Работа над ошибками.

ФИТ-212
Курпенов К.
Вариант 9

1. Условие: составить уравнение плоскости:

Решение:

а) Параллельной оси Ox и проходящей через точки $M_1(0;1;3)$ и $M_2(2;4;5)$.

$$by+cz+d=0$$

$$\begin{cases} b+3c+d=0 \\ 4b+5c+d=0 \end{cases}$$

$$3b+2c=0$$

$$b=-\frac{2c}{3}$$

$$-\frac{2c}{3}+\frac{9c}{3}+d=0$$

$$-\frac{7c}{3}=d$$

$$-\frac{2c}{3}\cdot y+cz-\frac{7c}{3}=0$$

$-2cy+3cz-7c=0$, при $c\neq 0$

$$-2y+3z-7=0$$

б) Проходящей через три точки $M_1(-2;0;0)$, $M_2(0;4;0)$ и $M_3(0;0;5)$.

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & x_2-x_1 & x_3-x_1 \\ y-y_1 & y_2-y_1 & y_3-y_1 \\ z-z_1 & z_2-z_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0$$

$$\begin{vmatrix} x+2 & 0+2 & 0+2 \\ y-0 & 4-0 & 0-0 \\ z-0 & 0-0 & 5-0 \end{vmatrix}=0$$

$$\begin{vmatrix} x+2 & 2 & 2 \\ y & 4 & 0 \\ z & 0 & 5 \end{vmatrix}=0$$

$$(x+2)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}+(y-0)(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}+(z-0)(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}=0$$

$$(x+2)\cdot 20-10y-8z=0$$

$$10x-5y-4z+20=0$$

Ответ: а) $-2y+3z-7=0$

б) $10x-5y-4z+20=0$.

② **Условие:** Составить параметрическое уравнение прямой, если прямая проходит через точку $M(2;-1;-3)$ и перпендикулярна плоскости $3x+y-z-8=0$.

Решение:

$$\frac{x-x_0}{A}=\frac{y-y_0}{B}=\frac{z-z_0}{C}$$

$$\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+3}{-1}$$

$$\begin{cases} x=3t+2 \\ y=t-1 \\ z=-t-3 \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x=3t+2 \\ y=t-1 \\ z=-t-3 \end{cases}$

③ **Условие:** Найти величину острого угла между прямыми $\frac{x-4}{-3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-5}{-2}$ и $\begin{cases} x-y+2z-8=0 \\ 2x+y-z+3=0. \end{cases}$

Решение:

$\sigma_1 \Rightarrow n_1(1;-1;2)$
$\sigma_2 \Rightarrow n_2(2;1;-1)$ плоскости пересекаются

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 3 & -5 & -19 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{19}{3} \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x_1+\frac{x_3}{3}=\frac{5}{3} \longrightarrow x_1=\frac{5}{3}-\frac{x_3}{3} \\ x_2-\frac{5x_3}{3}=-\frac{19}{3} \longrightarrow x_2=\frac{5x_3}{3}-\frac{19}{3} \end{cases}$$

$x_3=\lambda$

$x_1=\frac{5-\lambda}{3}$

$x_2=\frac{5\lambda-19}{3}$ $\quad X=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{5}{3} \\ -\frac{19}{3} \\ 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{5}{3} \\ 1 \end{bmatrix}\lambda$

$x_3=\lambda$

$$\frac{x-\frac{5}{3}}{-\frac{1}{3}}=\frac{y+\frac{19}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{z-0}{1}$$

$$\cos\varphi=\frac{(-3)(-\frac{1}{3})+(1)(\frac{5}{3})+(-2)(1)}{\sqrt{9+1+4}\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{25}{9}+1}}=\frac{\sqrt{10}}{35}$$

Ответ: $\varphi=\arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{35}\right)=84,84\ldots^\circ$

④ **Условие:** Установить взаимное расположение прямой и плоскости: $\begin{cases} x=2-4t \\ y=t \\ z=-3+2t \end{cases}$ и

$$\begin{cases} x-y+2z-8=0 \\ 2x+y-z+3=0 \end{cases}$$

Решение:

$$d:\ \frac{x-2}{-4}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{2}\ ;\ \vec{p}(-4;1;2)\ ;\ M(2,0,-3)$$

$$\sigma:\ 5x-6y+2z-10=0 \to \vec{n}(5;-6;2)$$

$$\vec{n}\,\vec{p}=5\cdot(-4)+(-6)\cdot1+2\cdot2=-20-6+2=-24$$

Ответ: прямая пересекает плоскость.

⑤ **Условие:** Найти уравнение проекции прямой $\frac{x}{4}=\frac{y-4}{3}=\frac{z+1}{-2}$ на плоскость $x-y+3z+8=0$.

Решение:

$$\begin{cases} x=4t \\ y=3t+4 \\ z=-2t-1 \end{cases}$$

$$4t-3t-4+3(-2t-1)+8=0$$

$$4t-3t-4-6t-3+8=0$$

$$-5t=-1$$

$$t=\frac{1}{5} \qquad A\left(\frac{4}{5};\frac{3}{5}+4;-\frac{2}{5}-1\right)$$

Пусть $t=0$, тогда $B(0;4;-1)$

$$\frac{x}{1}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+1}{3}=t$$

$$\begin{cases} x=t \\ y=-t+4 \\ z=3t-1 \end{cases}$$

$$t+t-4+9t-3+8=0$$

$$12t+1=0$$

$$t=-\frac{1}{12} \qquad C\left(-\frac{1}{12};\frac{1}{12}+4;-\frac{1}{4}-1\right)$$

$$\frac{x-x_c}{x_A-x_c}=\frac{y-y_c}{y_A-y_c}=\frac{z-z_c}{z_A-z_c}\ ;\quad \frac{x+\frac{1}{12}}{\frac{4}{5}+\frac{1}{12}}=\frac{y-\frac{1}{12}-4}{\frac{3}{5}+4-\frac{1}{12}-4}=\frac{z+\frac{1}{4}+1}{-\frac{2}{5}-1+\frac{1}{4}+1}$$

Ответ: $\dfrac{x+\frac{1}{12}}{\frac{53}{60}}=\dfrac{y-\frac{49}{12}}{\frac{31}{60}}=\dfrac{z+\frac{5}{4}}{-\frac{3}{20}}$