

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Омский государственный технический университет»

Факультет (институт) Информационных технологий и компьютерных систем  
Кафедра Прикладная математика и фундаментальная информатика

### Расчетно-графическая работа

по дисциплине Дискретная математика  
на тему Применение теории графов

Пояснительная записка

Шифр проекта 020-РГР-02.03.02-№ 10- ПЗ

Студента Курпенова Куата Ибраимовича  
фамилия, имя, отчество полностью

Курс 1 Группа ФИТ-212

Направление (специальность) 02.03.02  
Фундаментальная информатика и информационные технологии  
код, наименование

Руководитель ст. преподаватель  
ученая степень, звание  
Федотова И.В.  
фамилия, инициалы

Выполнил \_\_\_\_\_  
дата, подпись студента

Работа защищена с количеством баллов	
--------------------------------------	--

\_\_\_\_\_  
дата, подпись руководителя

Омск 2022

## СОДЕРЖАНИЕ

1 Теоретический анализ.....	3
1.1 Основные понятия теории графов.....	3
2 Решение практической задачи.....	5
2.1 Постановка задачи.....	5
2.2 Выбор метода решения.....	6
2.3 Описания программной реализации алгоритма.....	7
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	9
ПРИЛОЖЕНИЕ А.....	10

## 1 Теоретический анализ

Теоретический анализ задания состоит в ознакомлении с основными понятиями, вводимыми и используемыми при рассмотрении данного задания.

### 1.1 Основные понятия теории графов

*Графом* называется любая пара  $(V, E)$ , где  $V$  – непустое множество элементов любой природы,  $E = \{e_1, e_2, \dots\}$  – семейство пар  $e_i = (u, v)$  элементов из  $V$  произвольной кратности и упорядоченности. Обозначают граф  $G$  или  $G(V, E)$ .

Элемент множества  $V$  называется *вершиной*.

Элемент множества  $E$  называется *ребром*.

Число вершин графа называется его *порядком* и обозначается  $|V|$ .

Если вершины  $v_1$  и  $v_2$  соединены ребром  $e = (v_1, v_2)$ , то говорят, что вершины  $v_1$  и  $v_2$  смежные, а ребро  $e = (v_1, v_2)$  инцидентно вершинам  $v_1$  и  $v_2$ .

Множество всех вершин графа  $G$  смежных с некоторой вершиной  $v$ , называется *окружением вершины  $v$*  и обозначается как  $U(v)$ .

Два ребра называются *смежными*, если они имеют общую вершину.

*Матрица смежности* графа  $G$  с конечным числом вершин  $n$  – это квадратная матрица  $A$  размера  $n \times n$ , в которой значение элемента  $a_{ij}$  равно числу рёбер из  $i$ -й вершины графа в  $j$ -ю вершину.

Если  $E$  множество упорядоченных пар элементов из  $V$ , то граф  $G = (V, E)$  называется *ориентированным графом (орграфом)*.

В этом случае элементы множества  $E$  называются *дугами*.

При этом дуга  $e = (v_1, v_2)$  называется исходящей из вершины  $v_1$  и заходящей в вершину  $v_2$ . На диаграмме графа дуга изображается линией со стрелкой из вершины  $v_1$  в вершину  $v_2$ .

Если в графе хотя бы одна пара вершин соединена более чем одной ребром, то такой граф называется *мультиграфом*, а ребра называются *кратными*.

Дуги, имеющие одинаковые концевые вершины и одинаково направленные называются *параллельными* или *кратными*, анаправленные противоположно – *противоположно-направленными*.

Кроме того, элементами множества  $E$  могут быть пары  $(v, v)$ ,  $v \in V$ , то они называются *петлями*, а граф  $G$  называется *псевдографом*. Обычно петля считается неориентированной.

Число ребер, инцидентных вершине  $v$ , называется *степенью вершины*  $v$  и обозначается  $deg(v)$  или  $d(v)$ .

Для ориентированного графа число дуг, исходящих из вершины  $v$ , называется *полустепенью исхода* и обозначается через  $dev^+(v)$ , а число дуг, входящих в вершину  $u$ , – *полустепенью захода* и обозначается  $dev^-(v)$ .

*Маршрутом* в графе  $G = (V, E)$  называется чередующаяся последовательность вершин и ребер  $\{v_0, e_1, v_1, \dots, e_k, v_k, \dots\}$ , в которой любые два соседних элемента инцидентны.

Маршрут называется *цепью*, если все его ребра различные. Цепь, соединяющая вершины  $u$  и  $v$ , обозначается  $[u, v]$ , и тогда вершина  $v$  называется *достижимой* из вершины  $u$ .

Цепь называется *простой*, если все вершины различны.

Для ориентированных графов цепь называется *путем*.

*Путь* называется *простым*, если все вершины различны.

Граф  $G$  называется *связным*, если для любых двух его вершин  $u$  и  $v$  существует соединяющий их маршрут  $[u, v]$ .

*Вес ребра* – числовое значение, поставленное в соответствие данному ребру взвешенного графа.

*Взвешенным графом* (или *нагруженным*) называется граф  $G(E, V)$  если на нём определена любая функция  $F: V \rightarrow R$  (функция на множестве ребер со значениями во множестве вещественных чисел)[1].

## **2 Решение практической задачи**

Далее будет рассмотрена практическая задача и описаны решения ручным и программным способом.

### **2.1 Постановка задачи**

Постановка задачи следующая: «Имеется сеть трубопроводов, соединяющих пункт А (пункт добычи нефти) с пунктом В (нефтеперерабатывающий завод). Трубопроводы могут соединяться и разветвляться в промежуточных пунктах. Количество нефти, которое может быть перекачено по каждому отрезку трубопровода в единицу времени определяется диаметром трубы. Сколько нефти можно прокачать через такую сеть в единицу времени?

#### **Формат входных данных**

Во входном файле записано сначала число  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ), определявшее количество узлов сети. Затем идет описание сети, где каждое соединение задается тремя числами - номерами узлов, которые она соединяет и диаметром сети. Все соединения строго ориентированы.

#### **Формат выходных данных**

На экран выведите числа – суммарная величина объема прокаченной нефти.»

### **2.2 Выбор метода решения**

Для получения ответа нужно применить алгоритм Флойда-Уоршелла, так как именно он позволяет найти самую длинную цепь в графе.

### **2.3 Описания программной реализации алгоритма**

Необходимо выполнить программную реализацию алгоритма (Приложение А) и проверить на том же примере.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1) Конова Е.А., Поллак Г.А. Алгоритмы и программы. Язык С++: –издательство «Лань», 2017 – 384 с.
- 2) Мазалов В.В. Математическая теория игр и приложения: – издательство «Лань», 2016 – 446 с.
- 3) Омельченко А.В. Теория графов: – Москва: издательство МЦНМО 2018. – 415 с.
- 4) Скотт Мейерс. Эффективный и современный С++: 42 рекомендации по использованию С++: Пер. с англ. – Вильямс, 2016. – 304 с.
- 5) Уилсон Р. Введение в теорию графов, 5-е изд: Пер. с англ. – издательство «Диалектика», 2018 – 240 с.

## **ПРИЛОЖЕНИЕ А**

### **Исходный код**

[PipesNetwork.py](#)