



# Finite State Machines

Kuliah Teori Bahasa dan Automata  
Program Studi Ilmu Komputer  
Fasilkom UI

Prepared by:

Rahmad Mahendra

Revised by:

Maya Retno Ayu S

# Ekuivalensi DFMS dan NDFMS

- Teorema

Untuk setiap DFMS, terdapat NDFMS yang ekuivalen

- Pembuktian:

Misalkan  $M$  adalah sebuah DFMS yang menerima (*accept*) bahasa  $L$ .

$M$  juga merupakan sebuah NDFMS yang tidak mengandung transisi  $\epsilon$  dan seluruh relasi transisi merupakan fungsi.

# Ekuivalensi NDFSM dan DFSM

- Teorema

Diberikan sebuah NDFSM  $M = (K, \Sigma, \Delta, s, A)$  yang menerima (*accept*) bahasa  $L$ , terdapat DFSM yang ekuivalen yang juga menerima  $L$ .

- Pembuktian dengan cara kontruksi DFSM  $M'$

$M' = (K', \Sigma, \delta', s', A')$  di mana:

$K'$  mengandung sebuah status untuk setiap elemen  $\wp(K)$

$s' = eps(s)$

$A' = \{Q \subseteq K : Q \cap A \neq \emptyset\}$

$\delta'(Q, c) = \cup \{eps(p) : \exists q \in Q((q, c, p) \in \Delta)\}$

# Algoritma

Input: NDFSM  $M = (K, \Sigma, \Delta, s, A)$

1. Untuk setiap *state*  $q$  pada  $K$ :
  - Tentukan  $eps(q)$
2.  $s' = eps(s)$
3. Tentukan  $\delta'$ 
  - ..... (lihat halaman selanjutnya pada slide ini)
4.  $K' = \text{state aktif}$
5.  $A' = \{Q \subseteq K : Q \cap A \neq \emptyset\}$

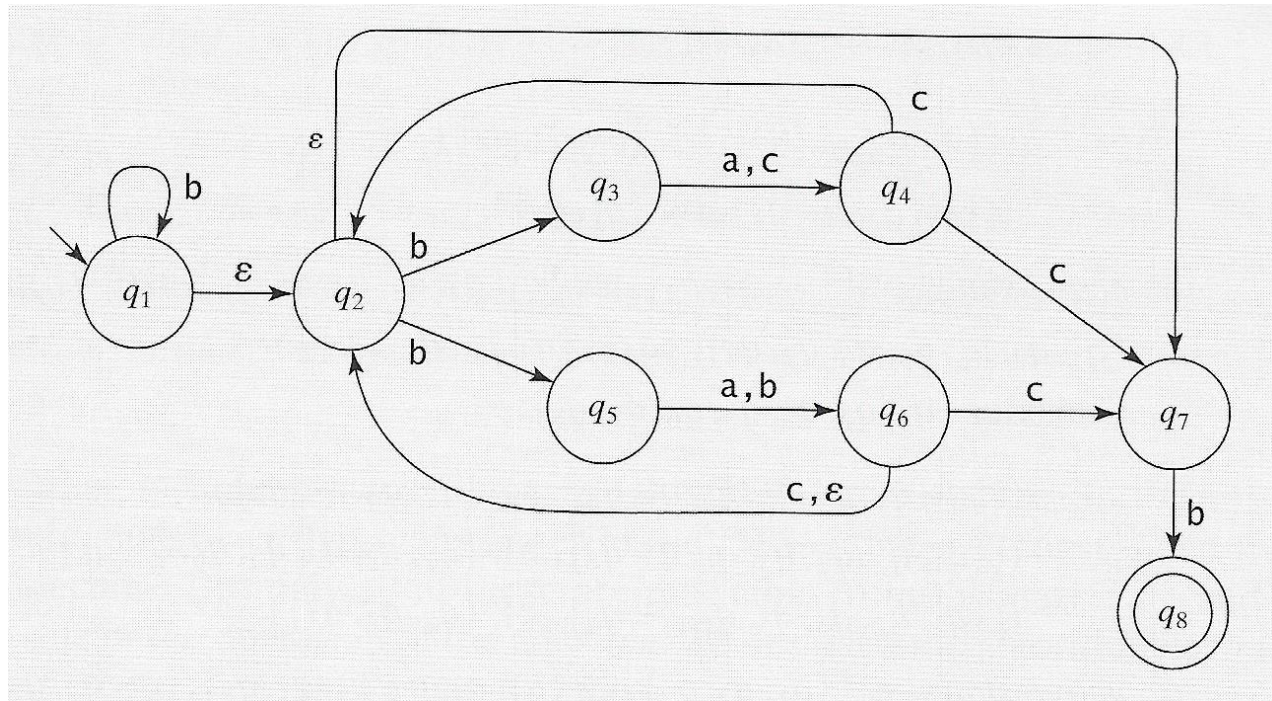
Output: DFISM  $M' = (K', \Sigma, \delta', s', A')$

# Algoritma (lanjutan)

## 3. Tentukan $\delta'$

- *State* aktif =  $\{s'\}$
- $\delta' = \emptyset$
- While (ada sejumlah elemen  $Q$  dari *state* aktif untuk  $\delta'$  yang belum ditentukan)
  - For (setiap simbol  $c$  pada  $\Sigma$ ) do:
    - *State* baru =  $\emptyset$ 
      - For (setiap *state*  $q$  pada  $Q$ ) do:
        - For (setiap *state*  $p$  sehingga  $(q, c, p) \in \Delta$ ) do:
          - *State* baru = *State* baru  $\cup$   $\text{eps}(p)$
        - Tambahkan transisi  $(Q, c, \text{state baru})$  ke  $\delta'$
        - Jika *state* baru belum ada di *state* aktif, insert ke *state* aktif

# Contoh



- Tentukan *DFSM* yang ekuivalen dengan *NDFSM* di atas

# Contoh

1. Untuk setiap *state*  $q$  pada  $K$ :

- Tentukan  $eps(q)$

- $eps(q_1) = \{q_1, q_2, q_7\}$

- $eps(q_2) = \{q_2, q_7\}$

- $eps(q_3) = \{q_3\}$

- $eps(q_4) = \{q_4\}$

- $eps(q_5) = \{q_5\}$

- $eps(q_6) = \{q_2, q_6, q_7\}$

- $eps(q_7) = \{q_7\}$

- $eps(q_8) = \{q_8\}$

2. Tentukan start state

$$s' = eps(s) = eps(q_1) = \{q_1, q_2, q_7\}$$

# Contoh

3. Tentukan transisi  $\delta'$

*State* aktif =  $\{\{q_1, q_2, q_7\}\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\{q_1, q_2, q_7\}$

$((\{q_1, q_2, q_7\}, a), \emptyset)$

$((\{q_1, q_2, q_7\}, b), \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\})$

$((\{q_1, q_2, q_7\}, c), \emptyset)$

*State* aktif =  $\{\{q_1, q_2, q_7\}, \emptyset, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\emptyset$

$((\emptyset, a), \emptyset)$

$((\emptyset, b), \emptyset)$

$((\emptyset, c), \emptyset)$



# Contoh

## 3. Tentukan $\delta'$ (lanjutan)

*State* aktif =  $\{\{q_1, q_2, q_7\}, \emptyset, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}$

$((\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, a), \{q_2, q_4, q_6, q_7\})$

$((\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, b), \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\})$

$((\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, c), \{q_4\})$

*State* aktif =  $\{\{q_1, q_2, q_7\}, \emptyset, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, \{q_2, q_4, q_6, q_7\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{q_4\}\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\emptyset$

$((\{q_2, q_4, q_6, q_7\}, a), \emptyset)$

$((\{q_2, q_4, q_6, q_7\}, b), \{q_3, q_5, q_8\})$

$((\{q_2, q_4, q_6, q_7\}, c), \{q_2, q_7\})$

# Contoh

## 3. Tentukan $\delta'$ (lanjutan)

*State* aktif =  $\{\{q_1, q_2, q_7\}, \emptyset, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, \{q_2, q_4, q_6, q_7\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{q_4\}, \{q_3, q_5, q_8\}, \{q_2, q_7\}\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}$

$((\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, a), \{q_2, q_4, q_6, q_7\})$

$((\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, b), \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\})$

$((\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, c), \{q_2, q_4, q_7\})$

*State* aktif =  $\{\{q_1, q_2, q_7\}, \emptyset, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, \{q_2, q_4, q_6, q_7\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{q_4\}, \{q_3, q_5, q_8\}, \{q_2, q_7\}, \{q_2, q_4, q_7\}\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\{q_4\}$

$((\{q_4\}, a), \emptyset)$

$((\{q_4\}, b), \emptyset)$

$((\{q_4\}, c), \{q_2, q_7\})$

# Contoh

## 3. Tentukan $\delta'$ (lanjutan)

*State* aktif =  $\{\{q_1, q_2, q_7\}, \emptyset, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, \{q_2, q_4, q_6, q_7\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{q_4\}, \{q_3, q_5, q_8\}, \{q_2, q_7\}, \{q_2, q_4, q_7\}\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\{q_3, q_5, q_8\}$

$((\{q_3, q_5, q_8\}, a), \{q_2, q_4, q_6, q_7\})$

$((\{q_3, q_5, q_8\}, b), \{q_2, q_6, q_7\})$

$((\{q_3, q_5, q_8\}, c), \{q_4\})$

*State* aktif =  $\{\{q_1, q_2, q_7\}, \emptyset, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, \{q_2, q_4, q_6, q_7\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{q_4\}, \{q_3, q_5, q_8\}, \{q_2, q_7\}, \{q_2, q_4, q_7\}, \{q_2, q_6, q_7\}\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\{q_2, q_7\}$

$((\{q_2, q_7\}, a), \emptyset)$

$((\{q_2, q_7\}, b), \{q_3, q_5, q_8\})$

$((\{q_2, q_7\}, c), \emptyset)$

# Contoh

*State* aktif =  $\{\{q_1, q_2, q_7\}, \emptyset, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, \{q_2, q_4, q_6, q_7\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{q_4\}, \{q_3, q_5, q_8\}, \{q_2, q_7\}, \{q_2, q_4, q_7\}, \{q_2, q_6, q_7\}\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\{q_2, q_4, q_7\}$

$((\{q_2, q_4, q_7\}, a), \{\emptyset\})$

$((\{q_2, q_4, q_7\}, b), \{q_3, q_5, q_8\})$

$((\{q_2, q_4, q_7\}, c), \{q_2, q_7\})$

*State* aktif =  $\{\{q_1, q_2, q_7\}, \emptyset, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, \{q_2, q_4, q_6, q_7\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{q_4\}, \{q_3, q_5, q_8\}, \{q_2, q_7\}, \{q_2, q_4, q_7\}, \{q_2, q_6, q_7\}\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\{q_2, q_6, q_7\}$

$((\{q_2, q_6, q_7\}, a), \emptyset)$

$((\{q_2, q_6, q_7\}, b), \{q_3, q_5, q_8\})$

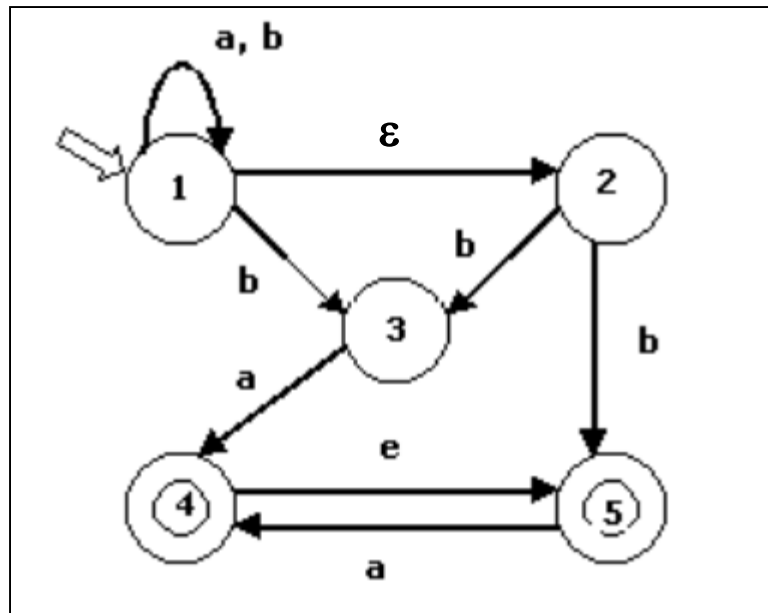
$((\{q_2, q_6, q_7\}, c), \{q_2, q_7\})$

# Contoh

4.  $K' = \{\{q_1, q_2, q_7\}, \emptyset, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, \{q_2, q_4, q_6, q_7\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{q_4\}, \{q_3, q_5, q_8\}, \{q_2, q_7\}, \{q_2, q_4, q_7\}, \{q_2, q_6, q_7\}\}$
5.  $A' = \{\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_7, q_8\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{q_3, q_5, q_8\}\}$

## Contoh 2

- Tentukan DFSM yang ekuivalen dengan NDFSM di bawah ini:



# Contoh 2

1. Untuk setiap *state*  $q$  pada  $K$ , tentukan  $eps(q)$

$q$	$eps(q)$
1	$\{1,2\}$
2	$\{2\}$
3	$\{3\}$
4	$\{4,5\}$
5	$\{5\}$

2. Tentukan start state

$$s' = eps(s) = eps(1) = \{1,2\}$$

# Contoh 2

## 3. Tentukan transisi $\delta'$

*State aktif* =  $s' = \{1,2\}$

Tinjau transisi dari *state*  $\{1,2\}$

$((\{1,2\}, a), \{1,2\})$

$((\{1,2\}, b), \{1,2,3,5\})$

*State aktif* =  $(\{1,2\}, \{1,2,3,5\})$

Tinjau transisi dari *state*  $\{1,2,3,5\}$

$((\{1,2,3,5\}, a), \{1,2,4,5\})$

$((\{1,2,3,5\}, b), \{1,2,3,5\})$

*State aktif* =  $(\{1,2\}, \{1,2,3,5\}, \{1,2,4,5\})$

Tinjau transisi dari *state*  $\{1,2,4,5\}$

$((\{1,2,4,5\}, a), \{1,2,4,5\})$

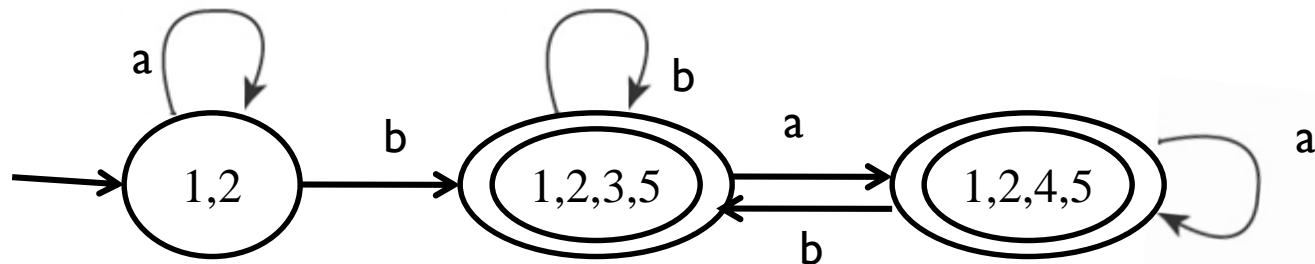
$((\{1,2,3,5\}, b), \{1,2,3,5\})$

## 4. Tentukan *state* aktif $K'$

$K' = (\{1,2\}, \{1,2,3,5\}, \{1,2,4,5\})$

## 5. Tentukan *accepting state* $A'$

$A' = (\{1,2,3,5\}, \{1,2,4,5\})$



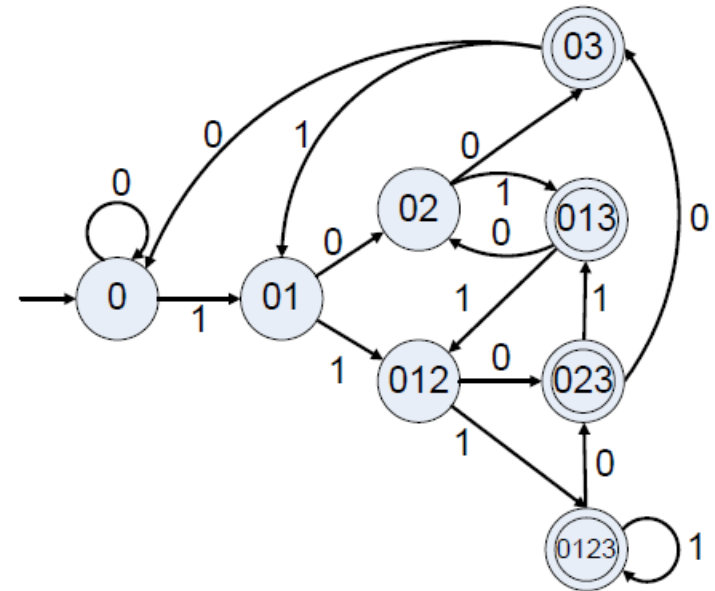
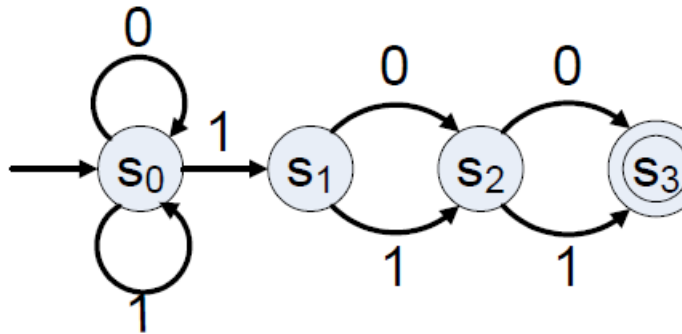


# Ekuivalensi NDFSM dan DFSM

Diberikan sebuah NDFSM  $M = (K, \Sigma, \Delta, s, A)$  dan terdapat DFSM ekuivalen  $M' = (K', \Sigma, \delta', s', A')$

- Jika  $M$  memiliki jumlah *state* sebanyak  $k$ 
  - Berapa maksimum jumlah *state* pada  $M'$ ?  
Jawab:  $2^k$  (Mengapa?)
  - Berapa minimum jumlah *state* pada  $M'$ ?
- Karakteristik  $M$  seperti apa sehingga  $M'$  ekuivalen tidak memiliki *dead state*?

# Coba Sendiri

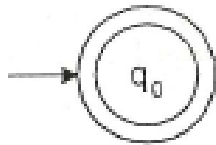


- Tunjukkan bahwa NDFSM dan DFSM pada pasangan gambar di atas ekuivalen

# Coba Sendiri

- Carilah DFSM yang ekuivalen dengan masing-masing NDFSM di bawah ini

(i)  $\Sigma = \{a, b\}$



(ii)  $\Sigma = \{p, r\}$

