

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

«Омский государственный технический университет»

Факультет информационных технологий и компьютерных систем
Кафедра «Прикладная математика и фундаментальная информатика»

Индивидуальная работа

по дисциплине Теория чисел

Студента	Курпенова Куата Ибраимовича
	фамилия, имя, отчество полностью
Курс	2 Группа ФИТ-212
Направление	02.03.02 Фундаментальная информатика
	и информационные технологии
	код, наименование
Руководитель	доц., канд. пед. наук, доцент
	должность, ученая степень, звание
	Белим С.Ю.
	фамилия, инициалы
Выполнил	19.11.22
	дата, подпись студента
баллы	
	дата, подпись руководителя

Омск-2022

Вариант 10

Задание 1

Найти остаток от деления $3^{5^{602}-3}$ на 50

Решение:

$$(3^{5^{602}-3})(\text{mod}50)$$

НОД(3, 50) = 1, тогда по теореме Эйлера

$$3^{\varphi(50)} \equiv 1 (\text{mod}50)$$

$$\varphi(50) \equiv 50 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \equiv 20$$

$$3^{20} \equiv 1 (\text{mod}50)$$

$$35^{15} (\text{mod}93), 15_{10} = 1111_2$$

$$5^{602} - 3 (\text{mod}20) = 5^{602} \text{mod}20 - 3 \text{mod}20$$

$$\text{НОД}(5, 20) = 5$$

$$5 * 5^{601} (\text{mod}54) = 5y$$

$$y = 5^{601} (\text{mod}4) = 1 \text{mod}4$$

$$x = 5 * 1 = 5$$

$$5 - 3 \text{mod}20 = 2 \text{mod}20$$

$$3^{5^{602}-3} = 9 \text{mod}50$$

Задание 2

Решить сравнения а) $47x \equiv 2 (\text{mod}127)$, б) $12x \equiv 18 (\text{mod}42)$, в) $24x \equiv 6 (\text{mod}80)$

Решение:

$$\text{а) } 47x \equiv 2 (\text{mod}127)$$

$$\text{НОД}(127, 47) = 1$$

$$x \equiv 2 * 47^{-1} (\text{mod}127)$$

$$x = 2 * 80 (\text{mod}127)$$

$$x = 160 (\text{mod}127)$$

$$x = 33$$

$$\text{б) } 12x \equiv 18 (\text{mod}42)$$

$$\text{НОД}(42, 12) = 6$$

$$x \equiv 3 * 2^{-1} (\text{mod}7)$$

$$x \equiv 3 * 5 (\text{mod}7)$$

$$x \equiv 1 (\text{mod}7)$$

$$x = \begin{cases} 1(mod42) \\ 8(mod42) \\ 15(mod42) \\ 22(mod42) \\ 39(mod42) \\ 36(mod42) \end{cases}$$

в) $24x \equiv 6(mod80)$

$\text{НОД}(80, 24) = 8, 6 \nmid 8 \rightarrow$ сравнение неразрешимо

Задание 3

Решить систему сравнений
$$\begin{cases} x \equiv 0 mod 2 \\ x \equiv -2 mod 3 \\ x \equiv -3 mod 5 \\ x \equiv 4 mod 6 \\ x \equiv 7 mod 15 \end{cases}$$

Решение:

$\{2, 3, 5\}$ – попарно взаимно просты

$\text{НОК}(2, 3, 5, 6, 15) = 30$

Внедрим подсистему, которую можно решить с помощью китайской теоремы об остатках

$M \equiv 2 * 3 * 5 = 30$

$M_1 \equiv 15$

$N_1 \equiv 15^{-1}(mod2) \equiv 1 mod 2$

$M_2 \equiv 10$

$N_2 \equiv 10^{-1} mod 3 = 1 mod 3$

$M_3 \equiv 6$

$N_3 \equiv -4 mod 5$

$x = 0 + 2 * 10 * 1 + 3 * 6 * 4 = -20 + 72 = 22 mod 30$

$x = 22 mod 30$

Задание 4

Пусть в прямоугольном треугольнике длины сторон выражаются целыми числами. Докажите, что длина одной из трех сторон делится на 5.

Решение:

Пусть ни одно из чисел не делится на 5 \Rightarrow каждый квадрат сравним с $\pm 1 \pmod{5}$ (1, 4, 9, 16). Но равенство $\pm 1 \pm 1 \equiv \pm 1 \pmod{5}$ невозможно.

Задание 5

Вычислить над кольцом вычетов по модулю 675 с помощью алгоритма Руффини – Горнера значение многочлена $f(x) = x^5 - x^4 + 6x^2 + 15x + 45$ в точке $x = 3$ и найти неполное частное от деления многочлена $f(x)$ на $(x - 3)$.

Решение

$$f(x) = x^5 - x^4 + 6x^2 + 15x + 45$$

3	1	-1	0	6	15	45
	1	2	6	24	87	306

$$f(3) = 306$$

$$f(x) = (x^5 - x^4 + 6x^2 + 15x + 45)(x - 3) + 306$$

$x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 24x + 87$ – неполное частное от деления многочлена $f(x)$ на $(x - 3)$