

Московский Авиационный Институт

(национальный исследовательский университет)

Институт №8 «Прикладная математика и информационные технологии»

Кафедра 805 «Математическая кибернетика»

Лабораторная работа №2

по курсу «Исследование операций»

Выполнил:

студент группы М8О-405Б-18

Махмудов Орхан Сакитович

Руководитель:

д. ф.-м. н., проф.,

Короткова Татьяна Ивановна

Москва, 2021 г

1. Сгенерированная таблица игры 4 игроков:

Таблица игры 4 игроков

Таблица игры с заданными параметрами сгенерирована успешно! Нажмите кнопку "Продолжить".

Сочетание номеров стратегий	Выигрыши игроков			
	1	2	3	4
1,1,1,1	10	-9	0	-1
1,1,1,2	-10	-5	4	11
1,1,2,1	8	0	-7	-1
1,1,2,2	4	-4	4	-4
1,2,1,1	4	6	-2	-8
1,2,1,2	-3	-2	-1	6
1,2,2,1	7	2	-7	-2
1,2,2,2	2	7	9	-18
2,1,1,1	-3	1	-1	3
2,1,1,2	-10	10	5	-5
2,1,2,1	-1	-7	-7	15
2,1,2,2	-1	-7	-9	17
2,2,1,1	6	-10	4	0
2,2,1,2	-10	-1	-5	16
2,2,2,1	0	-6	-8	14
2,2,2,2	6	-7	-7	8

2. Составляем матрицы коалиций:

1) Коалиция первого уровня

Лабораторная работа №1

Коалиции первого уровня

Формирование матрицы одной из коалиционных игр первого уровня

Сформируйте матрицу коалиционной игры первого уровня 1 игрока против коалиции остальных игроков. Для этого:

- Введите число строк (число стратегий 1 игрока) и столбцов (число стратегий коалиции) в появившемся шаблоне матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры").
- Заполните появившийся шаблон матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".

число строк: число столбцов:

Стратегии коалиции 2, 3 и 4 игроков

2	1	1	1	1	2	2	2	2
3	1	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	1	2	1	2	1	1

Стратегии 1-го игрока

1	0	-9	-2	3	-3	9	10	-3
2	1	9	-2	-9	2	-3	0	9

Таблица бескоалиционной игры

Сочетание номеров стратегий	Выигрыши игроков			
	1	2	3	4
1,1,2,1	-2	-5	-10	17
1,1,2,2	3	5	-6	-2
1,2,1,1	-3	-10	-7	20
1,2,1,2	9	3	9	-21
1,2,2,1	10	-5	1	-6
1,2,2,2	-3	-8	8	3
2,1,1,1	1	3	3	-7
2,1,1,2	9	5	8	-22
2,1,2,1	-2	3	8	-9
2,1,2,2	-9	7	-1	3
2,2,1,1	2	10	0	-12
2,2,1,2	-3	-5	-10	18
2,2,2,1	0	-5	-3	8
2,2,2,2	-9	0	9	0

2) Коалиция второго уровня

Лабораторная работа №1

Калькулятор

Коалиции второго уровня

Формирование матрицы одной из коалиционных игр второго уровня.

Сформируйте матрицу коалиционной игры второго уровня коалиции 1 и 2 игроков против остальных. Для этого:

1. Введите число строк (число стратегий коалиции 1 и 2 игроков) и столбцов (число стратегий коалиции остальных игроков) матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".
2. Заполните появившийся шаблон матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".

число строк:

число столбцов:

Стратегии коалиции 3 и 4 игроков

Стратегии коалиции 1 и 2 игроков

	3	1	1	2	2
		1	2	1	2
1	2	-1	-13	-7	8
1	1	-13	12	5	-11
2	1	4	14	1	-2
2	2	12	-8	-5	-9

[Продолжить](#)

Таблица бескоалиционной игры

Сочетание номеров стратегий	Выигрыши игроков			
	1	2	3	4
1.1.2.1	-2	-5	-10	17
1.1.2.2	3	5	-6	-2
1.2.1.1	-3	-10	-7	20
1.2.1.2	9	3	9	-21
1.2.2.1	10	-5	1	-6
1.2.2.2	-3	-8	8	3
2.1.1.1	1	3	3	-7
2.1.1.2	9	5	8	-22
2.1.2.1	-2	3	8	-9
2.1.2.2	-9	7	-1	3
2.2.1.1	2	10	0	-12
2.2.1.2	-3	-5	-10	18
2.2.2.1	0	-5	-3	8
2.2.2.2	-9	0	9	0


3) Коалиция третьего уровня

Коалиции третьего уровня

Формирование матрицы одной из коалиционных игр третьего уровня.

Сформируйте матрицу коалиционной игры третьего уровня коалиции 1, 2 и 3 игроков против остальных. Для этого:

- Введите число строк (число стратегий коалиции 1, 2 и 3 игроков) и столбцов (число стратегий коалиции остальных игроков) матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку
- Заполните появившийся шаблон матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".

 Калькулятор

число строк: число столбцов:

Стратегии 4-го игрока

	1	2
1 1 1	1	-18
1 1 2	-17	2
1 2 1	-20	21
1 2 2	6	-3
2 1 1	7	22
2 1 2	9	-3
2 2 1	12	-18
2 2 2	-8	0

Таблица бескоалиционной игры				
Сочетание номеров стратегий	Выигрыши игроков			
	1	2	3	4
1,1,2,1	-2	-5	-10	17
1,1,2,2	3	5	-6	-2
1,2,1,1	-3	-10	-7	20
1,2,1,2	9	3	9	-21
1,2,2,1	10	-5	1	-6
1,2,2,2	-3	-8	8	3
2,1,1,1	1	3	3	-7
2,1,1,2	9	5	8	-22
2,1,2,1	-2	3	8	-9
2,1,2,2	-9	7	-1	3
2,2,1,1	2	10	0	-12
2,2,1,2	-3	-5	-10	18
2,2,2,1	0	-5	-3	8
2,2,2,2	-9	0	9	0

Продолжить

3. Составляем формулы для решения коалиционных игр:

Лабораторная работа №1

Формулы для решения коалиционных игр в чистых стратегиях и нахождения гарантированных выигрышей

Составьте формулы для нахождения нижней, верхней цены и гарантированного выигрыша матричной игры на примере коалиционной игры первого уровня и нажмите кнопку "Продолжить".

Нижняя цена коалиционной игры s-того игрока против остальных определяется по формуле:

$$v_s^l = \max_{i_s} \min_{\{i_1, \dots, i_{s-1}, i_{s+1}, \dots, i_k\}} a_{i_1, \dots, i_k}^s$$

Верхняя цена коалиционной игры s-того игрока против остальных определяется по формуле:

$$v_s^l = \min_{\{i_1, \dots, i_{s-1}, i_{s+1}, \dots, i_k\}} \max_{i_s} a_{i_1, \dots, i_k}^s$$

Гарантированный выигрыш s-того игрока при его игре против остальных определяется по формуле:

$$v_s^l = \max_{i_s} \min_{\{i_1, \dots, i_{s-1}, i_{s+1}, \dots, i_k\}} a_{i_1, \dots, i_k}^s$$

Матрица дохода s-того игрока при его игре против остальных:

Продолжить

где $\{i_1, \dots, i_{s-1}, i_{s+1}, \dots, i_k\}$ - множество возможных сочетаний номеров стратегий всех игроков, кроме s-того, $1 \leq s \leq k$
 k - число игроков
 n_s - число стратегий s-того игрока

4. Находим минимаксы и максимины для коалиционных игр:

1) Коалиция первого уровня

Лабораторная работа №1

Коалиции первого уровня

Решение одной из коалиционных игр первого уровня в чистых стратегиях.

Найдите нижнюю, верхнюю цены игры и гарантированный выигрыш для коалиционной игры первого уровня 1 игрока против остальных и укажите, существует ли решение в чистых стратегиях, или нет. Для этого:

- Заполните столбец α_i (столбец минимумов строк: $\alpha_i = \min a_{ij}$) и строку β_j (строка максимумов столбцов: $\beta_j = \max a_{ij}$), после чего найдите максимальное из чисел α_i : $\alpha = \max \alpha_i$ и минимальное из чисел β_j : $\beta = \min \beta_j$ и нажмите кнопку "Продолжить".
- Введите значения нижней, верхней цены игры и гарантированного выигрыша в соответствующие поля и укажите, существует ли решение игры в чистых стратегиях, после чего, нажмите кнопку "Продолжить".

Стратегии коалиции 2, 3 и 4 игроков

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇	B ₈	α_i
A ₁	0	-9	-2	3	-3	9	10	-3	-9
A ₂	1	9	-2	-9	2	-3	0	-9	-9
β_j	1	9	-2	3	2	9	10	-3	-3

Нижняя цена игры $v_1^l = -9$

Верхняя цена игры $v_1^l = -3$

Гарантированный выигрыш $v_1^l = -9$

Решение в чистых стратегиях:

☐ существует

☒ не существует

Продолжить

2) Коалиция второго уровня

Лабораторная работа №1

Коалиции второго уровня

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в чистых стратегиях.

Найдите нижнюю, верхнюю цены игры и гарантированный выигрыш для коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных и укажите, существует ли решение в чистых стратегиях, или нет.

Для этого:

1. Заполните столбец α_i (столбец минимумов строк: $\alpha_i = \min a_{ij}$) и строку β_j (строка максимумов столбцов: $\beta_j = \max a_{ij}$), после чего найдите максимальное из чисел α_i : $\alpha = \max \alpha_i$ и минимальное из чисел β_j : $\beta = \min \beta_j$ и нажмите кнопку "Продолжить".
2. Введите значения нижней, верхней цены игры и гарантированного выигрыша в соответствующие поля и укажите, существует ли решение игры в чистых стратегиях, после чего, нажмите кнопку "Продолжить".

Стратегии коалиции 3 и 4 игроков

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	α_i
A ₁	-1	-13	-7	8	-13
A ₂	-13	12	5	-11	-13
A ₃	4	14	1	-2	-2
A ₄	12	-8	-5	-9	-9
β_j	12	14	5	8	

$\alpha = -2$

$\beta = 5$

Нижняя цена игры $v_{1,2}^2 = -2$

Верхняя цена игры $\bar{v}_{1,2}^2 = 5$

Гарантированный выигрыш $v_{1,2}^2 = -2$

Решение в чистых стратегиях:

☐ существует

☒ не существует

Продолжить

3) Коалиция третьего уровня

Лабораторная работа №1

Коалиции третьего уровня

Решение одной из коалиционных игр третьего уровня в чистых стратегиях.

Найдите нижнюю, верхнюю цены игры и гарантированный выигрыш для коалиционной игры третьего уровня 1, 2 и 3 игроков против остальных и укажите, существует ли решение в чистых стратегиях, или нет.

Для этого:

1. Заполните столбец α_i (столбец минимумов строк: $\alpha_i = \min a_{ij}$) и строку β_j (строка максимумов столбцов: $\beta_j = \max a_{ij}$), после чего найдите максимальное из чисел α_i : $\alpha = \max \alpha_i$ и минимальное из чисел β_j : $\beta = \min \beta_j$ и нажмите кнопку "Продолжить".
2. Введите значения нижней, верхней цены игры и гарантированного выигрыша в соответствующие поля и укажите, существует ли решение игры в чистых стратегиях, после чего, нажмите кнопку "Продолжить".

Стратегии 4-го игрока

	B ₁	B ₂	α_i
A ₁	1	-18	-18
A ₂	-17	2	-17
A ₃	-20	21	-20
A ₄	6	-3	-3
A ₅	7	22	7
A ₆	9	-3	-3
A ₇	12	-18	-18
A ₈	-8	0	-8
β_j	12	22	

$\alpha = 7$

$\beta = 12$

Нижняя цена игры $v_{1,2,3}^2 = 7$

Верхняя цена игры $\bar{v}_{1,2,3}^2 = 12$

Гарантированный выигрыш $v_{1,2,3}^2 = 7$

Решение в чистых стратегиях:

☐ существует

☒ не существует

Продолжить

5. Переходим к преобразованной игре и составляем ЗЛП:

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.
Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом сведения к системе из двух ЗЛП.

Найдите решение в смешанных стратегиях коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных (матричной игры игрока А против В (ввели обозначения: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)). Для этого:

1. Выполните переход к преобразованной игре, задав число $\alpha \geq 0$ и нажав кнопку "Продолжить".
(Преобразованная игра – игра с положительной матрицей (все ее элементы положительны) $U: U = A + \alpha \cdot E$, где A - матрица исходной игры, E - матрица размерности матрицы A , с единичными элементами, $\alpha \geq 0; U > 0$)
2. Составьте две задачи линейного программирования (ЗЛП) к решению которых сводится решение преобразованной игры в смешанных стратегиях и нажмите кнопку "Продолжить" для автоматического отыскания решений ЗЛП.
3. По найденным решениям ЗЛП (X^* и Y^*) определите оптимальные смешанные стратегии игрока А – p и игрока В – q и цену игры v (с точностью до третьего знака после запятой) и нажмите кнопку "Продолжить".

Матрица игры:

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	-1	-13	-7	8
A ₂	-13	12	5	-11
A ₃	4	14	1	-2
A ₄	12	-8	-5	-9

$A = A_{1,2}^2 = (a_{1,2}^2)_{n \times m} =$

$n = 4; \quad m = 4;$

$\alpha = 14$

Составление ЗЛП

Задача А

$(e_1, X) \rightarrow \min$
 $X \in R_X$

$R_X = \{X: U^T \cdot X \geq e_1, X \geq 0\}$

Задача В

$(e_2, Y) \rightarrow \max$
 $Y \in R_Y$

$R_Y = \{Y: U \cdot Y \leq e_2, Y \geq 0\}$

Продолжить

6. Ищем цену игры, решая ЗЛП

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом сведения к системе из двух ЗЛП.

Найдите решение в смешанных стратегиях коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных (матричной игры игрока А против В (ввели обозначения: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)). Для этого:

1. Выполните переход к преобразованной игре, задав число $\alpha \geq 0$ и нажмите кнопку "Продолжить". (Преобразованная игра - игра с положительной матрицей (все ее элементы положительны) $U: U = A + \alpha \cdot E$, где A - матрица исходной игры, E - матрица размерности матрицы A , с единичными элементами, $\alpha \geq 0; U > 0$).
2. Составьте две задачи линейного программирования (ЗЛП) к решению которых сводится решение преобразованной игры в смешанных стратегиях и нажмите кнопку "Продолжить" для автоматического отыскания решений ЗЛП.
3. По найденным решениям ЗЛП (X^* и Y^*) определите оптимальные смешанные стратегии игрока А - p и игрока В - q и цену игры v (с точностью до третьего знака после запятой) и нажмите кнопку "Продолжить".

Решение найдено. Нажмите кнопку "Продолжить".

Матрица игры:

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	-1	-13	-7	8
A ₂	-13	12	5	-11
A ₃	4	14	1	-2
A ₄	12	-8	-5	-9

$A = A_{1,2}^2 = (a_{1,2}^2)_{i,j \in \text{пкт}} =$

$n = 4; \quad m = 4;$

$\alpha = 14$

$e_1 = (1, \dots, 1)^T \in R^4$

$e_2 = (1, \dots, 1)^T \in R^4$

Задача (А)

$(e_1, X) \rightarrow \min_{X \in R_X}$

$R_X = \{X: U^T \cdot X \geq e_2, X \geq 0\}$

Задача (В)

$(e_2, Y) \rightarrow \max_{Y \in R_Y}$

$R_Y = \{Y: U \cdot Y \leq e_1, Y \geq 0\}$

Решения ЗЛП

$X^* =$

	1	2	3	4
0.0122	0	0.061	0	4
0	1	2	3	4
0	0	0.0407	0.0325	

$Y^* =$

	1	2	3	4
0	1	2	3	4
0	0	0.0407	0.0325	

Решение исходной задачи

$p =$

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
0.167	0	0.833	0	
0	0	0.556	0.444	
-0.339				

$q =$

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
0	0	0.556	0.444	
-0.339				

$v = -0.339$

start Lab1 Calculator **Продолжить**

7. Определяем стратегии по методу Брауна

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.
Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом итераций Брауна.

Найдите приближенное решение в смешанных стратегиях коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных (матричной игры игрока А против В (ввели обозначения: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)).
 Для этого:
 2. Заполните таблицу Брауна, вводя последовательно на каждом шаге номера оптимальных относительно всех предыдущих ходов противника стратегий игроков А и В (первая стратегия игрока А выбирается произвольно).

Матрица игры:

		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	-1	-13	-7	8	
A ₂	-13	12	5	-11	
A ₃	4	14	1	-2	
A ₄	12	-8	-5	-9	

$A = A_{1,2}^2 =$

Точность решения заданная: $\varepsilon = 0.1$ достигнутая: $\Delta(15) = 1.692$

Введите номер i выбираемой в данной партии стратегии игрока А:
 Выбор игрока А: i =

k	i	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	j	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	\bar{v}	\bar{v}	$\Delta(k)$
1	1	-1	-13	-7	8	2	-13	12	14	-8	-13	14	27
2	3	3	1	-6	6	3	-20	17	15	-13	-3	8.5	11.5
3	2	-10	13	-1	-5	1	-21	4	19	-1	-3.333	6.333	9.333
4	3	-6	27	0	-7	4	-13	-7	17	-10	-1.75	4.25	6
5	3	-2	41	1	-9	4	-5	-18	15	-19	-1.8	3	4.75
6	3	2	55	2	-11	4	3	-29	13	-28	-1.833	2.167	3.917
7	3	6	69	3	-13	4	11	-40	11	-37	-1.857	1.571	3.321
8	1	5	56	-4	-5	4	19	-51	9	-46	-0.625	2.375	2.196
9	1	4	43	-11	3	3	12	-46	10	-51	-1.222	1.333	1.958
10	1	3	30	-18	11	3	5	-41	11	-56	-1.8	1.1	1.725

Продолжить

8. Ищем цену игры, после применения метода Брауна

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.
Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом итераций Брауна.

Найдите приближенное решение в смешанных стратегиях коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных (матричной игры игрока А против В (ввели обозначения: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)).
Для этого:
3. Определите с помощью выданной выжимки из таблицы Брауна оптимальные смешанные стратегии игрока А – p и игрока В – q и цену игры v (с точностью до третьего знака после запятой) и нажмите кнопку "Продолжить".

Матрица игры:

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	-1	-13	-7	8
A ₂	-13	12	5	-11
A ₃	4	14	1	-2
A ₄	12	-8	-5	-9

$A = A_{1,2}^2 = A_3$

Точность решения заданная: $\varepsilon = 0.1$ достигнутая: $\Delta(15) = 1.692$

Сокращенная таблица

k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
i	3	2	3	3	3	3	1	1	1	3	3	3	3	3
j	3	1	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3
y	-3	-3.333	-1.75	-1.8	-1.833	-1.857	-0.625	-1.222	-1.8	-1.545	-1.333	-1.154	-1	-0.867
y	8.5	6.333	4.25	3	2.167	1.571	2.375	1.333	1.1	1.091	1.083	1.077	1.071	1.067
Δ(k)	11.5	9.333	6	4.75	3.917	3.321	2.196	1.958	1.725	1.716	1.708	1.702	1.696	1.692

Приближенное решение задачи

$p =$ 0.25 0.125 0.625 0

$q =$ 0.067 0.067 0.533 0.333

$v =$ 0.221

start lab. Calculator Продолжить

9. Итоговый отчет по работе:

Параметры игры:
Количество игроков: 4 Максимальный выигрыш игрока: 10
Число стратегий игроков: Номер игрока
Установки
Число стратегий

Номер игрока	1	2	3	4
Установки	2	2	2	2
Число стратегий	2	2	2	2

Ограничение на число итераций в методе Брауна: 15

Задание

	Число допущенных ошибок	Лимит ошибок
Формирование матрицы одной из коалиционных игр первого уровня		
Ввод размерности матрицы.....	0	3
Ввод элементов матрицы.....	1	3
Формирование матрицы одной из коалиционных игр второго уровня		
Ввод размерности матрицы.....	0	3
Ввод элементов матрицы.....	0	3
Формирование матрицы одной из коалиционных игр второго уровня		
Ввод размерности матрицы.....	0	3
Ввод элементов матрицы.....	0	3
Решение одной из коалиционных игр первого уровня в чистых стратегиях		
Нахождение максимина и минимакса.....	0	3
Установление существования решения.....	0	3
Решение одной из коалиционных игр второго уровня в чистых стратегиях		
Нахождение максимина и минимакса.....	0	3
Установление существования решения.....	0	3
Решение одной из коалиционных игр третьего уровня в чистых стратегиях		
Нахождение максимина и минимакса.....	0	3
Установление существования решения.....	0	3
Решение одной из коалиционных игр в смешанных стратегиях методом сведения к ЗЛП		
Переход к преобразованной игре.....	0	3
Составление ЗЛП.....	0	3
Определение оптимальных стратегий и цены игры.....	0	3
Решение одной из коалиционных игр в смешанных стратегиях методом Брауна		
Составление таблицы Брауна.....	0	-
Определение оптимальных стратегий и цены игры.....	0	3

Завершение выполнения лабораторной работы

Сохранить протокол выполнения работы? Да Нет

Закреть приложение