Условие:

Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены суммы любым двух элементов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ в произведение любого $\vec{a}$ элемента на любое число $\alpha \in R$?

Вариант 14: множество всех диагональных матриц $\vec{a} = (a_{ij}), \vec{b} = (b_{ij})$ размеров $n \times n$. Сумма $(a_{ij})\cdot(b_{ij})$, произведение $\alpha \cdot a_{ij}$.

Решение:

1) Линейное пространство должно удовлетворять следующим требованиям:
   a. V — непустое множество векторов
   b. F — множество скаляров
   c. Определена операция сложения векторов
   d. Определена операция умножения вектора на число
   e. Заданные операции должны удовлетворять аксиомам векторного пространства (коммутативность и ассоциативность сложения, существование нейтрального элемента, ассоциативность умножения вектора на скаляр, унитарность, дистрибутивность умножения относительно сложения скляров и векторов)
2) Проверка на линейное пространство:
   a. Множество диагональных матриц не пусто
   b. Множество скаляров не пусто
   c. Операция сложения векторов задана: $(a_{ij})\cdot(b_{ij})$
   d. Определена операция умножения вектора на скаляр из R: $\alpha \cdot a_{ij}$