

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПУАССОНОВСКИХ ПОТОКОВ»

Аннотация

Понятие потока однородных событий возникло в математике как отражение различных физических, социальных или экономических явлений, например: потока вызовов на АТС, потока транспортных единиц, потока клиентов в определённый промежуток времени и т.п. Теорию потока однородных событий, которая легла в основу теории массового обслуживания, разработал советский математик А. Я. Хинчин

Ключевые слова: поток событий, однородный поток, промежуток времени

Введение

Поток событий — последовательность событий, которые наступают в случайные моменты времени (например, поток вызовов на телефонной станции, поток отказов ЭВМ, поток покупателей и т.п.). Простейший (стационарный пуассоновский) поток - поток событий, обладающий свойствами стационарности (однородности), ординарности и отсутствия последствия.

1. Стационарный (однородный) поток событий

Поток характеризуется интенсивностью $\mu(\tau)$ — частотой появления событий или средним числом событий, происходящий за единицу времени. Поток событий называется стационарным, если его вероятностные характеристики не зависят от времени. В частности, интенсивность стационарного потока есть величина постоянная: $\mu(t) = \text{const}$. Например, поток

автомобилей на городском проспекте не является стационарным в течение суток, но этот поток можно считать стационарным в определенное время суток, скажем, в часы пик. В этом случае фактическое число проходящих автомобилей в единицу времени (например, в каждую минуту) может заметно различаться, но среднее их число постоянно и не будет зависеть от времени.

2. Ординарный поток событий

Поток событий называется ординарным, если вероятность попадания на малый (элементарный) участок времени двух и более событий пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания одного события. Другими словами, поток событий ординарен, если события появляются в нем поодиночке, а не группами. Например, поток поездов, подходящих к станции, ординарен, а поток вагонов не ординарен.

3. Поток с отсутствием последствия

Поток событий называется потоком без последствия, если для любых двух непересекающихся участков времени число событий, попадающих на один из них, не зависит от числа событий, попадающих на другие. Например, поток пассажиров, входящих в метро, практически не имеет последствия. А, скажем, поток покупателей, отходящих с покупками от прилавка, уже имеет последствие (хотя бы потому, что интервал времени между отдельными покупателями не может быть меньше, чем минимальное время обслуживания каждого из них).

4. Простейший (пуассоновский) поток событий

Поток событий называется простейшим (стационарным пуассоновским), если он одновременно стационарен, ординарен и не имеет последствий. Название «простейший» объясняется тем, что с простейшими потоками имеет наиболее простое математическое описание. Пуассоновский поток событий может быть и не стационарным (не однородным), моделирование именно таких потоков имеет больший интерес для изучения этой темы.

5. Метод максимального сечения

Для точного моделирования неоднородного пуассоновского потока применяется «метод максимального сечения» или «метод прореживания событий пуассоновского потока» и его модификации. Согласно этому методу промежуток времени Δt между двумя последовательными событиями определяется равенством

$$\Delta \tau_k = \theta_N, \quad N = \min \left\{ l: \alpha_l \leq \frac{\mu(\tau_{k-1} + \theta_l)}{\mu^*} \right\}, \quad \theta_l = \sum_{i=1}^l \xi^i,$$

где $\xi^1, \xi^2 \dots$ - последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин имеющих показательное распределение с параметром μ^* , ограничивающим сверху значение интенсивности, а $\alpha_1, \alpha_2 \dots$ - последовательность независимых случайных величин, имеющих равномерное распределение на интервале (0,1)

6. Модифицированный метод максимального сечения

Более экономичный модифицированный метод «максимального сечения» предполагает вычисление числа N по следующей формуле:

$$N = \min \left\{ l: 1 - \alpha \leq \prod_{i=1}^l \left(1 - \frac{\mu(\tau_{k-1} + \theta_l)}{\mu^*} \right) \right\}$$

где α – случайная величина, имеющая равномерное распределение на интервале $(0,1)$. Использование модифицированного метода «максимального сечения» сокращает количество необходимых реализаций случайных величин.

Заключение

Моделирование пуассоновского потока событий – это прикладная задача. Примерами потоков событий являются: поток звонков на телефонную станцию, в милицию или на станцию скорой помощи; поток заявок в системе массового обслуживания; поток автомобильных аварий на дорогах города и т. д. Для того, чтобы смоделировать все эти процессы, нужно знать методы моделирования и уметь сравнивать их между собой, чтобы выявить наилучший метод. Был рассмотрен метод «максимального сечения» и его модификация, которая моделирует поток событий быстрее по времени, за счет уменьшения количества операций.

Список использованных источников

1. Рыбаков К. А. «Статистические методы анализа и фильтрации в непрерывных стохастических системах»
2. https://studme.org/290183/matematika_himiya_fizik/potoki_sobytiy#:~:text=П од%20потоком%20событий%20понимается%20последовательность,в%20 СМО%20в%20единицу%20времени

Оглавление

Аннотация	1
Введение.....	1
1. Стационарный (однородный) поток событий	1
2. Ординарный поток событий.....	2
3. Поток с отсутствием последствия	2
4. Простейший (пуассоновский) поток событий.....	3
5. Метод максимального сечения	3
6. Модифицированный метод максимального сечения.....	4
Заключение	4
Список использованных источников	4

Глоссарий

Вероятностные характеристики - различные виды распределений вероятностей, среди которых основное применение получили интегральная функция распределения вероятностей и плотность вероятности.

Независимая одинаково распределённая случайная величина (НОРСВ) - о наборе случайных величин говорят, что они являются независимыми одинаково распределёнными, если каждая из них имеет такое же распределение, что и другие, и все величины являются независимыми в совокупности.

Показательное распределение - абсолютно непрерывное распределение, моделирующее время между двумя последовательными свершениями одного и того же события.

Примеры тестовых заданий

1. Что такое поток событий?

- a) промежуток времени
- b) случайная величина
- c) последовательность событий
- d) распределение

2. Интенсивность потока – это ...

- a) частота появления событий
- b) мощность появления событий
- c) дальность появления событий
- d) приближенное значение математического ожидания

- 3. Какой функцией описывается интенсивность потока в однородном потоке событий?**
- a) экспоненциальной
 - b) квадратической
 - c) линейной
 - d) константой
- 4. Как называется поток, в котором события появляются по одиночке?**
- a) ординарный
 - b) стационарный
 - c) однородный
 - d) одиночный
- 5. Верно ли утверждение, что «поток людей в метро почти не имеет последствий»? (да, нет)**
- 6. Простейший поток событий - это ...**
- a) неоднородный пуассоновский поток
 - b) однородный пуассоновский поток
 - c) поток событий, который просто моделировать
 - d) поток событий с простой интенсивностью
- 7. Модифицированный метод максимального сечения даёт преимущества по времени, по сравнению с обычным методом? (да, нет)**