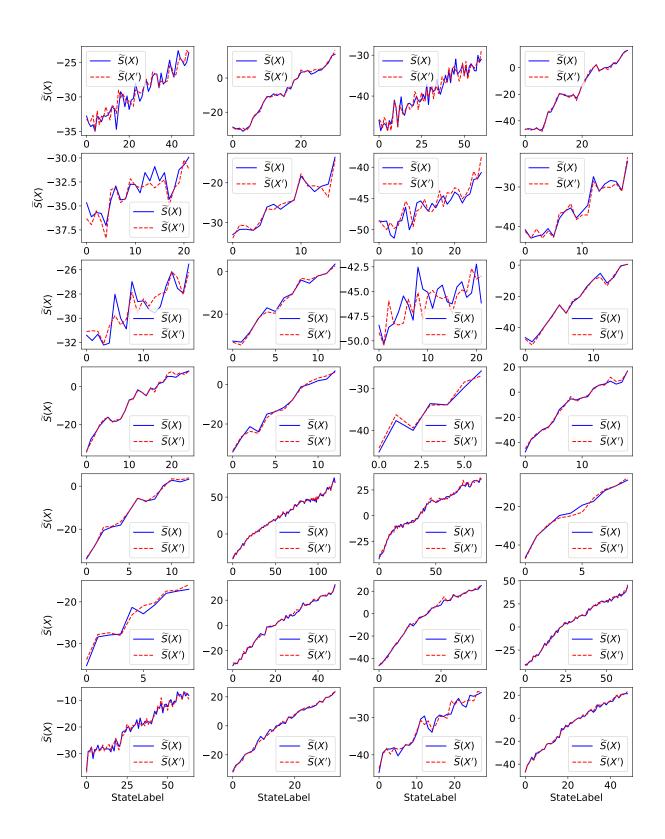


図 4: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである,  $\frac{\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

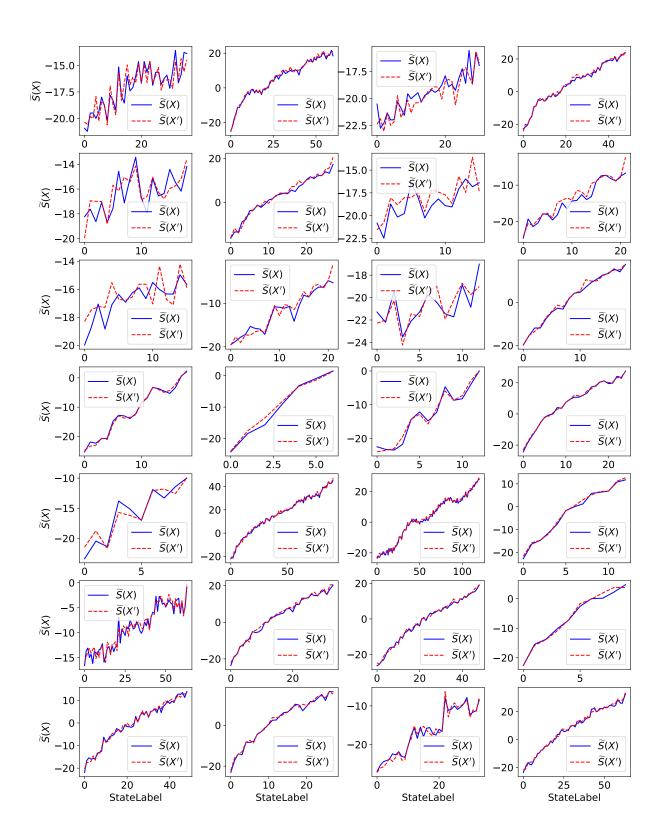


図 5: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである,  $\pi$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

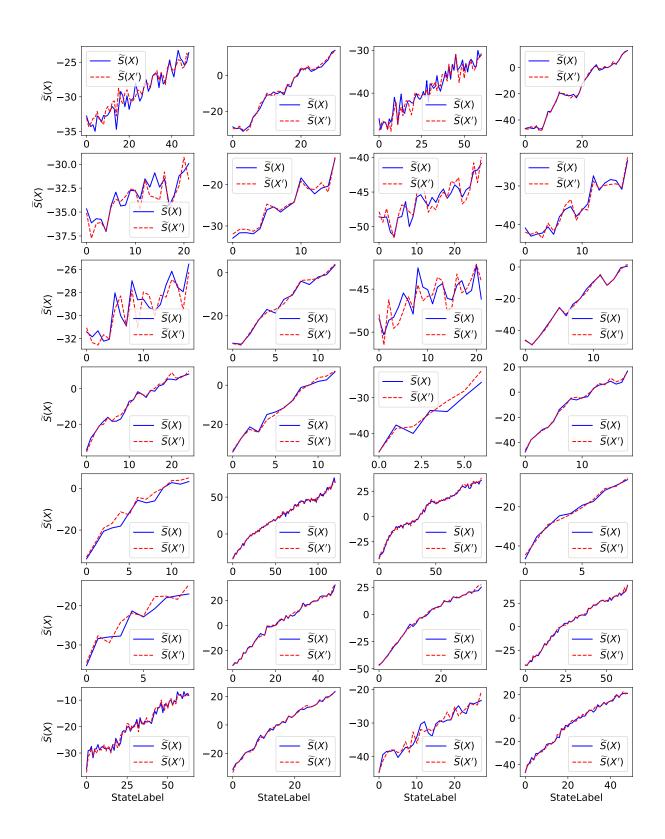


図 6: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである,  $\pi$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

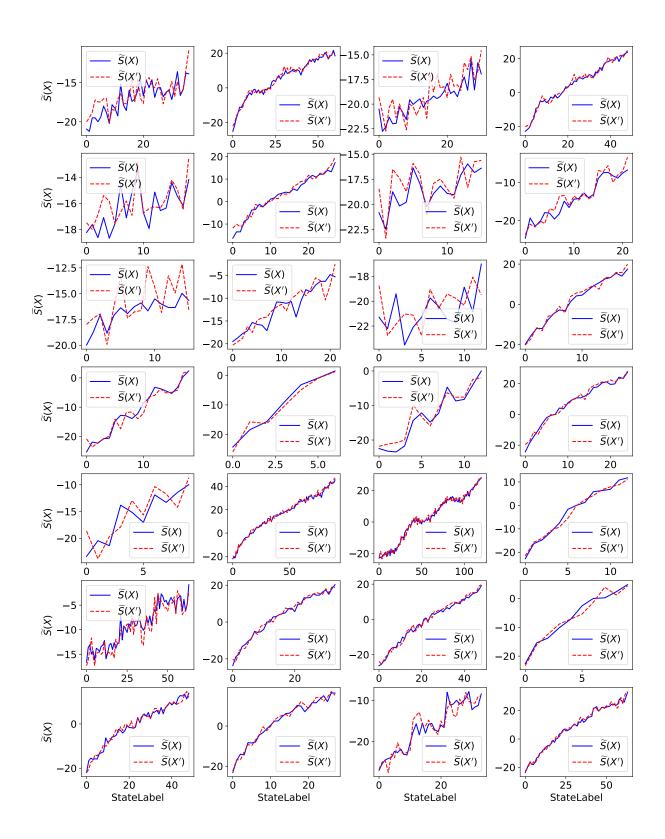


図 7: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである,  $\frac{3\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

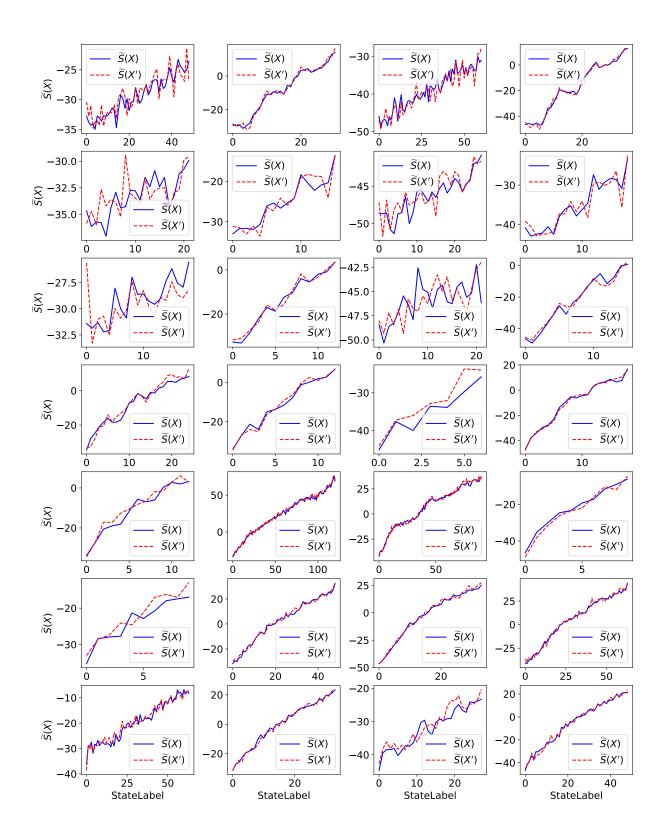


図 8: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである,  $\frac{3\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

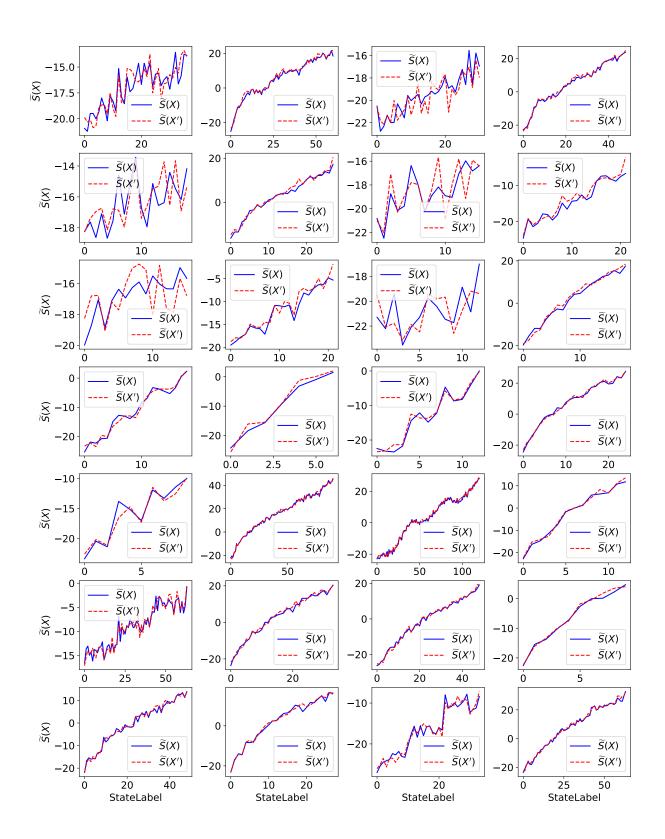


図 9: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, x 軸反転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

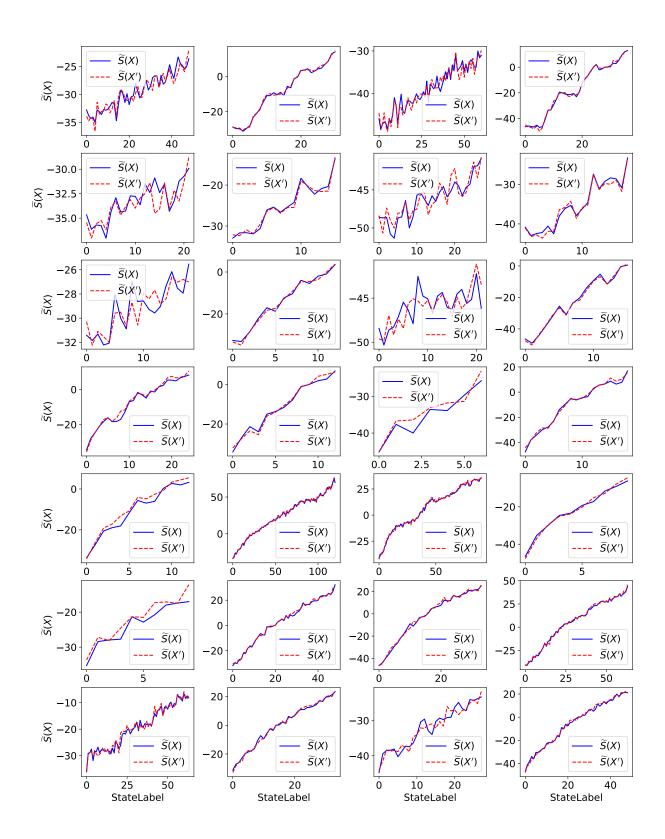


図 10: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, x 軸反転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

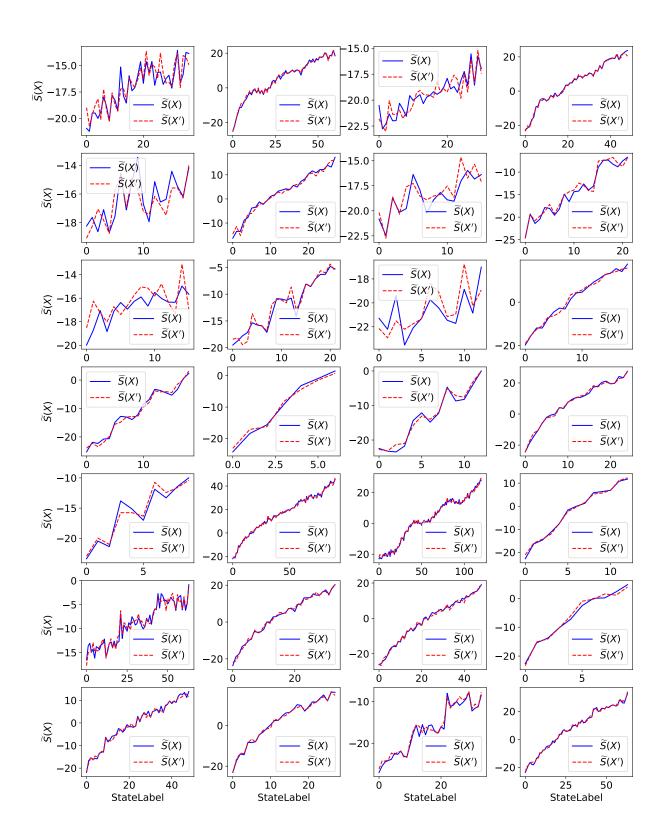


図 11: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, x 軸反転を施した後,  $\frac{\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

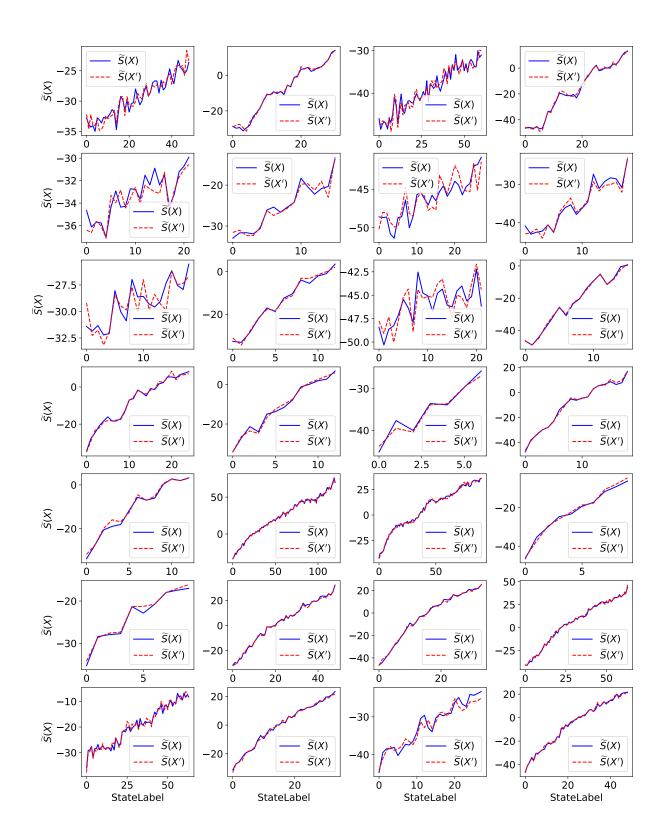


図 12: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, x 軸反転を施した後,  $\frac{\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

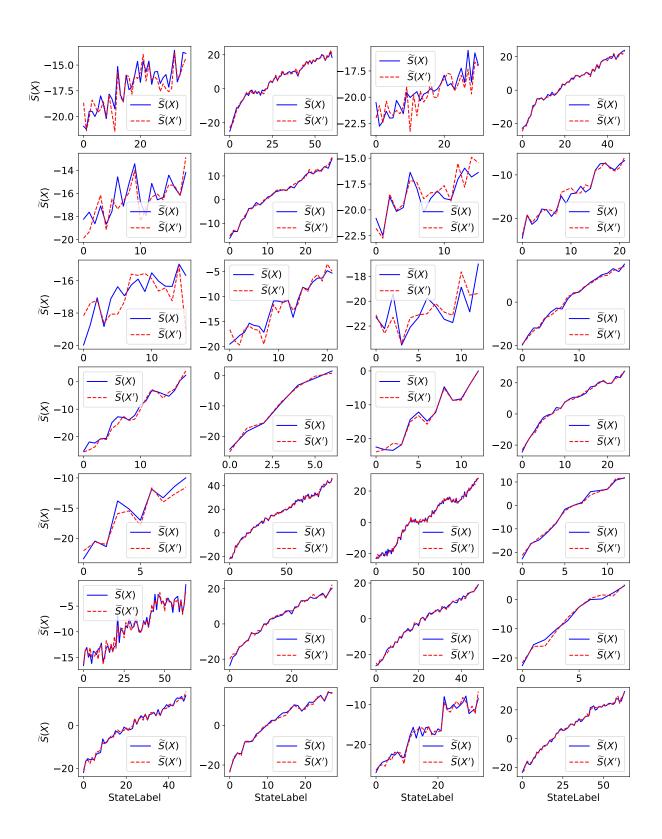


図 13: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, x 軸反転を施した後,  $\pi$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

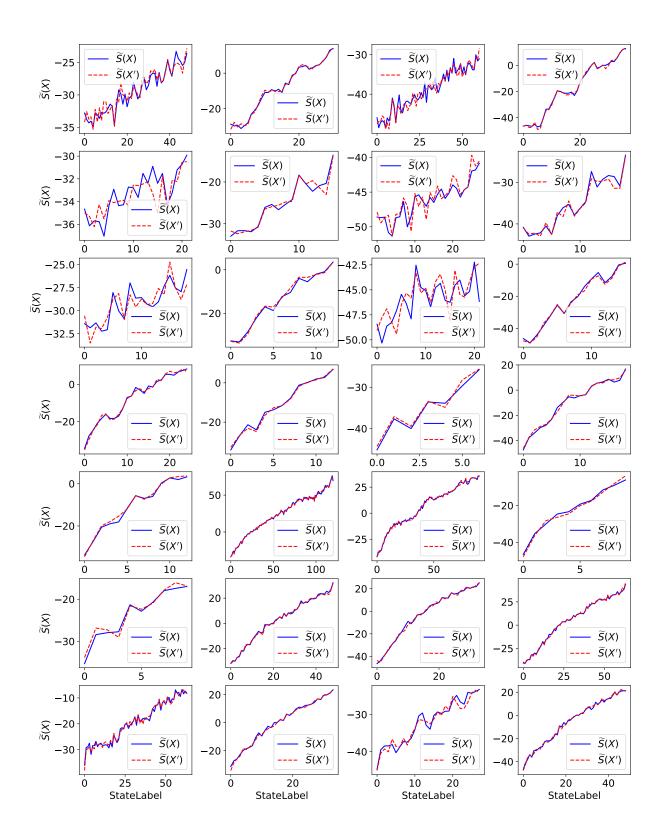


図 14: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, x 軸反転を施した後,  $\pi$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

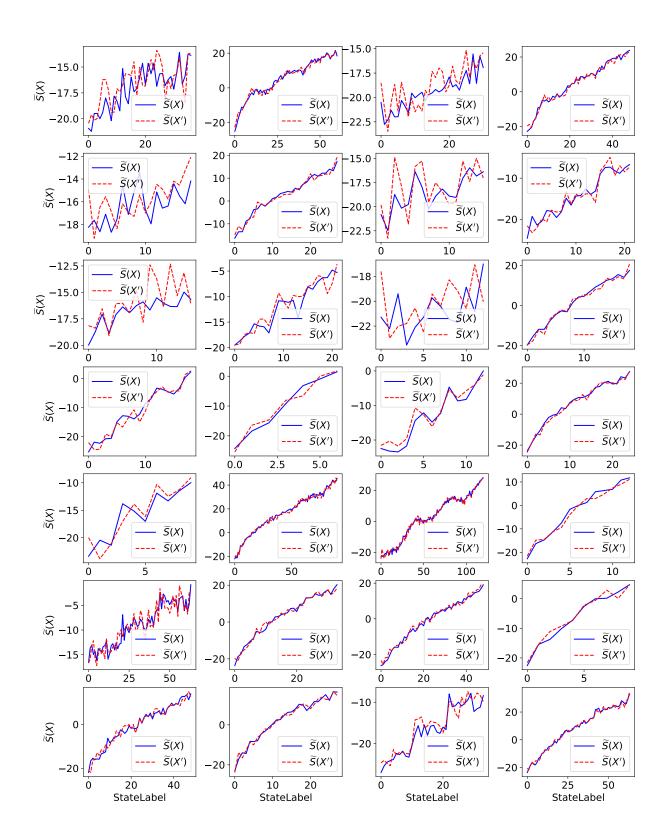


図 15: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, x 軸反転を施した後,  $\frac{3\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

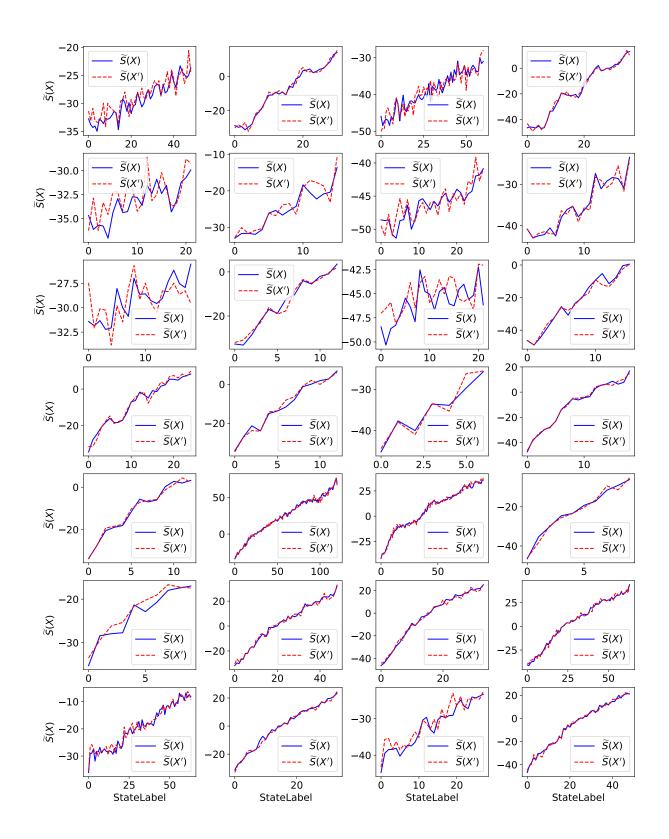


図 16: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, x 軸反転を施した後,  $\frac{3\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

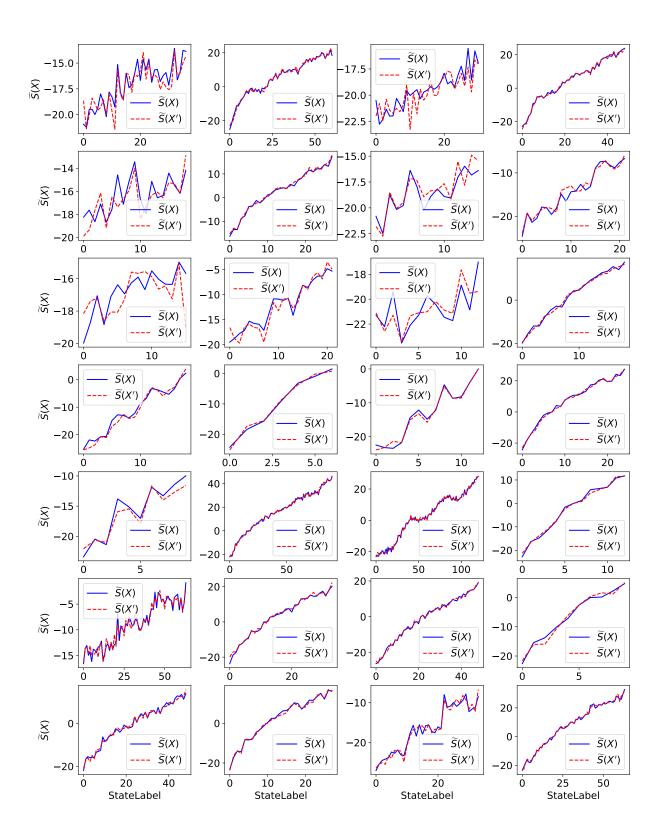


図 17: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, y 軸反転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

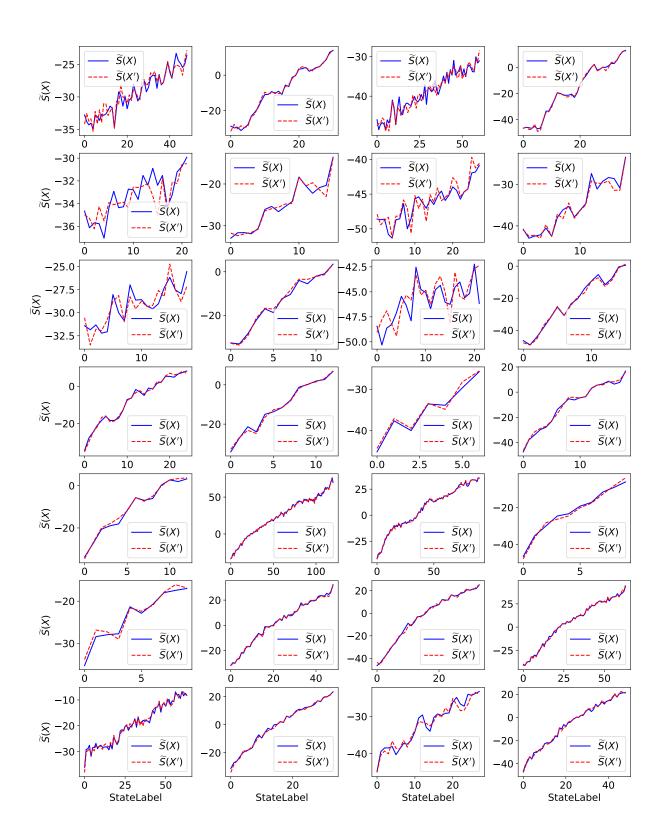


図 18: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, y 軸反転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

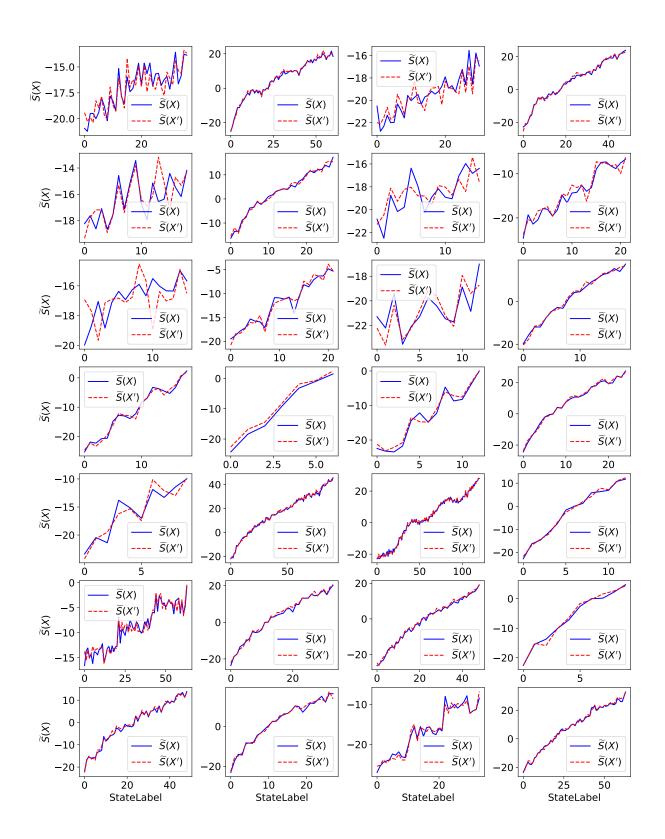


図 19: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, y 軸反転を施した後,  $\frac{\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

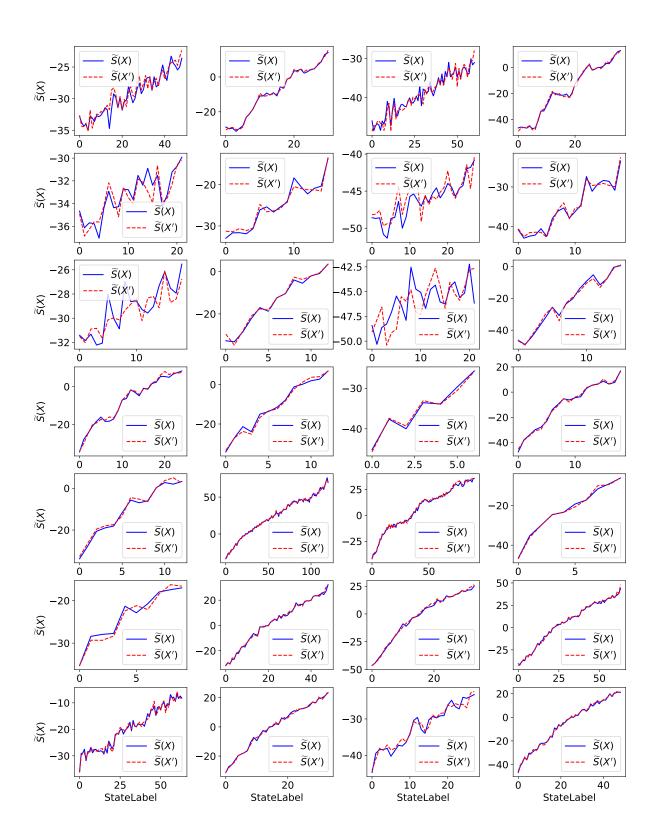


図 20: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, y 軸反転を施した後,  $\frac{\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

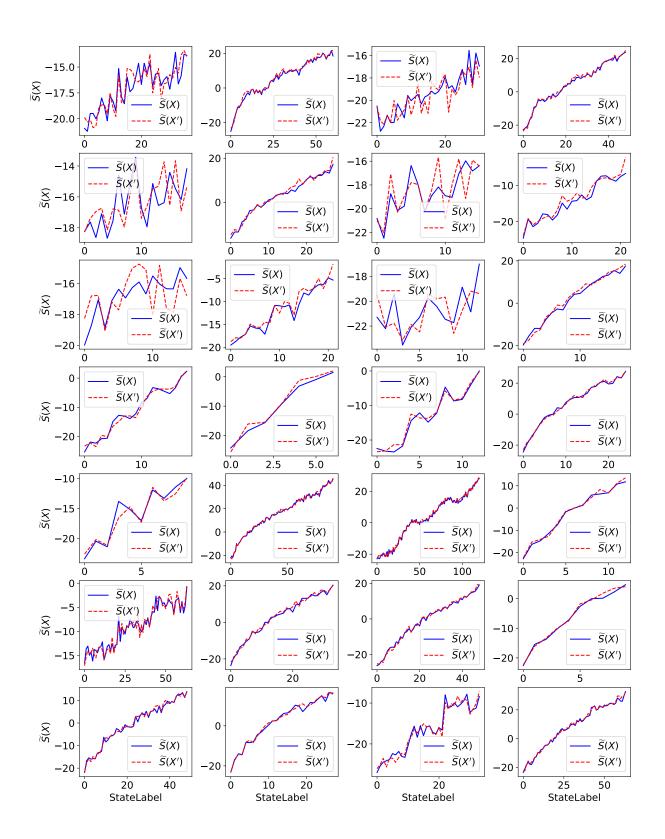


図 21: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, y 軸反転を施した後,  $\pi$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

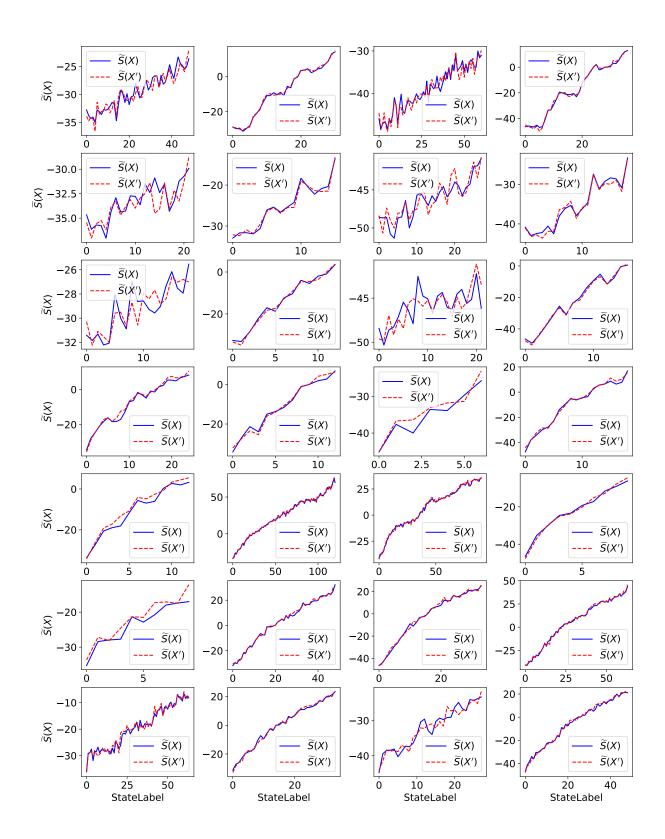


図 22: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, y 軸反転を施した後,  $\pi$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

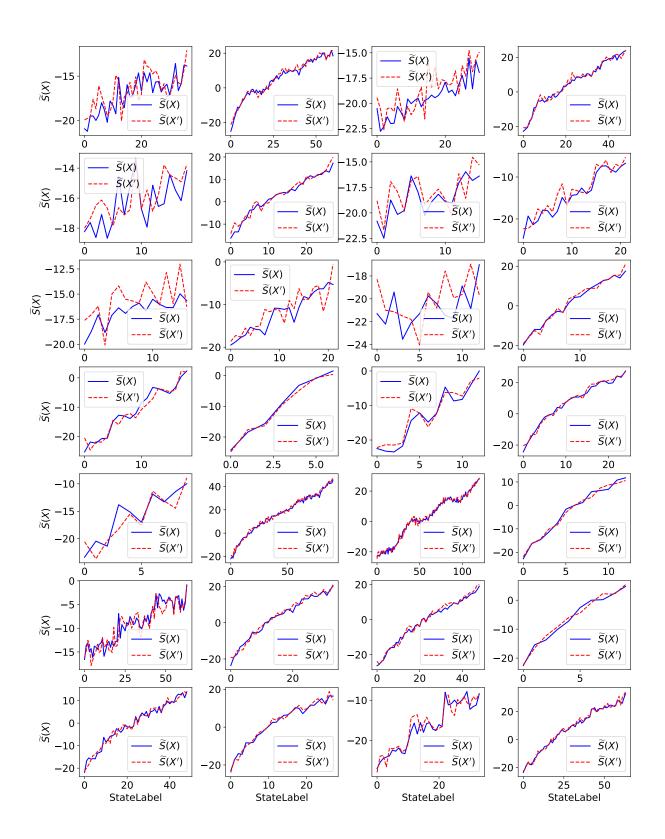


図 23: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, y 軸反転を施した後,  $\frac{3\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

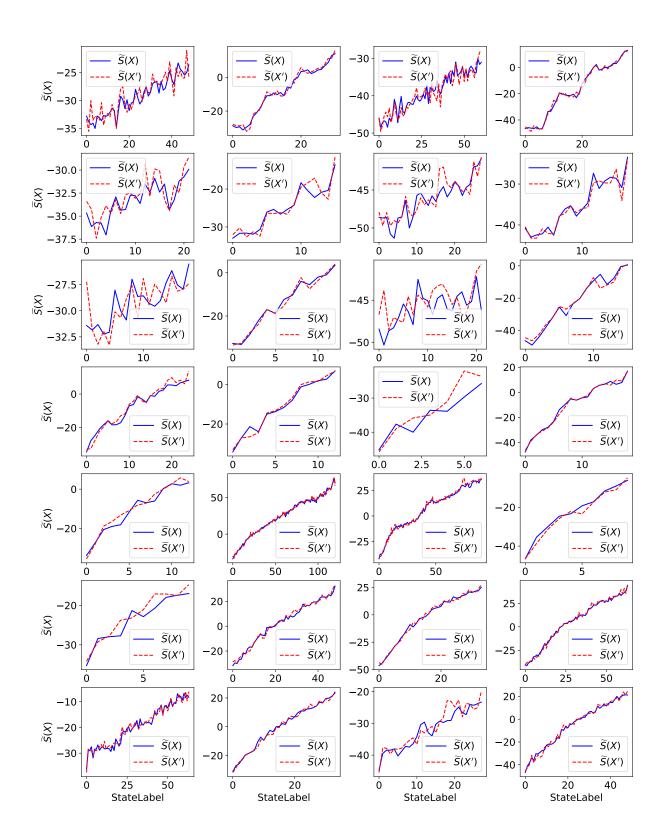


図 24: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, y 軸反転を施した後,  $\frac{3\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

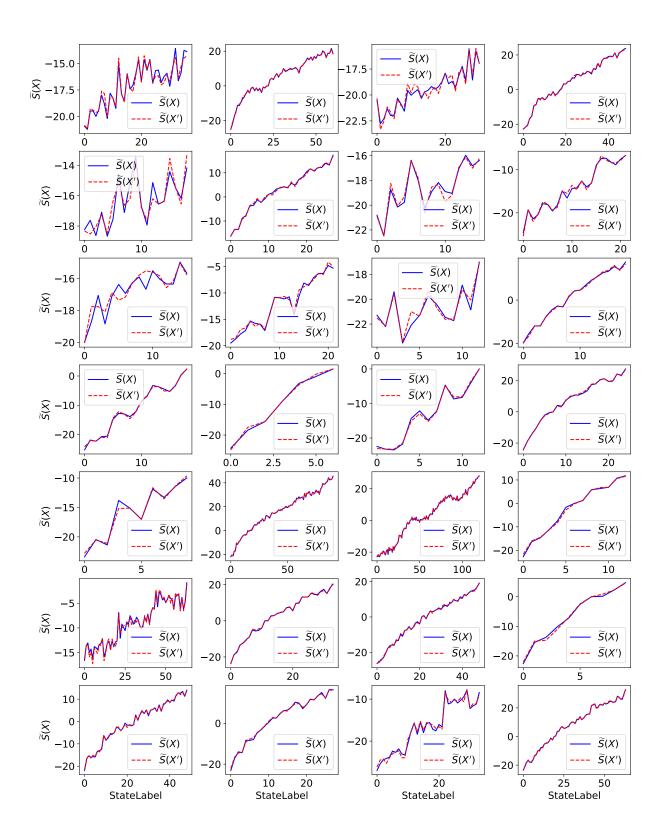


図 25: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, 時間反転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

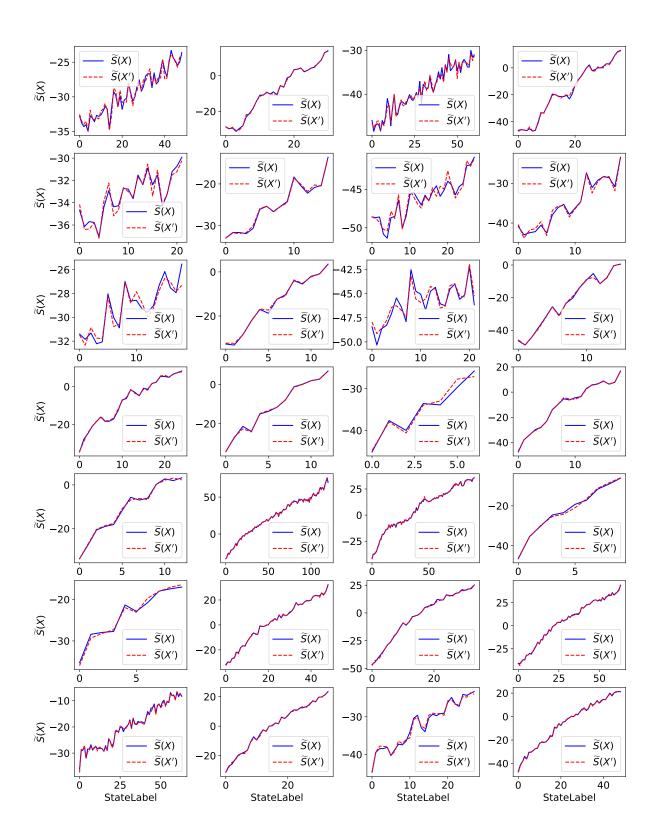


図 26: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, 時間反転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

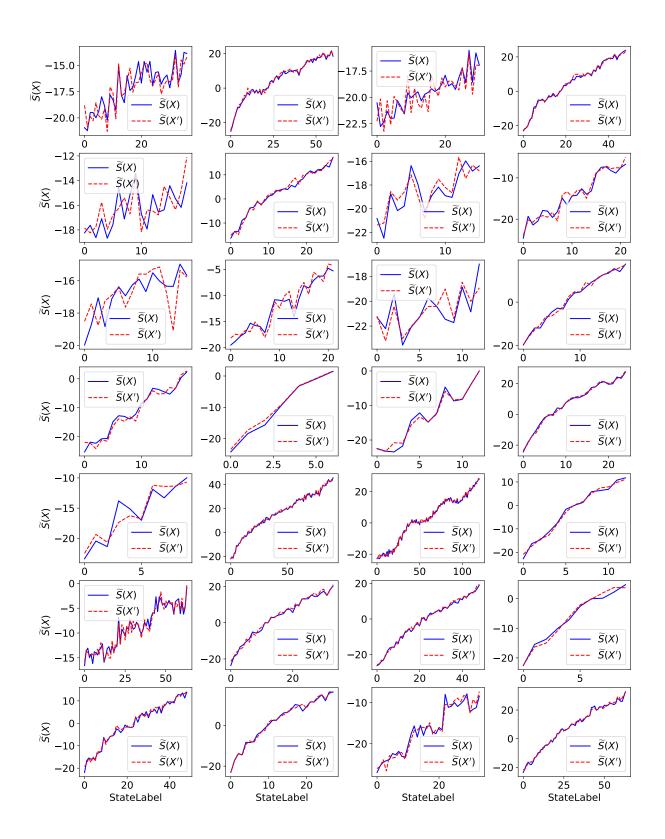


図 27: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, 時間反転を施した後,  $\frac{\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

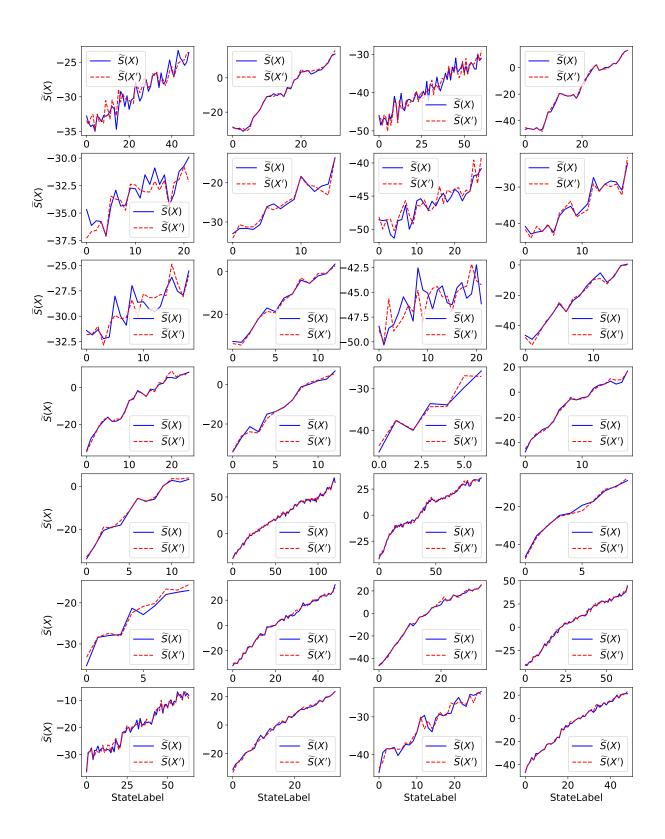


図 28: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, 時間反転を施した後,  $\frac{\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

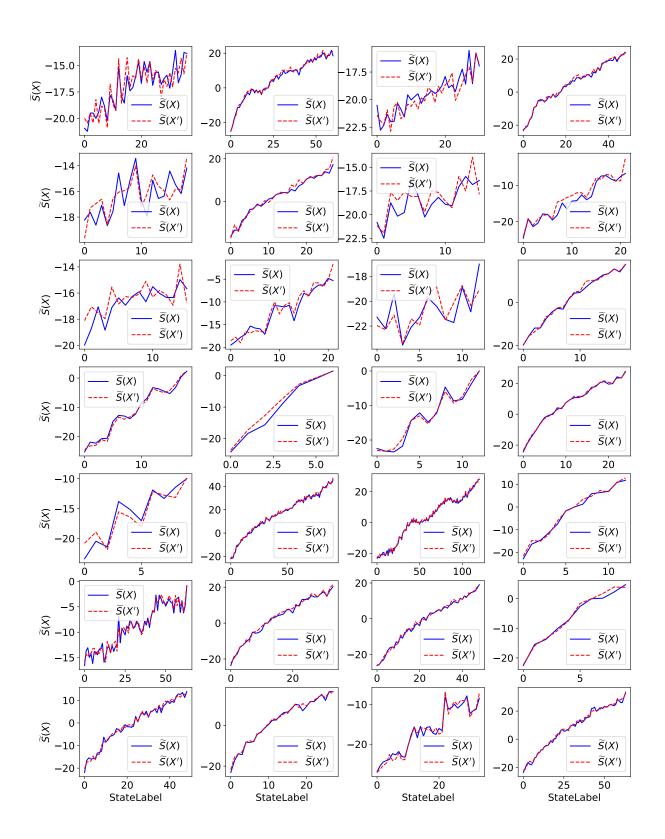


図 29: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, 時間反転を施した後,  $\pi$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

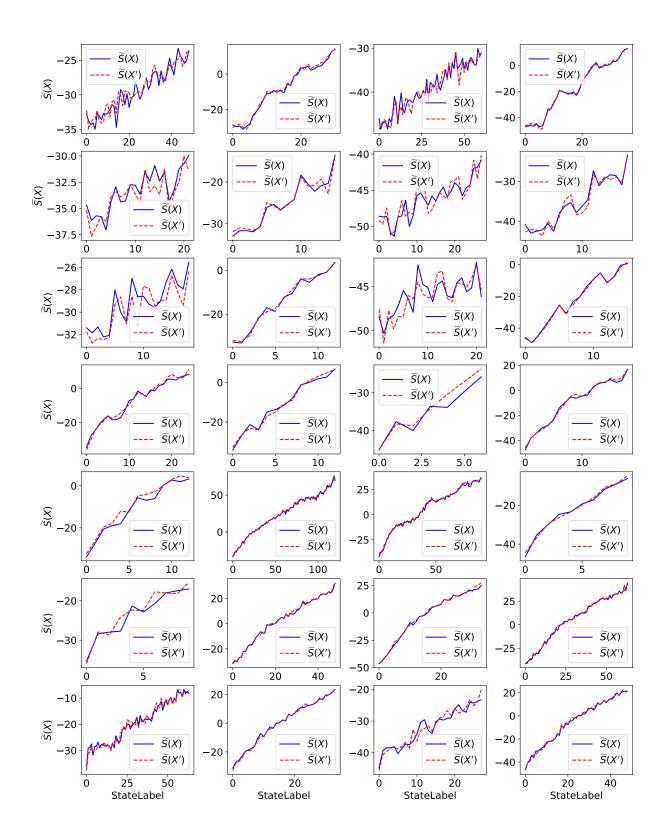


図 30: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, 時間反転を施した後,  $\pi$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\tilde{S}(X)$  (青実線) および  $\tilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\tilde{S}(X)\simeq \tilde{S}(X')$  となっている.

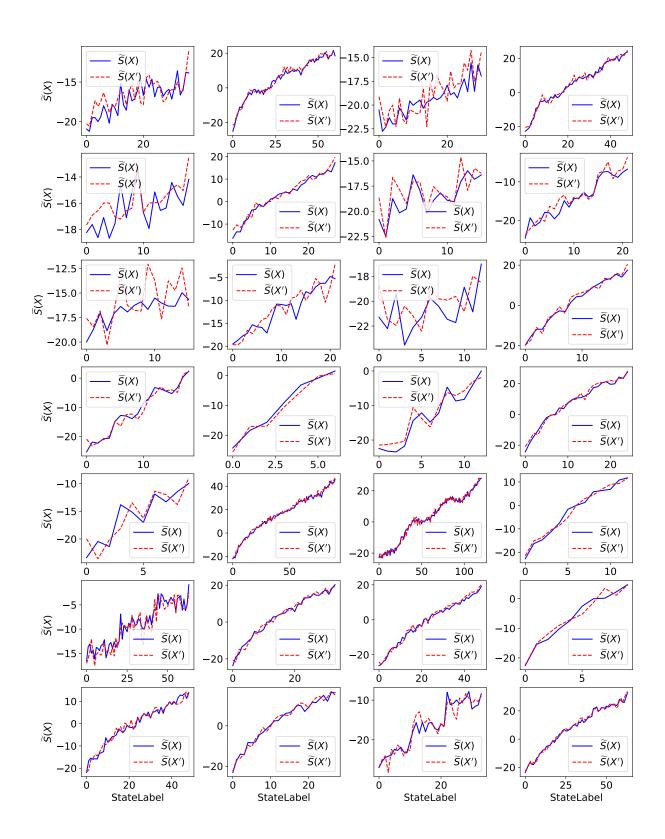


図 31: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, 時間反転を施した後,  $\frac{3\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

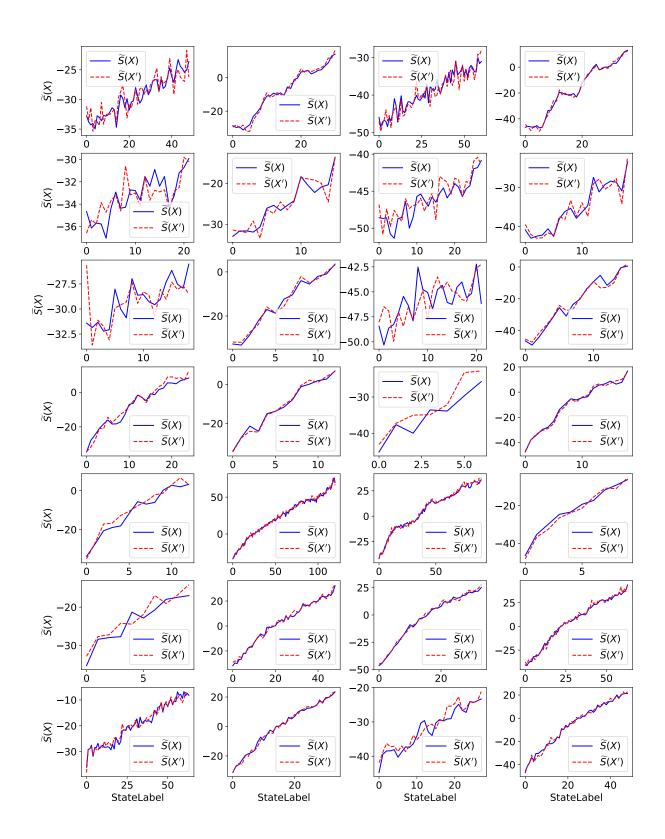


図 32: 公理 1 のすべてのシミュレーションの結果. 方法①の 15 種類の操作の 1 つである, 時間反転を施した後,  $\frac{3\pi}{2}$  回転を施した場合の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果. すべてのケースにおいて  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  となっている.

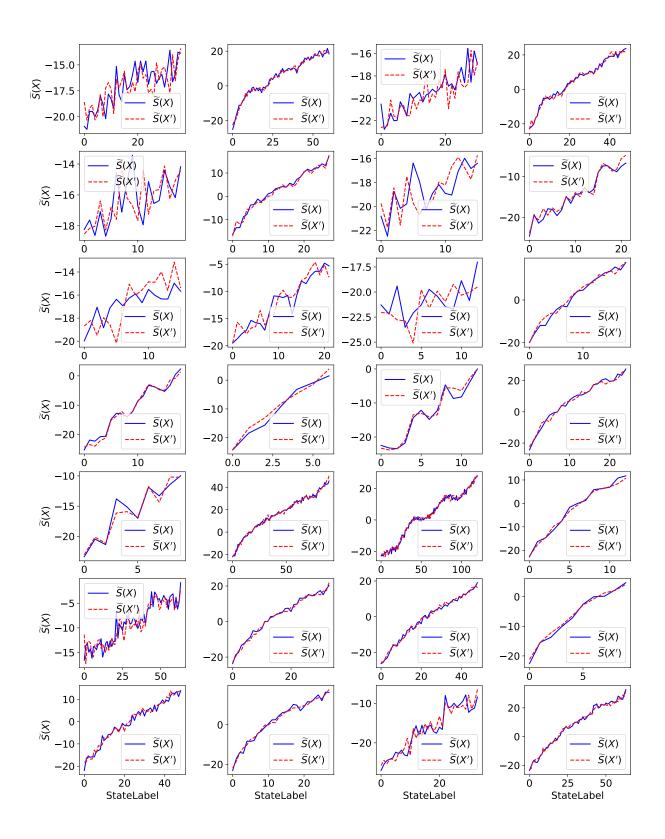


図 33: 公理 1 のすべてのシミュレーションでの,方法②の結果.横軸に StateLabel をとったときの, $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット.X' は X とマクロな状態変数の値が同じになるようにしてシミュレーションをして得た状態である. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=500,1000 の結果. $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  であることがわかる.

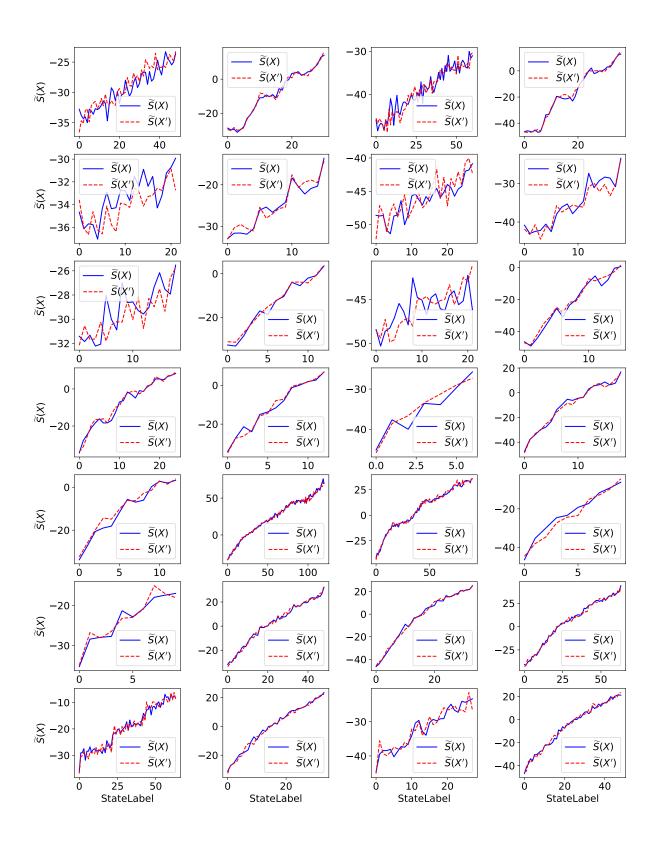


図 34: 公理 1 のすべてのシミュレーションでの, 方法②の結果. 横軸に StateLabel をとったときの,  $\widetilde{S}(X)$  (青実線) および  $\widetilde{S}(X')$  (赤破線) のプロット. X' は X とマクロな状態変数の値が同じになるようにしてシミュレーションをして得た状態である. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果.  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}(X')$  であることがわかる.

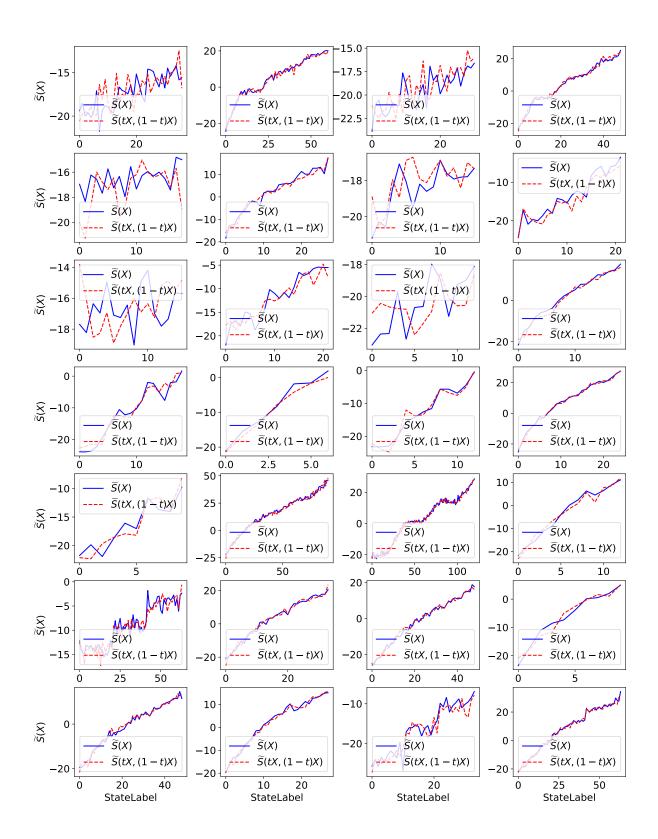


図 35: 公理 5 のすべてのシミュレーションの結果. 横軸は StateLabel で、青実線が  $\widetilde{S}(X)$ 、赤破線が  $\widetilde{S}(tX,(1-t)X)$  である. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果.  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}((1-t)X,tX)$  であることがわかる.

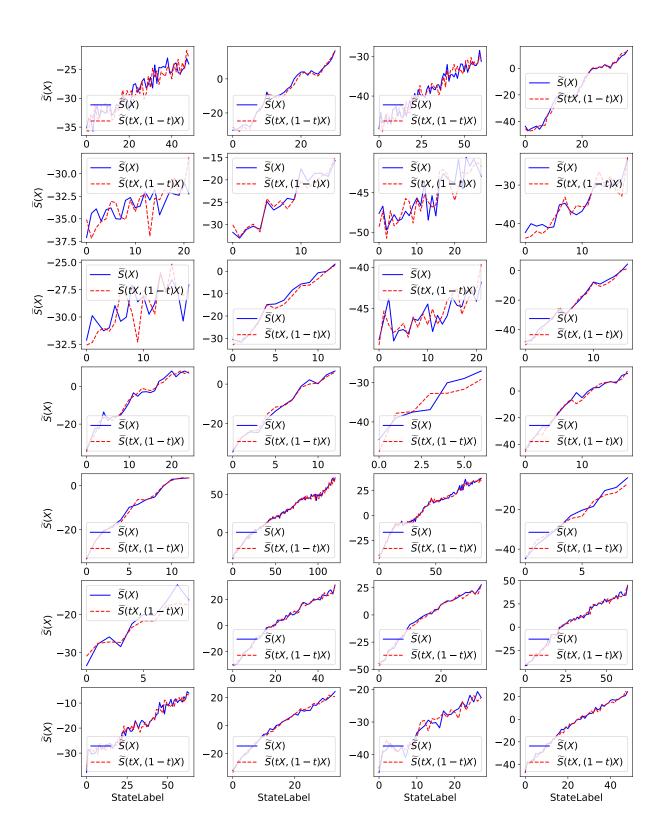


図 36: 公理 5 のすべてのシミュレーションの結果. 横軸は StateLabel で、青実線が  $\widetilde{S}(X)$ 、赤破線が  $\widetilde{S}(tX,(1-t)X)$  である. 左から 2 列ずつがそれぞれ N=1500,2000 の結果.  $\widetilde{S}(X)\simeq\widetilde{S}((1-t)X,tX)$  であることがわかる.