

บทที่ 4

ความจุไฟฟ้า

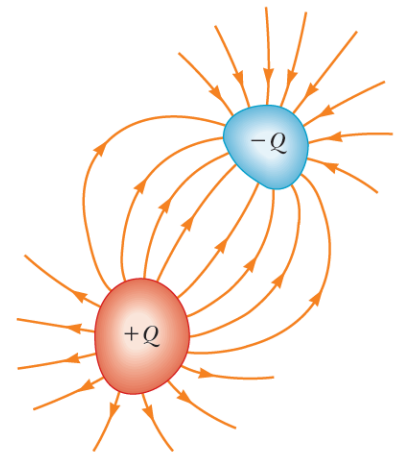
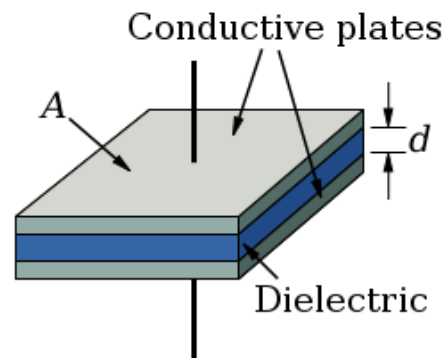
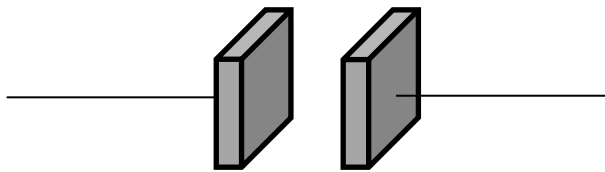
General Physics II

01420112

รองศาสตราจารย์ ดร.ธนิศร์ ตั้งเจริญ

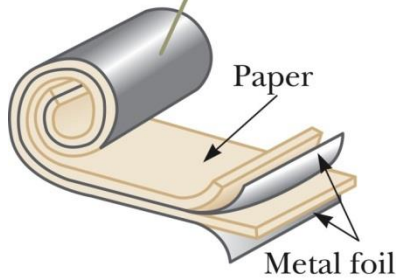
ตัวเก็บประจุ

- ตัวเก็บประจุ (Capacitor) เป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ชนิดหนึ่งที่ทำหน้าที่สะสมหรือเก็บประจุไฟฟ้า
- ประกอบด้วยแผ่นตัวนำ (plate) 2 แผ่นที่วางขนานกัน โดยแต่ละแผ่นจะมีประจุไฟฟ้าขนาดเท่ากันแต่เป็นประจุตรงข้ามกันสะสมอยู่บริเวณผิวหน้าของแผ่นตัวนำ
- มีฉนวน เช่น อากาศ สุญญากาศ หรือสารไดอิเล็กทริก คั่นกลางอยู่ระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสอง



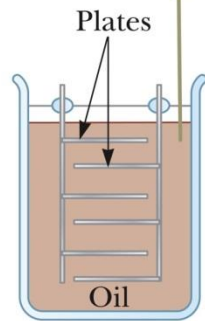
ตัวเก็บประจุ

A tubular capacitor whose plates are separated by paper and then rolled into a cylinder



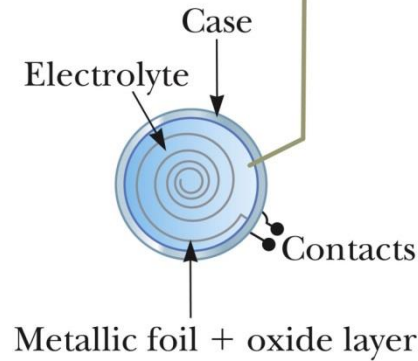
a

A high-voltage capacitor consisting of many parallel plates separated by insulating oil



b

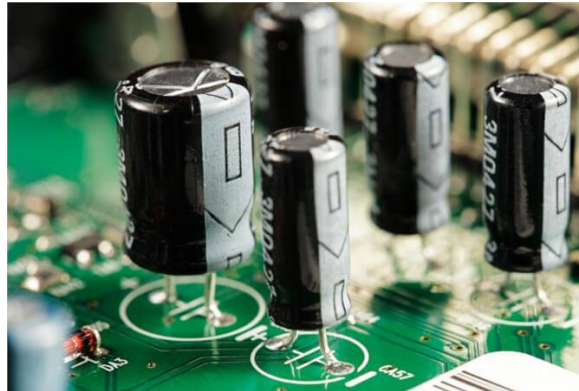
An electrolytic capacitor



c

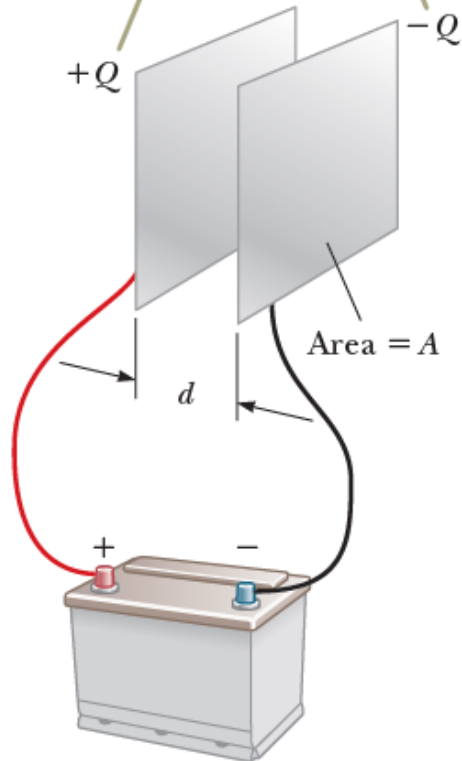


When one set of metal plates is rotated so as to lie between a fixed set of plates, the capacitance of the device changes.



ความจุไฟฟ้า

When the capacitor is connected to the terminals of a battery, electrons transfer between the plates and the wires so that the plates become charged.



- ปริมาณประจุ Q ที่อยู่บนแผ่นตัวนำจะแปรผันตรงกับ ความต่างศักย์ระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสอง

$$Q \propto \Delta V$$

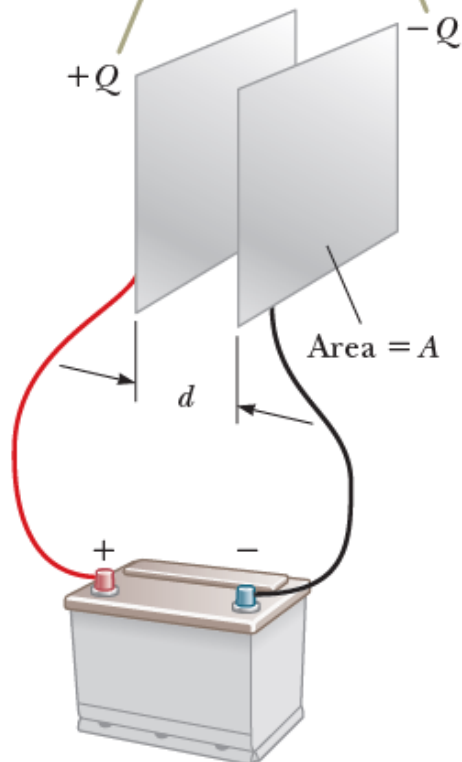
- ค่าคงที่ของการแปรผันขึ้นอยู่กับรูปร่างและระยะห่างของตัวนำดังสมการ

$$Q = C\Delta V$$

โดยที่ $Q = ne$ เมื่อ n คือ จำนวนประจุไฟฟ้า (อิเล็กตรอน) และ e คือ ขนาดประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอน (1.6×10^{-19} คูลอมบ์)

ความจุไฟฟ้า

When the capacitor is connected to the terminals of a battery, electrons transfer between the plates and the wires so that the plates become charged.



$$Q = C\Delta V$$

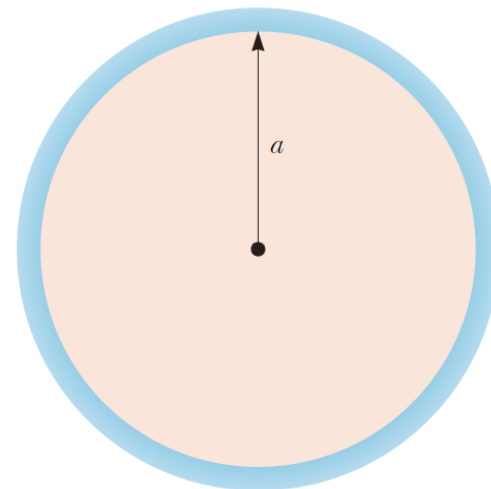
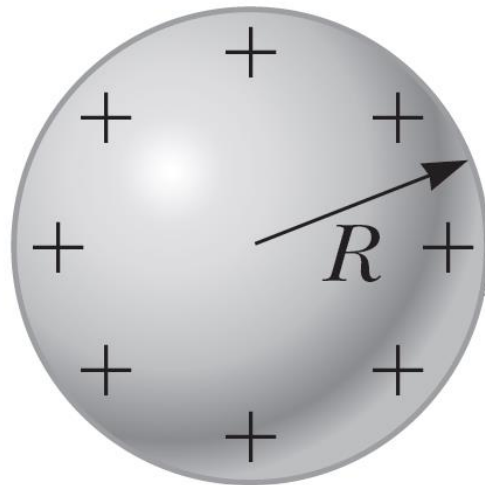
- C คือค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance) ซึ่งนิยามขึ้นจากอัตราส่วนระหว่างขนาดของประจุที่อยู่บนตัวนำตัวใดตัวหนึ่งต่อขนาดของความต่างศักย์ระหว่างตัวนำ

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

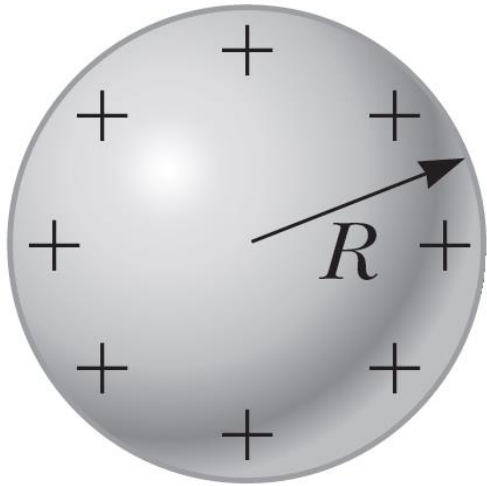
- C มีหน่วยคือฟารัด (Farad; F) หรือคูลอมบ์ต่อโวลต์ (C/V) แต่เนื่องจากหน่วยฟารัดเป็นหน่วยของความจุไฟฟ้าที่ใหญ่มาก ในทางปฏิบัติ อุปกรณ์ที่ใช้กันอยู่ทั่วไปจะมีความจุไฟฟ้าอยู่ในช่วงไมโครฟารัด (10^{-6} F ; μF)

การคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้า

- การคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุใดๆ มักเริ่มต้นจากการคำนวณหาความต่างศักย์ก่อนเสมอ และแม้ว่าตัวเก็บประจุทั่วไปจะประกอบด้วยตัวนำสองตัว แต่ตัวนำเพียงอันเดียวสามารถมีความจุไฟฟ้าได้เช่นกัน เช่น ตัวนำทรงกลมตันที่ถูกชาร์จประจุ จะมีเส้นสนามไฟฟ้ารอบๆ เสมือนกับมีตัวนำทรงกลมกลวงที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน ล้อมรอบตัวนำทรงกลมตันอยู่



การคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้า

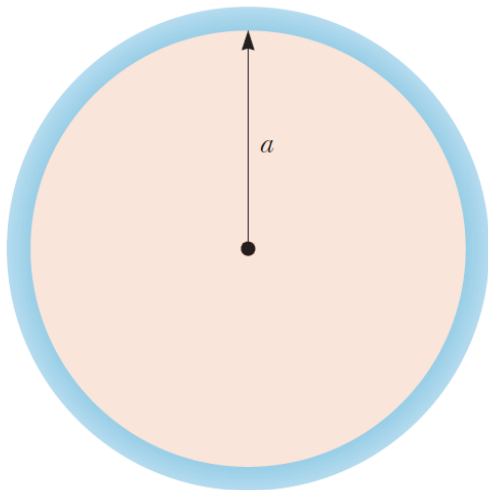


- ศักย์ไฟฟ้าของทรงกลมรัศมี a หาได้จากสมการ

$$\Delta V = \frac{k_e Q}{a}$$

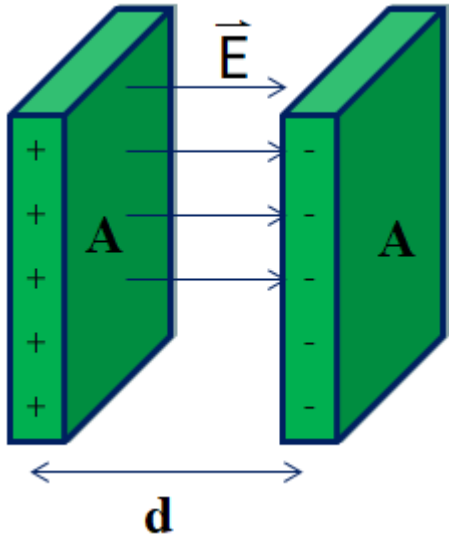
- ถ้ากำหนดให้ศักย์ไฟฟ้า ณ ตำแหน่งเปลือกทรงกลมที่อยู่ล้อมรอบทรงกลมตัน (ซึ่งมีรัศมีเป็นอนันต์) มีค่าเท่ากับศูนย์ สมการ $C = Q/\Delta V$ จึงกลายเป็น

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_e Q/a} = \frac{a}{k_e} = 4\pi \epsilon_0 a$$



- สมการข้างต้นแสดงให้เห็นว่าความจุไฟฟ้าของทรงกลมที่ถูกชาร์จประจุอยู่อย่างโดดเดี่ยวจะแปรผันตรงกับรัศมีของทรงกลมเท่านั้น โดยไม่ขึ้นกับทั้งประจุที่อยู่บนทรงกลมและความต่างศักย์เลย

การคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้า



- สำหรับตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานดังรูป แผ่นโลหะที่วางขนานกันแต่ละแผ่นมีพื้นที่เท่ากัน A และอยู่ห่างกันเป็นระยะ d ($d \ll A$) ถ้ากำหนดให้แผ่นแรกมีประจุ $+Q$ และอีกแผ่นมีประจุ $-Q$ รวมทั้งแต่ละแผ่นมีความหนาแน่นประจุเชิงผิวเท่ากับ $\sigma = Q/A$ ค่าสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นโลหะมีค่าเป็น

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

- เนื่องจากสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นโลหะมีความสม่ำเสมอ ขนาดของความต่างศักย์ระหว่างแผ่นโลหะจึงค่าดังสมการ

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

- ดังนั้นสมการ $C = \frac{Q}{\Delta V}$ จึงกลายเป็น $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd / \epsilon_0 A} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

ตัวอย่างที่ 4.1 ตัวเก็บประจุขนาด $1000\ \mu\text{F}$ ตัวหนึ่งมีความต่างศักย์ตกคร่อมขนาด $16\ \text{V}$ จงหา

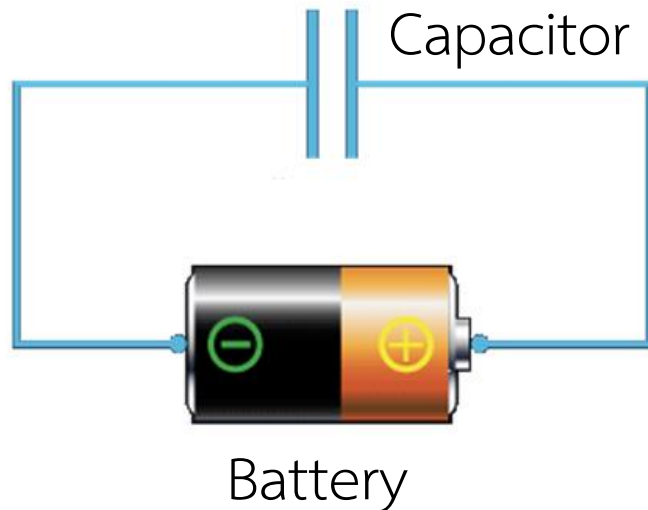
ก) จำนวนประจุที่สะสมในตัวเก็บประจุ


ข) จำนวนอิเล็กตรอนที่จะสมในตัวเก็บประจุ ($e = 1.6 \times 10^{-19}\ \text{C}$)

ค) หากประสิทธิภาพของตัวเก็บประจุลดเหลือ 80% จะเก็บประจุได้ที่กี่คูลอมบ์


การต่อตัวเก็บประจุแบบต่างๆ

- สามารถทำให้แผ่นตัวนำแต่ละตัวที่อยู่ภายในตัวเก็บประจุมีประจุได้ โดยการต่อแผ่นตัวนำทั้งสองเข้ากับขั้วแบตเตอรี่ ซึ่งความต่างศักย์ระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสองมีค่าเท่ากับความต่างศักย์ของแบตเตอรี่



Capacitor symbol 

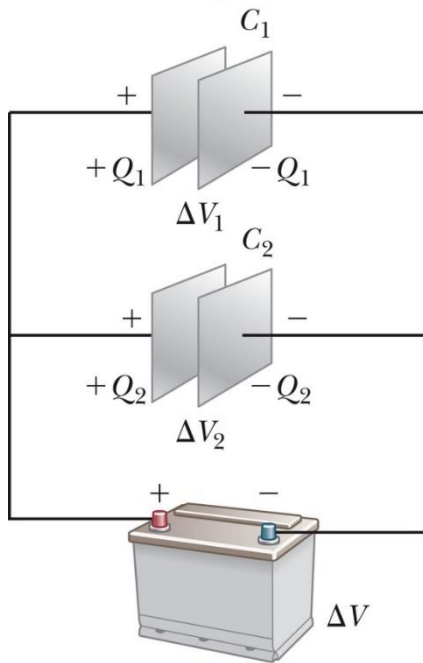
Battery symbol 

Switch symbol 
Open
Closed

การต่อตัวเก็บประจุแบบต่างๆ

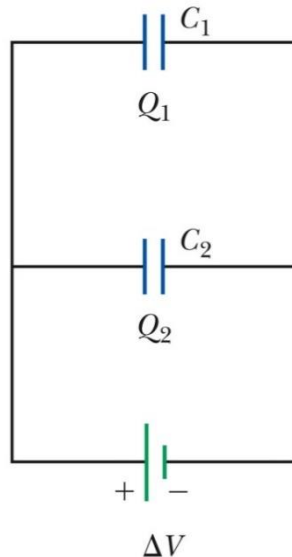
■ การต่อแบบขนาน

A pictorial representation of two capacitors connected in parallel to a battery



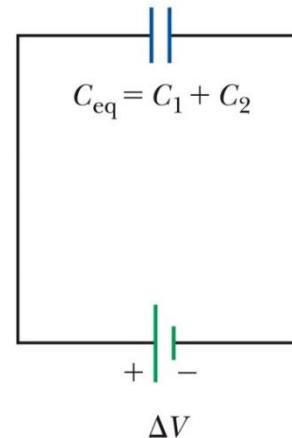
a

A circuit diagram showing the two capacitors connected in parallel to a battery



b

A circuit diagram showing the equivalent capacitance of the capacitors in parallel



c

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

$$Q_{total} = Q_1 + Q_2$$

$$Q_{total} = C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2$$

$$Q_{total} = C_{eq} \Delta V$$

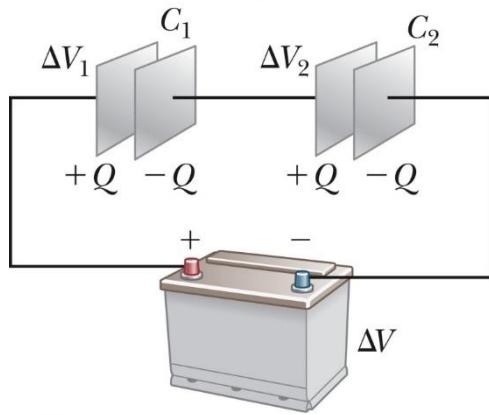
$$C_{eq} \Delta V = C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

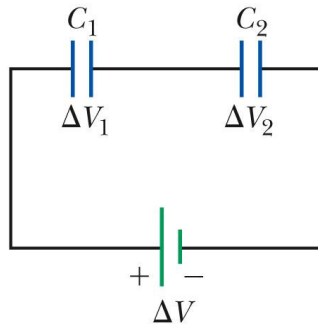
การต่อตัวเก็บประจุแบบต่างๆ

■ การต่อแบบอนุกรม

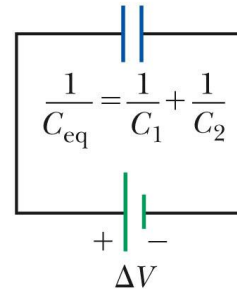
A pictorial representation of two capacitors connected in series to a battery



A circuit diagram showing the two capacitors connected in series to a battery



A circuit diagram showing the equivalent capacitance of the capacitors in series



$$Q_1 = Q_2 = Q$$

$$\Delta V_{total} = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

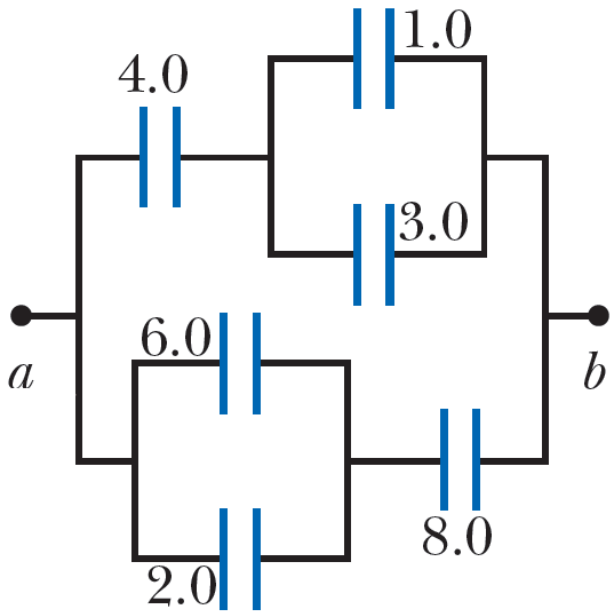
$$\Delta V_{total} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

$$\Delta V_{total} = \frac{Q}{C_{eq}}$$

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

ตัวอย่างที่ 4.2 จงหาความจุไฟฟ้าสมมูลระหว่างจุด a และ b สำหรับการต่อตัวเก็บประจุที่แสดงดังรูป โดยตัวเก็บประจุทุกตัวมีหน่วยไมโครฟารัด

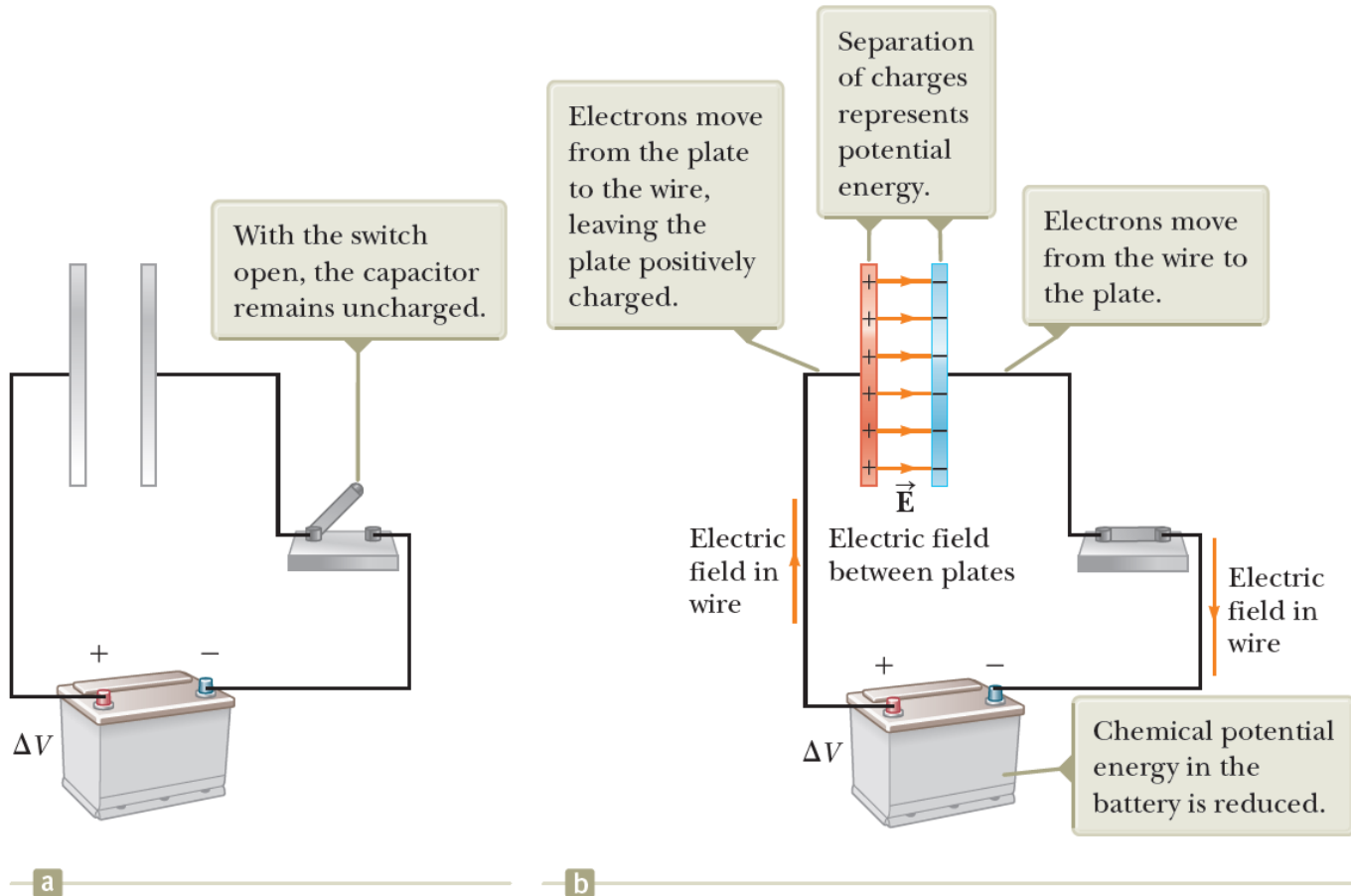


พลังงานที่สะสมอยู่ในตัวเก็บประจุ

- การทำให้ตัวเก็บประจุที่ว่างเปล่ามีประจุเข้ามาสะสมได้ต้องมีงาน เนื่องจากแรงภายนอกในการนำประจุเข้ามาเก็บในตัวเก็บประจุ
- งานเนื่องจากแรงภายนอกที่กระทำต่อประจุจะเปลี่ยนเป็นพลังงานศักย์ไฟฟ้าของประจุที่สะสมอยู่บนแผ่นตัวนำ
- ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจึงทำให้ตัวเก็บประจุมีพลังงานสะสมอยู่ภายใน

$$U_E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

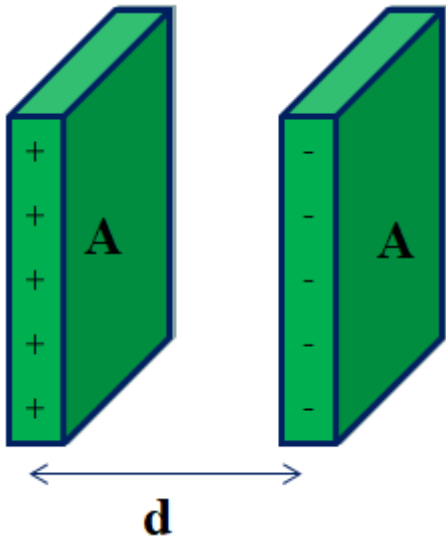
พลังงานที่สะสมอยู่ในตัวเก็บประจุ



- วงจรไฟฟ้าอย่างง่ายที่ประกอบด้วยตัวเก็บประจุ แบตเตอรี่ และสวิตช์ เมื่อสับสวิตช์ลง แบตเตอรี่จะสร้างสนามไฟฟ้าในเส้นลวดและตัวเก็บประจุจะถูกชาร์จ

ตัวอย่างที่ 4.3 ตัวเก็บประจุขนาด $500\ \mu\text{F}$ ตัวหนึ่งถูกติดตั้งลงบนแผงวงจรไฟฟ้าที่มีแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ $220\ \text{V}$ จงหาพลังงานที่สะสมอยู่ในตัวเก็บประจุนี้

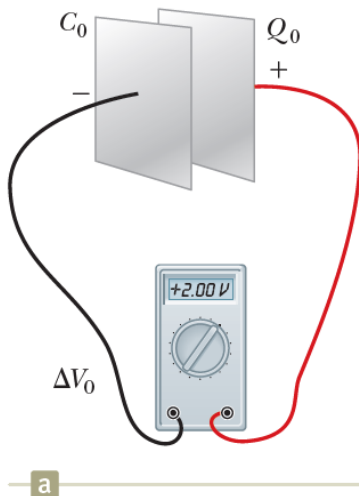
ตัวอย่างที่ 4.4 จงหาพลังงานที่สะสมอยู่ภายในตัวเก็บประจุตัวหนึ่งที่ประกอบด้วยแผ่นตัวนำสี่เหลี่ยมจัตุรัสจำนวน 2 แผ่นตั้งรูป โดยแต่ละแผ่นมีความยาวด้านละ 20 cm วางในสุญญากาศห่างกัน 1 mm และแต่ละแผ่นมีประจุขนาด $300\ \mu\text{C}$ สะสมอยู่บนพื้นผิว



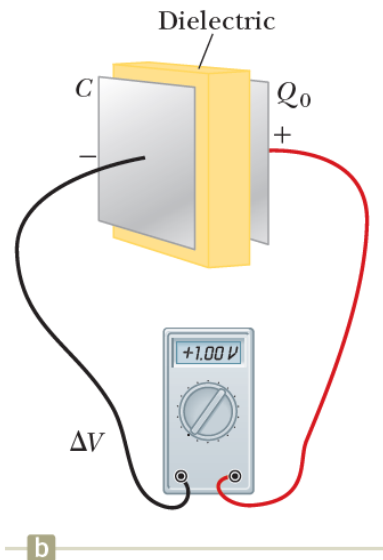
ตัวเก็บประจุที่มีไดอิเล็กทริกคั่น

- ไดอิเล็กทริก คือ วัสดุที่ไม่นำไฟฟ้า เช่น ยาง แก้ว หรือกระดาษไขมัน เป็นต้น
- การมีอยู่ของไดอิเล็กทริกระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสองในตัวเก็บประจุจะส่งผลทำให้ตัวเก็บประจุนั้นมีค่าความจุไฟฟ้า C ที่เพิ่มสูงขึ้น แต่ไม่ส่งผลทำให้ปริมาณประจุที่สะสมอยู่บนแผ่นตัวนำเกิดการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม

The potential difference across the charged capacitor is initially ΔV_0 .



After the dielectric is inserted between the plates, the charge remains the same, but the potential difference decreases and the capacitance increases.



(a) ในกรณีที่ไม่มีไดอิเล็กทริก

$$\Delta V_0 = \frac{Q_0}{C_0}$$

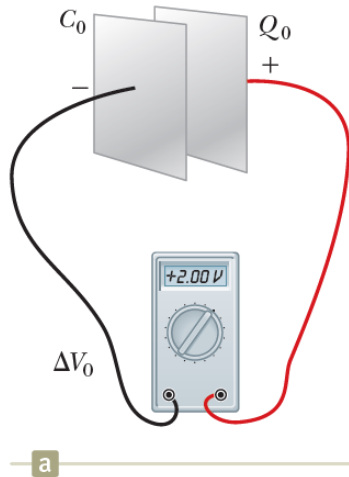
(b) ในกรณีที่มีไดอิเล็กทริก - จะทำให้ค่าความต่างศักย์ระหว่างแผ่นตัวนำลดลงเป็น ΔV ซึ่งทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างทั้งสองกรณีกลายเป็น

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{K}$$

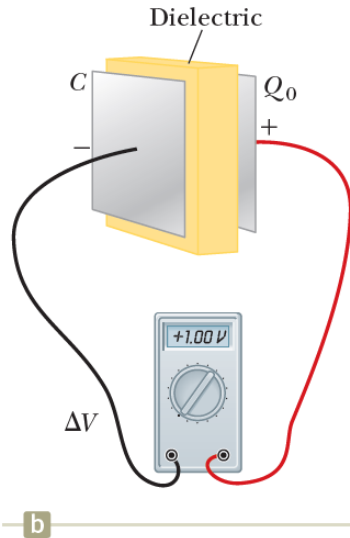
เพราะว่า $\Delta V < \Delta V_0$ จึงพบว่า $K > 1$ ซึ่งปริมาณที่ไม่หน่วย K นี้จะถูกเรียกว่า ค่าคงที่ไดอิเล็กทริก (dielectric constant) ของวัสดุ

ตัวเก็บประจุที่มีไดอิเล็กทริกคั่น

The potential difference across the charged capacitor is initially ΔV_0 .



After the dielectric is inserted between the plates, the charge remains the same, but the potential difference decreases and the capacitance increases.



- เนื่องจากประจุ Q บนตัวเก็บประจุไม่เปลี่ยนแปลง จึงทำให้ความจุไฟฟ้าจำเป็นต้องเปลี่ยนแปลงค่าไปจากเดิม ดังสมการ

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0 / \kappa} = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V_0}$$

$$C = \kappa C_0$$

- สมการข้างต้นบ่งบอกว่าค่าความจุไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นเป็นจำนวน κ เท่าของค่าเดิมเมื่อนำสารไดอิเล็กทริกสอดคั่นกลางระหว่างแผ่นตัวนำ รวมทั้งสามารถเขียนสมการแสดงค่าความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานที่คั่นด้วยแผ่นไดอิเล็กทริกได้เป็น

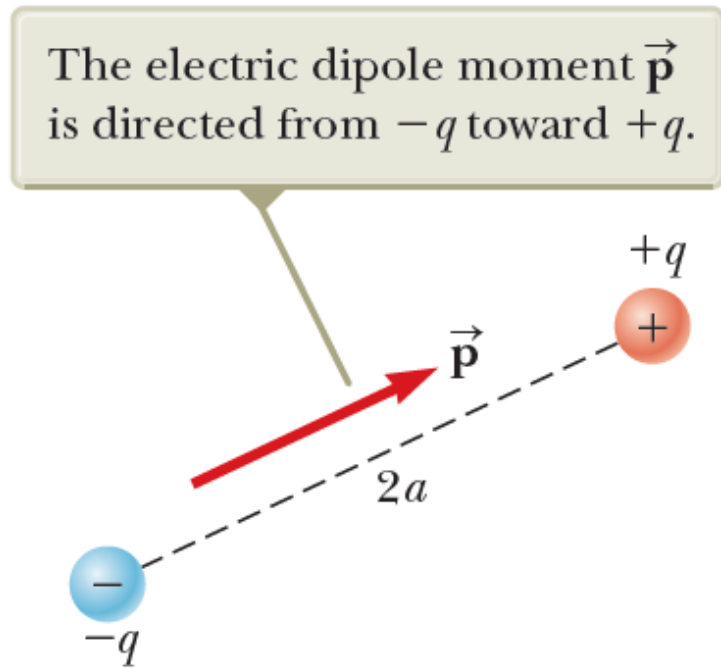
$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

ตัวเก็บประจุที่มีไดอิเล็กทริกคั่น

Material	Dielectric Constant κ	Dielectric Strength ^a (10^6 V/m)
Air (dry)	1.000 59	3
Bakelite	4.9	24
Fused quartz	3.78	8
Mylar	3.2	7
Neoprene rubber	6.7	12
Nylon	3.4	14
Paper	3.7	16
Paraffin-impregnated paper	3.5	11
Polystyrene	2.56	24
Polyvinyl chloride	3.4	40
Porcelain	6	12
Pyrex glass	5.6	14
Silicone oil	2.5	15
Strontium titanate	233	8
Teflon	2.1	60
Vacuum	1.000 00	—
Water	80	—

^aThe dielectric strength equals the maximum electric field that can exist in a dielectric without electrical breakdown. These values depend strongly on the presence of impurities and flaws in the materials.

คู่ขั้วไฟฟ้าในสนามไฟฟ้า

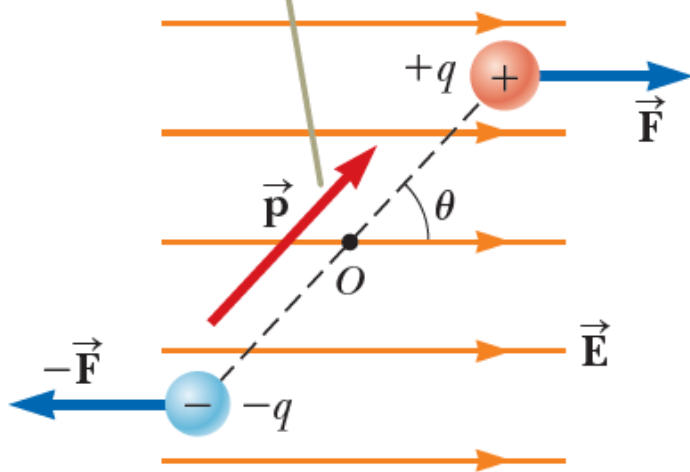


- คู่ขั้วไฟฟ้าประกอบด้วยประจุสองอันที่มีขนาดเท่ากันแต่มีเครื่องหมายตรงข้ามและอยู่ห่างกันเป็นระยะ $2a$ ดังรูป
- โมเมนต์คู่ขั้วไฟฟ้า (electric dipole moment) ของโครงสร้างดังกล่าวถูกกำหนดโดยเวกเตอร์ \vec{p} มีทิศชี้จาก $-q$ ไปยัง $+q$ ตามแนวเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างประจุทั้งสองและมีขนาดเท่ากับ

$$p \equiv 2aq$$

คู่ขั้วไฟฟ้าในสนามไฟฟ้า

The dipole moment \vec{p} is at an angle θ to the field, causing the dipole to experience a torque.



- ต่อมานำคู่ขั้วไฟฟ้านี้ไปวางในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ E และทำมุม θ กับสนามไฟฟ้าดังรูป โดยกำหนดให้สนามไฟฟ้า E ดังกล่าวเป็นสนามไฟฟ้าภายนอกของคู่ขั้วไฟฟ้าที่ถูกสร้างโดยประจุอื่นที่กระจายอยู่ ดังนั้นทอร์กสุทธิที่เกิดรอบจุด O คือ

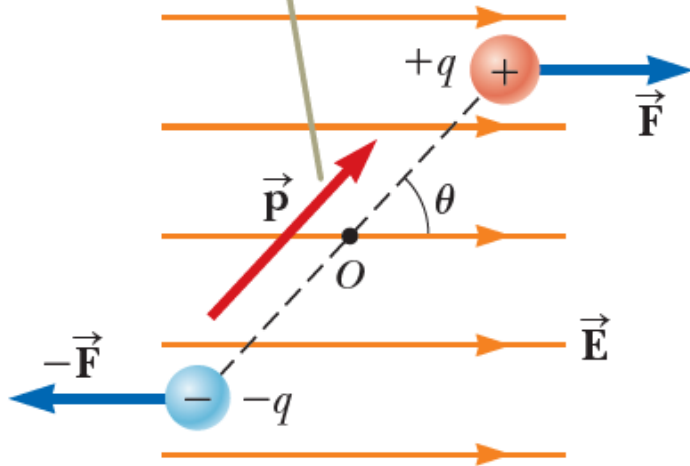
$$\tau = 2Fa \sin \theta$$

- เนื่องจาก $F = qE$ และ $p = 2aq$ สมการข้างต้นจึงกลายเป็น

$$\tau = 2aqE \sin \theta = pE \sin \theta$$

คู่ขั้วไฟฟ้าในสนามไฟฟ้า

The dipole moment \vec{p} is at an angle θ to the field, causing the dipole to experience a torque.



$$\tau = pE \sin \theta$$

- จากสมการข้างต้นมักนิยามแสดงทอร์กในรูปของผลคูณเชิงเวกเตอร์

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

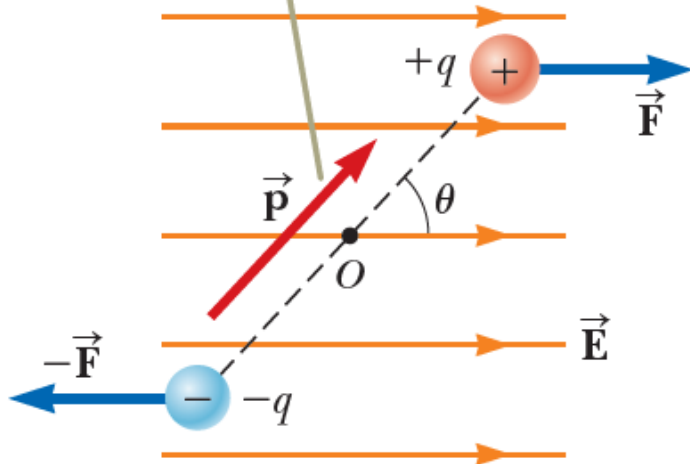
- เนื่องจากงาน dW ที่ต้องใช้ในการหมุนคู่ขั้วไฟฟ้าด้วยมุม $d\theta$ คือ $dW = \tau d\theta$ และผลของงานนี้ทำให้พลังงานศักย์ไฟฟ้า U เพิ่มขึ้น ซึ่งการหมุนจากมุม θ_i ไปยังมุม θ_f จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ของระบบดังสมการ

$$U_f - U_i = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_f} pE \sin \theta d\theta = pE \int_{\theta_i}^{\theta_f} \sin \theta d\theta$$

$$U_f - U_i = pE [-\cos \theta]_{\theta_i}^{\theta_f} = pE (\cos \theta_i - \cos \theta_f)$$

คู่ขั้วไฟฟ้าในสนามไฟฟ้า

The dipole moment \vec{p} is at an angle θ to the field, causing the dipole to experience a torque.



$$U_f - U_i = pE(\cos \theta_i - \cos \theta_f)$$

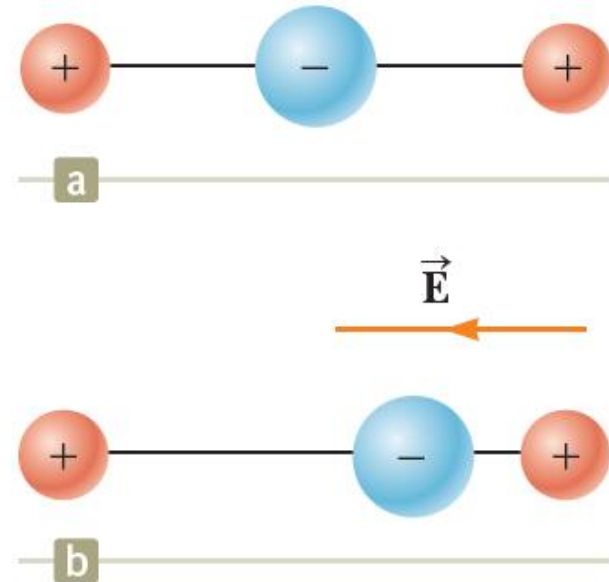
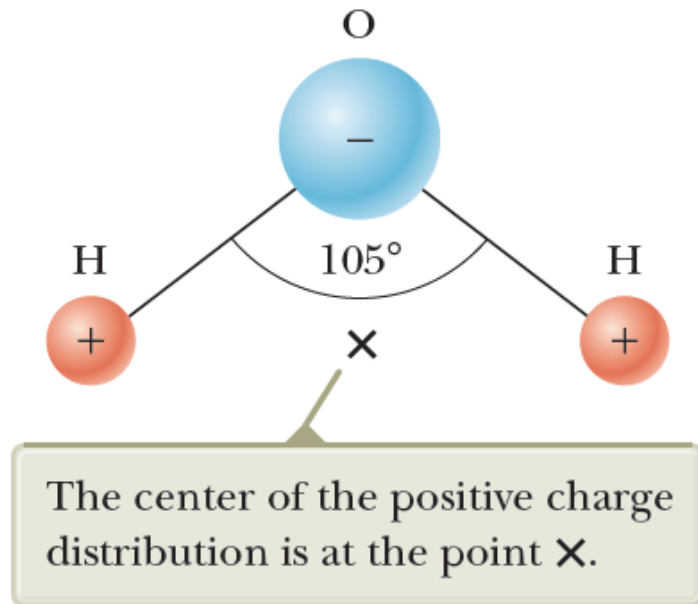
- ถ้ากำหนดให้มุมเริ่มต้น $\theta_i = 90^\circ$ ให้เป็นค่าอ้างอิง ดังนั้น $\cos \theta_i = \cos 90^\circ = 0$ ซึ่งจะสามารถแสดงค่าทั่วไปของ $U_E = U_f$ ได้ดังสมการ

$$U_E = -pE \cos \theta$$

- ซึ่งแสดงสมการดังกล่าวสำหรับพลังงานศักย์ของคู่ขั้วไฟฟ้าในสนามไฟฟ้าได้เป็นผลคูณดอทของเวกเตอร์ดังสมการ

$$U_E = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

คู่ขั้วไฟฟ้าในสนามไฟฟ้า



- โมเลกุลใดๆ จะมีการโพลาริซ์เมื่อมีระยะห่างเกิดขึ้นระหว่างตำแหน่งเฉลี่ยของประจุลบกับตำแหน่งเฉลี่ยของประจุบวกในโมเลกุลนั้น เช่น โมเลกุลของน้ำ
- โมเลกุลของน้ำ H_2O มีการโพลาริซ์อย่างถาวร เป็นผลมาจากการวางตัวที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งถูกเรียกว่าโมเลกุลมีขั้ว (polar molecules)
- โมเลกุลที่มีการจัดเรียงตัวของประจุบวกและประจุลบเป็นเส้นตรงและมีความสมมาตรจะถูกเรียกว่าโมเลกุลไม่มีขั้ว (nonpolar molecules) ซึ่งไม่มีการโพลาริซ์อย่างถาวร
- อย่างไรก็ตามภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้าภายนอกเหนี่ยวนำอาจส่งผลให้เกิดการโพลาริซ์ในโมเลกุลไม่มีขั้วได้

การบ้านครั้งที่ 4

ข้อที่ 1 จงหาปริมาณประจุ Q ที่สะสมอยู่บนแผ่นตัวนำของตัวเก็บประจุขนาด $4 \mu\text{F}$ เมื่อต่อเข้ากับแบตเตอรี่ 12 V

ข้อที่ 2 จงหาความจุไฟฟ้า C ของตัวเก็บประจุที่ภายในมีปริมาณประจุ $10 \mu\text{C}$ สะสมอยู่ภายใต้อิทธิพลของความต่างศักย์ 10 V

ข้อที่ 3 จงหาความจุไฟฟ้า C ของทรงกลมตัวนำรัศมี 12 cm ที่ถูกชาร์จประจุจนสร้างสนามไฟฟ้าขนาด $4.9 \times 10^4 \text{ N/C}$ ที่ระยะห่าง 21 cm จากจุดศูนย์กลางของทรงกลมดังกล่าว (กำหนดให้ $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$)

ข้อที่ 4 ตัวเก็บประจุขนาด $5 \mu\text{F}$ และ $12 \mu\text{F}$ ต่อแบบขนานกันในวงจรที่มีแบตเตอรี่ขนาด 9 V เป็นแหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้า จงหา ก) ความจุสมมูลของตัวเก็บประจุในวงจร ข) ความต่างศักย์ตกคร่อมตัวเก็บประจุแต่ละตัว และ ค) ปริมาณประจุที่สะสมในตัวเก็บประจุแต่ละตัว

ข้อที่ 5 จงหาพลังงานที่สะสมอยู่ในตัวเก็บประจุขนาด $3 \mu\text{F}$ เมื่อต่อเข้ากับแบตเตอรี่ 12 V

ข้อที่ 6 จงหา ก) ความจุไฟฟ้า และ ข) ความต่างศักย์สูงสุด ของแผ่นตัวเก็บประจุ 2 แผ่นที่วางขนานและห่างกันเป็นระยะทาง 0.04 mm โดยแต่ละแผ่นมีพื้นที่ 1.75 cm^2 เมื่อใช้เทฟลอน (Teflon) เป็นสารไดอิเล็กทริกคั่นระหว่างกลาง