(1361) $\lim\limits_{x\to\infty}(e^x-x)^{\frac{1}{x}}$

$\lim\limits_{x\to\infty}(e^x+x)^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to\infty}(\infty+e^{\infty})^{\frac{1}{\infty}}=\lim\limits_{x\to\infty}\infty^0\ 1$

$\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{\ln(e^x+x)}{x}}$

$\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{\ln\left(\left(\frac{x}{e^x}+1\right)e^x\right)}{x}}$

$\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{\ln\left(\frac{x}{e^x}+1\right)+x\ln e}{x}}$

$\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{\ln\left(\frac{x}{e^x}+1\right)+1}{\frac{x}{1}}}$

$\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{\frac{1}{x}\ln\left(\frac{x}{e^x}+1\right)+1}{1}}$

$\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{1}{1}}=e$

Ответ: e.

(1373) Доказать, что линии $y=\sqrt[3]{x^3+3x^2}$ и $y=\frac{x^2}{x-1}$ асимптотически приближаются друг к другу при $x\to\pm\infty$.

$y=\sqrt[3]{x^3+3x^2}$

Бесконечного разрыва не существует

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\sqrt[3]{x^3+3x^2}=\pm\infty$

$k=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{\sqrt[3]{x^3+3x^2}}{x}=1$

$b=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt[3]{x^3-3x^2}-x\right)=1$

$y=kx+b=x+1$

$y=\frac{x^2}{x-1}$

Точка бесконечного разрыва: $x=1$

$\lim\limits_{x\to 1\pm 0}\frac{x^2}{x-1}=\pm\infty$

$k=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{\left(\frac{x^2}{x-1}\right)}{x}=1$

$b=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x^2}{x-1}-x\right)=1$

$y=x+1$

Т.к. прямые совпадают, следовательно, стремятся друг к другу.

ч.т.д.