Содержание

1 Введение

В последние годы нейронные сети получили широкое распространение, они широко используются для анализа и генерации изображений и видео, обработки естественных языков (перевод, чат-боты), медицинской диагностике, финансовых прогнозах и так далее.

Одни из перспективных направлений в этой области являются так называемые PINN – Physics-Informed Neural Networks, физически-информированные нейронные сети. Классические нейронные сети используют большую выборку реальных данных, однако в области биологии, химии и физике зачастую может просто не хватать нужного объёма данных для обучения. PINN способны обойти это ограничения, используя в обучении знания законов физики, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных.

2 Постановка задачи

2.1 Цель работы

Рассмотреть несколько уже решённых физических задач, решить их с помощью PINN и сравнить полученные данные с изначальным решением, оценить целесообразность применения PINN к задаче.

2.2 Описание задачи

На вход нейросети подаются пространственно-временные координаты. На выходе хотим получить различные характеристики исследуемого физического процесса.

3 Теоретическое описание PINN

В данное работе мы будем использовать простую сеть с прямой связью. Пусть система описывается неким системой дифференциальных уравнений

$$F_j(\lambda, u) = 0, X \in \Omega, t > 0 \tag{1}$$

и набором граничных условий

$$u(t_0, x_0) = u_0 \tag{2}$$

где x – пространственные координаты, Ω – некоторая область в $\mathbb{R}^n$, t – время, $u(t,x)$ – искомая функция описывающая интересующие нас свойства системы (скорость, плотность, потенциал и т.п.), λ – вектор параметров. Для того что бы нейросеть могла обучаться на заданных уравнениях включим эти функции в функцию потерь в виде среднеквадратичной ошибки

$$MSE = MSE_F + MSE_0 \tag{3}$$

где

$$MSE_F = \sum_j \frac{1}{N_F} \sum_{i=1}^{N_F} (F_j(u(t_f^i, x_f^i)))^2 \tag{4}$$

требует соблюдения дифуров, описывающих процесс, здесь $\left\{t_f^i, x_f^i\right\}_{i=1}^{N_F}$ – точки коллокации для F_i и

$$MSE_0 = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} ((u(t_0^i, x_0^i)) - u_0^i)^2 \tag{5}$$

требует соблюдения граничных условий, $(t_0^i, x_0^i, u_0^i)_{i=1}^{N_0}$ – начальные и граничные условия $u(t,x)$.