

# Замечательные числа. Ноль, 666 и другие бестии

Автор: Орхан Махмудов

# Числа и их влияние

Существует множество разновидностей чисел. Это настоящая система, определяющая наши механизмы познания и видение мира. Можно говорить о натуральных, целых, вещественных, рациональных, иррациональных, мнимых, трансцендентных и многих других числах.

На сегодняшний день числа обрели огромное влияние, о котором в древности никто не мог и мечтать. Они проникли во все сферы нашей жизни, в том числе и в те, которые считались совершенно им чуждыми. Рассмотрим, что скрывают наиболее любопытные числа.

# Первые натуральные числа и их значение

В античности первые десять чисел считались особенно важными.

- Нуль – это пустота, отсутствие числа. Оно трактовалось как «ничто», получаемое, например, вычитанием числа из самого себя.
- Число 1 считалось неделимой единицей, служившей основой всех остальных чисел. Уникально оно с точки зрения арифметики: единица совпадает со своим факториалом, квадратом и всеми остальными степенями.
- В античности число 2 имело особое значение: оно обозначало двойственность, столкновение двух противоположностей. С точки зрения математики 2 – единственное простое четное число, поэтому оно заслуживает особого положения.
- Тройка считалась символом совершенного творения и божественного единства. Человеку вообще свойственно группировать объекты в уме по три: так, например, обычно мы повторяем попытку трижды, и лишь тогда отступаемся от задуманного.

# Первые натуральные числа и их значение

- Четвёрка имела отношение к диаде, так как являлась её квадратом. У греков число 4 символизировало 4 элемента – воду, землю, огонь и воздух.
- Число 5 состояло из первого нечетного и первого четного числа. Оно считалось числом любви, а греки называли его «природой», так как результат его умножения на само себя, оканчивался тем же числом.
- Для многих культур число 6 было символом равновесия и стабильности. Евклид называл его совершенным, так как оно равняется сумме своих сомножителей.
- Число 7 было в высшей степени священным. Оно обозначало единство первичного и вторичного состояний. Поэтому неделя состоит из семи дней, а жизнь человека делится на этапы продолжительностью по 7 лет каждый.



# Первые натуральные числа и их значение

- Для греков число 8 обозначало гармонию, так как гармония есть сочетание системы тонов, которая имеет своим основанием октаву. С точки зрения арифметики 8 было вторым кубическим числом:  $2^3$ .
- Число 9 считалось числом истины, так как при умножении оно воспроизводило само себя.
- Число 10 в Античности представляло собой модель совершенного, отражавшего божественный порядок. Для христиан число 10 было числом справедливости и благодати, суммой творения, которое обозначалось числом 7, и Троицы, обозначавшейся числом 3.

# Особые числа современности. Число $e$

Число  $e$  является самым знаменитым после числа  $\pi$ , которое определяется как предел  $(1 + 1/n)^n$  при  $n$  стремящемся к бесконечности, и равняется 2,7182818 ... Оно считается важнейшим в математическом анализе, в частности потому, что функция  $e^x$  совпадает со своей производной. Кроме стандартного определения, данное число можно представить несколькими элегантными способами, например, таким:

$$e = 1 + 1/1 + 1/(1 \cdot 2) + 1/(1 \cdot 2 \cdot 3) + 1/(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4) + \dots$$

Упростив выражение в знаменателях, получим:

$$e = 1 + 1/1! + 1/2! + 1/3! + 1/4! + \dots$$

Еще гармоничнее число можно выразить с помощью непрерывных дробей:

$$e = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \dots}}}}}}$$

# Особые числа современности. Мнимые числа

Квадратный корень из  $-1$  впервые обозначил буквой  $i$  Леонард Эйлер в 1777 году. Любое мнимое число можно записать в виде  $ib$ , где  $b$  – вещественное число,  $i$  – мнимая единица, обладающая следующим свойством:  $i^2 = -1$ . Числа вида  $(a\sqrt{-1}) = ai$  называются чисто мнимыми, числа вида  $(a + b\sqrt{-1} = a + bi)$  – комплексными. С помощью мнимых чисел сегодня рассчитываются, калибруются и контролируются такие детали, как статоры в электрических трансформаторах.

Мнимые числа обладают одним любопытным свойством: результаты их возведения в различные степени повторяются.

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

$$i^4 = 1$$

$$i^5 = i$$

$$i^6 = -1$$

$$i^7 = -i$$

$$i^8 = 1$$

# Числа с именами

Некоторые числа были удостоены носить свои имена. Расскажем поподробнее о некоторых из них: сначала поговорим о числах с фантастическими названиями, а затем — о числах с собственным именем и фамилией.



# Совершенные числа

По определению, совершенное число – это число, равное сумме всех своих делителей, за исключением себя самого. В античные времена это свойство считалось проявлением божественного, отсюда и происходит название чисел. Два первых совершенных числа – это 6 ( $6 = 3 + 2 + 2$ ) и 28 ( $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ ). Следующие два – 496 и 8128. Самое большое из известных совершенных чисел на сегодняшний день равняется  $2^{3021376}(2^{3021377} - 1)$ .

# Радостные числа

Определим алгоритм: выберем целое положительное число, записанное в десятичной системе счисления, и найдем сумму квадратов его цифр, которая будет другим целым положительным числом. Для этого числа снова найдем сумму квадратов его цифр, затем будем повторять эти действия до тех пор, пока не получим 1 или не придем к бесконечному циклу. Числа, для которых результат этих действий равен 1, называются радостными. Например, число 203 является радостным, так как  $2^2 + 3^2 = 13$ ;  $1^2 + 3^2 = 10$ ;  $1^2 + 0^2 = 1$ .

# Циклические числа

Циклическим называется натуральное  $n$ -значное число, которое при умножении на любое натуральное число от 1 до  $n$  дает число, записанное теми же цифрами, что и исходное число, с циклическим сдвигом. Наиболее известным примером циклического числа является 142857.

$$142857 \cdot 1 = 142857$$

$$142857 \cdot 2 = 285714$$

$$142857 \cdot 3 = 428571$$

$$142857 \cdot 4 = 571428$$

$$142857 \cdot 5 = 714285$$

$$142857 \cdot 6 = 857142$$

# Числа Капрекара

Число Капрекара – это число, обладающее следующим свойством: если возвести его в квадрат, взять определенное число цифр справа и сложить их с числом, образованным цифрами, оставшимися слева, то получится исходное число. Пример:  $297^2 = 88209$ , сумма его частей равна  $88 + 209 = 297$ . Таким образом, 297 является числом Капрекара.



# Числа Каталана

Числа Каталана описываются формулой:  $\frac{1}{1+n} \binom{2n}{n}$ . Числами Каталана являются 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, 58786. Этот ряд оказался полезным при решении многих задач. Например, сколькими способами можно разделить правильный n-угольник на (n-2) треугольника, если при этом все возможные повороты треугольников будут учитываться отдельно? Ответом будут числа Каталана.

# Числа Фибоначчи

Числа Фибоначчи обозначаются  $F_n$ . Первыми числами ряда Фибоначчи являются 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ... - каждый член последовательности, за исключением второй единицы, равен сумме двух предыдущих. Благодаря своим свойствам ряд Фибоначчи является самым изучаемым числовым рядом в математике. Основное из этих свойств связано с золотым сечением. Чтобы продемонстрировать это свойство, необходимо найти отношение каждого числа Фибоначчи к предыдущему:

$$F_2/F_1 = 1/1 = 1$$

$$F_3/F_2 = 2/1 = 2$$

$$F_4/F_3 = 3/2 = 1,5$$

$$F_5/F_4 = 5/3 = 1,6666$$

$$F_6/F_5 = 8/5 = 1,6$$

Это соотношение приближается к золотому числу (1,61803). И действительно, золотое число является пределом описанной выше последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n/F_{n-1} = \Phi$$

# Зловещие числа

Некоторые числа вызывают ужас и заставляют покрываться холодным потом. С древних времен они считались зловещими, приносящими несчастье или же вызывали всеобщее подозрение, так как полагалось, что они были связаны с Апокалипсисом. Рассмотрим некоторые из них.

# 13

Представители западной культуры считают это число пугающим и зловещим. Древние евреи также считали, что число 13 приносит несчастье, - видимо, это мнение появилось после Тайной вечери, на которой присутствовали Иисус и 11 апостолов – всего 12 человек, а тринадцатый, Иуда оказался предателем.

Число 13 до сих пор вызывает почтительный страх: ни в одном самолете авиакомпании Iberia и Alitalia нет тринадцатого ряда кресел, модели автомобилей компании Renault обозначаются числами от 3 до 21, за исключением числа 13; во многих европейских городах на улицах нет дома под номером 13, а во многих гостиницах нет комнат под этим номером.



# 666

Среди всех зловещих чисел пальму первенства стоит отдать числу 666. Это число, которое называется «числом зверя», использовали прорицатели и нумерологи всех времен. Однако данное число очень интересно с точки зрения арифметики, так как оно обладает рядом любопытных свойств. К примеру, число 666 равно сумме своих цифр и их кубов:  $666 = 6 + 6 + 6 + 6^3 + 6^3 + 6^3$ . Его также можно представить в виде суммы кубов, которая будет палиндромом:  $666 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 5^3 + 4^3 + 3^3 + 2^3 + 1^3$ . Более того, данное число имеет связь с числом  $\pi$  : оно равно сумме первых 144 цифр  $\pi$ .

# Вывод

Еще в древности числа обрели особое арифметическое и мистическое значение. В наши дни представления о числах трансформировались в нечто другое, некоторые из них «обросли» новыми мифами, а некоторые получили свое имя и даже фамилию. Однако несмотря на всю мистику и тайны, окутывающие мир чисел, он всегда остается притягательным и захватывающим.