

# アルゴリズムとデータ構造

第26週目

担当 情報システム部門 徳光政弘  
2025年12月23日

# 今日の内容

- アルゴリズムの停止性

# 停止性判定問題

## [[問題 13.2] 停止性判定問題

コンピュータ上で実行可能なプログラム  $P$  とそのプログラムへの入力  $I$  が問題の入力として与えられるものとする。このとき、 $I$  を入力として  $P$  を実行した場合、その実行が正常終了するか、それとも無限ループやエラーにより異常終了するかを判定せよ。

プログラムが停止するかどうかを判定できるかを問うている問題

結論: 否定的な結論(判定できない)

# 証明の概略

- 証明の概略(詳細は教科書)
- アイデア: 停止性判定問題を解くアルゴリズムが存在するという仮定において、背理法により解くことができない(アルゴリズムが存在しない)ことを示す。

# 証明の概略

- 仮定:「停止判定性問題を解くアルゴリズム」の存在を仮定する
- ゼウス:「停止判定性問題を解くアルゴリズム」を実行するプログラム
- ゼウスへの入力
  - プログラムP
  - プログラムPの入力I

# 証明の概略

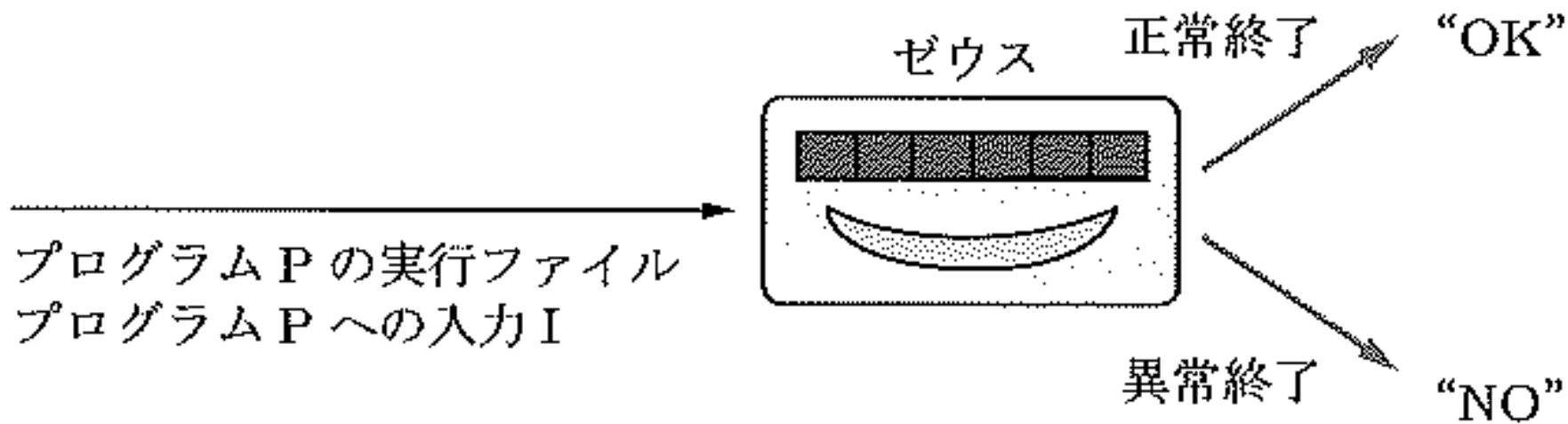
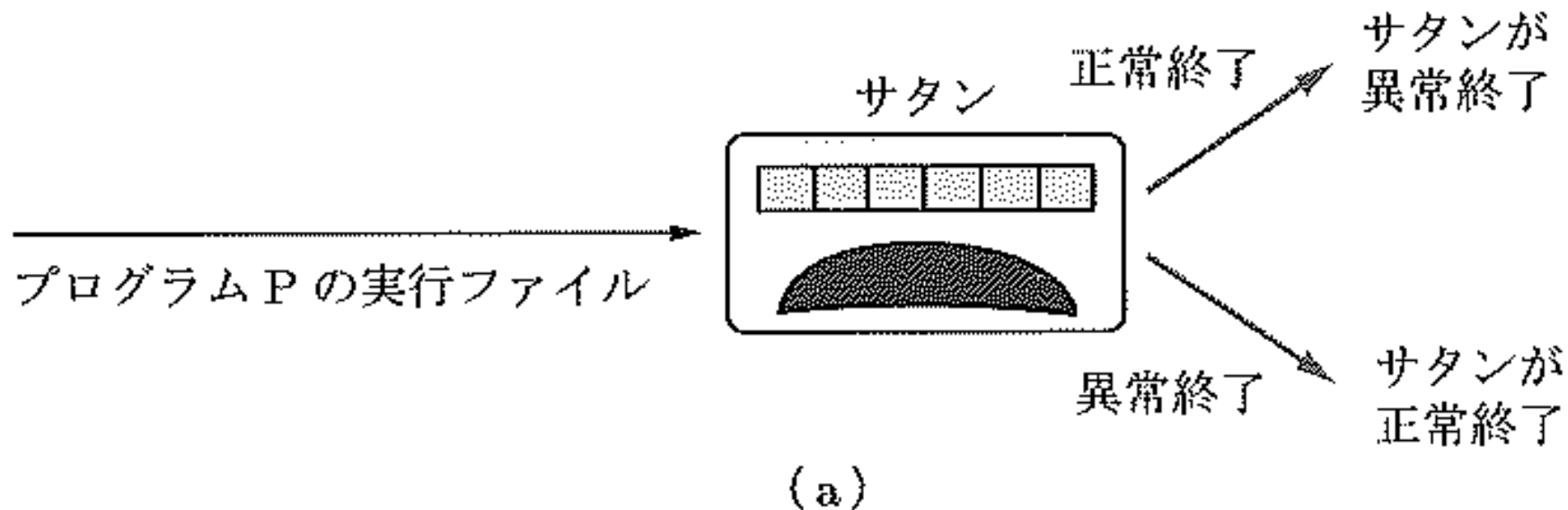


図 13.6 停止性判定問題を解くゼウス

# 証明の概略

- サタン:「プログラムPとプログラムPの入力」を入力として実行を判断するプログラム



# ところで

Wikipedia:ゼウス より

ゼウス（古希: ΖΕΥΣ, Ζεὺς, Zeus）は、ギリシア神話の主神たる全知全能の存在<sup>[1][2][注 1]</sup>。ローマ神話のジュピター（ユーピテル）、中国神話の天帝、キリスト教やイスラーム等の唯一神と同様な、「至上神 supreme god」の典型<sup>[4]</sup>。一般的に「至上神」<sup>[5]</sup>または「最高神」<sup>[6]</sup>は、創造的能力や人格的性質を持ち、全知全能だとされている<sup>[5]</sup>。

ゼウスは宇宙や天候を支配する天空神であり、人類と神々双方の秩序を守護・支配する神々の王である。宇宙を破壊できるほど強力な雷を武器とし、多神教の中にあっても唯一神的な性格を帯びるほどに絶対的で強大な力を持つ<sup>[7]</sup>。

## 概要 [編集]

ゼウスはローマ神話ではユーピテル（ジュピター）にあたる。オリュムポスの神々の家族および人類の両方の守護神・支配神であり、神々と人間た

### ゼウス Ζεὺς

神々の王、天空神、雷霆神





# ところで

Wikipedia:サタン より

サタン (ヘブライ語: שָׂטָן; アラム語: ܫܬܢܐ; ギリシア語: Σατάν, Σατανᾶς; ラテン語: Satan, Satanās) は、ユダヤ教、キリスト教、イスラム教における悪魔。イスラームではアラビア語のアッ=シャイターン (الشيطان、DMG方式: aš-Šayṭān) がこれに相当する[注釈 1]。

ユダヤ教、キリスト教では神の敵対者、イスラム教では人間の敵対者とされる。

キリスト教神学においては、サタンは、かつては神に仕える御使いであったが墮天使となり、地獄の長となった悪魔の概念である。罪を犯して墮落する前のサタンは御使いであったが、神に反逆して「敵対者」としての悪魔に変化したとみなされている[1]。キリスト教ではサタンは人格性を有する超自然的存在であると信じられているが、自由主義神学 (リベラルセオロジー liberal theology) ではサタンが人格的存在であるとは必ずしも考えられていない[2]。



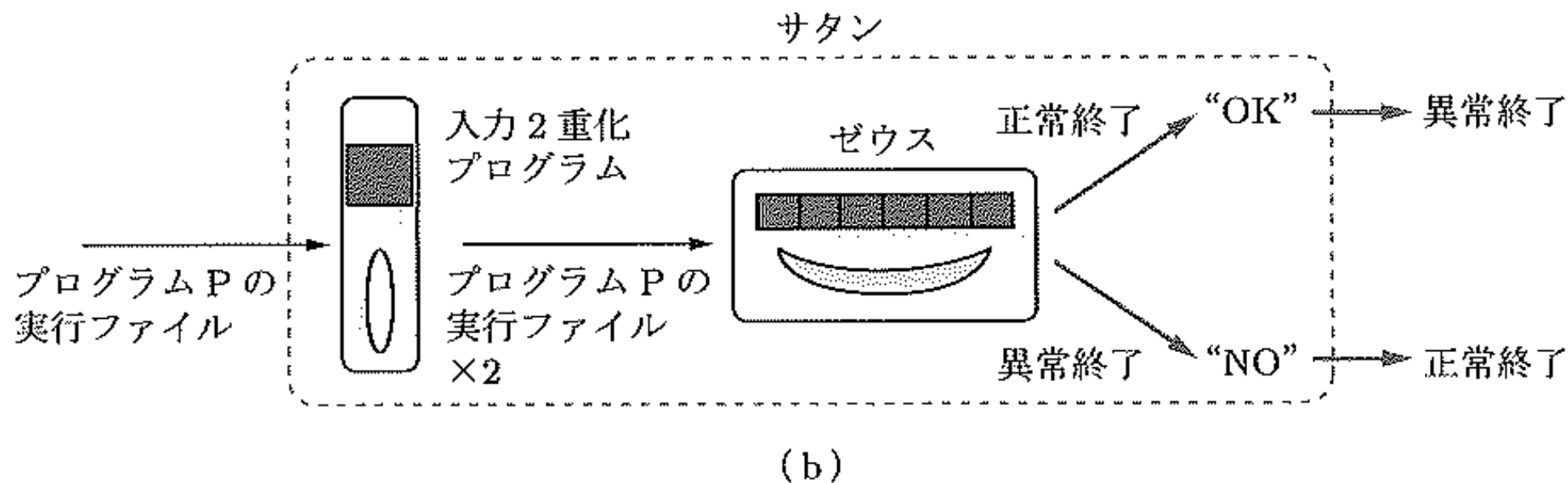
ギュスターヴ・ドレによるダンテの『神曲』地獄篇の挿絵。地獄の最下層にいる悪魔大王を描いている。



# 証明の概略

- 「サタン」を構成できるかどうかを検討する。
- 「ゼウス」を改造すれば実現できる。
  - 入力プログラムの実行ファイルを2つに複製する部分
  - ゼウスの出力が「OK」なら無限ループ等の異常終了、「NO」なら正常終了とする条件分岐ををする部分

# 証明の概略

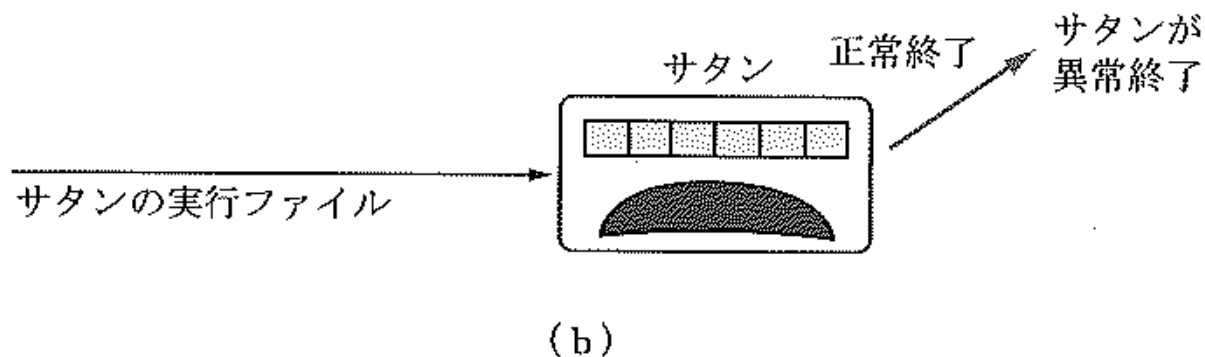
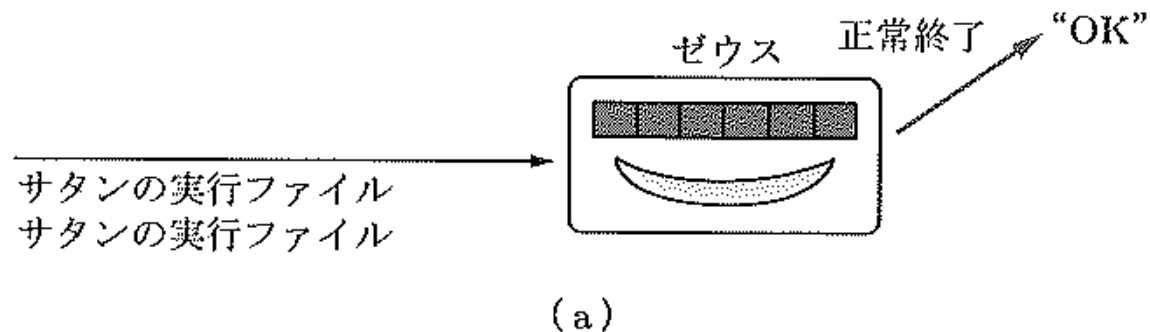


# 証明の概略

- 「ゼウス」に「サタン」を入力して実行することを考える。
- サタンを「実行するプログラム」とし、さらにサタンを「実行するプログラム」の入力とする。
- ゼウスとサタンに実行した結果を比較することで、冒頭の仮定で設定した「矛盾」により証明する。

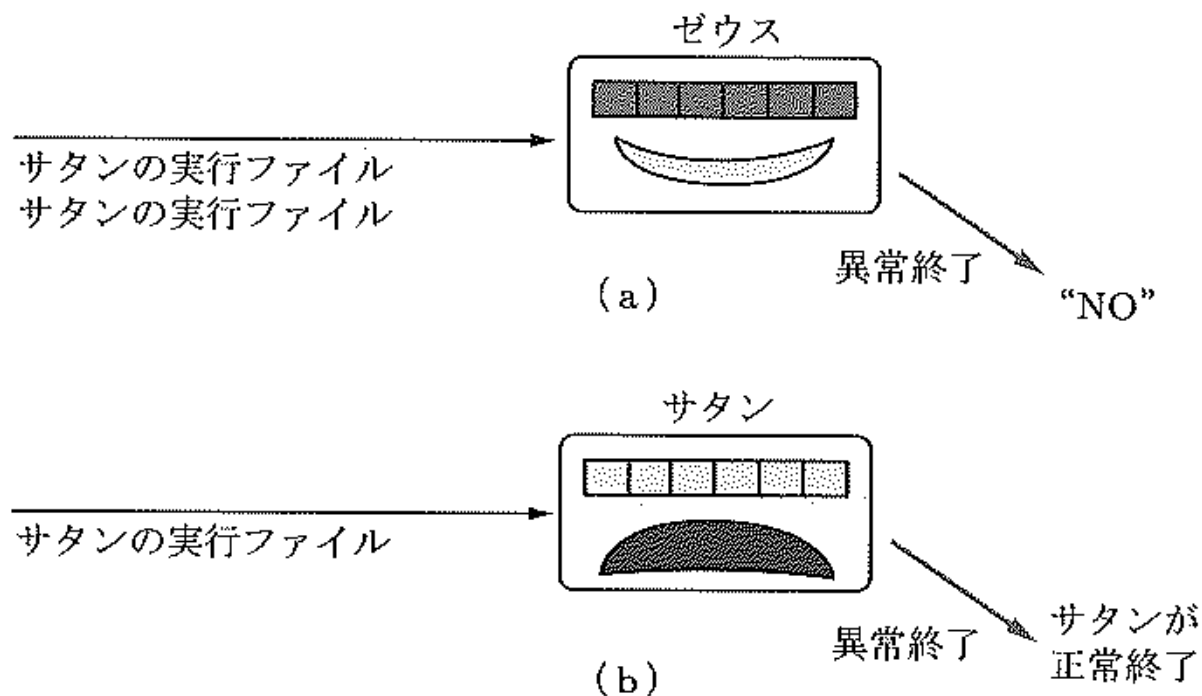
# 証明の概略

- 「ゼウス」が「OK」を出力する場合



# 証明の概略

- 「ゼウス」が「NO」を出力する場合



# 証明の概略

- 「ゼウス」と「サタン」の実行結果が反対(矛盾)しているため、冒頭の仮定で設定した「停止性判定問題を解くアルゴリズムが存在する」という仮定が間違っていた。
- したがって、停止性判定問題を解くアルゴリズムは存在しない。

# 非可解な問題・計算不能問題

**不定方程式** 整数を係数とする多変数の多項式が与えられた場合に、その多項式が整数解をもつかどうかを判定せよ.

例： $3x + y - z = 0$  のような簡単な多項式なら基本的なアルゴリズムで整数解(たとえば,  $x = 1, y = 0, z = 3$ )が存在することが簡単にわかる. しかし,  $x^3 + y^3 - z^3 = 0$  のような式<sup>1)</sup>を含む一般的な方程式に対して, 整数解が存在するかどうかをアルゴリズムによって判定することはできない.



# 停止判定性問題が示唆すること

## [[問題 13.2] 停止性判定問題

コンピュータ上で実行可能なプログラム  $P$  とそのプログラムへの入力  $I$  が問題の入力として与えられるものとする。このとき、 $I$  を入力として  $P$  を実行した場合、その実行が正常終了するか、それとも無限ループやエラーにより異常終了するかを判定せよ。

プログラムが停止するかどうかは本質的に判定できない

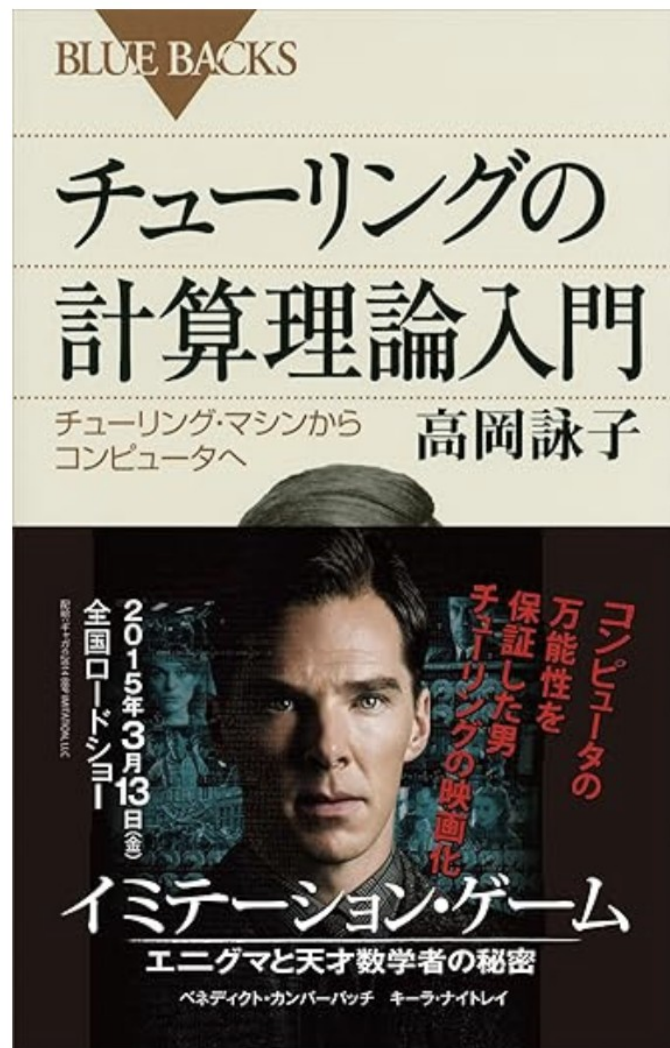
# これより先の展望

- より詳細が知りたい人はチューリングマシンを用いた本質的な証明を勉強する。
- 計算論的な計算限界の違いを整理しつつ理解するには、形式言語とオートマトンを勉強してからチューリングマシンによる違いや性質を勉強する。
- 参考資料のURLはこれらのとっかかりになる。
  - 秋田県立大学の講義資料は大学院向けだが、参考になる。

# 参考文献

- チューリングの計算理論  
入門 チューリング・マシン  
からコンピュータへ  
(ブルーバックス)

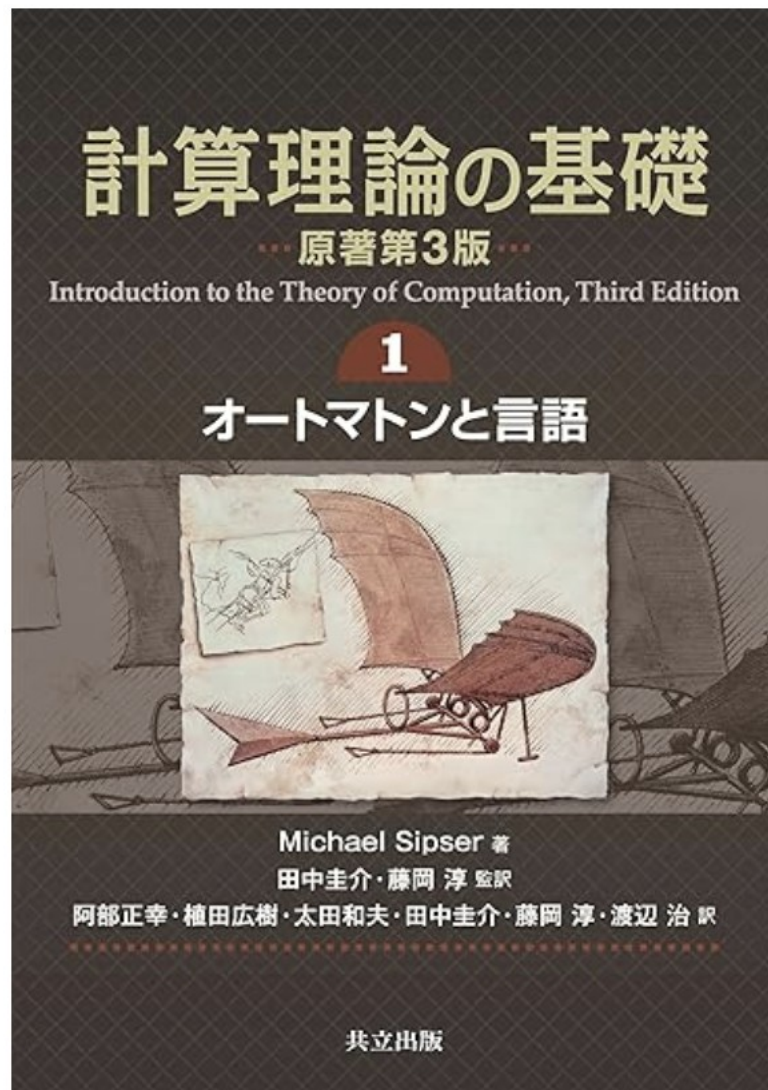
<https://amzn.asia/d/6fMzXdc>



# 参考文献

- 計算理論の基礎 [原著第3版] 1.オートマトンと言語 単行本 -

<https://amzn.asia/d/99CMLdt>



# 参考文献

- 計算理論とオートマトン言語理論[第2版]: コンピュータの原理を明かす  
(Information&Computing 122)(I・IIがある)
- かなりしっかりとした解説書、大学院生向け、日本語の数少ない詳細に説明がなされている本

<https://amzn.asia/d/3tfRbix>

## 計算理論と オートマトン言語理論 [第2版]

—コンピュータの原理を明かす—

丸岡 章 著

INFORMATION  
& COMPUTING

サイエンス社