

アルゴリズムとデータ構造 問題 19-1 のプログラム実装の考え方

(1) 入力例

入力は、最初の行に頂点数 n ($1 \leq n \leq 100$) を与え、続く n 行 \times n 列で重み付き有向グラフの隣接行列を長整数で入力する方式である。対角成分は入力値に関わらず 0 に正規化され、それ以外の成分は正の値を辺の重み、0 以下を辺なしとして扱う（内部では十分大きい値で表現する）。最後の行に始点 S ($0 \leq S < n$) を入力する。入力は空白区切りで改行終端とし、数値以外を含めてはならない。例として $n=7$ ，以下の行列， $S=0$ を与える。

```
7
0 17 0 0 0 0 0
17 0 21 7 0 0 0
0 21 0 13 5 0 0
0 7 13 0 0 5 0
0 0 5 0 0 16 22
0 0 0 5 16 0 25
0 0 0 0 22 25 0
0
```

(2) 出力例

出力は各行「頂点番号 半角スペース 最短距離」を表示し、到達不能な頂点は距離として -1 を出力する仕様である。距離は 64 ビット符号付き長整数の非負値で表す。余計な文字列は出力せず、区切りは単一空白とし、各行は改行で終端する。上記の入力例に対する出力例は次のとおりである。

```
0 0
1 17
2 37
3 24
4 42
5 29
6 54
```

最初の行は始点自身の距離 0 を示し、以降は始点からの最短路長である。グラフが非連結の場合は該当行の距離として -1 が表示される。

(3) 入力に対する出力結果の妥当性の説明

本プログラムは、非負重みグラフに対してダイクストラ法を隣接行列表現で実装しており、未確定頂点のうち暫定距離が最小の頂点 u を反復的に選び、確定化と同時に辺緩

和 $\text{dist}[v] > \text{dist}[u] + w[u][v]$ を行うことで正しい最短距離を得る. 例では $0 \rightarrow 1$ が 17, $0 \rightarrow 3$ は $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ で 24, $0 \rightarrow 5$ は $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$ で 29, $0 \rightarrow 2$ は $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ の 37, $0 \rightarrow 4$ は $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ の 42, $0 \rightarrow 6$ は $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ の 54 となり, 出力例と一致するため妥当である. 到達不能は内部無限大判定により -1 を出力し, 計算量は頂点数 n に対して $O(n^2)$, 追加記憶は $O(n^2)$ である.