

Ziegenproblem-Handout

Der Pöblizist

December 22, 2022

1 Was ist das Ziegenproblem?

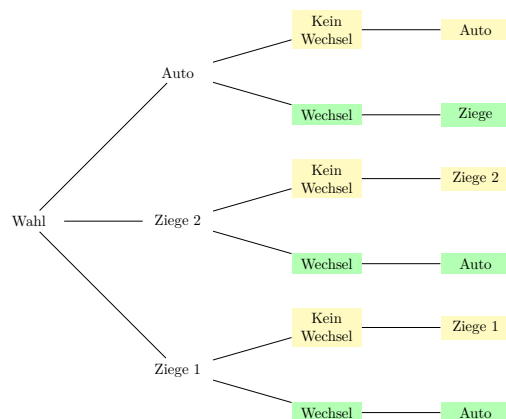
Das Ziegenproblem ist ein Problem der Mathematik, bei dem diese Regeln gelten:

- Ein Auto und zwei Ziegen werden zufällig auf drei Tore verteilt. Zu Beginn des Spiels sind alle Tore verschlossen, sodass Auto und Ziegen nicht sichtbar sind. Der Kandidat, dem die Position des Autos völlig unbekannt ist, wählt ein Tor aus, das aber vorerst verschlossen bleibt.
- Fall A: Hat der Kandidat ein Tor gewählt, öffnet der Moderator ein Tor, hinter dem sich eine Ziege befindet.
- Der Moderator bietet dem Kandidaten an, seine Entscheidung zu überdenken und das andere ungeöffnete Tor zu wählen.
- Das vom Kandidaten letztlich gewählte Tor wird geöffnet, und er erhält das Auto, falls es sich hinter diesem Tor befindet.

2 unerwartete Wahrscheinlichkeit

Entgegen der Erwartung ist der Wechsel immer vorzuziehen, mit Wechsel beträgt die Autowahrscheinlichkeit 66,6 %, ohne nur 33,3%.

3 Entscheidungsbaum



4 Ausgedrückt in Ergebnismengen:

Ergebnisraum:

$$\Omega = \{Ziege1, Ziege2, Auto\}; |\Omega| = 3$$

Ergebnismenge mit Wechsel:

$$\Omega_{Wechsel} = \{Ziege1, Ziege2\}; |\Omega_{Wechsel}| = 2$$

Ergebnismenge ohne Wechsel:

$$\Omega_{ohneWechsel} = \{Auto\}; |\Omega_{ohneWechsel}| = 1$$

Daraus folgt:

$$P_{Wechsel} = \frac{|\Omega_{Wechsel}|}{|\Omega|} = \frac{2}{3}$$

$$P_{ohneWechsel} = \frac{|\Omega_{ohneWechsel}|}{|\Omega|} = \frac{1}{3}$$

5 Ausgedrückt als abhängige Wahrscheinlichkeit:

w_a, w_z : Es wurde anfangs das Auto, bzw. eine Ziege gewählt.

W_a, W_z : Es wurde nach der Umwahl das Auto, bzw. die Ziege gewählt.

Nach dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeit:

$$\begin{aligned} P(a) &= P(W_a \wedge w_z) + P(W_a \wedge w_a) \\ &= P(w_z) * P(w_z|W_a) + P(w_a) * P(W_a|w_a) \\ &= \frac{2}{3} * 1 + \frac{1}{3} * 0 = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

6 Quellen

https://de.wikipedia.org/wiki/Hausziege#/media/Datei:Hausziege_04.jpg

<https://thumbs.dreamstime.com/b/drei-t%C3%BCren-1875644.jpg>

<https://www.grin.com/document/214288>

https://www.pedocs.de/volltexte/2013/5807/pdf/UntWiss_2004_1_Krauss_Atmaca_Schueler_Einsicht.pdf

7 Gesamtes Projekt

<https://github.com/kuseler/mathe-praesentation>