

ex 2.3

(1) $x \neq 2$ のとき,

$$f(x) = \frac{x(x-2)}{x-2} = x \text{ より}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} x = 2$$

 $f(2) = 0$ なのに $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$ である.
よって $f(x)$ は $x = 2$ で連続でない(2) $f(2) = 2$ なのに $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ である.よって $f(x)$ は $x = 2$ で連続である31 (1) $x \neq 0$ のとき

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - x^2}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (3 - x)$$

$$= 3$$

$$\neq 0 = f(0) \text{ より}$$

 $f(x)$ は $x = 0$ において連続でない(2) $x \neq 0$ のとき

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} x \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x} \cdot x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \quad \leftarrow 1/0 \text{ は不可}$$

$$= 1 \neq 0 = f(0) \text{ より}$$

 $f(x)$ は $x = 0$ において連続でない(2) $x \neq 0$ のとき

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} x \sin \frac{1}{x}$$

$$-1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1$$

$$-x \leq x \sin \frac{1}{x} \leq x$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} (-x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +0} x = 0,$$

はさみうちの原理より

$$\lim_{x \rightarrow +0} x \sin \frac{1}{x} = 0 = f(0)$$

 $\therefore f(x)$ は $x = 0$ において連続