

บทที่ 7

สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ขึ้นกับเวลา

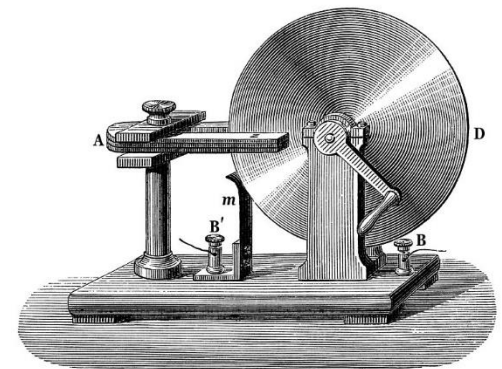
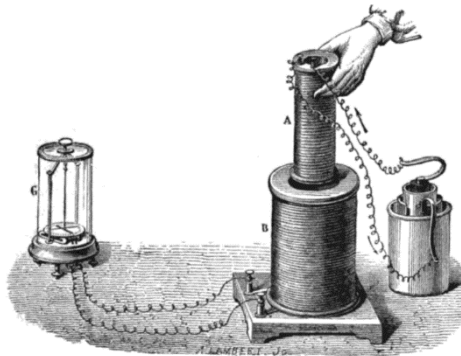
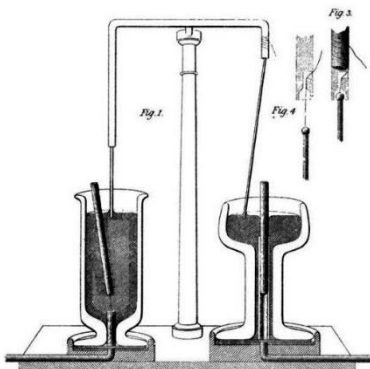
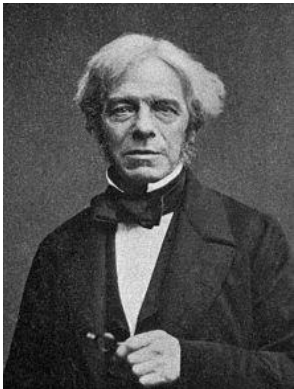
General Physics II

01420112

รองศาสตราจารย์ ดร.ธนิศร์ ตั้งเจริญ

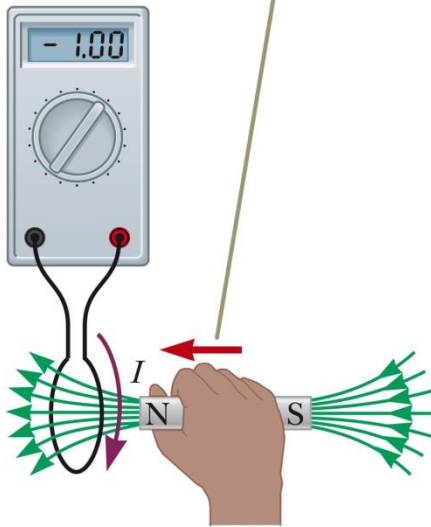
กฎของฟาราเดย์

- ความสัมพันธ์กันระหว่างกระแสไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก คือการที่ทั้งคู่สามารถเหนี่ยวนำให้เกิดอีกสิ่งหนึ่งได้
- สนามแม่เหล็กสามารถเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสไฟฟ้าได้ และกระแสไฟฟ้าก็สามารถเหนี่ยวนำให้เกิดสนามแม่เหล็กได้เช่นเดียวกัน
- ไมเคิล ฟาราเดย์ (Michael Faraday: 1791-1867) ซึ่งเป็นนักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษ ได้ทำการทดลองและค้นพบว่าสนามแม่เหล็กสามารถเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสไฟฟ้าได้
- การค้นพบดังกล่าวถูกเรียกว่า “กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์ (Faraday’s Law of Induction)”



กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

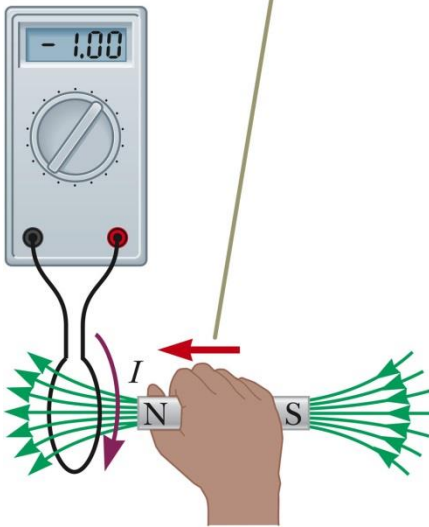
When a magnet is moved toward a loop of wire connected to a sensitive ammeter, the ammeter shows that a current is induced in the loop.



- การทำความเข้าใจเกี่ยวกับแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่สามารถถูกเหนี่ยวนำให้เกิดขึ้นได้โดยการเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็ก จะเริ่มต้นจากการทดลองที่ใช้แท่งแม่เหล็กและห่วงลวดที่ต้องเข้ากับแอมมิเตอร์

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

When a magnet is moved toward a loop of wire connected to a sensitive ammeter, the ammeter shows that a current is induced in the loop.

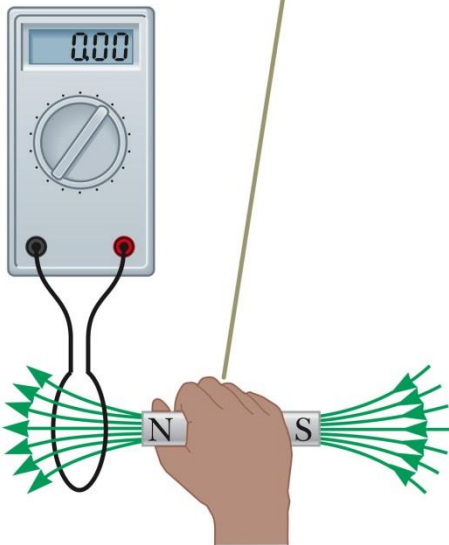


a

- ถ้าเลื่อนแท่งแม่เหล็กเข้าหาวงลูปของห่วงลวดอย่างรวดเร็วจะทำให้เกิดกระแสเหนี่ยวนำไหลภายในขดลวดจนทำให้แอมมิเตอร์ตรวจวัดได้

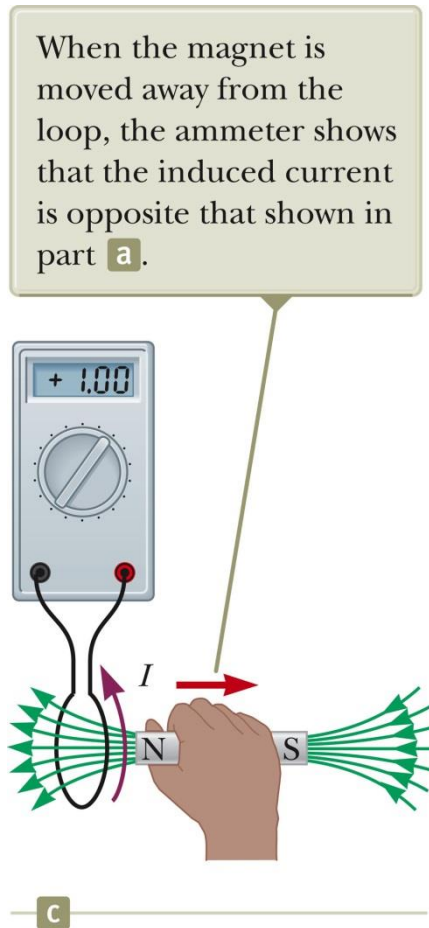
กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

When the magnet is held stationary, there is no induced current in the loop, even when the magnet is inside the loop.



- เมื่อหยุดการเคลื่อนไหวของแท่งแม่เหล็ก จะไม่มีการไหลของกระแสเหนี่ยวนำในห่วงลวด (แม้ว่าแท่งแม่เหล็กจะยังคงอยู่ภายในวงลูปของห่วงลวดก็ตาม)

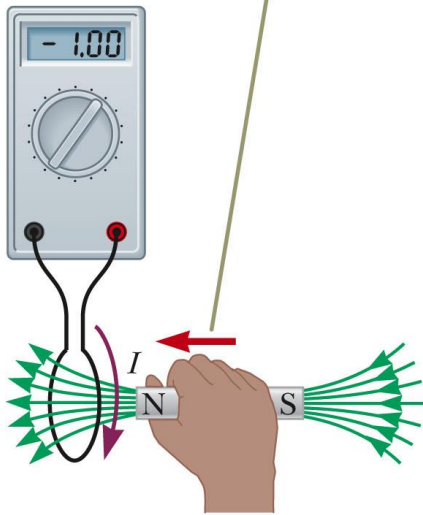
กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์



- ในทางกลับกันหากเลื่อนแท่งแม่เหล็กออกจากห่วงลวดอย่างรวดเร็วจะทำให้เกิดกระแสเหนี่ยวนำเคลื่อนที่ในห่วงลวดในทิศทางตรงกันข้าม

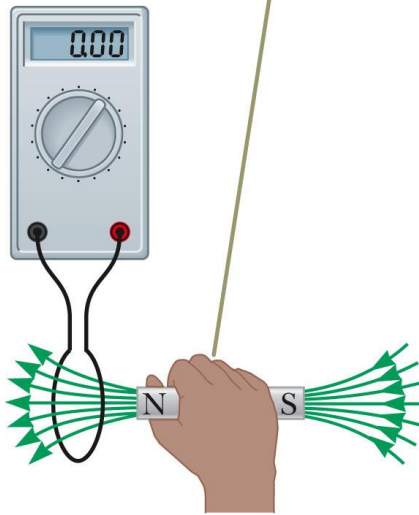
กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

When a magnet is moved toward a loop of wire connected to a sensitive ammeter, the ammeter shows that a current is induced in the loop.



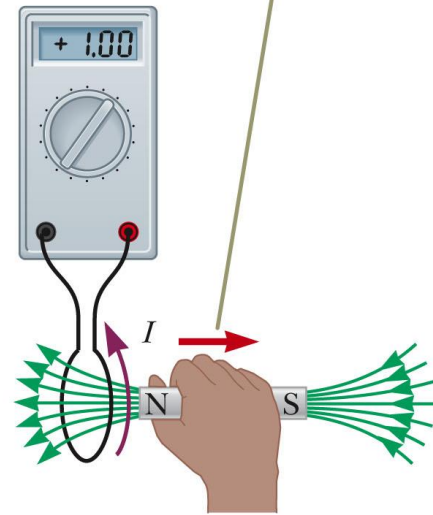
a

When the magnet is held stationary, there is no induced current in the loop, even when the magnet is inside the loop.



b

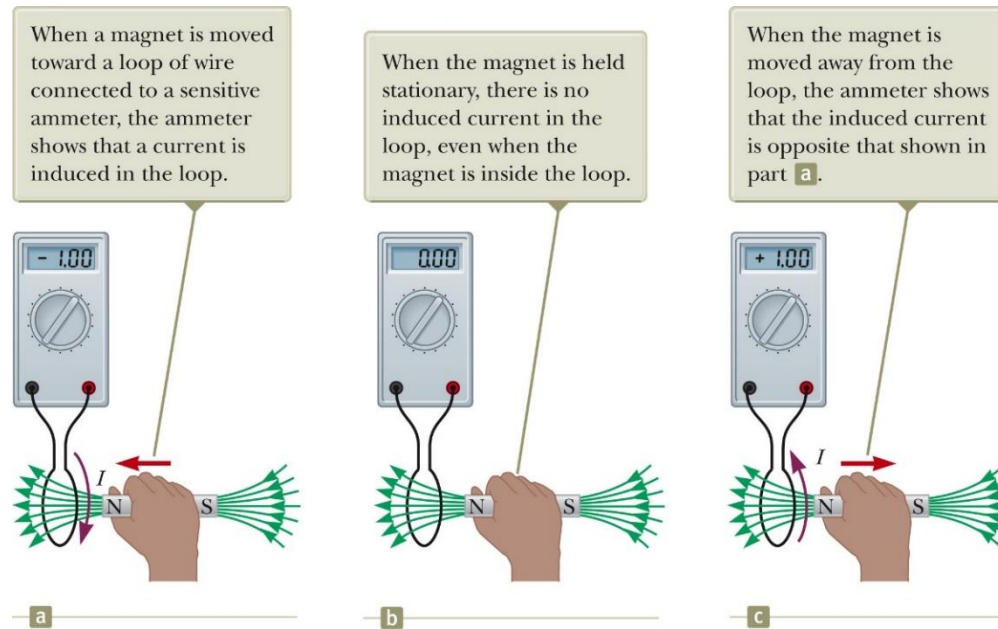
When the magnet is moved away from the loop, the ammeter shows that the induced current is opposite that shown in part a.



c

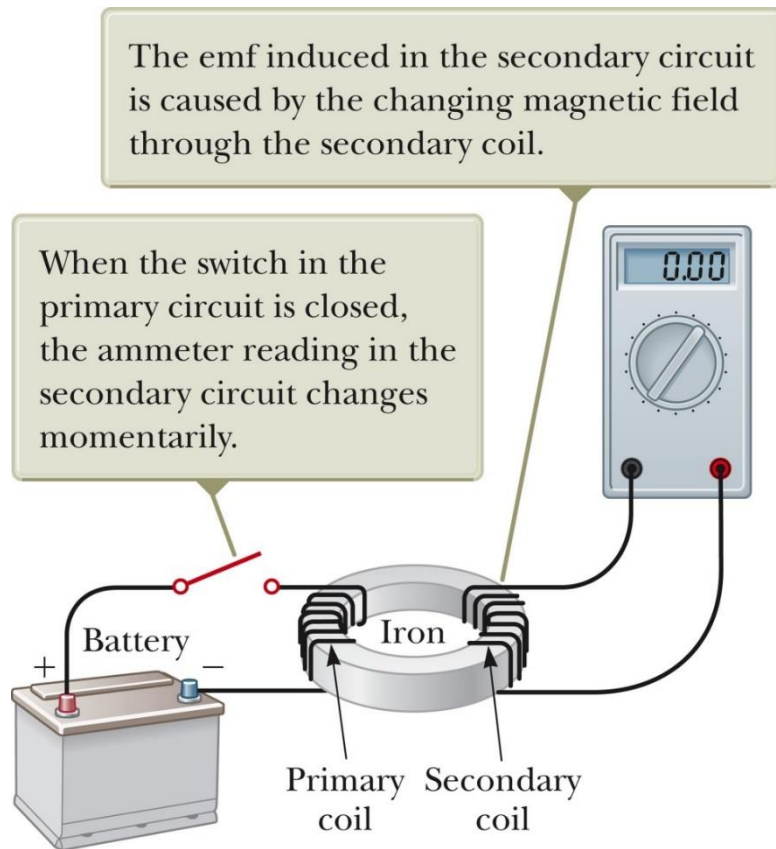
จึงสรุปได้ว่า “สนามแม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงไปในช่วงระยะเวลาใดๆ (จากการเคลื่อนที่ของแท่งแม่เหล็กเข้า-ออกจากห่วงลวด) จะทำให้เกิดการไหลของกระแสไฟฟ้าขึ้นมาได้”

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์



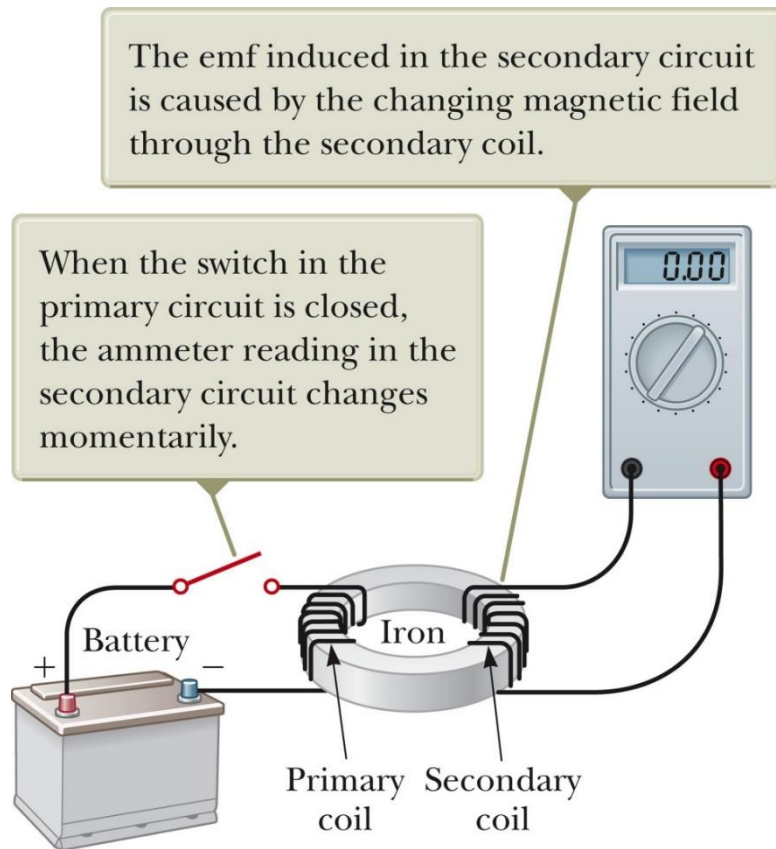
- ถ้ากลับขั้วแม่เหล็ก ผลลัพธ์ที่ได้จะมีลักษณะเหมือนกัน แต่เข็มของกัลวานอมิเตอร์จะกลับทิศทางกัน
- โดยปรกติจะเรียกกระแสไฟฟ้าที่เกิดในห่วงลวดนี้ว่า “กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (induced current)” และเรียกแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในห่วงลวดดังกล่าวว่า “แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (Induced Electromotive Force; EMF)”
- หากสนามแม่เหล็กภายนอกมีการเปลี่ยนแปลงที่รวดเร็วมาก (เคลื่อนแท่งแม่เหล็กเข้าหรือออกด้วยความเร็วสูง) จะส่งผลทำให้แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นมีขนาดมากขึ้นตามไปด้วย

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์



- การทดลองดังรูปจะให้ผลลัพธ์ที่เหมือนกับการทดลองที่แล้ว คือจะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในวงปิด (ห้วงลวดหรือวงแหวนเหล็ก) เหมือนกันเมื่อฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านวงปิดเปลี่ยนแปลงตามเวลา
- ขดลวดปฐมภูมิ (ซ้าย) ต่อกับแบตเตอรี่ เมื่อเปิดสวิตช์กระแสจะไหลในขดลวดดังกล่าวและทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก ในขณะที่ขดลวดทุติยภูมิ (ขวา) ต่ออยู่กับแกลแวนอมิเตอร์ (galvanometer)

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์



- จากการทดลองทำให้พบว่าไม่ว่าจะใช้กระแสหรือเพิ่มแรงเคลื่อนไฟฟ้ามากเพียงใดเพื่อสร้างสนามแม่เหล็ก กลับไม่พบกระแสในขดลวดทุติยภูมิเลย แต่ขณะปิดสวิตช์ เข็มของแกลแวนอมมิเตอร์กลับเบนไปจากเดิม และเมื่อเปิดสวิตช์เข็มก็จะเบนเช่นกันแต่มีทิศตรงกันข้าม แสดงว่าเกิดกระแสไฟฟ้าในขดลวดทุติยภูมิ
- จึงสรุปได้ว่าสนามไฟฟ้าแบบคงตัว (ที่เกิดจากการไหลของกระแสไฟฟ้าแบบสม่ำเสมอ) ไม่สามารถเหนี่ยวนำให้เกิดการไหลกระแสไฟฟ้าในขดลวดที่ทุติยภูมิได้ ต้องเป็นสนามไฟฟ้าที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเท่านั้น

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

“ขนาดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ \mathcal{E} แปรผันตรงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็ก $\Delta\Phi_B$ ที่ผ่านวงจรรัดวน”

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}$$

$$\text{เมื่อ } \phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

คือฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านวงปิด

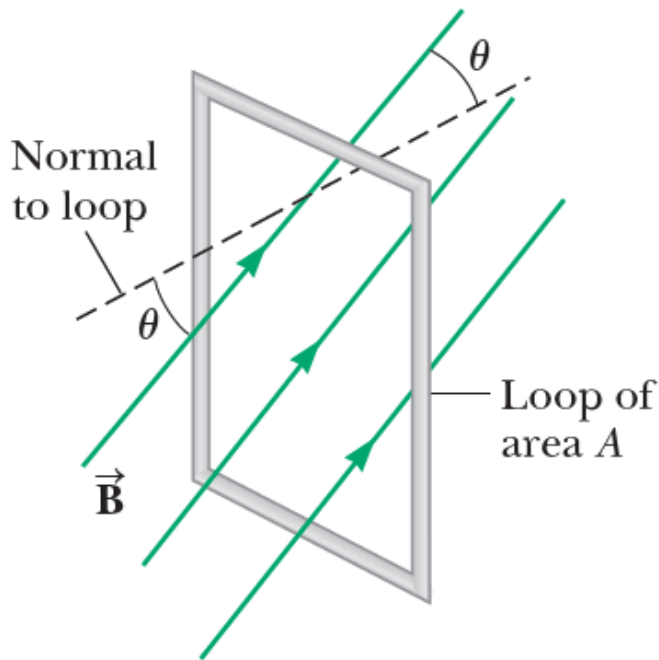
เครื่องหมายลบ – เป็นการแสดงทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ โดยจะมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางที่ฟลักซ์แม่เหล็กเปลี่ยนแปลง (หรืออีกนัยหนึ่งคือทิศทางของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะมีลักษณะที่ต่อต้านการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็ก หรือแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะพยายามรักษาสภาพเดิมของฟลักซ์แม่เหล็กในขดลวด)

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

- ถ้าพันขดลวดจำนวน N รอบ โดยแต่ละรอบมีพื้นที่เท่ากันและ ϕ_B คือฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านขดลวดหนึ่งรอบ แรงเคลื่อนไฟฟ้า (emf) จะถูกเหนี่ยวนำให้เกิดในขดลวดทุกๆ รอบ และเนื่องจากขดลวดแต่ละรอบต่ออนุกรมกัน ดังนั้นแรงเคลื่อนไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้น ซึ่งผลรวมของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำทั้งหมดในขดลวดจึงมีค่าเท่ากับ

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -N \frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}$$

แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำเนื่องจากการเปลี่ยนพื้นที่ของขดลวด



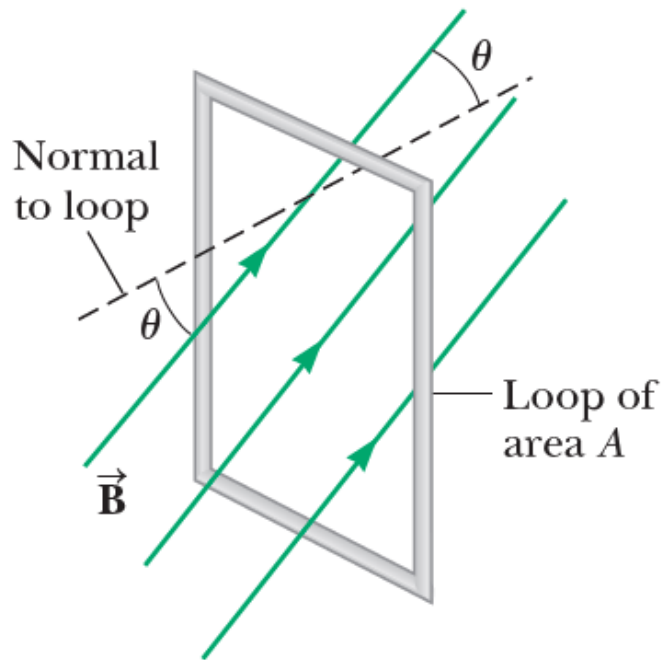
- หากมีวงปิดล้อมรอบพื้นที่ A วางตัวอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ B ดังรูป และมีฟลักซ์แม่เหล็กเคลื่อนที่ที่ผ่านวงปิดนี้

$$\phi_B = BA \cos \theta$$

เมื่อ θ คือมุมระหว่างสนามแม่เหล็กและเส้นตั้งฉากกับพื้นที่วงปิด ดังนั้นแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำสามารถแสดงได้เป็น

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA \cos \theta)$$

แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำเนื่องจากการเปลี่ยนพื้นที่ของขดลวด



$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA \cos \theta)$$

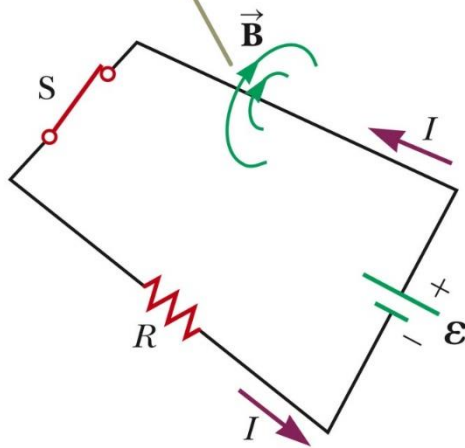
จากสมการข้างต้นจะพบว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าจะถูกเหนี่ยวนำให้เกิดขึ้นในวงจรได้หลายวิธี

- ขนาดของสนามแม่เหล็ก B สามารถเปลี่ยนแปลงตามเวลา
- พื้นที่ภายในวงปิดสามารถเปลี่ยนแปลงตามเวลา
- มุม θ ระหว่าง B และเส้นตั้งฉากกับพื้นที่วงปิดสามารถเปลี่ยนแปลงตามเวลา

ตัวอย่างที่ 7.1 ขดลวดจำนวน 200 รอบพันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยแต่ละรอบมีความยาวของแต่ละด้านเท่ากับ 18 cm ถ้าให้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอที่มีทิศตั้งฉากกับระนาบของขดลวดนี้และมีการเปลี่ยนแปลงแบบเชิงเส้นจาก 0 ถึง 0.5 T ภายในระยะเวลา 0.8 s จงหาขนาดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวดขณะที่สนามแม่เหล็กเกิดการเปลี่ยนแปลง

การเหนี่ยวนำตัวเองและความเหนี่ยวนำ

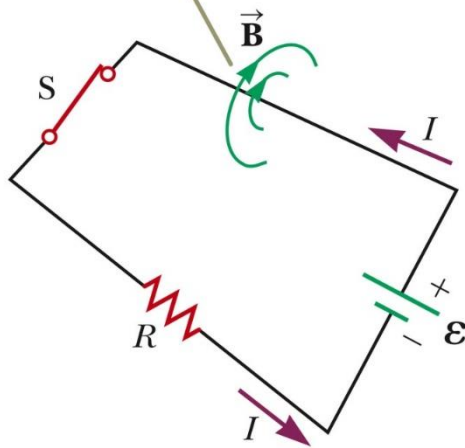
After the switch is closed, the current produces a magnetic flux through the area enclosed by the loop. As the current increases toward its equilibrium value, this magnetic flux changes in time and induces an emf in the loop.



- พิจารณาวงจรที่ประกอบด้วยสวิตช์ ตัวต้านทาน และแหล่งกำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้า emf ดังรูป เมื่อสับสวิตช์ลงจะเกิดการไหลของกระแสไฟฟ้า I ที่ทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก B ขึ้นล้อมรอบตามกฎมือขวา
- สนามแม่เหล็ก B ดังกล่าวจะมีทิศทางการเคลื่อนที่ทะลุผ่านวงปิด (ซึ่งมีพื้นที่ของวงปิด) ส่งผลทำให้ฟลักซ์แม่เหล็ก Φ_B ที่ผ่านวงปิดมีการเปลี่ยนแปลง
- การเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก Φ_B แบบค่อยๆ เพิ่มขึ้นนี้ (เพราะปริมาณกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้ามาในวงจรค่อยๆ เพิ่มขึ้นเช่นกัน) ทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ \mathcal{E} รวมทั้งกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ขึ้นตามกฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

การเหนี่ยวนำตัวเองและความเหนี่ยวนำ

After the switch is closed, the current produces a magnetic flux through the area enclosed by the loop. As the current increases toward its equilibrium value, this magnetic flux changes in time and induces an emf in the loop.

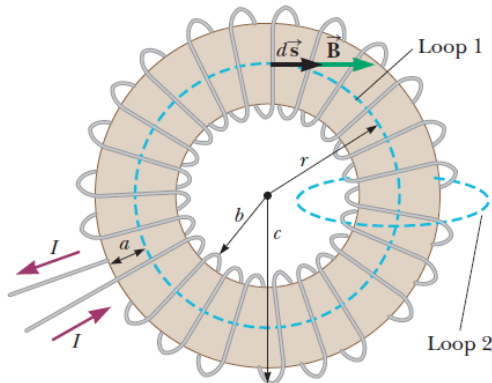
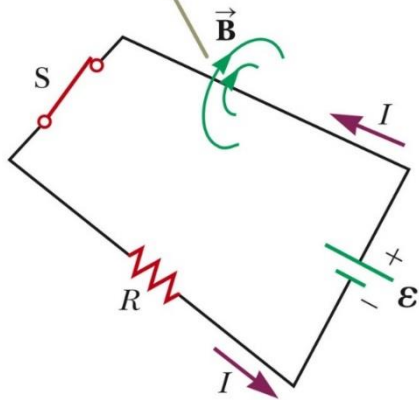


- แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ \mathcal{E} และกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำดังกล่าวจะต่อต้านการเพิ่มขึ้นของฟลักซ์แม่เหล็ก จึงเป็นสาเหตุที่ทำให้กระแสไฟฟ้าสุทธิในวงจรไม่เพิ่มสูงขึ้นในทันทีอย่างรวดเร็ว
- ปรากฏการณ์นี้ถูกเรียกว่า “การเหนี่ยวนำตัวเอง (self-induction)” และผลของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ \mathcal{E} ที่เกิดขึ้นจากวงจรเองจะถูกเรียกว่า “แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตนเอง (self-induced emf; \mathcal{E}_L)” ซึ่งมีค่าที่แปรผันตรงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงกระแสไฟฟ้าต่อเวลาสำหรับวงจรปิดใดๆ ของเส้นลวดดัดสมการ

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$$

การเหนี่ยวนำตัวเองและความเหนี่ยวนำ

After the switch is closed, the current produces a magnetic flux through the area enclosed by the loop. As the current increases toward its equilibrium value, this magnetic flux changes in time and induces an emf in the loop.



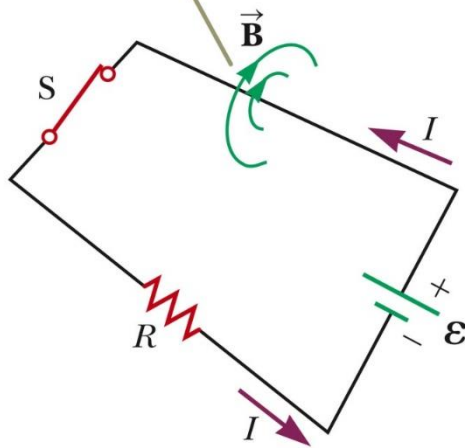
$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$$

- เมื่อ L คือ ค่าคงที่ของการแปรผันซึ่งเรียกว่า ความเหนี่ยวนำ (inductance) ของวงปิด ซึ่งค่าคงที่นี้ขึ้นอยู่กับรูปทรงของวงปิดและสมบัติทางกายภาพอื่นๆ
- ถ้าพิจารณาขดลวดที่พันชิดกันจำนวน N รอบ เช่น ขดลวดทอรอยด์ ที่มีกระแสไหลผ่าน i และมีขดลวดอยู่ N รอบ เมื่อนำกฎของฟาราเดย์ $\mathcal{E}_L = -N d\phi_B / dt$ มาวิเคราะห์ร่วมกับสมการข้างต้นจะได้ว่า

$$L = \frac{N\phi_B}{i}$$

การเหนี่ยวนำตัวเองและความเหนี่ยวนำ

After the switch is closed, the current produces a magnetic flux through the area enclosed by the loop. As the current increases toward its equilibrium value, this magnetic flux changes in time and induces an emf in the loop.



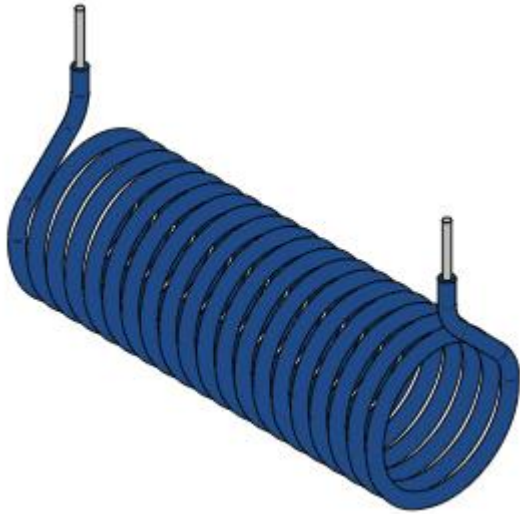
$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$$

- จากสมการข้างต้นยังสามารถเขียนความเหนี่ยวนำได้เป็นอัตราส่วนดังต่อไปนี้

$$L = -\frac{\mathcal{E}_L}{di/dt}$$

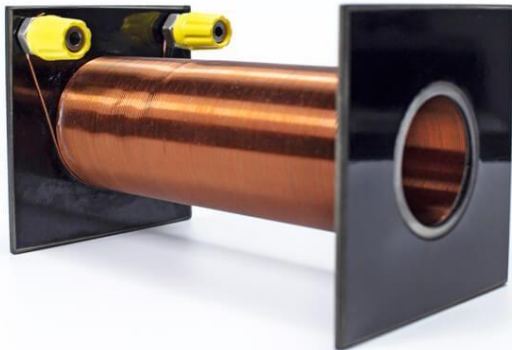
- เมื่อเปรียบเทียบกับสมการ $R = \Delta V / I$ ทำให้พบว่าสมการข้างต้นมีรูปแบบที่คล้ายคลึงกัน จึงเสมือนสรุปได้ว่าความเหนี่ยวนำคือการวัดของการต้านทานของการเปลี่ยนแปลงในกระแสไฟฟ้า
- ความเหนี่ยวนำมีหน่วยคือ เฮนรี (henry; H)
ซึ่ง $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$

การเหนี่ยวนำตัวเองและความเหนี่ยวนำ



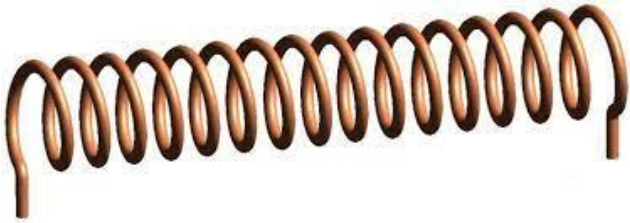
- ในกรณีของโซลินอยด์ที่มีอากาศเป็นแกน (air-core solenoid) ดังรูป ค่าความเหนี่ยวนำจะสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} A$$




- เมื่อ μ_0 คือ ค่าสภาพซึมซาบทางแม่เหล็กในสุญญากาศ (Permeability of Free Space) ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1.2566 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{M/A}$, N คือ จำนวนรอบที่พันชิดกันของขดลวด, l คือ ความยาวของโซลินอยด์ และ A คือ พื้นที่หน้าตัดของโซลินอยด์

ตัวอย่างที่ 7.2 ขดลวดจำนวน 300 รอบ พันล้อมรอบซอลินอยด์ที่มีความยาว 25 cm และมีพื้นที่หน้าตัด 4 cm^2 ดังรูป จงหา ก) ความเหนี่ยวนำ และ ข) แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตนเองของขดลวดซอลินอยด์นี้ ถ้ากำหนดให้กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านมีค่าที่ลดลงในอัตรา 50 A/s

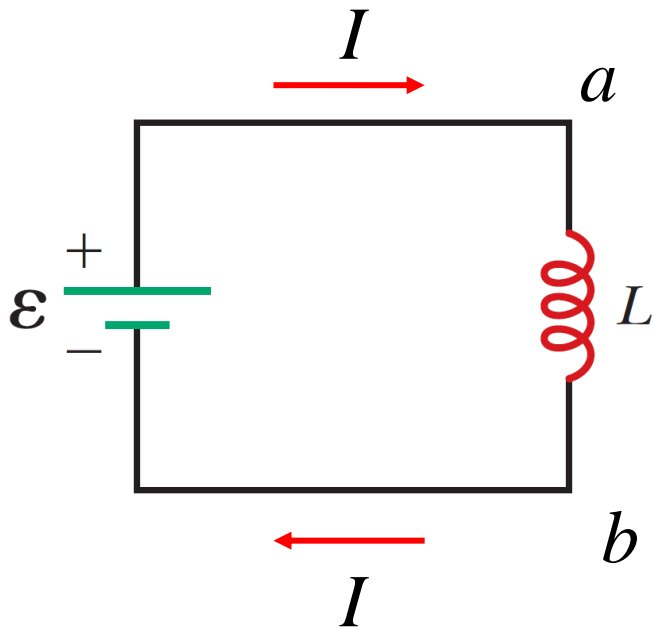


ตัวเหนี่ยวนำ (Inductor)

- ทำหน้าที่ต้านการเปลี่ยนแปลงกระแสในวงจร (ไม่ให้อัตราการเปลี่ยนแปลงเร็วเกินไป)
- ช่วยให้กระแสที่ไหลอยู่ในวงจรมีความคงที่และสม่ำเสมอ
- สัญลักษณ์ 
- นิยมทำจากขดลวด ซึ่งมีความต้านทานในตัวเองเช่นกัน



ตัวต้านทานและขดลวดเหนี่ยวนำในวงจรกระแสตรง



- จากหลักของเคิร์ชฮอฟฟ์ ผลรวมของศักย์ไฟฟ้ารอบวงปิดจะเท่ากับศูนย์เสมอ เนื่องจากสนามไฟฟ้ารอบวงปิดเป็นสนามอนุรักษ์ \vec{E}_c ในขณะที่สนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำเป็นสนามไม่อนุรักษ์ \vec{E}_n

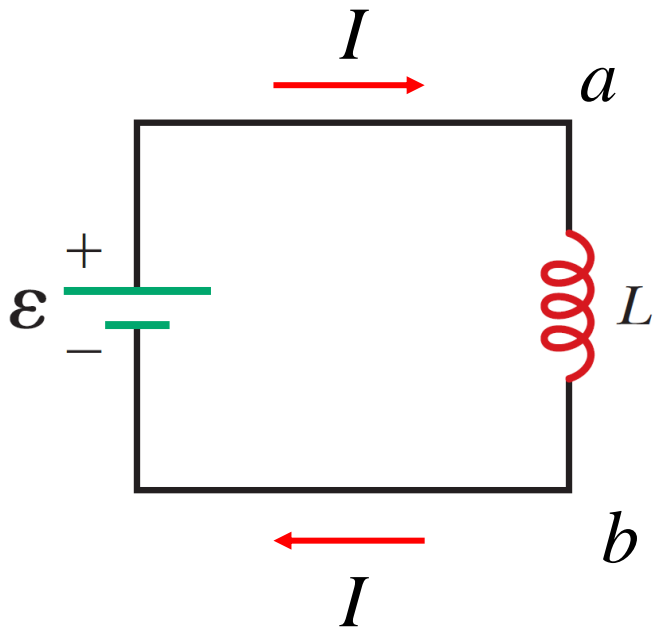
$$\vec{E}_c + \vec{E}_n = 0$$

- พิจารณาสถาณไฟฟ้าเหนี่ยวนำตามเส้นทางรอบวงจร

$$\oint \vec{E}_n \cdot d\vec{l} = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\oint \vec{E}_n \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{E}_n \cdot d\vec{l} = -L \frac{dI}{dt}$$

ตัวต้านทานและขดลวดเหนี่ยวนำในวงจรกระแสตรง



- เนื่องจาก $\vec{E}_c + \vec{E}_n = 0$ ดังนั้น $\vec{E}_c = -\vec{E}_n$

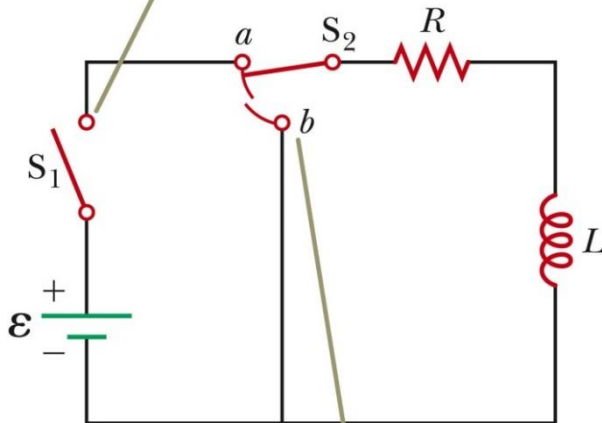
$$\oint \vec{E}_c \cdot d\vec{l} = -\int_a^b \vec{E}_n \cdot d\vec{l} = L \frac{dI}{dt}$$

- เมื่อเปรียบเทียบศักย์ที่จุด a เทียบกับ b

$$V_{ab} = V_a - V_b = L \frac{dI}{dt}$$

ตัวต้านทานและขดลวดเหนี่ยวนำในวงจรกระแสตรง

When switch S_1 is thrown closed, the current increases and an emf that opposes the increasing current is induced in the inductor.

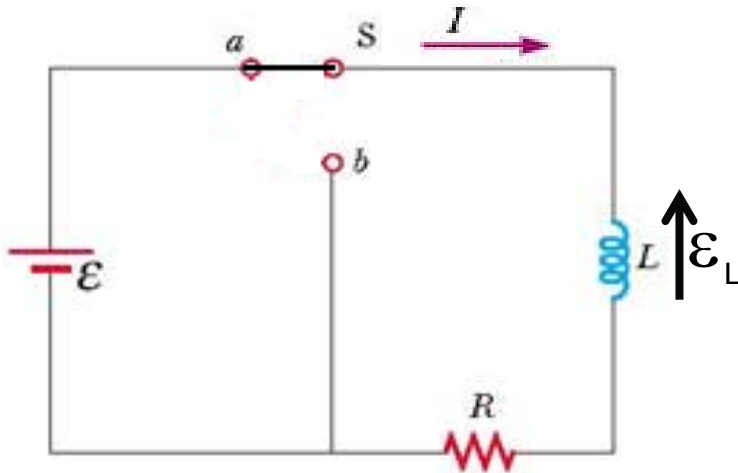


When the switch S_2 is thrown to position b , the battery is no longer part of the circuit and the current decreases.

- เมื่อสับสวิตช์ไปที่ตำแหน่ง a กระแสไฟฟ้าในวงจรจะเพิ่มขึ้นไปเรื่อยๆ แต่ยังไม่ถึงค่าสูงสุด ต้องใช้เวลาระยะหนึ่ง เนื่องจากกระแสไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นในขดลวดเหนี่ยวนำจะทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำซึ่งต้านการเพิ่มขึ้นของกระแสไฟฟ้าดังกล่าว
- เมื่อสับสวิตช์ไปที่ตำแหน่ง b กระแสไฟฟ้าในวงจรจะลดลงเรื่อยๆ แต่ยังไม่ถึงค่าต่ำสุด ต้องใช้เวลาระยะหนึ่งเช่นเดียวกัน เนื่องจากกระแสไฟฟ้าที่ลดลงจะทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำซึ่งต้านการลดลงของกระแสไฟฟ้างกล่าวเช่นกัน

ตัวต้านทานและขดลวดเหนี่ยวนำในวงจรกระแสตรง

- เมื่อปิดสวิตช์มาที่ a



$$\Sigma \Delta V = 0$$

$$\varepsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{\varepsilon - IR} = \frac{dt}{L}$$

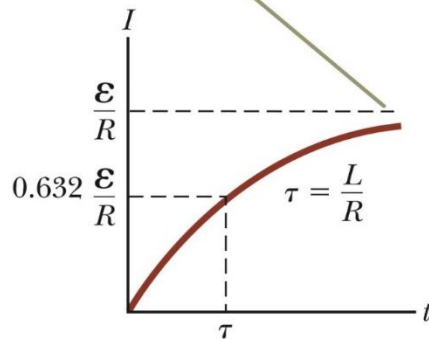
$$\int_0^I \frac{dI}{\varepsilon - IR} = \int_0^t \frac{dt}{L}$$

$$\ln \left(1 - \frac{R}{\varepsilon} I \right) = -\frac{R}{L} t$$

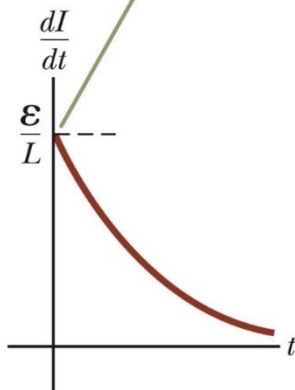
$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-Rt/L} \right)$$

ตัวต้านทานและขดลวดเหนี่ยวนำในวงจรกระแสตรง

After switch S_1 is thrown closed at $t = 0$, the current increases toward its maximum value \mathcal{E}/R .



The time rate of change of current is a maximum at $t = 0$, which is the instant at which switch S_1 is thrown closed.



เมื่อ τ คือค่าคงที่ของเวลาของวงจรไฟฟ้า RL

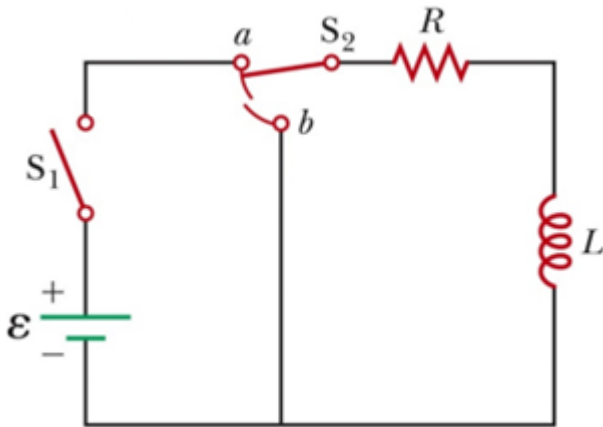
$$\tau = \frac{L}{R}$$

ดังนั้นจึงได้ว่า

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

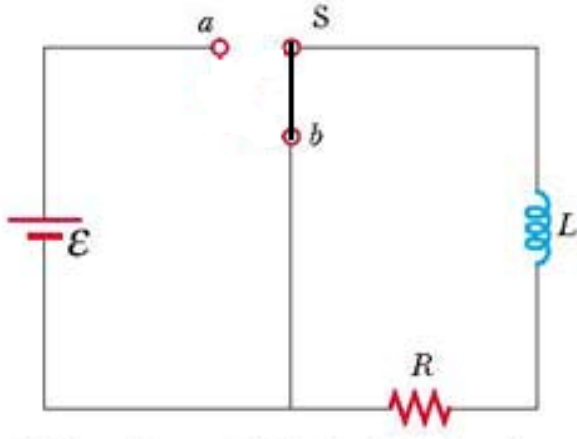
ตามหลักการแล้ว τ คือช่วงเวลาที่ต้องการเพื่อให้ กระแสในวงจรไฟฟ้าเพิ่มขึ้นจน 63.2% ของค่าสูงสุด \mathcal{E}/R ซึ่งค่า τ นี้มีประโยชน์ในการเปรียบเทียบเวลาในการตอบสนองของวงจรต่างๆ

ตัวอย่างที่ 7.3 กำหนดให้วงจรดังรูปประกอบด้วย $\mathcal{E} = 6 \text{ V}$, $R = 4 \ \Omega$ และ $L = 8 \text{ mH}$ จงหา
ก) ค่าคงที่เวลาของวงจรนี้ ข) กระแสไฟฟ้าในวงจร ณ เวลา $t = 0.25 \text{ ms}$ เมื่อกำหนดให้สวิตช์ S_2 อยู่ที่ตำแหน่ง a และสวิตช์ S_1 ถูกสับปิด ณ เวลา $t = 0$

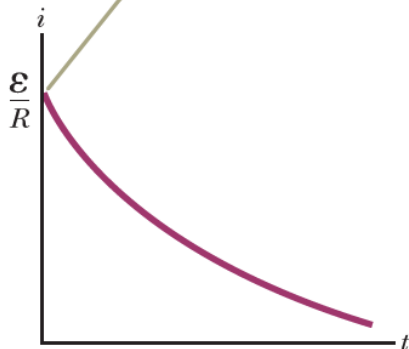


ตัวต้านทานและขดลวดเหนี่ยวนำในวงจรกระแสตรง

- เมื่อปิดสวิตช์มาที่ b



At $t = 0$, the switch is thrown to position b and the current has its maximum value \mathcal{E}/R .



$$\Sigma \Delta V = 0$$

$$-L \frac{dI}{dt} - IR = 0$$

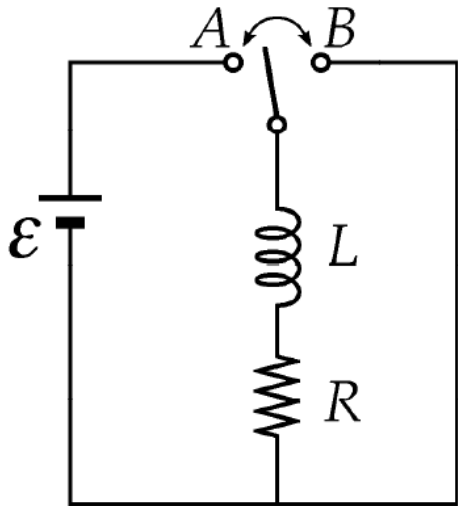
$$\frac{dI}{I} = \frac{dt}{\tau}$$

$$\int_0^I \frac{dI}{I} = \int_0^t \frac{dt}{\tau}$$

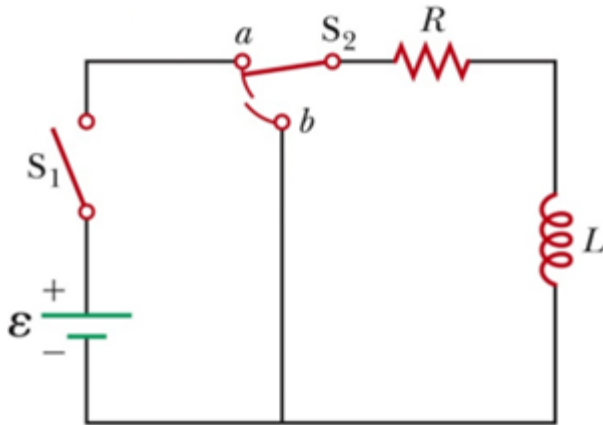
$$\ln \left(\frac{I}{I_0} \right) = -\frac{t}{\tau}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ตัวอย่างที่ 7.4 กำหนดให้วงจรดังรูปประกอบด้วย $\mathcal{E} = 6 \text{ V}$, $R = 4.90 \, \Omega$ และ $L = 140 \text{ mH}$
จงหา ก) ค่าคงที่เวลาของวงจรนี้ ข) กระแสไฟฟ้าสูงสุดในวงจร ค) เวลาที่ใช้ในการเพิ่ม
กระแสไฟฟ้าให้เท่ากับ 0.22 A เมื่อกำหนดให้สวิตช์ถูกสับมาที่ตำแหน่ง A และ ง) เวลาที่ใช้ใน
การลดกระแสไฟฟ้าให้เท่ากับ 0.16 A เมื่อกำหนดให้สวิตช์ถูกสับมาที่ตำแหน่ง B



พลังงานในสนามแม่เหล็ก

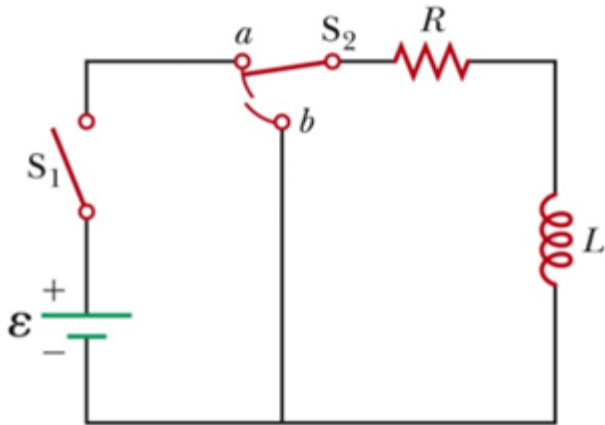


- แบตเตอรี่ในวงจรไฟฟ้าที่ประกอบด้วยตัวเหนี่ยวนำจะต้องให้พลังงานมากกว่าวงจรที่ไม่มีตัวเหนี่ยวนำอยู่ จากรูปวงจรด้านข้าง เมื่อสับสวิตช์ S_1 ลง (สวิตช์ S_2 อยู่ที่ตำแหน่ง a) ส่วนของพลังงานที่ถูกจ่ายโดยแบตเตอรี่จะปรากฏในรูปของพลังงานภายในของความต้านทานในวงจร และพลังงานที่เหลืออยู่จะถูกเก็บสะสมอยู่ในรูปของสนามแม่เหล็กของตัวเหนี่ยวนำ

- เมื่อทำการคูณแต่ละเทอมของสมการ $\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$ ด้วย I และจัดรูปใหม่จะได้

$$I\mathcal{E} = I^2 R + LI \frac{dI}{dt}$$

พลังงานในสนามแม่เหล็ก



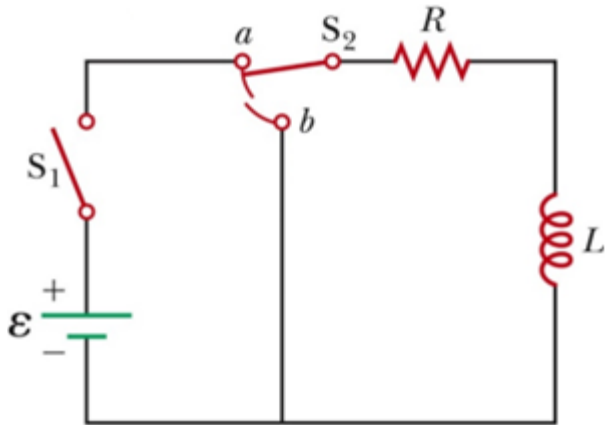
$$I\varepsilon = I^2R + LI \frac{dI}{dt}$$

$I\varepsilon$ คืออัตราส่วนของพลังงานที่ถูกจ่ายโดย แบตเตอรี่ และ I^2R คืออัตราส่วนของพลังงานที่ถูกส่งไปให้ตัวต้านทาน ในขณะที่ $LI(di/dt)$ จะแทนอัตราส่วนของพลังงานที่ถูกเก็บสะสมในตัวเหนี่ยวนำ

- ถ้า U_B คือพลังงานที่ถูกเก็บสะสมในตัวเหนี่ยวนำที่เวลาใดๆ จะสามารถแสดงอัตราส่วน dU_B/dt ของพลังงานที่ถูกเก็บสะสมไว้ได้ดังนี้

$$\frac{dU_B}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

พลังงานในสนามแม่เหล็ก



$$\frac{dU_B}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

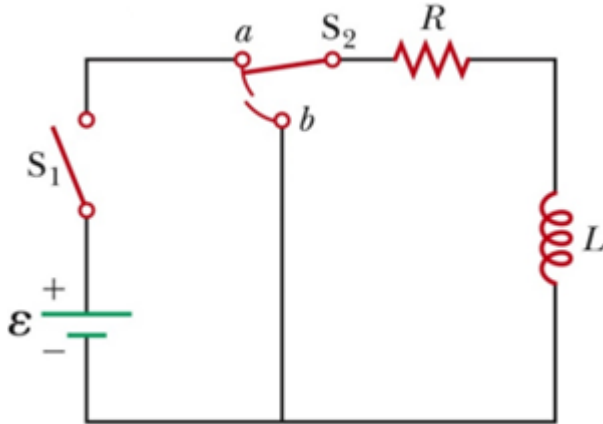
- เพื่อหาพลังงานทั้งหมดที่ถูกเก็บสะสมไว้ในตัวเหนี่ยวนำที่เวลาใดๆ ช่วงหนึ่ง จะสามารถแสดงสมการข้างต้นใหม่ได้เป็น $dU_B = LIdI$ และอินทิเกรตได้เป็น

$$U_B = \int dU_B = \int_0^I LIdI = L \int_0^I IdI$$

$$U_B = \frac{1}{2} LI^2$$

- สมการนี้แสดงพลังงานที่เก็บสะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กของตัวเหนี่ยวนำเมื่อกระแสไฟฟ้าคือ I และ L คือค่าคงที่และสามารถนำออกจากอินทิเกรตได้

พลังงานในสนามแม่เหล็ก



- นอกจากนั้นยังสามารถหาความหนาแน่นพลังงานของสนามแม่เหล็กโดยเริ่มจาก

$$L = \mu_0 n^2 V$$

และ $B = \mu_0 n I$

- แทน L และ I จากสมการทั้งสองลงในสมการ $U_B = \frac{1}{2} L I^2$ จะได้

$$U_B = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 V \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} V$$

- ความหนาแน่นพลังงานแม่เหล็กหรือพลังงานที่ถูกเก็บสะสมไว้ต่อหน่วยปริมาตรในสนามแม่เหล็กของตัวเหนี่ยวนำคือ $u_B = U_B / V$ หรือ

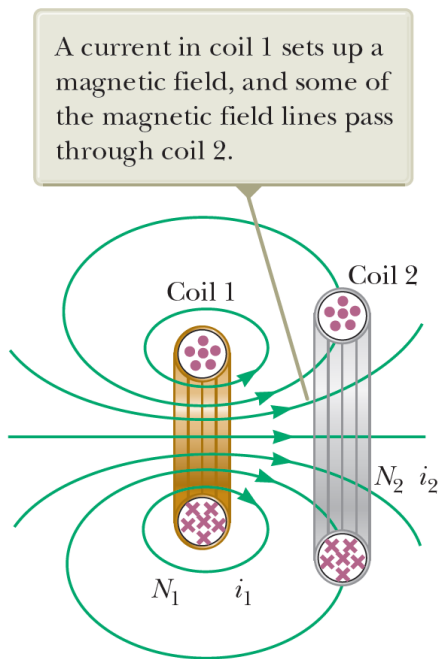
$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

ตัวอย่างที่ 7.5 จงหาพลังงานที่เก็บสะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กของตัวเหนี่ยวนำแบบโซลินอยด์ที่มีขดลวดจำนวน 200 รอบพันล้อมรอบอยู่ โดยมีกระแสไฟฟ้าขนาด 1.75 A ไหลผ่านและสามารถสร้างฟลักซ์แม่เหล็กขนาด $3.70 \times 10^{-4} \text{ T} \cdot \text{m}^2$ ได้ในแต่ละวงรอบของขดลวด

ตัวอย่างที่ 7.6 โซลีนอยด์ตัวหนึ่งมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 6.20 cm และมีความยาว 26.0 cm ถ้ากำหนดให้สนามแม่เหล็กภายในที่โซลีนอยด์ตัวนี้สร้างขึ้นมีขนาด 4.50 T จงหา ก) ความหนาแน่นพลังงานแม่เหล็กในสนามแม่เหล็ก และ ข) พลังงานที่เก็บสะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กของโซลีนอยด์นี้

ความเหนี่ยวนำร่วม

- ในหลายๆ สถานการณ์ที่ฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งผ่านพื้นที่ปิดล้อมด้วยวงจรใดๆ มักมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ทั้งนี้เป็นเพราะมีการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้าตามเวลาในวงจรข้างเคียง เงื่อนไขดังกล่าวเหนี่ยวนำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าผ่านกระบวนการที่รู้จักกันในชื่อ ความเหนี่ยวนำร่วมกัน (mutual induction) ซึ่งเป็นชื่อที่ถูกตั้งขึ้นเพราะแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นนั้นขึ้นอยู่กับอันตรกิริยาระหว่างวงจรไฟฟ้าสองวงจร

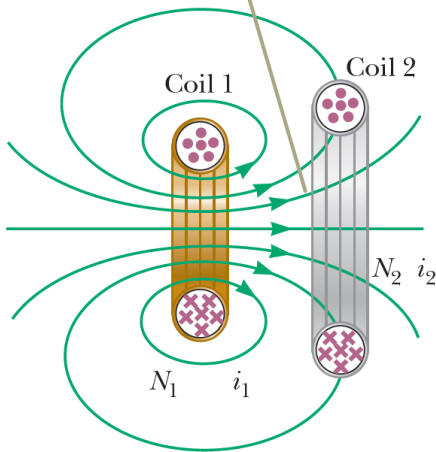


- พิจารณาเส้นลวดที่พันชิดกันสองขดดังรูป กระแส i_1 ในขดลวด 1 ซึ่งมี N_1 รอบ สร้างสนามแม่เหล็กขึ้น เส้นสนามแม่เหล็กบางส่วนผ่านขดลวด 2 ซึ่งมี N_2 รอบ ฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดจากกระแสในขดลวด 1 และผ่านไปยังขดลวด 2 แสดงโดย Φ_{12}
- เมื่อเปรียบเทียบกับสมการ $L = \frac{N\phi_B}{i}$ จะสามารถบ่งบอกความเหนี่ยวนำร่วม M_{12} ของขดลวด 2 ที่ขึ้นกับขดลวด 1 ได้ดังนี้

$$M_{12} = \frac{N_2 \phi_{12}}{i_1}$$

ความเหนี่ยวนำร่วม

A current in coil 1 sets up a magnetic field, and some of the magnetic field lines pass through coil 2.



$$M_{12} = \frac{N_2 \phi_{12}}{i_1}$$

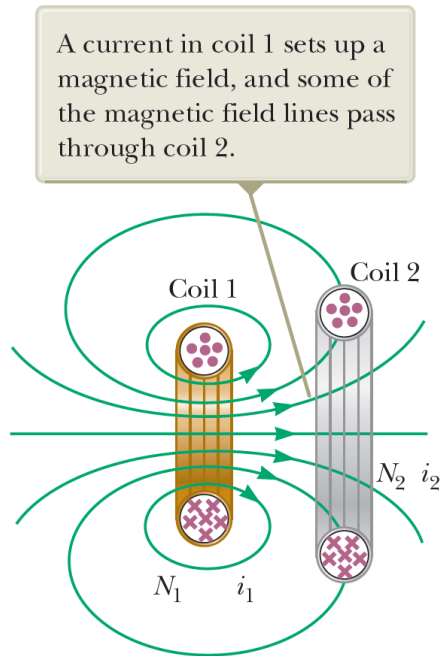
- ถ้ากระแส i_1 เปลี่ยนแปลงตามเวลา จากกฎของฟาราเดย์และสมการข้างต้นจะพบว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าจากการเหนี่ยวนำโดยขดลวด 1 ในขดลวด 2 คือ

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt} \left(\frac{M_{12} i_1}{N_2} \right) = -M_{12} \frac{di_1}{dt}$$

- ในทางตรงกันข้ามกระแสไฟฟ้า i_2 ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาในขดลวด 2 ย่อมต้องทำให้เกิดการเหนี่ยวนำร่วม M_{21} ดังนั้นแรงเคลื่อนไฟฟ้าจากการเหนี่ยวนำโดยขดลวด 2 ในขดลวด 1 คือ

$$\mathcal{E}_1 = -M_{21} \frac{di_2}{dt}$$

ความเหนี่ยวนำร่วม

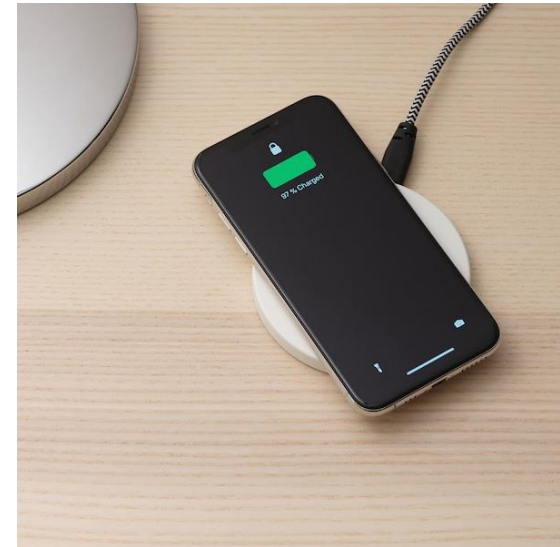


- ในการเหนี่ยวนำร่วม แรงเคลื่อนไฟฟ้าที่ถูกเหนี่ยวนำในขดลวดขดหนึ่งจะแปรผันตรงกับการเปลี่ยนแปลงกระแสไฟฟ้าที่ไหลในขดลวดอีกขดหนึ่งเสมอ ถึงแม้ว่าค่าคงที่ของการแปรผัน M_{12} และ M_{21} นั้นสามารถคำนวณได้จากวิธีการที่แยกออกจากกันก็ตาม แต่สามารถแสดงให้เห็นว่าค่าทั้งสองนั้นเท่ากัน ดังนั้นเมื่อ $M_{12} = M_{21} = M$ สมการก่อนหน้าทั้งสองจะกลายเป็น

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad \text{และ} \quad \mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}$$

ซึ่งสมการทั้งสองนี้มีรูปแบบคล้ายกับสมการ $\mathcal{E} = -L(di/dt)$ เมื่อแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำด้วยตัวเอง

ความเหนียวแน่นร่วม



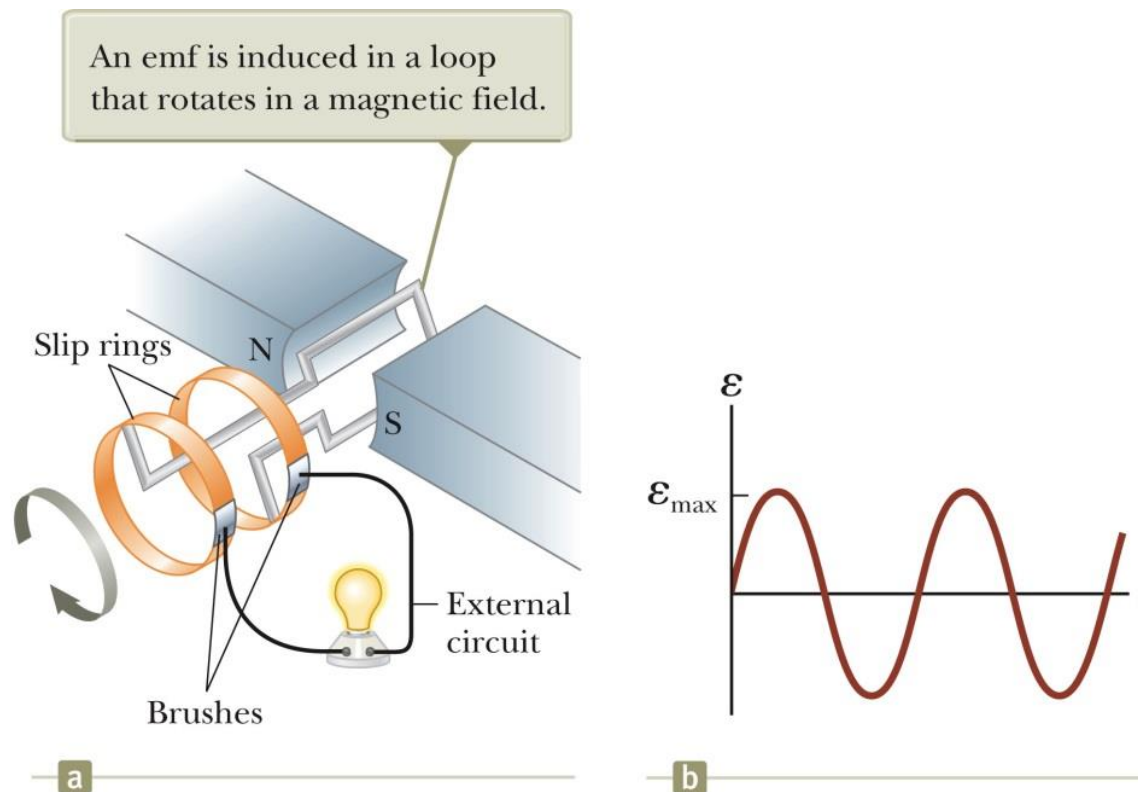
Inductive Charging

- Wireless inductive charging
- no metal contacts
- Smart induction trickle charging



เครื่องกำเนิดไฟฟ้า

- การค้นพบของฟาราเดย์ทำให้สามารถพัฒนาวิธีเปลี่ยนพลังงานกลให้เป็นพลังงานไฟฟ้าได้เป็นผลสำเร็จ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ (AC Generator) และเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรง (DC Generator)



เครื่องกำเนิดไฟฟ้า

เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

$$\phi_B = BA \cos \theta$$

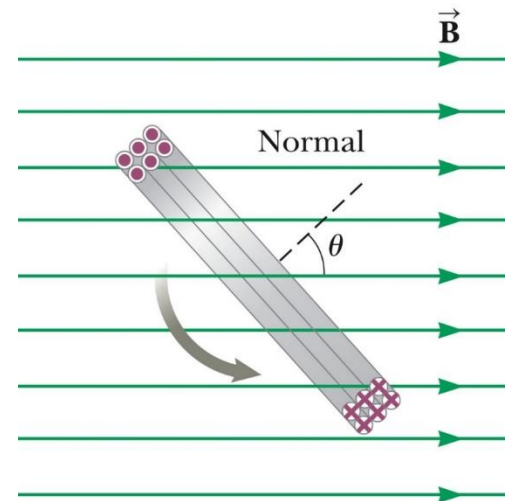
θ คือมุมระหว่างสนามแม่เหล็กกับพื้นที่ของวงขดลวดตัวนำ โดยที่เวลา t ใดๆ เมื่อขดลวดหมุนด้วยความเร็วเชิงมุม ω จะได้

$$\theta = \theta_0 + \omega t \quad (\text{เมื่อ } \theta_0 \text{ คือมุม } \theta \text{ ที่เวลา } t = 0)$$

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -N \frac{d}{dt} (BA \cos \omega t)$$

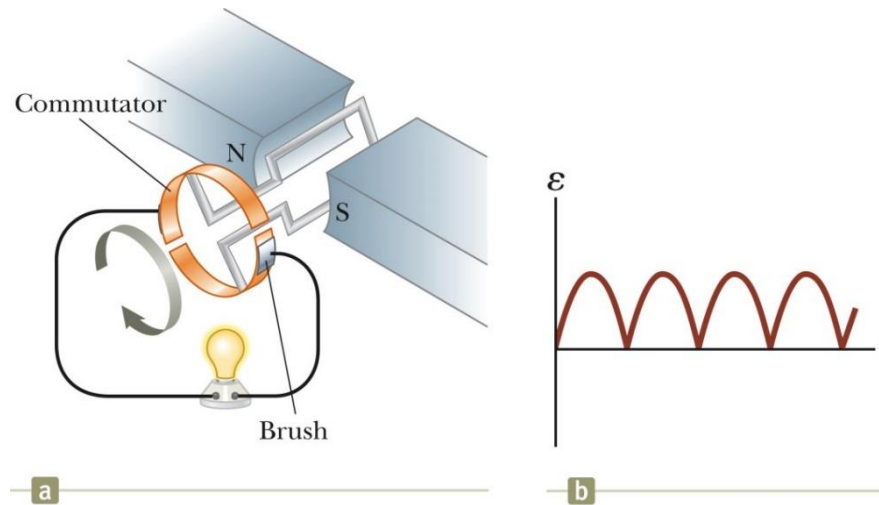
$$\mathcal{E} = NBA \sin \omega t$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max} \sin \omega t$$



เครื่องกำเนิดไฟฟ้า

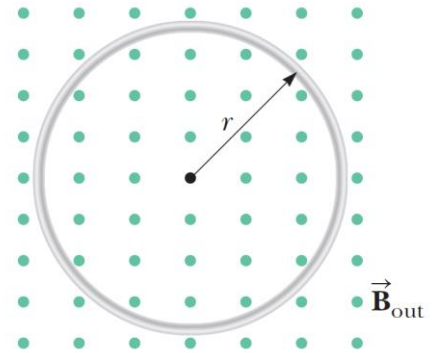
เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรง



- มีส่วนประกอบหลักที่เหมือนกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับทุกประการ
- ความแตกต่างสำคัญคือส่วนที่เชื่อมต่อกับวงลูปหมุน (rotating loop) จะใช้วงแหวนแยกออกมาต่างหากซึ่งเรียกว่า commutator
- แรงเคลื่อนไฟฟ้าที่ส่งออกมาจะมีเพียงขั้วเดียวและมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นกับเวลา

การบ้านครั้งที่ 7

ข้อที่ 1 วงปิดตัวนำทรงกลมอันหนึ่งมีรัศมี 0.25 m วางในระนาบ xy และมีสนามแม่เหล็กขนาด 0.36 T พุ่งออกตามแนวแกน z แบบตั้งฉากดังรูป จงหา ก) ฟลักซ์แม่เหล็กที่เคลื่อนที่ผ่านวงปิดนี้ และ ข) ฟลักซ์แม่เหล็กที่เคลื่อนที่ผ่านถ้าวงปิดนี้เอียงทำมุม 45° กับแนวแกน z



ข้อที่ 2 ขดลวดแม่เหล็ก (coil) อันหนึ่งมีขดลวดพันอยู่ 50 รอบ ดังรูป ถ้าดึงขดลวดแม่เหล็กนี้ออกจากบริเวณที่มีฟลักซ์แม่เหล็ก $3.1 \times 10^{-4} \text{ Wb}$ ไปยังบริเวณที่มีฟลักซ์แม่เหล็ก $1.0 \times 10^{-5} \text{ Wb}$ ภายในระยะเวลา 0.02 s จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น



ข้อที่ 3 กำหนดให้วงจรดังรูปประกอบด้วย $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$, $R = 6 \, \Omega$ และ $L = 30 \text{ mH}$ เมื่อสับสวิตช์ลง จงหา ก) ค่าคงที่เวลาของวงจรนี้ ข) กระแสไฟฟ้าในวงจร ณ เวลา $t = 0.5 \text{ ms}$ และ ค) เวลาที่ใช้ในการเพิ่มกระแสไฟฟ้าให้เท่ากับครึ่งหนึ่งของกระแสไฟฟ้าสูงสุด

