Тележку массой 2 *кг* толкнули вверх по наклонной плоскости, придав ей скорость 2 м/с. Вычислить работу силы тяжести, действующей на тележку, на пути до остановки.

Выберите один ответ:

- a. $-5\ \text{Н}\cdot\text{м}$
- b. $-6\ \text{Н}\cdot\text{м}$
- c. $-8\ \text{Н}\cdot\text{м}$
- d. $-4\ \text{Н}\cdot\text{м}$

$\overline{mg}$

$m = 2\text{кг}$

$v = 2\frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\overset{0}{\cancel{T}} - T_0 = \sum A$

$-T_0 = A$

$-\frac{mv^2}{2} = A \Rightarrow A = -\frac{2\cdot 4}{2} = \underline{-4H}$

Ответ: $-4H$

Главный вектор $\vec{R} = 3\vec{i} + 6t\vec{j}$ действует на механическую систему массой 10 *кг*. Найти проекцию на ось ординат вектора ускорения центра масс С системы, когда $y_C = 80$см. В начальный момент времени центр масс находился в начале системы координат в состоянии покоя.

Выберите один ответ:

- a. 2,2 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
- b. 1,4 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
- c. 1,5 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
- d. 1,2 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\bar{R} = 3\bar{i} + 6t\bar{j}$

$m = 10\ \text{кг}$

$y_c = 80\ \text{см} = 0.8\ \text{м}$

$\begin{cases} m\ddot{x} = 3 \\ m\ddot{y} = 6t \end{cases}$

$m\ddot{y} = 6t \quad \dot{y} = \frac{6t^2}{2m} \quad y = \frac{6t^3}{6m} = 0{,}8$

$\Downarrow$

$t^3 = 8 \Rightarrow t = \sqrt[3]{8}$

$\ddot{y} = \frac{6\sqrt[3]{8}}{10} = \underline{2{,}2}\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Ответ: $2.2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

В плоскости Oxy движется система, состоящая из материальных точек A и B с одинаковыми массами $m = 1$. Известны радиус-векторы точек: $\vec{r}_A = 3\vec{i} - 4t\vec{j}$, $\vec{r}_B = 4t\vec{i} + 3\vec{j}$. Вычислить величину кинетического момента относительно точки O данной системы.

Выберите один ответ:

- a. 0
- b. 24
- c. -24
- d. 12

$m_A = 1кг \qquad m_B = 1кг$

$r_A = 3\bar{i} - 4t\bar{j} \qquad x = 3, \quad y = -4t \qquad \dot{x} = 0, \quad \dot{y} = -4$

$r_B = 4t\bar{i} - 3\bar{j} \qquad 4t, \quad -3 \qquad \dot{x} = 4, \quad \dot{y} = 0$

$r \times mv$

$$k_1 = \begin{vmatrix} 3 & -4t \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -12$$

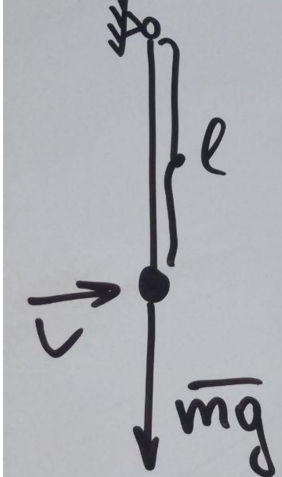
$$k_2 = \begin{vmatrix} 4t & -3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = +12$$

$= 0$

Невесомый стержень длины l может вращаться в вертикальной плоскости вокруг неподвижной оси, проходящей через один из его концов. К другому концу стержня прикреплена точечная масса. Точечной массе сообщили скорость, вектор которой перпендикулярен стержню. Какой должна быть величина этой скорости, чтобы при прохождении через верхнее вертикальное положение стержень не испытывал ни растяжения, ни сжатия? В начальный момент стержень занимал нижнее вертикальное положение.

Выберите один ответ:

- a. $\sqrt{4gl}$
- b. $\sqrt{5gl}$
- c. $\sqrt{3gl}$
- d. $\sqrt{2,5gl}$



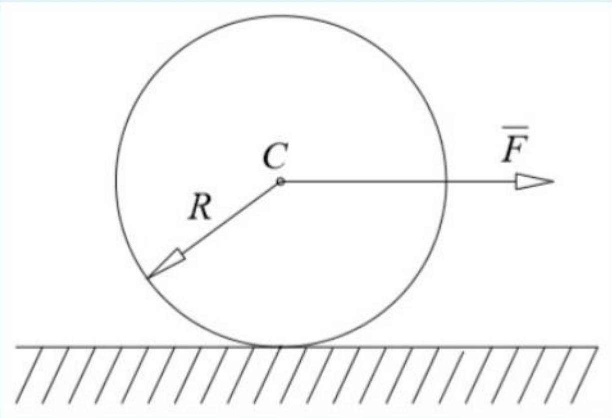
$$\frac{\cancel{m}v^2}{2} = \cancel{m}gh, \quad h = 2l$$

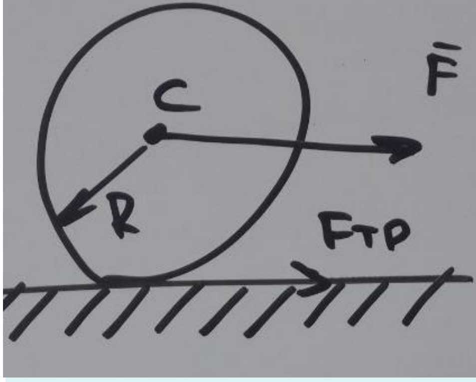
$$v^2 = 2g\cdot 2l$$

$$v^2 = 4lg \Rightarrow \underline{v = \sqrt{4lg}}$$

<u>Ответ</u>: $v = \sqrt{4lg}$

Однородное колесо массы m и радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной дороге под действием горизонтальной силы $\vec{F}$, приложенной к центру C колеса. Используя уравнения динамики плоского движения твёрдого тела, найти угловое ускорение колеса.



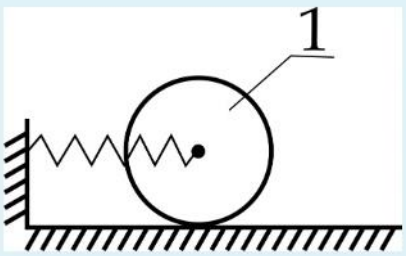


$$J_{Cz}\varepsilon = \sum M_{Cz}$$

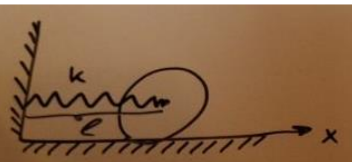
$$\frac{1}{2}mR^{\cancel{2}}\varepsilon = F_{тр}\cdot\cancel{R}$$

$$\underline{\varepsilon = \frac{2F_{тр}}{mR}}$$

Ответ



Выписать дифференциальное уравнение Лагранжа для колебаний катка 1 массы m и радиуса R под действием пружины жёсткости k и недеформированной длины l. Проскальзывание катка отсутствует. Запишите уравнение малых колебаний катка, и найдите частоту этих колебаний.



m, R

$T = \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{m\dot{x}^2}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\omega^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \underline{\frac{1}{4}mR^2\omega^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2} = \frac{1}{4}mR^2\frac{\dot{x}^2}{R^2} + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \underline{\frac{3}{4}m\dot{x}^2}$

$= \frac{1}{2}\cdot\underbrace{\frac{3}{2}m}_{a}\dot{x}^2$

$П = \frac{k(l-x)^2}{2}$

$L = \frac{3}{4}m\dot{x}^2 - \frac{k(l-x)^2}{2}$

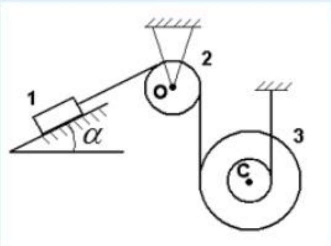
$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{3}{2}m\dot{x} \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{3}{2}m\ddot{x}$

$\frac{\partial L}{\partial x} = kx - kl = k(x-l)$

$\Rightarrow \underline{\frac{3}{2}m\ddot{x} - k(x-l) = 0}$; $\underline{\frac{3}{2}m\ddot{x} - kx = 0}$

$\frac{\partial^2 П}{\partial x^2} = k = c$

$\omega = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{k\cdot 2}{3m}} = \sqrt{\frac{2k}{3m}}$



Механическая система состоит из груза 1, блока 2 и катка 3, массы которых равны соответственно M_1, M_2, M_3. Радиусы считать равными $R_3 = 2r_3 = 2r$ и $R_2 = r$, радиус инерции ступенчатого тела равен $\rho = r$. Блок 2 считать сплошным однородным цилиндром. Угол наклона плоскости равен α.

Считая перемещение груза равным s, написать уравнение движения механической системы в форме уравнений Лагранжа II рода.

Известна зависимость радиус-вектора $\vec{r}_C$ центра масс механической системы от времени: $\vec{r}_C = 2\cos\pi t\vec{i} + 2\sin\pi t\vec{j}$. Вычислить в момент времени $t = 0,5$ с проекцию на ось ординат главного вектора внешних сил, действующих на механическую систему, если известно, что масса механической системы 10 *кг*.

Выберите один ответ:

- a. -179 Н
- b. 197 Н
- c. -197 Н
- d. 179 Н

$r_c = 2\cos\pi t\,\bar{i} + 2\sin\pi t\,\bar{j}$ | $m\ddot{y} = F^{(e)}$

$t = 0,5\,с;\ m = 10\,кг$

$\dot{r}_c = -2\pi\sin\pi t\,\bar{i} + 2\pi\cos\pi t\,\bar{j}$

$\ddot{r}_c = -2\pi^2\cos\pi t\,\bar{i}\ \underline{-2\pi^2\sin\pi t}\,\bar{j}$

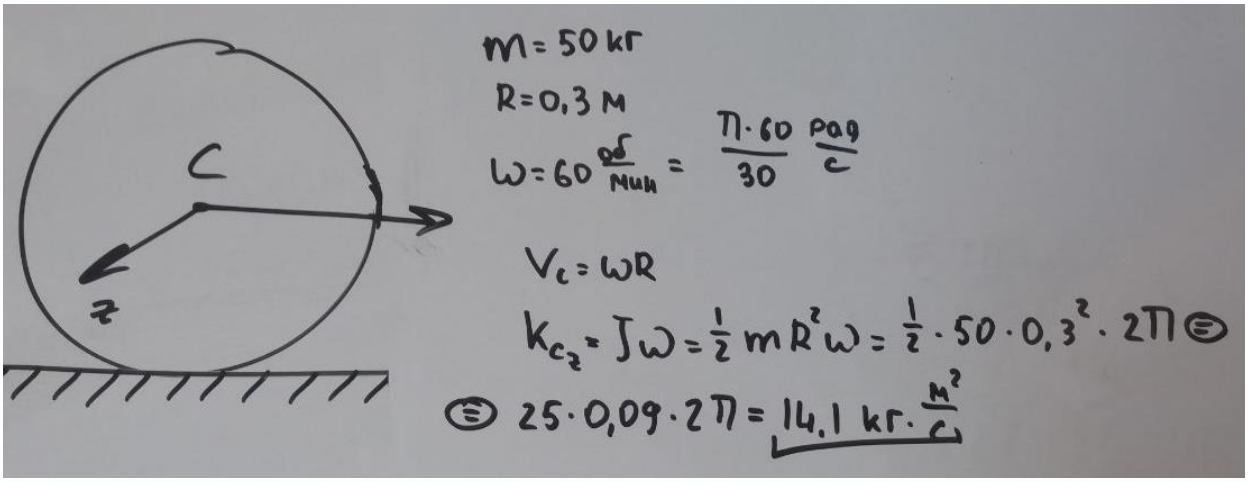
$10\cdot(-2\pi^2\sin\pi\cdot 0,5) = F^{(e)} = -197\,Н$

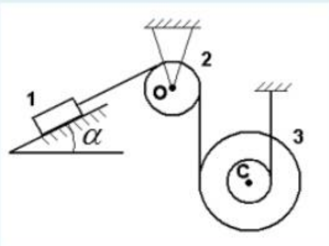
Ответ: -197 Н

Однородный диск массой 50 *кг* и радиусом 0,3 м катится без скольжения в вертикальной плоскости по горизонтальной прямой. Качение происходит с постоянной угловой скоростью 60 об./мин. Определить величину главного кинетического момента диска относительно оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через центр диска.

Выберите один ответ:

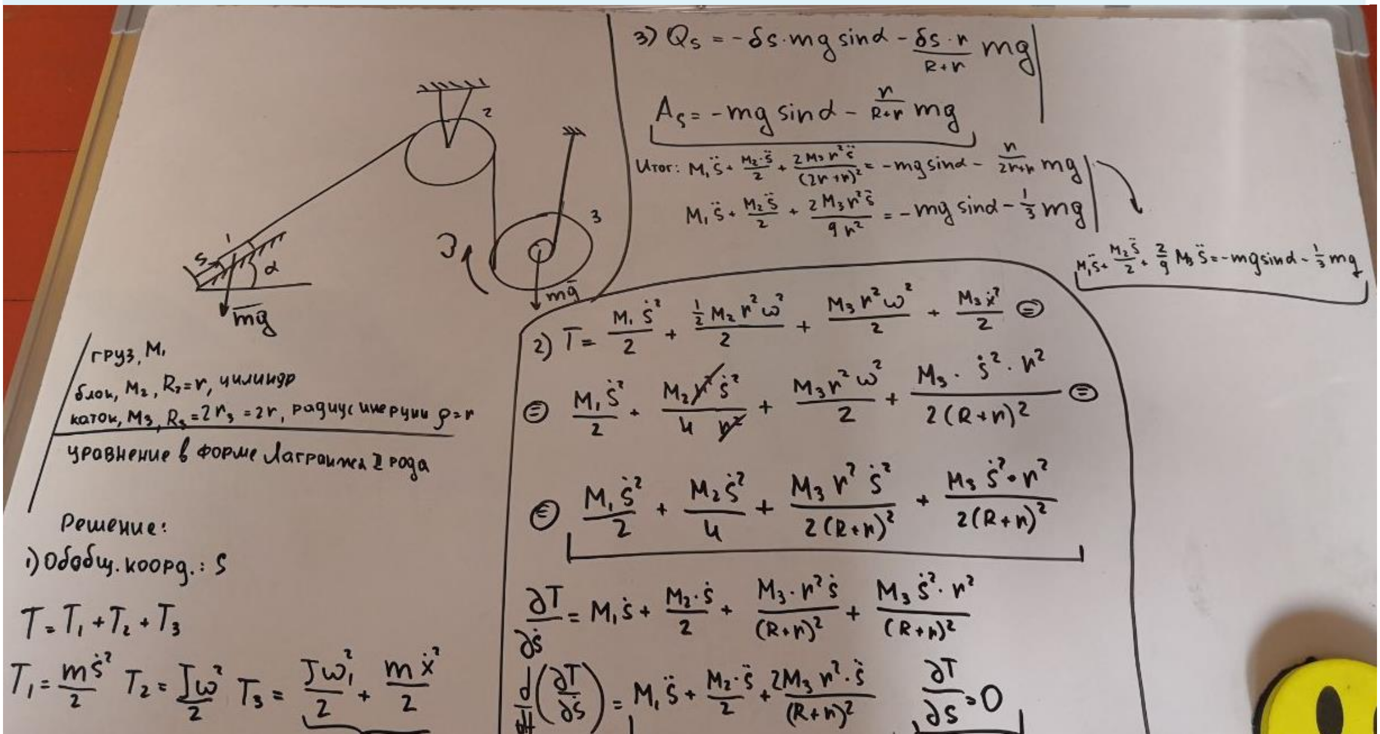
- a. 16,2 кг·м^2/с
- b. 17,2 кг·м^2/с
- c. 15,1 кг · м ^{2}/с
- d. 14,1 кг\cdot м^2/с





Механическая система состоит из груза 1, блока 2 и катка 3, массы которых равны соответственно M_1, M_2, M_3. Радиусы считать равными $R_3 = 2r_3 = 2r$ и $R_2 = r$, радиус инерции ступенчатого тела равен $\rho = r$. Блок 2 считать сплошным однородным цилиндром. Угол наклона плоскости равен α.

Считая перемещение груза равным s, написать уравнение движения механической системы в форме уравнений Лагранжа II рода.



Дано:

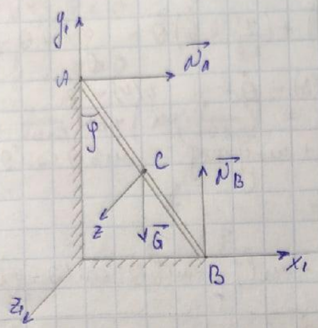
$AB = l$

m, φ

N_A, N_B

$\varepsilon = ?$

Решение:



Дифференциальное ур-е вращения относительно оси z: $J_{Cz} \cdot \varepsilon = M_z^{(e)}$

Момент инерции: $J_{Cz} = \frac{m\,AB^2}{12} = \frac{m l^2}{12}$.

Главный момент внешних сил:

$M_z^{(e)} = \sum M_z(\vec{F}_i) = M_z(\vec{N}_B) + M_z(\vec{G}) =$

$= -N_A \frac{AB}{2} \cdot \sin\varphi + N_B \frac{AB}{2} \cos\varphi = -N_A \frac{l}{2} \sin\varphi + N_B \frac{l}{2} \cos\varphi.$

$\Downarrow$

$$\varepsilon = \frac{-N_A \frac{l}{2} \sin\varphi + N_B \frac{l}{2} \cos\varphi}{\frac{m l^2}{12}} = \frac{6(N_B \cos\varphi - N_A \sin\varphi)}{m l}.$$

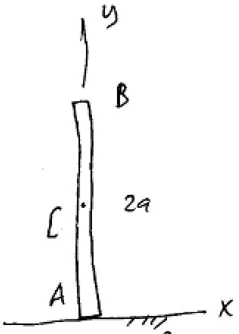
Ответ: $\varepsilon = \frac{6(N_B \cdot \cos\varphi - N_A \sin\varphi)}{m l}$.

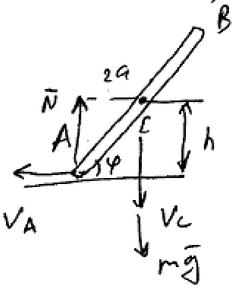
38.34 Стержень AB длины 2a падает, скользя концом A по гладкому горизонтальному полу. В начальный момент стержень занимал вертикальное положение и находился в покое. Определить скорость центра масс стержня в зависимости от его высоты h над полом.

38.34 $\qquad V_c = f(h)$

Решение:

Т.к. пол скользящий, центр масс по оси x не будет двигатся ($x_c = const$)





$$\omega = \frac{V_c}{a\cos\varphi}; \qquad \sin\varphi = \frac{h}{a}$$

$$T - \overset{0}{T_0} = \sum A^E_i$$

$$T = T^{вр} + T^{пост}$$

$$T^{вр} = \frac{J_c\,\omega^2}{2} = \frac{m\cdot\frac{4a^2}{12}\cdot\frac{V_c^2}{a^2\cos^2\varphi}}{2} =$$

$$= \frac{m a^2 V_c^2}{6\left(1-\frac{h^2}{a^2}\right)a^2}; \qquad T_{пост} = \frac{mV_c^2}{2}$$

$$\sum A^E_i = mg(a-h)$$

тогда

$$T = mV_c^2\left(\frac{1}{6-\frac{6h^2}{a^2}} + \frac{1}{2}\right) =$$

$$= mV_c^2\left(\frac{a^2}{6a^2-6h^2} + \frac{1}{2}\right) = mV_c^2\left(\frac{a^2}{6a^2-6h^2} + \frac{3a^2-3h^2}{6a^2-6h^2}\right)$$

$$= mV_c^2\left(\frac{4a^2-3h^2}{6a^2-6h^2}\right); \quad \text{Имеем:} \quad T = mV_c^2\left(\frac{4a^2-3h^2}{6a^2-6h^2}\right)$$

Сумма работ внешних сил:

$$\sum A^E_i = mg(a-h)$$

тогда

$$mV_c^2\left(\frac{4a^2-3h^2}{6a^2-6h^2}\right) = mg(a-h)$$

$$V_c = \sqrt{\frac{g(a-h)^2(a+h)\cdot 6}{(4a^2-3h^2)}} =$$

$$= (a-h)\sqrt{\frac{6g(a+h)}{4a^2-3h^2}}$$

ответ: $V_c = (a-h)\sqrt{\dfrac{6g(a+h)}{4a^2-3h^2}}$

Груз массой 10 *кг* перемещается по шероховатой горизонтальной плоскости под действием постоянной силы, вектор которой образует с плоскостью угол 30 градусов . За 5 секунд скорость груза возросла с 2 м/с. до 4 м/с. Вычислить модуль силы, если коэффициент трения равен 0,15.

Выберите один ответ:

- a. 15 Н
- b. 20 Н
- c. 25 Н
- d. 10 Н

Однородный диск массой 20 *кг* и радиусом 0,3 м катится в вертикальной плоскости под действием горизонтальной силы 120 Н, приложенной к его центру. Вычислить угловое ускорение диска, если сила трения скольжения равна 40 Н.

Выберите один ответ:

- a. $12{,}2\ с^{-2}$
- b. $13{,}3\ с^{-2}$

Трамвай движется по горизонтальному пути со скоростью 20 м/с. При торможении на него действует сила сопротивления, равная 0,2 веса трамвая. Сколько времени пройдет до остановки?

Выберите один ответ:

- a. 12 с
- b. 10,2 с ✔
- c. 14 с
- d. 15,2 с

Груз массой 40 *кг* подвешен к канату, намотанному на однородный цилиндр массой 100 *кг*, который может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси. Найти давление на ось вращения, если груз опускается с ускорением 5 $\frac{м}{с^2}$. Принять ускорение свободного падения равным 10 $\frac{м}{с^2}$.

Выберите один ответ:

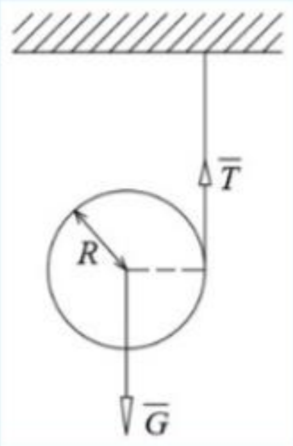
- a. 1400 Н
- b. 1100 Н
- c. 1600 Н
- d. 1200 Н ✔

Колесо радиуса r и массы m катится со скольжением по прямолинейному горизонтальному рельсу под действием вращающего момента, равного 2,5mgfr , где f - коэффициент трения скольжения. Масса колеса равномерно распределена по ободу. Трение качения не учитывать. Найти зависимость скорости точки контакта колеса с рельсом от времени (в начальный момент времени колесо находилось в покое).

Выберите один ответ:

- a. v=0,5gft ✔
- b. v=gft

Однородный цилиндр массы m падает в вертикальной плоскости, разматывая нить, натяжение которой равно T. Определить угловую скорость цилиндра в момент t, если $\omega(0) = 0$. Использовать уравнения плоского движения твёрдого тела.



Борисов ЕД М8О-204Б-18.

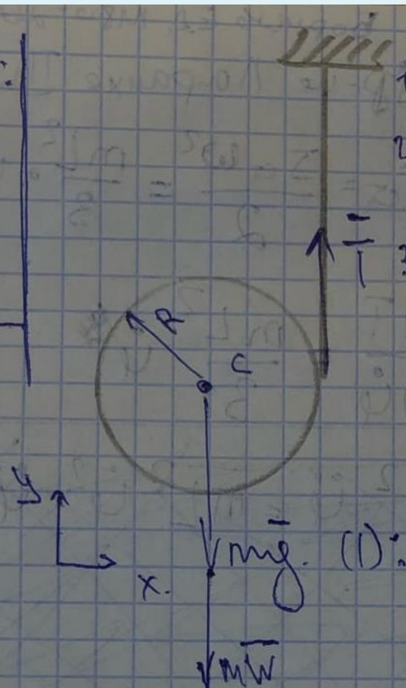
8| Дано:

m

T

$\omega(0) = 0$

$\omega(t) = ?$



1) (x):

2) (y): $m\ddot{y}_C = mg - T$

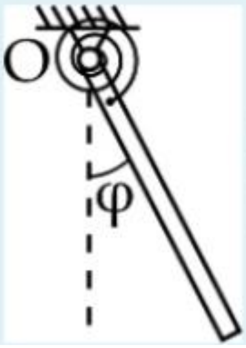
3) $J_y \ddot{\varphi} = M_C(F_k^e)$

$\frac{mR^2}{2}\ddot{\varphi} = TR$ (1)

т.к. $\omega(0)=0$

(1): $\ddot{\varphi} = \frac{2T}{mR} \Rightarrow \omega = \dot{\varphi} = \frac{2T}{mR}t + C^0$

Ответ: $\omega(t) = \frac{2T}{mR}t$



Используя уравнения Лагранжа, найти период малых колебаний однородного стержня длины L и массы m, закреплённого в точке O и движущегося в вертикальной плоскости. Дополнительно на стержень действует со стороны спиральной пружины упругий момент, равный $c\varphi$, где c – жёсткость пружины, а φ – угол отклонения стержня от вертикали.

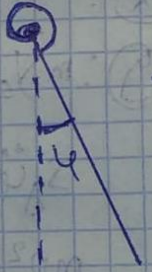
Борисов ЕД М8О-204Б-18

9 | Дано:

L, m

$C, \varphi.$

$T - ?$



Ур-ие Лагранжа II-го рода:

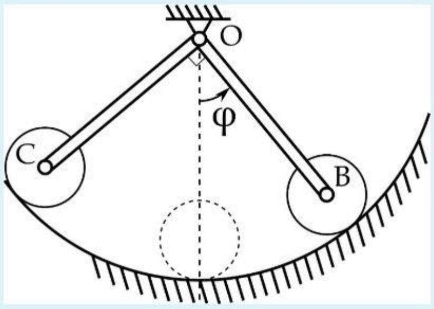
$$T_{\sigma} = \frac{J_a \omega^2}{2} = \frac{mL^2}{3} \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{mL^2}{3} \dot{\varphi}$$

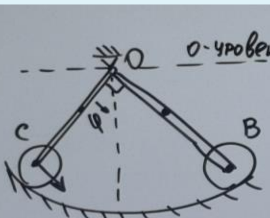
$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}\right)}{dt} = \frac{mL^2}{3} \ddot{\varphi}; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0; \quad Q_i = -C\varphi$$

$$\Rightarrow \frac{mL^2}{3} \ddot{\varphi} = C\varphi \Rightarrow \frac{mL^2}{3} \ddot{\varphi} + C\varphi = 0 \text{ - ур-ие колеб.}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{mL^2}{3C}}$$



Два одинаковых однородных диска массы M и радиуса R катаются по внутренней части неподвижного цилиндра. Диски соединены друг с другом посредством стержней OB и OC равной длины l и массы m, сваренных под прямым углом друг с другом в шарнире O, позволяющем стержням вращаться вокруг оси Oz, перпендикулярной плоскости рисунка.
Определить частоту малых колебаний системы.



M, R

l, m

$\nu - ?$

Решение:

1) $\Pi = 2\Pi_{ст} + 2\Pi_{диск.}$

$\Pi_{стерж} = -mg\frac{l}{2}\cos\varphi$

$\Pi_{диск} = -Mgl\cos\varphi$

$\Downarrow$

$\Pi = -2mg\frac{l}{2}\cos\varphi - 2Mgl\cos\varphi$

2) $T = 2T_{ст} + 2T_{диск}$

$T_{ст} = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{\frac{1}{3}ml^2\omega^2}{2} = \frac{ml^2 \cdot \dot{\varphi}^2}{6}$

$T_{диск} = \frac{1}{2}J\omega_1^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}MR^2\omega_1^2 + \frac{1}{2}Ml^2\dot{\varphi}^2 = \frac{1}{4}MR^2\frac{\dot{\varphi}^2 l^2}{R^2} + \frac{1}{2}Ml^2\dot{\varphi}^2 = \frac{1}{4}M\dot{\varphi}^2 l^2 + \frac{1}{2}Ml^2\dot{\varphi}^2 \ominus$

$\ominus \frac{3}{4}M\dot{\varphi}^2 l^2$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow T = \frac{1}{3}ml^2\dot{\varphi}^2 + \frac{3}{2}M\dot{\varphi}^2 l^2 = \frac{9M\dot{\varphi}^2 l^2 + 2ml^2\dot{\varphi}^2}{6} \ominus$

$\ominus \frac{1}{2}\left[\frac{9Ml^2 + 2ml^2}{3}\right]\dot{\varphi}^2 \Rightarrow a = \frac{9Ml^2 + 2ml^2}{3} \oplus$

$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = 2mg\frac{l}{2}\sin\varphi + 2Mgl\sin\varphi$

$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial \varphi^2} = mgl\cos\varphi + 2Mgl\cos\varphi \Big|_{\varphi=0} = mgl + 2Mgl = gl(m+2M) = c$

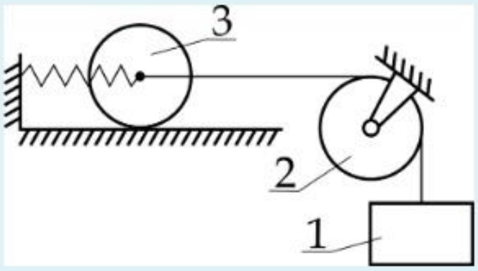
$\omega = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{gl(m+2M)\,3}{(9Ml^2 + 2ml^2)}}$ Ответ

Вопрос **9**

Пока нет ответа

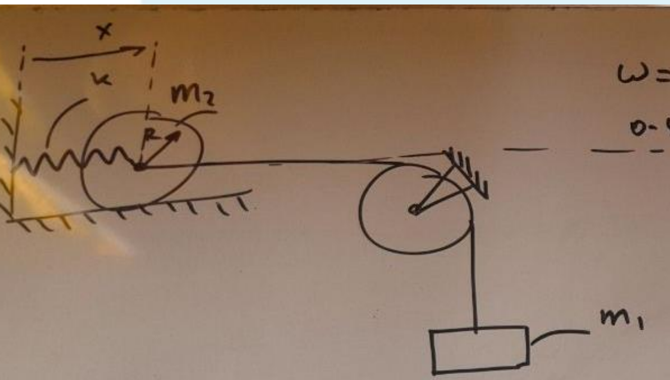
Балл: 15,00

Отметить вопрос



Выписать уравнение малых колебаний механической системы, состоящей из груза 1 массы m_1, невесомого блока 2 и однородного цилиндра 3 массы m_3 и радиуса R, соединённого со стеной пружиной. Жёсткость пружины k. Определите частоту малых колебаний системы.

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{a}}$$



0- уровень

$$T = T_2 + T_1 = \frac{m_2\dot{x}^2}{2} + \frac{1}{4} m_2 R^2 \omega^2 + \frac{m_1\dot{x}^2}{2} = \frac{1}{2} m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{4} m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 = \frac{1}{2}\Big[\underbrace{m_2 + \frac{1}{2} m_2 + m_1}_{a}\Big]\dot{x}^2$$

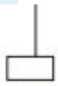
$$\Pi = \underbrace{\frac{kx^2}{2} - mgx}_{0} \qquad \frac{\partial \Pi}{\partial x} = kx - mg \qquad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} = k = c$$

ур-е: $a\ddot{x} + cx = 0$

$$\left(\frac{3}{2} m_2 + m_1\right)\ddot{x} + kx = 0$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{k}{\frac{3}{2} m_2 + m_1}}}$$

Груз массой 40 *кг* поднимается с помощью каната, намотанного на однородный цилиндр радиуса 0,5 м массой 100 *кг*, который вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси под действием вращающего момента, равного 3t , где t– время. Найти зависимость угловой скорости цилиндра от времени. ($g=10\frac{м}{с^2}$)



г

<u>Решение</u>: на груз действует сила тяжести $m_1\boldsymbol{g}$, направленная вертикально вниз. Обозначим через $\boldsymbol{v}$ скорость груза и запишем теорему об изменении кинетического момента механической системы относительно неподвижной оси

$$\frac{dK_{Cz}}{dt} = \sum M_{Cz}^e .$$

В механическую систему включим барабан, канат и груз. Тогда $K_{Cz} = I\omega + R \cdot m_1 v$, $M_{Cz}^e = M_{вр} - R \cdot m_1 g$, а момент инерции I сплошного однородного цилиндра можно вычислить по формуле $I = 0{,}5m_2R^2$. Считая, что канат не скользит по барабану, выразим скорость груза через угловую скорость барабана: $v = \omega R$. Подставляя всё в уравнение теоремы, получим

$$\frac{d}{dt}(0{,}5m_2R^2\omega + R \cdot m_1\omega R) = \sum(M_{вр} - R \cdot m_1 g) <=>$$

$$<=> (m_1 + 0{,}5m_2)R^2\frac{d\omega}{dt} = at - m_1 gR <=>$$

$$<=> d\omega = \frac{a}{(m_1 + 0{,}5m_2)R^2}tdt - \frac{m_1 g}{(m_1 + 0{,}5m_2)R}dt.$$

После интегрирования, с учетом начального условия получим

<u>Ответ</u>:

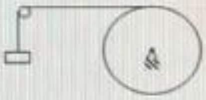
$$\omega = \frac{a}{(2m_1 + m_2)R^2}t^2 - \frac{m_1 g}{(m_1 + 0{,}5m_2)R}t.$$

Ответ: $\boldsymbol{\frac{3t^2 - 400t}{45}}$

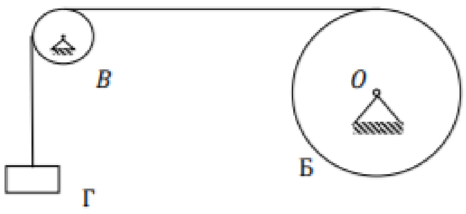
Вал в форме однородного цилиндра массой m_1 и радиусом r приводится во вращение посредством намотанного на него невесомого троса с грузом массой m_2 на свисающем конце. Трос переброшен через невесомый блок. На вал действует момент сил сопротивления $m_c = \omega k$, где $\omega -$ угловая скорость вала, k- постоянная. Как зависит угловая скорость вала от времени? В начальный момент времени система находилась в покое.

Выберите один ответ:

- a. $\frac{m_2 r}{k}(1 - e^{-\delta t})$,
  $\delta = \frac{2km_2}{(m_1+2m_2)r^2}$
- b. $\frac{m_2 gr}{k}(1 - e^{-\delta t})$,
  $\delta = \frac{2km_2}{(m_1+2m_2)r^2}$
- c. $\frac{m_2 gr}{k}(1 - e^{-\delta t})$,
  $\delta = \frac{2k}{(m_1+2m_2)r^2}$

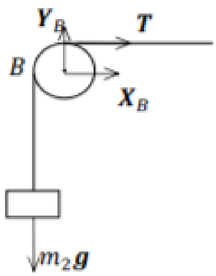


<u>Пример 4.4</u>: барабан Б радиуса R и массы m_1 приводится во вращение посредством намотанного на него нерастяжимого и невесомого каната, на конце которого расположен груз Г массы m_2. Канат переброшен через невесомый блок B. На барабан действует момент сопротивления $M_c = \alpha\omega$, $\alpha -$ постоянный коэффициент, $\omega -$ угловая скорость барабана. Найти зависимость угловой скорости вращения барабана от времени, считая его сплошным однородным цилиндром. В начальный момент времени механическая система находилась в покое.



<u>Решение</u>: в отличие от предыдущего примера мы не можем включить в состав механической системы все тела, изображенные на рисунке, так как неизвестно расстояние между осями вращения барабана и блока. Поэтому надо разорвать канат на участке между барабаном и блоком и составить дифференциальные уравнения движения отдельно для каждой из получившихся механических систем.

Начнем с левой части. На эту систему наложены связи: ось блока и канат. Изобразим действующие на нее силы и реакции отброшенных связей. Применим теорему об изменении кинетического момента относительно неподвижной оси блока

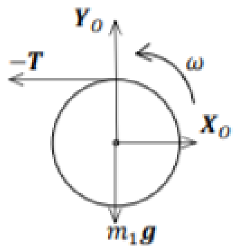


$$\frac{dK_{Bz}}{dt} = \sum M_{Bz}^e .$$

$$K_{Bz} = r_B \cdot m_2 v_2, M_{Bz}^e = r_B m_2 g - r_B T,$$

где $r_B -$ радиус блока, $v_2 -$ скорость груза Г, $v_2 = R\omega$. Получим $r_B m_2 R\dot{\omega} = r_B m_2 g - r_B T$, откуда $T = m_2 g - m_2 R\dot{\omega}$.

Теперь составим уравнение движения правой части механической системы



$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m_1 R^2 \omega\right) = TR - \alpha\omega.$$

Подставляя сюда найденное значение T, получим

$$\frac{1}{2} m_1 R^2 \frac{d\omega}{dt} = m_2 g R - m_2 R^2 \dot{\omega} - \alpha\omega <=> \frac{m_1 + 2m_2}{2} R^2 \frac{d\omega}{dt}$$

Последнее уравнение является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными. Разделяем переменные и интегрируем

$$\frac{m_1 + 2m_2}{2} R^2 \int_0^{\omega} \frac{d\omega}{m_2 g R - \alpha\omega} = \int_0^t dt$$

$$-\frac{m_1 + 2m_2}{2\alpha} R^2 \ln\left|\frac{m_2 g R - \alpha\omega}{m_2 g R}\right| = t <=> \ln\left|\frac{m_2 g R - \alpha\omega}{m_2 g R}\right| = -\frac{2\alpha t}{(m_1 + 2m_2) R^2}.$$

Далее преобразуем

$$1 - \frac{\alpha\omega}{m_2 g R} = e^{-kt}, k = \frac{2\alpha}{(m_1 + 2m_2) R^2}.$$

$$\frac{\alpha\omega}{m_2 g R} = 1 - e^{-kt} <=> \omega = \frac{m_2 g R}{\alpha}(1 - e^{-kt}).$$

<u>Ответ</u>:

$$\omega = \frac{m_2 g R}{\alpha}(1 - e^{-kt}).$$

Тяжелый шарик может двигаться по окружности радиуса R=0,5 м, расположенной в вертикальной плоскости. Какую минимальную скорость надо придать шарику, чтобы он, начав движение из нижнего положения, обошел всю окружность? Принять ускорение свободного падения равным 10 $\frac{м}{c^2}$.

Выберите один ответ:

a. 10 $\frac{м}{c}$

b. 2 $\frac{м}{c}$

c. 5 $\frac{м}{c}$ ✔

d. 1 $\frac{м}{c}$

На упругой проволоке подвешено тело, момент инерции которого относительно оси, совпадающей с проволокой равен **I**. Эту механическую систему закрутили вокруг вертикали на угол ϕ_o, а затем отпустили без начальной скорости. Найти зависимость угла поворота от времени, если известно, что момент пары сил, необходимый для закручивания проволоки на 1 радиан, равен с .

Выберите один ответ:

a. $\phi = \phi_o coskt$, k=c$\sqrt{I^{-1}}$

b. $\phi = \phi_o coskt$, k=$\sqrt{cI^{-1}}$

c. $\phi = \phi_o coskt$, k=$\sqrt{cI}$ ✖

d. $\phi = \phi_o sinkt$, k=$\sqrt{cI^{-1}}$

Однородный диск весом P катится со скольжением в вертикальной плоскости под действием горизонтальной силы величиной $5fP$, приложенной к его центру. Вычислить скорость центра диска через 5 с после начала движения, если коэффициент трения скольжения f равен 0,2.

Выберите один ответ:

a. 50 м/с ✖

b. 40 м/с

c. 45 м/с

d. 30 м/с