

ex 2.3

(1) $x \neq 2$ のとき

$$f(x) = \frac{x(x-2)}{x-2} = x \text{ なり}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} x = 2$$

$f(2) = 0$ なので $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$ である。

よって $f(x)$ は $x = 2$ で連続ではない

(2) $f(2) = 2$ となる $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ である。

よって $f(x)$ は $x = 2$ で連続である

31 (1) $x \neq 0$ のとき

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - x^2}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (3 - x) \\ &= 3 \\ &\neq 0 = f(0) \text{ なり} \end{aligned}$$

$f(x)$ は $x = 0$ (= 0) で連続でない

(2) $x \neq 0$ のとき

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \quad \leftarrow 1/0 \text{ は不可} \\ &= 1 \neq 0 = f(0) \text{ なり} \end{aligned}$$

$f(x)$ は $x = 0$ (= 0) で連続でない

(2) $x \neq 0$ のとき

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$$

$$-1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1$$

$$-x \leq x \sin \frac{1}{x} \leq x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (-x) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} x = 0,$$

はさみうちの原理 なり

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0 = f(0)$$

$\therefore f(x)$ は $x = 0$ (= 0) で連続

32 (2)