

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ  
ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**

**Журнал практики**

Студента \_\_\_\_\_ (ф. и. о.)

Факультет **№8 «Информационные технологии и прикладная математика»**

Кафедра **№805 «Математическая кибернетика»**

Учебная группа **80-305Б-18**

Направление подготовки (специальность) **01.03.04**

*(шифр)*

**Прикладная математика**

\_\_\_\_\_  
*(название направления, специальности)*

Вид практики ***исследовательская***

*(учебной, производственной, преддипломной или другой вид практики)*

Руководитель практики от МАИ

***Волкова Татьяна Борисовна***

*(фамилия, имя, отчество)*

\_\_\_\_\_  
*(подпись)*

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/ “12” июля 2021 г.  
*(подпись студента) (дата)*

## **1. Место и сроки проведения практики**

*Сроки проведения практики:*

*-дата начала практики*        **29.06.21**

*-дата окончания практики*    **12.07.21**

*Наименование предприятия*    **МАИ**

---

*Название структурного подразделения (отдел, лаборатория)*

**каф. 805**

## **2. Инструктаж по технике безопасности**

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/ 29.06 2021 г.  
(подпись проводившего)        (дата проведения)

### **3. Индивидуальное задание студенту**

Провести сравнительный анализ двух методов моделирования пуассоновских потоков: метода максимального сечения и его модификации.

#### 4. План выполнения индивидуального задания

1. Изучить определение и основные характеристики и свойства пуассоновского потока
2. Изучить метод максимального сечения и его модификацию для моделирования пуассоновского потока событий
3. Написать программу, которая будет моделировать один и тот же пуассоновский поток методом максимального сечения и его модификацией, сделать сравнительный анализ.

Руководитель практики от МАИ: Волкова Т.Б... /\_\_\_\_\_/

Руководитель от предприятия: Рыбаков К.А. /  /

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/ “ 29 ”\_июня\_ 2021 г.  
(подпись студента) (дата)

## **5. Отзыв руководителя практики от предприятия**

В работе проведен сравнительный анализ двух методов моделирования пуассоновских потоков: метода максимального сечения и его модификации.

Разработано программное обеспечение на языке Python.

Считаю, что работа выполнена в полном объеме в соответствии с заданием и заслуживает высокой оценки.

***Материалы, изложенные в отчёте студента, полностью соответствуют индивидуальному заданию***

Руководитель от предприятия:

Рыбаков К.А.

/  /

(фамилия, имя, отчество)

(подпись)

«12» июля 2021г

М.П. (печать)

## 6. Отчет студента о практике

В данной работе использовалась среда разработки Python 3-ей версии.

Источники: Рыбаков К. А. “Статистические методы анализа и фильтрации в непрерывных стохастических системах”

Поток событий — последовательность событий, которые наступают в случайные моменты времени (например, поток вызовов на телефонной станции, поток отказов ЭВМ, поток покупателей и т.п.). Простейший (стационарный пуассоновский) поток - поток событий, обладающий свойствами стационарности (однородности), ординарности и отсутствия последствия.

Поток характеризуется интенсивностью  $\mu(t)$  — частотой появления событий или средним числом событий, происходящий за единицу времени. Поток событий называется стационарным, если его вероятностные характеристики не зависят от времени. В частности, интенсивность стационарного потока есть величина постоянная:  $\mu(t) = \text{const}$ .

Для точного моделирования пуассоновского процесса методом максимального сечения, мы должны моделировать моменты времени, в которые происходит событие. Согласно методу промежутков времени между двумя последовательными событиями определяется равенством

$$\Delta\tau_k = \theta_N, \quad N = \min \left\{ l: \alpha_l \leq \frac{\mu(\tau_{k-1} + \theta_l)}{\mu^*} \right\}, \quad \theta_l = \sum_{i=1}^l \xi^i,$$

где  $\xi^1, \xi^2 \dots$  - последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин имеющих показательное распределение с параметром  $\mu^*$ , ограничивающим сверху значение интенсивности, а  $\alpha_1, \alpha_2 \dots$  - последовательность независимых случайных величин, имеющих равномерное распределение на интервале  $(0,1)$

Более экономичный модифицированный метод «максимального сечения» предполагает вычисление числа N по следующей формуле:

$$N = \min \left\{ l: 1 - \alpha \leq \prod_{i=1}^l \left( 1 - \frac{\mu(\tau_{k-1} + \theta_l)}{\mu^*} \right) \right\}$$

где  $\alpha$  – случайная величина, имеющая равномерное распределение на интервале (0,1). Использование модифицированного метода «максимального сечения» сокращает количество необходимых реализаций случайных величин.

### Код программы:

```
import math, random
from datetime import datetime

RAND_Seed = 1.0

def simulation_exponential_distribution(mu_above):
    #моделирование случайных величин с показательным распределением
    alfa = random.random()
    ksi = -math.log(alfa) / mu_above

    return ksi

def simulation_mu(t, mu_above):          #функция mu(t)
    return mu_above * math.exp(-2 * t)

def mathematical_expectation(t, mu_above):    #точное математическое ожидание
    return (mu_above / 2) * (1 - math.exp(-2 * t))

def maximum_cross_section_method(t0, tk, mu_above):    #метод максимального сечения
    teta = t0
    global RAND_Seed
    teta += simulation_exponential_distribution(mu_above)
    RAND_Seed = (RAND_Seed * 762939453125) % 1099511627776
    alfa = RAND_Seed / 1099511627776
    while alfa > (simulation_mu(teta, mu_above) / mu_above) and teta < tk:
        RAND_Seed = (RAND_Seed * 762939453125) % 1099511627776
        alfa = RAND_Seed / 1099511627776
        teta += simulation_exponential_distribution(mu_above)
    if teta <= tk:
        return teta
```

```

else:
    return 0

def modified_maximum_cross_section_method(t0, tk, mu_above): # модифицированный метод максимального сечения
    teta = t0
    global RAND_Seed
    teta += simulation_exponential_distribution(mu_above)
    composition = 1 - simulation_mu(teta, mu_above) / mu_above
    RAND_Seed = (RAND_Seed * 762939453125) % 1099511627776
    alfa = RAND_Seed / 1099511627776
    while (1 - alfa <= composition and teta < tk):
        teta += simulation_exponential_distribution(mu_above)
        composition *= (1 - simulation_mu(teta, mu_above) / mu_above)
    if teta <= tk:
        return teta
    else:
        return 0

def main(t0, tk, mu_above, N):
    e = 0
    date_before = datetime.utcnow()
    for i in range(N):
        teta = maximum_cross_section_method(t0, tk, mu_above)
        while teta > 0:
            e += 1
            teta = maximum_cross_section_method(teta, tk, mu_above)
    date_after = datetime.utcnow()
    time = date_after - date_before
    print("Метод максимального сечения\n")
    print("Время моделирования: ", time)
    print("Точное значение мат. ожидания:", mathematical_expectation(tk, mu_above))
    print("Среднее выборочное:", e / N, "\n")

    global RAND_Seed
    RAND_Seed = 1.0
    e = 0
    date_before = datetime.utcnow()
    for i in range(N):
        teta = modified_maximum_cross_section_method(t0, tk, mu_above)
        while teta > 0:
            e += 1
            teta = modified_maximum_cross_section_method(teta, tk, mu_above)
    date_after = datetime.utcnow()
    time = date_after - date_before
    print("Модифицированный метод максимального сечения\n")
    print("Время моделирования: ", time)

```



```
print("Точное значение мат. ожидания:", mathematical_expectation(tk, mu_above))
print("Среднее выборочное:", e / N, "\n")
```

```
t0 = 0          #начальное время
tk = 2          #конечное время
mu_above = 10   #верхняя оценка mu
N = 1000000     #число реализаций
main(t0, tk, mu_above, N)
```

### Результат работы программы:

#### Тест №1 (интенсивность потока = 0.6)

Метод максимального сечения

Время моделирования: 0:00:04.827785  
Точное значение мат. ожидания: 0.29450530833337973  
Среднее выборочное: 0.295672  
Интенсивность потока: 0.6

Модифицированный метод максимального сечения

Время моделирования: 0:00:04.352374  
Точное значение мат. ожидания: 0.29450530833337973  
Среднее выборочное: 0.294207  
Интенсивность потока: 0.6

#### Тест №2 (интенсивность потока = 4)

Метод максимального сечения

Время моделирования: 0:00:18.851305  
Точное значение мат. ожидания: 1.9633687222225316  
Среднее выборочное: 1.971961  
Интенсивность потока: 4

Модифицированный метод максимального сечения

Время моделирования: 0:00:15.745033  
Точное значение мат. ожидания: 1.9633687222225316  
Среднее выборочное: 1.959067  
Интенсивность потока: 4

### Тест №3 (интенсивность потока = 10)

#### Метод максимального сечения

Время моделирования: 0:00:45.254228  
Точное значение мат. ожидания: 4.908421805556329  
Среднее выборочное: 4.928524  
Интенсивность потока: 10

#### Модифицированный метод максимального сечения

Время моделирования: 0:00:38.783552  
Точное значение мат. ожидания: 4.908421805556329  
Среднее выборочное: 4.929628  
Интенсивность потока: 10

### Выводы

Во время выполнения задания были сложности с использованием внутренних Python-библиотек, а именно библиотеки random, которая предоставляет генератор случайных чисел на отрезке  $[0,1]$ . Оказалось, что генератор создавал числа быстрее, чем производилась одна операция умножения (в то время как любой генератор случайных чисел, это минимум две операции). Это связано с тем, что любые библиотеки Python, работают быстрее, чем код написанный на нём. Поэтому пришлось отказаться от использования библиотеки и написать генератор случайных чисел вручную.

Из результатов теста можно увидеть, что моделирование с помощью модифицированного метода в отличие от обычного даёт выигрыш во времени больше 10%. Это объясняется тем, что в модифицированном методе происходит гораздо меньше операций, за счёт уменьшения количества вызовов генератора случайных чисел.

Резюмируя моделирование пуассоновского потока событий – это прикладная задача. Примерами потоков событий являются: поток звонков на телефонную станцию, в милицию или на станцию скорой помощи; поток заявок в системе массового обслуживания; поток автомобильных аварий на дорогах города и т. д. Для того, чтобы смоделировать все эти процессы, нужно знать методы

моделирования и уметь сравнивать их между собой, чтобы выявить наилучший метод. Был рассмотрен метод «максимального сечения» и его модификация, которая моделирует поток событий быстрее по времени, за счет уменьшения количества операций.