



1

Теоретические вопросы

1. Какая механическая система является консервативной?

Какая механическая система является консервативной?

Выберите один ответ:

- а. в которой сохраняется полная механическая энергия ✓
- б. в которой сохраняется функция Лагранжа
- в. в которой сохраняется потенциальная энергия
- г. в которой сохраняется кинетическая энергия

2. Какое утверждение неверное?

Ответ: а

Какое утверждение неверное?

Выберите один ответ:

- а. для неголономных систем число степеней свободы меньше числа обобщённых координат
- б. для неголономных систем число степеней свободы равно числу независимых вариаций обобщённых координат
- в. для голономных систем число степеней свободы равно числу обобщённых координат
- г. для неголономных систем число степеней свободы равно числу обобщённых координат

Пусть рассматриваемая система голономна. Это значит, что число m обобщенных координат системы равно числу n ее степеней свободы, и в уравнении (3.9) все вариации δq_j обобщенных координат независимы. В силу произвольности величин δq_j , уравнение (3.9) распадается на n независимых уравнений вида

3. Момент инерции тела относительно координатной оси Ox ...

Ответ: а

Момент инерции тела относительно координатной оси Ox вычисляется по формуле:

Выберите один ответ:

- a. $\int (y^2 + z^2) dm$
- b. $\int (x^2 + y^2 + z^2) dm$
- c. $\int (x^2 + y^2) dm$
- d. $\int \int \int (z^2 + x^2) dm$

а моменты инерции тела относительно координатных осей Ox, Oy, Oz вычисляются по формулам

$$I_x = \iiint_U (y^2 + z^2) \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad I_y = \iiint_U (x^2 + z^2) \rho(x, y, z) dx dy dz,$$

$$I_z = \iiint_U (x^2 + y^2) \rho(x, y, z) dx dy dz.$$

4. Если равны нулю проекции на две взаимно перпендикулярные оси...

Ответ: б (По Ньютону)

Если равны нулю проекции на две взаимно перпендикулярные оси главного вектора внешних сил, действующих на механическую сист

Выберите один ответ:

- a. центр масс системы движется равномерно вдоль любой из перпендикулярных осей
- b. центр масс системы движется ускоренно вдоль перпендикулярной им оси
- c. центр масс системы движется равномерно и прямолинейно
- d. центр масс системы находится в состоянии покоя

5. Кинетический момент тела с одной закрепленной точкой...

Вопрос 3

Верно

Баллов: 5,00 из 5,00

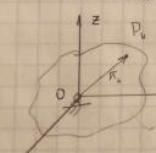
Кинетический момент тела с одной закреплённой точкой вычисляется по формуле...

(J – тензор инерции в точке O , $J_x, J_y, J_z, J_x z, J_y z$ – осевые и центробежные моменты инерции тела)

Выберите один или несколько ответов:

- a. $K_x = -J_{xz}\omega_z, K_y = -J_{yz}\omega_z, K_z = J_z\omega_z$
- b. $K_x = J_x\omega_x, K_y = J_y\omega_y, K_z = J_z\omega_z$ ✓
- c. $K_O^2 = J_x\omega_x^2 + J_y\omega_y^2 + J_z\omega_z^2$
- d. $\vec{K}_O = J\vec{\omega}$ ✓

Кинетический момент и кинетическая энергия тела с предыдущим.



$$\bar{K}_o = \bar{L}_{o-p} = \sum_{k=1}^N \bar{r}_k \times m_k \bar{v}_k$$

$$\text{или} \quad \bar{v}_k = \bar{\omega} \times \bar{r}_k$$

$Oxyz$ – class. с телом с.к.

$$\bar{K}_o = \sum m_k \bar{r}_k \times (\bar{\omega} \times \bar{r}_k) = \sum m_k (\bar{\omega} \bar{r}_k^\perp - \bar{r}_k (\bar{r}_k \cdot \bar{\omega})) = \sum m_k (\bar{\omega} (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2) -$$

$$\bar{\omega} \cdot (p, q, r) \quad \bar{r}_k (x_k p + y_k q + z_k r) = (\sum m_k (y_k^2 + z_k^2)) p -$$

$$(\sum m_k (x_k y_k)) q - (\sum m_k (x_k z_k)) r \quad \text{или}$$

$$K_o = (K_x, K_y, K_z) \quad \Rightarrow \quad K_x = \sum m_k y_k^2 \bar{\omega} - (\sum m_k x_k y_k) \bar{q} - (\sum m_k x_k z_k) \bar{r}$$

$$K_y = \sum m_k x_k^2 \bar{\omega} - (\sum m_k y_k z_k) \bar{p} - (\sum m_k x_k z_k) \bar{r}$$

$$K_z = \sum m_k z_k^2 \bar{\omega} - (\sum m_k x_k y_k) \bar{p} - (\sum m_k x_k z_k) \bar{q}$$

$$\begin{pmatrix} K_x \\ K_y \\ K_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_k^2 & -z_k & x_k \\ -z_k & x_k & y_k \\ x_k & y_k & z_k \end{pmatrix} \bar{\omega} \quad \boxed{\bar{K}_o = \mathbf{J} \bar{\omega}}$$

6. Если главный вектор внешних сил, действующих...

Вопрос 1

Верно

Баллов: 5,00 из
5,00

Отметить вопрос

Если главный вектор внешних сил, действующих на механическую систему, равен нулю, то

Выберите один ответ:

- а. Система вращается с постоянной угловой скоростью
- б. Вектор импульса системы не меняется ✓
- в. Система движется поступательно
- г. Все точки системы имеют равные вектора ускорений

7. При каких связях действительное элементарное перемещение...

Ответ: б

При каких связях действительное элементарное перемещение может не быть виртуальным?

Выберите один ответ:

- а. склерономных (стационарных) геометрических
- б. реономных (нестационарных) геометрических
- в. склерономных (стационарных) удерживающих (односторонних)
- г. склерономных (стационарных) кинематических

Виртуальным перемещением механической системы называется

совокупность величин $\dot{\vec{r}}_v$, удовлетворяющая линейным однородным уравнениям

$$\sum_{\alpha=1}^N \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}_v} \cdot \dot{\vec{r}}_v = 0, \alpha = 1, 2, \dots, r \quad , (9)$$

$$\sum_{\beta=1}^N \bar{a}_{\beta v} \cdot \dot{\vec{r}}_v = 0, \beta = 1, 2, \dots, s \quad . (10)$$

где $\frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}_v}$, $\bar{a}_{\beta v}$ вычисляются при $t = t^*$, $\vec{r}_v = \vec{r}_v^*$. Очевидно, что для склерономной механической системы действительное перемещение будет одним из виртуальных, т.к. связи в склерономной системе явно от времени не зависят.

Виртуальными перемещениями называются бесконечно малые перемещения, допускаемые связями, при "замороженном времени". Т.е. они отличаются от возможных перемещений, только когда связи реономны (явно зависят от времени).

Если, например, на систему наложено l голономных реономных связей:

$$f_\alpha(\vec{r}, t) = 0, \alpha = \overline{1, l}$$

То возможные перемещения $\Delta \vec{r}$ - это те, которые удовлетворяют

$$\sum_{\alpha=1}^N \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}} \cdot \Delta \vec{r} + \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} \cdot \Delta t = 0, \alpha = \overline{1, l}$$

А виртуальные $\delta \vec{r}$:

$$\sum_{\alpha=1}^N \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}} \delta \vec{r} = 0, \alpha = \overline{1, l}$$

Виртуальные перемещения, вообще говоря, не имеют отношения к процессу движения системы — они вводятся лишь для того, чтобы выявить существующие в системе соотношения сил и получить условия равновесия. Малость же перемещений нужна для того, чтобы можно было считать реакции идеальных связей неизменными.

8. Чему равна функция Лагранжа?

Чему равна функция Лагранжа?

Выберите один ответ:

- a. $L = -(T + \Pi)$
- b. $L = -T + \Pi$
- c. $L = T + \Pi$
- d. $L = T - \Pi$

9. Какое выражение имеет циклический интеграл?

Какое выражение имеет циклический интеграл (C_i – постоянная)?

Выберите один ответ:

- a. $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = 0$
- b. $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = C_i$
- c. $\frac{\partial T}{\partial q_i} = C_i$
- d. $\frac{\partial L}{\partial q_i} = C_i$

10. Как можно записать дифференциальное уравнение вращения тела...

Как можно записать дифференциальное уравнение вращения тела вокруг неподвижной оси?

Выберите один ответ:

- a. $I_z \frac{d\omega_z}{dt} = R_z^e$
- b. $I_z \frac{d\varepsilon_z}{dt} = M_z^e$
- c. $I_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z^e$
- d. $I_z \omega_z = M_z^e$

C.

11. Какое из следующих утверждений не задает...

Какое из следующих утверждений не задаёт неравенство треугольника для моментов инерции J_x, J_y, J_z относительно трёх взаимно перпендикулярных осей?

Выберите один ответ:

- a. $J_x \geq J_z - J_y$
- b. $J_y \geq J_x - J_z$
- c. $J_y \leq J_x + J_z$
- d. $J_x \geq J_y + J_z$



12. В каком случае обобщенная координата является циклической?

В каком случае обобщённая координата является циклической?

Выберите один ответ:

- a. она явно не входит в выражение функции Лагранжа ✓
- b. она явно входит в выражение кинетической энергии, но не входит в выражение для потенциальной энергии
- c. она явно входит в выражения и кинетической и потенциальной энергий
- d. она явно не входит в выражение кинетической энергии, но входит в выражение для потенциальной энергии

13. Какие силы надо учитывать при составлении теоремы об изменении кинетической...

Какие силы надо учитывать при составлении уравнения теоремы об изменении кинетической энергии тела?

Выберите один ответ:

- a. все силы, работы которых на любом элементарном перемещении тела отлична от нуля ✓
- b. реакции связей без трения, наложенных на механическую систему
- c. только те силы, вектора которых коллинеарны вектору элементарного перемещения тела
- d. внутренние силы, действующие в абсолютно твердом теле

1

14. Ось Oz является главной осью инерции тела, если

Ось Oz является главной осью инерции тела, если

Выберите один ответ:

a. $J_{xy} = J_{yz} = 0$

b. $J_{xz} = J_{yz} = 0$



c. $J_{xz} = J_{yz}$

d. $J_{xy} = J_{xz} = 0$

15. Вектор момента количества движения материальной точки это

Вектор момента количества движения материальной точки это

Выберите один ответ:

a. $\vec{F} \times m\vec{v}$

b. $\vec{r} \times \vec{F}$

c. $\vec{r} \times m\vec{v}$



d. $\vec{r} \times \vec{v}$

16. При регулярной прецессии твердого тела в случае Эйлера

При регулярной прецессии твёрдого тела в случае Эйлера...

(φ, θ, ψ – углы Эйлера: φ – угол собственного вращения, ψ – угол прецессии, θ – угол нутации)

Выберите один или несколько ответов:

- a. угол нутации θ является постоянной величиной
✓
- b. тело вращается с постоянной угловой скоростью $\dot{\psi}$ вокруг оси симметрии
- c. ось симметрии тела описывает круговой конус вокруг постоянного вектора момента количества движения тела \vec{K}_O
✓
- d. ось симметрии тела движется вокруг вектора \vec{K}_O с постоянной угловой скоростью $\dot{\varphi}$

17. Центробежные моменты твердого тела относительно координатных осей...

Центробежные моменты твёрдого тела относительно координатных осей $Oxyz$ вычисляются по формулам:

Выберите один или несколько ответов:

- a. $\int xyz dm$
- b. $\int xy dm$
- c. $\int xz dm$
- d. $\int (x^2 + z^2) dm$

18. Вектор импульса материальной точки это

Вектор импульса материальной точки это

Выберите один ответ:

- а. векторное произведение силы на скорость
- б. произведение массы точки на вектор ее ускорения
- в. произведение массы точки на вектор ее скорости
- г. произведение силы тяжести точки на вектор ее скорости

19. Какой вид имеет уравнение малых колебаний для системы с одной степенью...

Какой вид имеет уравнение свободных малых колебаний для систем с одной степенью свободы (x – возмущение, т.е. отклонение значения переменной от её значения в устойчивом положении равновесия, a , b и c – положительные постоянные)?

Выберите один ответ:

- а. $a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0$
- б. $a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = \cos(t)$
- в. $a\ddot{x} + cx = 0$
- г. $a\ddot{x} + cx = \cos(t)$

20. При каких условиях не меняется кинетическая энергия абсолютно...**Вопрос 1**

Верно

Баллов: 5,00 из
5,00

При каких условиях не меняется кинетическая энергия абсолютно твердого тела на конечном перемещении?

Выберите один ответ:

- а. работа внутренних сил на конечном перемещении равна нулю
- б. кинетическая энергия тела всегда изменяется
- в. работа сил сопротивления на конечном перемещении равна нулю
- г. работа внешних сил на конечном перемещении равна нулю



1

21. Как формулируется принцип виртуальных перемещений?

Вопрос **2**

Верно

Баллов: 5,00 из
5,00

Как формулируется принцип виртуальных перемещений?

Выберите один ответ:

- a. при наложенных на механическую систему идеальных связях для сохранения положения равновесия сумма виртуальных работ активных сил равна 0 ✓
 - b. при перемещении точек механической системы сумма виртуальных работ активных сил равна 0
 - c. при наложенных на механическую систему идеальных связях для сохранения положения равновесия сумма элементарных работ активных сил равна 0
 - d. при наложенных на механическую систему неидеальных связях для сохранения положения равновесия сумма виртуальных работ активных сил равна 0
-

22. Моменты инерции тела J_x, J_y, J_z относительно трёх взаимно-перпендикулярных осей...

Вопрос 3

Верно

Баллов: 5,00 из 5,00

Моменты инерции тела J_x, J_y, J_z относительно трёх взаимно-перпендикулярных осей удовлетворяют неравенствам треугольника, которые задаются формулами:

Выберите один или несколько ответов:

a. $J_z \leq J_x + J_y$



b. $J_x \leq J_y - J_z$

c. $J_x \geq J_y + J_z$

d. $J_z \geq J_x - J_y$



23. Какая фраза не присутствует в определении виртуального перемещения?

Ответ: с

Вопрос 2

Неверно

Баллов: 0,00 из 5,00

Какая фраза не присутствует в определении виртуального перемещения?

Выберите один ответ:

- a. в фиксированный момент времени ✗
- b. является вариацией радиус-вектора
- c. осуществляется в действительности
- d. это мысленное перемещение

24. Тензор инерции в точке O ...**Вопрос 3**

Верно

Баллов: 5,00 из
5,00

Тензор инерции в точке O – это матрица, составленная из осевых и центробежных моментов инерции тела относительно декартовых осей координат и имеющая вид:

Выберите один или несколько ответов:

a.

$$\begin{pmatrix} J_x & J_{xy} & J_{xz} \\ -J_{yx} & J_y & J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_z \end{pmatrix}$$

b.

$$\begin{pmatrix} J_x & -J_{yx} & -J_{zx} \\ -J_{xy} & J_y & -J_{zy} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_z \end{pmatrix}$$

c.

$$\begin{pmatrix} J_x & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_y & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_z \end{pmatrix}$$

d.

$$\begin{pmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_z \end{pmatrix}$$

24. Если на механическую систему действуют помимо...

Вопрос 1

Верно

Баллов: 5,00 из
5,00

Если на механическую систему действуют помимо консервативных сил силы сопротивления, то

Выберите один ответ:

- a. кинетическая энергия возрастает, а потенциальная энергия не меняется
 - b. полная механическая энергия убывает ✓
 - c. полная механическая энергия не изменяется
 - d. полная механическая энергия возрастает
-

25. Какой вид уравнений Лагранжа верен?**Вопрос 2**

Верно

Баллов: 5,00 из 5,00

Какой вид уравнений Лагранжа верен?

Выберите один ответ:

a. $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \right) + \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$

b. $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$



c. $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$

d. $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \right) + \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$

26. Для моментов инерции J_e , J_{ec} тела относительно параллельных осей...
ОТВЕТ НЕПОЛНЫЙ!!!!!!**Вопрос 3**

Частично правильный

Баллов: 2,50 из 5,00

Для моментов инерции J_e и J_{ec} тела относительно параллельных осей e и e_c , где ось e_c проходит через центр масс тела, имеем....(m - масса тела, d - расстояние между осями)

Выберите один или несколько ответов:

a. $J_e = J_{ec} + md^2$



b. $J_e = J_{ec} + m^2d$

c. $J_e > J_{ec}$

d. $J_{ec} = J_e + md^2$



1

27. Спортсмен совершает прыжок в воду с вышки...

Ответ: а

Вопрос 1

Неверно

Баллов: 0,00 из
5,00

Спортсмен совершает прыжок в воду с вышки. Как изменяется его угловая скорость при входе в воду и почему?

Выберите один ответ:

- a. угловая скорость уменьшается из-за увеличения момента инерции
- b. угловая скорость не изменяется ✗
- c. угловая скорость увеличивается под действием момента силы тяжести
- d. угловая скорость увеличивается под действием силы тяжести

28. Какое условие существования резонанса для систем без трения при наличии...

Вопрос 2

Верно

Баллов: 5,00 из 5,00

Какое условие существования резонанса для систем без трения при наличии гармонической вынуждающей силы (x – возмущение, т.е. отклонение значения переменной от её значения в устойчивом положении равновесия, a и c – положительные постоянные, p – частота вынуждающей силы)?

Выберите один ответ:

a. $p = \sqrt{\frac{a}{c}}$

b. $p = \frac{a}{c}$

c. $p = \frac{c}{a}$

d. $p = \sqrt{\frac{c}{a}}$



29. Момент инерции тела относительно координатной оси Oz вычисляется по формуле...

Вопрос 3

Верно

Баллов: 5,00 из 5,00

Момент инерции тела относительно координатной оси Oz вычисляется по формуле...

Выберите один ответ:

a. $\int (z^2 + x^2) dm$

b. $\int (z^2 + y^2 + x^2) dm$

c. $\int (x^2 + y^2) dm$ ✓

d. $\int (y^2 + z^2) dm$

30. Пусть материальная точка имеет координаты x, y, z .

Вопрос 2

Верно

Баллов: 5,00 из 5,00

Отметить вопрос

Пусть материальная точка имеет координаты x, y, z . Наложенная на неё связь задаётся уравнением $f(x, y, z, t) = 0$. Какое утверждение неверно?

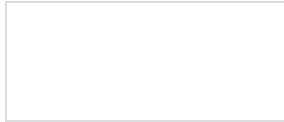
Выберите один ответ:

a. Связь кинематическая ✓

b. Связь удерживающая (двусторонняя)

c. Связь геометрическая

d. Связь реономная (нестационарная)



1

31. Какой вид общего решения уравнения свободных малых колебаний...

Ответ: а

Вопрос 2

Неверно

Баллов: 0,00 из
5,00

Какой вид общего решения уравнения свободных малых колебаний для систем с одной степенью свободы неверен (x – возмущение, т.е. отклонение значения переменной от её значения в устойчивом положении равновесия, C_1, C_2, A, ϵ – постоянные, определяемые из начальных условий, k – круговая частота колебаний)?

Выберите один ответ:

- a. $x = A_1 \cos(kt + \epsilon) + A_2 \sin(kt + \epsilon)$
- b. $x = A \sin(kt + \epsilon)$
- c. $x = A \cos(kt + \epsilon)$
- d. $x = C_1 \cos(kt) + C_2 \sin(kt)$

×

32. Укажите верное утверждение. Момент внешних сил...

Вопрос 3

Верно

Баллов: 5,00 из 5,00

Укажите верное утверждение. Момент внешних сил $\vec{M}_O^{(e)}$ относительно неподвижной точки O , необходимый для осуществления гироскопом регулярной прецессии...

(A, C – моменты инерции гироскопа относительно подвижных осей Ox, Oz , связанных с гироскопом и направленных по его главным осям инерции для точки O ; θ_0 – угол нутации, ω_1 – угловая скорость собственного вращения, ω_2 – угловая скорость прецессии гироскопа)

Выберите один или несколько ответов:

- a. $\vec{M}_O^{(e)} = \vec{\omega}_2 \times \vec{\omega}_1 [C + (C - A) \frac{\omega_1}{\omega_2} \cos \theta_0]$
- b. $|\vec{M}_O^{(e)}| = \text{const}$ ✓
- c. $\vec{M}_O^{(e)} = \vec{\omega}_2 \times \vec{\omega}_1 [C + (C - A) \frac{\omega_2}{\omega_1} \cos \theta_0]$ ✓
- d. $\vec{M}_O^{(e)}$ перпендикулярен линии узлов

33. Если механическая система состоит из N точек и... (Ответ А)

Вопрос 2

Неверно

Баллов: 0,00 из 5,00

Если механическая система состоит из N точек и на неё наложено m голономных и k неголономных связей, то чему равно число обобщённых координат n ?

Выберите один ответ:

- a. $n = 3N - m$
- b. $n = 3N - k$ ✗
- c. $n = 3N - m - k$
- d. $n = 3N - (m + k)$

34. Импульс силы это

Вопрос 1

Верно

Баллов: 5,00 из 5,00

Импульс силы это

Выберите один ответ:

- a. Произведение силы на скорость
- b. Произведение силы на путь
- c. Модуль силы
- d. Произведение силы на время ✓

35. Чему равен период вращения Т уравнения свободных малых...

Вопрос 2

Верно

Баллов: 5,00 из 5,00

Чему равен период решения Т уравнения свободных малых колебаний для систем с одной степенью свободы (k – круговая частота колебаний)?

Выберите один ответ:

- a. $T = \pi k$
- b. $T = \frac{\pi}{k}$
- c. $T = \frac{2\pi}{k}$ ✓
- d. $T = 2\pi k$

36. Ось Ox является главной осью инерции тела, если...

Вопрос 3

Неверно

Баллов: 0,00 из 5,00

Ось Ox является главной осью инерции тела, если...

Выберите один ответ:

- a. $J_{xy} = J_{xz}$
- b. $J_{xy} = J_{xz} = 0$
- c. $J_{xz} = J_{yz} = 0$ ✗
- d. $J_{xy} = J_{yz} = 0$

Ось Ox называется главной осью инерции тела, если центробежные моменты инерции J_{xy} и J_{xz} одновременно равны нулю. Через каждую точку тела можно провести

Для тех, кому (не) повезло (не нашёл свой вопрос):

https://drive.google.com/drive/folders/1WaKnwE5V_hxU4eJQZ3Xr3IqLsAuxECXr

37. Что согласно теореме Лагранжа-Дирихле, должно выполняться для устойчивости положения равновесия?

Что, согласно теореме Лагранжа-Дирихле, должно выполняться для устойчивости положения равновесия?

Выберите один ответ:

- a. в положении равновесия потенциальная энергия имеет изолированный минимум ✓
- b. в положении равновесия кинетическая энергия равна 0
- c. в положении равновесия потенциальная энергия равна 0
- d. в положении равновесия потенциальная энергия имеет максимум

38. Пусть материальная точка имеет координаты

Пусть материальная точка имеет координаты x, y, z , а проекции её скорости равны $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$.

Наложенная на неё связь задаётся уравнением $f(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \geq 0$. Какое утверждение неверно?

Выберите один ответ:

- a. Связь геометрическая
- b. Связь кинематическая
- c. Связь склерономная (стационарная)
- d. Связь неудерживающая (односторонняя) ✗

38. При движении твердого тела

При движении твёрдого тела, имеющего одну неподвижную точку O , в случае Эйлера не выполняется следующее...

$(\vec{K}_O$ – кинетический момент тела относительно точки O , $\vec{M}_O^{(e)}$ – момент внешних сил относительно точки O)

Выберите один ответ:

- a. $J_x \omega_x^2 + J_y \omega_y^2 + J_z \omega_z^2 = const$
- b. $\vec{K}_O = \vec{const}$
- c. $\vec{M}_O^{(e)} \neq 0$ ✓
- d. $J_x^2 \omega_x^2 + J_y^2 \omega_y^2 + J_z^2 \omega_z^2 = const$

39. Как происходит линеаризация

Как происходит линеаризация уравнений движения вблизи устойчивого положения равновесия при составлении уравнений малых колебаний?

Выберите один ответ:

- a. разлагают члены уравнений в ряд Тейлора и пренебрегают слагаемыми со скоростями в степенях выше первой
- b. разлагают члены уравнений в ряд Тейлора и пренебрегают слагаемыми с переменными и скоростями в степенях выше первой ✓
- c. разлагают члены уравнений в ряд Тейлора и пренебрегают слагаемыми с переменными в степенях выше первой
- d. разлагают члены уравнений в ряд Тейлора и пренебрегают слагаемыми с переменными в степенях выше второй

40. что является достаточным условием

Что является достаточным условием для равновесия голономной механической системы с идеальными связями?

Выберите один ответ:

- a. равенство нулю всех обобщённых сил ✓
- b. равенство нулю суммы моментов активных сил относительно произвольного центра
- c. равенство нулю суммы активных сил
- d. равенство нулю всех активных сил и сил реакций связей



1

Задачи с выбором ответа

1. Груз массой 10 кг перемещается по шероховатой горизонтальной плоскости...

Груз массой 10 кг перемещается по шероховатой горизонтальной плоскости под действием постоянной силы, вектор которой образует с плоскостью угол 30 градусов . За 5 секунд скорость груза возросла с 2 м/с. до 4 м/с. Вычислить модуль силы, если коэффициент трения равен 0,15.

Выберите один ответ:

- a. 10 Н
- b. 15 Н
- c. 20 Н ✓
- d. 25 Н

2. В начальный момент времени тележка находилась на одном из концов доски...

Ответ:

В начальный момент времени тележка находилась на одном из концов доски, скользящей без трения по горизонтальной плоскости. Затем тележка переместилась на другой конец доски. Как изменится положение центра масс материальной системы доска-тележка?

Выберите один ответ:

- a. Он окажется ближе к тележке, чем в начальный момент времени
- b. Положение центра масс не изменится
- c. Он переместится на половину длины доски
- d. Он переместится на длину доски



1

В начальный момент времени тележка находилась на одном из концов доски, скользящей без трения по горизонтальной плоскости. Затем тележка переместилась на другой конец доски. Как изменится положение центра масс материальной системы доска-тележка?

Выберите один ответ:

- a. Он переместится на длину доски
 - b. Он переместится на половину длины доски
 - c. Положение центра масс не изменится
 - d. Он окажется ближе к тележке, чем в начальный момент времени ✗
-

3. Однородный стержень длиной $2a$, скользящий вертикально...**Ответ: d**

Однородный стержень длиной $2a$, стоящий вертикально на гладком горизонтальном полу, начинает падать так, что его конец скользит по полу. Найти зависимость скорости центра масс стержня от расстояния ρ между центром масс стержня и полом..

Выберите один ответ:

a.

$$v = (a - \rho) \sqrt{\frac{6g(a + \rho)}{4a^2 - \rho^2}}$$

b.

$$v = (a - \rho) \sqrt{\frac{6g(a + \rho)}{5a^2 - 3\rho^2}}$$

c.

$$v = (a - \rho) \sqrt{\frac{5g(a + \rho)}{4a^2 - 3\rho^2}}$$

d.

$$v = (a - \rho) \sqrt{\frac{6g(a + \rho)}{4a^2 - 3\rho^2}}$$

4. Груз массой 40 кг подвешен к канату, намотанному на однородный цилиндр...

Груз массой 40 кг подвешен к канату, намотанному на однородный цилиндр массой 100 кг, который может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси. Найти давление на ось вращения, если груз опускается с ускорением $5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Принять ускорение свободного падения равным $10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Выберите один ответ:

- a. 1400 Н
- b. 1100 Н
- c. 1600 Н
- d. 1200 Н ✓

5. Известна зависимость радиус-вектора центра масс механической системы...

Известна зависимость радиус-вектора \vec{r}_C центра масс механической системы от времени: $\vec{r}_C = 2 \cos \pi t \vec{i} + 2 \sin \pi t \vec{j}$. Вычислить в момент времени $t = 0,5$ с проекцию на ось ординат главного вектора внешних сил, действующих на механическую систему, если известно, что масса механической системы 10 кг.

Выберите один ответ:

- a. -179 Н
- b. 179 Н
- c. -197 Н ✓
- d. 197 Н

6. Определить кинетическую энергию маховика весом 20 н...

Определить кинетическую энергию маховика весом 20 Н, имеющего радиус инерции $\rho = 0,8$ м и делающего $300 \frac{\text{об.}}{\text{мин.}}$. Принять ускорение свободного падения равным $10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Выберите один ответ:

a.

$$6,4 \pi^2 H \cdot \text{м}$$

b.

$$64 \pi^2 H \cdot \text{м}$$

c.

$$640 \pi^2 H \cdot \text{м}$$

d.

$$6400 \pi^2 H \cdot \text{м}$$

Вопрос 5

Неверно

Баллов: 0,00 из
10,00

Определить кинетическую энергию маховика весом 20 Н, имеющего радиус инерции $\rho = 0,8$ м и делающего 300 об./мин. Принять ускорение свободного падения равным $10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Выберите один ответ:

 a.

$$6400 \pi^2 H \cdot \text{м}$$

 b.

$$640 \pi^2 H \cdot \text{м}$$

 c.

$$64 \pi^2 H \cdot \text{м}$$

 d.

$$6,4 \pi^2 H \cdot \text{м}$$

$$\bar{T} = ?$$

$$m \cdot g = 20 \text{ Н}$$

$$g = 0,8$$

$$\omega = 300 \frac{\text{об}}{\text{мин}} = \frac{\pi \cdot 300}{30} = 10\pi$$

$$\frac{J \omega^2}{2} = \frac{m g^2 \omega^2}{2} = \frac{\cancel{\pi} \cdot 0,8^2 \cdot 100\pi^2}{\cancel{\pi}} = 64\pi^2$$

7. Груз массой 40 кг поднимается с помощью каната... (C)

Груз массой 40 кг поднимается с помощью каната, намотанного на однородный цилиндр радиуса 0,5 м массой 100 кг, который вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси под действием вращающего момента, равного $3t$, где t - время. Найти зависимость угловой скорости цилиндра от времени. ($g=10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$)

Выберите один ответ:

a. $\frac{3t^2 - 300t}{45}$

b. $\frac{3t^2 - 400t}{90}$

c. $\frac{3t^2 - 400t}{45}$

d. $\frac{3t^2 - 200t}{45}$

✖

Груз массой 40 кг поднимается с помощью каната, намотанного на однородный цилиндр радиуса 0,5 м массой 100 кг, который вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси под действием вращающего момента, равного $3t$, где t – время. Найти зависимость

Ответ: $\frac{3t^2 - 400t}{45}$ угловой скорости цилиндра от времени. ($g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$)

Решение: на груз действует сила тяжести $m_1 g$, направленная вертикально вниз. Обозначим через v скорость груза и запишем теорему об изменении кинетического момента механической системы относительно неподвижной оси



$$\frac{dK_{Cz}}{dt} = \sum M_{Cz}^e.$$

В механическую систему включим барабан, канат и груз. Тогда $K_{Cz} = I\omega + R \cdot m_1 v$, $M_{Cz}^e = M_{\text{вр}} - R \cdot m_1 g$, а момент инерции I сплошного однородного цилиндра можно вычислить по формуле $I = 0,5m_2R^2$. Считая, что канат не скользит по барабану, выразим скорость груза через угловую скорость барабана: $v = \omega R$. Подставляя всё в уравнение теоремы, получим

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(0,5m_2R^2\omega + R \cdot m_1\omega R) &= \sum(M_{\text{вр}} - R \cdot m_1 g) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (m_1 + 0,5m_2)R^2 \frac{d\omega}{dt} &= at - m_1 g R \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow d\omega &= \frac{a}{(m_1 + 0,5m_2)R^2} t dt - \frac{m_1 g}{(m_1 + 0,5m_2)R} dt. \end{aligned}$$

После интегрирования, с учетом начального условия получим

Ответ:

$$\omega = \frac{a}{(2m_1 + m_2)R^2} t^2 - \frac{m_1 g}{(m_1 + 0,5m_2)R} t.$$

8. Вверх по шероховатой наклонной плоскости, образующей угол 30° с горизонтом...

Вверх по шероховатой наклонной плоскости, образующей угол 30° с горизонтом, запустили тело со скоростью 20 м/с. Через сколько времени тело остановится, если коэффициент трения равен 0,2?

Выберите один ответ:

- а. примерно через 5 с
- б. примерно через 2,8 с
- в. примерно через 3,5 с
- г. примерно через 4,2 с



1

9. Однородный диск массой 20 кг и радиусом 0,3 м катится в вертикальной плоскости...

Однородный диск массой 20 кг и радиусом 0,3 м катится в вертикальной плоскости под действием горизонтальной силы 120 Н, приложенной к его центру. Вычислить угловое ускорение диска, если сила трения скольжения равна 40 Н.

Выберите один ответ:

a.
 $12,2 \text{ c}^{-2}$

b.
 $14,6 \text{ c}^{-2}$

c.
 $13,3 \text{ c}^{-2}$

d.
 $15,2 \text{ c}^{-2}$

10. Вал в форме однородного цилиндра...

Вал в форме однородного цилиндра массой m_1 и радиусом r приводится во вращение посредством намотанного на него невесомого троса с грузом массой m_2 на свисающем конце. Трос переброшен через невесомый блок. На вал действует момент сил сопротивления $m_c = \omega k$, где ω – угловая скорость вала, k – постоянная. Как зависит угловая скорость вала от времени? В начальный момент времени система находилась в покое.

Выберите один ответ:

a. $\frac{m_2 r}{k} (1 - e^{-\delta t})$,

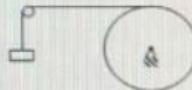
$$\delta = \frac{2km_2}{(m_1+2m_2)r^2}$$

b. $\frac{m_2 gr}{k} (1 - e^{-\delta t})$,

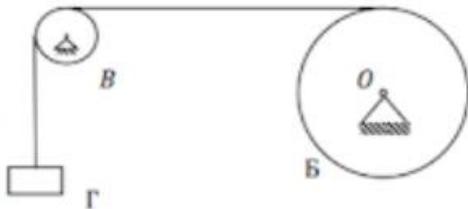
$$\delta = \frac{2km_2}{(m_1+2m_2)r^2}$$

c. $\frac{m_2 gr}{k} (1 - e^{-\delta t})$,

$$\delta = \frac{2k}{(m_1+2m_2)r^2}$$



Пример 4.4: барабан Б радиуса R и массы m_1 приводится во вращение посредством намотанного на него нерастяжимого и невесомого каната, на конце которого расположен груз Г массы m_2 . Канат переброшен через невесомый блок В. На барабан действует момент сопротивления $M_c = \alpha\omega$, α – постоянный коэффициент, ω – угловая скорость барабана. Найти зависимость угловой скорости вращения барабана от времени, считая его сплошным однородным цилиндром. В начальный момент времени механическая система находилась в покое.

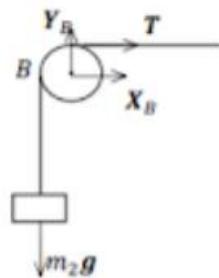


Решение: в отличие от предыдущего примера мы не можем включить в состав механической системы все тела, изображенные на рисунке, так как неизвестно расстояние между осями вращения барабана и блока. Поэтому надо разорвать канат на участке между барабаном и блоком и составить дифференциальные уравнения движения отдельно для каждой из получившихся механических систем.

Начнем с левой части. На эту систему наложены связи: ось блока и канат. Изобразим действующие на нее силы и реакции отброшенных связей. Применим теорему об изменении кинетического момента относительно неподвижной оси блока

$$\frac{dK_{Bz}}{dt} = \sum M_{Bz}^e.$$

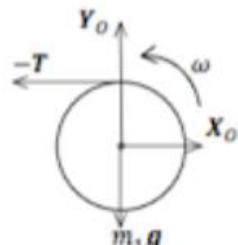
$$K_{Bz} = r_B \cdot m_2 v_2, M_{Bz}^e = r_B m_2 g - r_B T,$$



где r_B – радиус блока, v_2 – скорость груза Г, $v_2 = R\omega$. Получим $r_B m_2 R \dot{\omega} = r_B m_2 g - r_B T$, откуда $T = m_2 g - m_2 R \dot{\omega}$.

Теперь составим уравнение движения правой части механической системы

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 \omega \right) = TR - \alpha\omega.$$



Подставляя сюда найденное значение T , получим

$$\frac{1}{2} m_1 R^2 \frac{d\omega}{dt} = m_2 g R - m_2 R^2 \dot{\omega} - \alpha\omega \Leftrightarrow \frac{m_1 + 2m_2}{2} R^2 \frac{d\omega}{dt}$$

Последнее уравнение является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными. Разделяем переменные и интегрируем

$$\frac{m_1 + 2m_2}{2} R^2 \int_0^\omega \frac{d\omega}{m_2 g R - \alpha\omega} = \int_0^t dt$$

$$-\frac{m_1 + 2m_2}{2\alpha} R^2 \ln \left| \frac{m_2 g R - \alpha\omega}{m_2 g R} \right| = t \Leftrightarrow \ln \left| \frac{m_2 g R - \alpha\omega}{m_2 g R} \right| = -\frac{2at}{(m_1 + 2m_2)R^2}.$$

Далее преобразуем

$$1 - \frac{\alpha\omega}{m_2 g R} = e^{-kt}, k = \frac{2\alpha}{(m_1 + 2m_2)R^2}.$$

$$\frac{\alpha\omega}{m_2 g R} = 1 - e^{-kt} \Leftrightarrow \omega = \frac{m_2 g R}{\alpha} (1 - e^{-kt}).$$

Ответ:

11. Главный вектор действует на механическую систему массой 10 кг...

Главный вектор $\vec{R} = 3\vec{i} + 6t\vec{j}$ действует на механическую систему массой 10 кг. Найти проекцию на ось ординат вектора ускорения центра масс С системы, когда $y_C = 80$ см. В начальный момент времени центр масс находился в начале системы координат в состоянии покоя.

Выберите один ответ:

a. $2,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

b. $1,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

c. $1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

d. $1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$$\vec{R} = 3\vec{i} + 6t\vec{j} \quad \left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x} = 0 \\ m\ddot{y} = 6t \end{array} \right. ; \quad m\ddot{y} = 6t \Rightarrow$$

$$\vec{J}^c = \sqrt{\frac{6^2}{m^2}} = \sqrt{\frac{36t^2}{m^2}} = \frac{6t}{m} = 0,8 \Rightarrow$$

$$t^2 = 8 ; \quad t = \sqrt{8} = 2$$

$$\vec{J}^c = \frac{6 \cdot 2}{10} = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

12. Тележку массой 2 кг толкнули вверх по наклонной плоскости, придав ей скорость...

Тележку массой 2 кг толкнули вверх по наклонной плоскости, придав ей скорость 2 м/с. Вычислить работу силы тяжести, действующей на тележку, на пути до остановки.

Выберите один ответ:

а.

-5 Н · м

б.

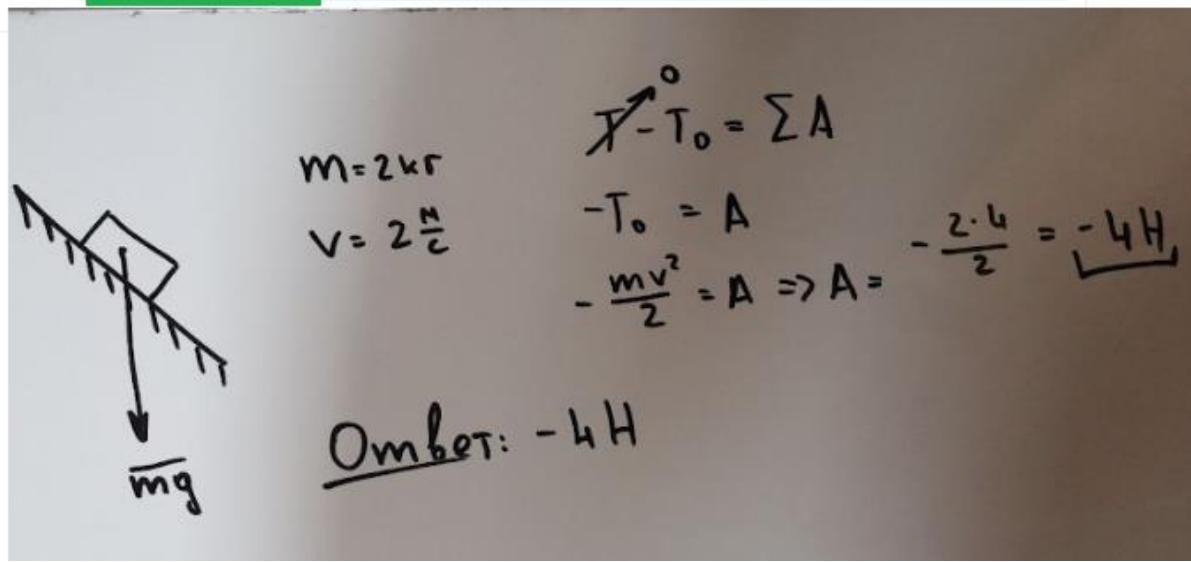
-6 Н · м

в.

-8 Н · м

г.

-4 Н · м



13. В плоскости Oxy движется система, состоящая из материальных точек A и B ... **НЕПРАВИЛЬНО** Правильно здесь 24(нужно взять в -24 в модуль)

В плоскости Oxy движется система, состоящая из материальных точек A и B с одинаковыми массами $m = 1$.

Известны радиус-векторы точек: $\vec{r}_A = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{r}_B = 4\vec{i} + 3\vec{j}$. Вычислить величину кинетического момента относительно точки O данной системы.

Выберите один ответ:

a. 0

b. 24

c. -24

d. 12

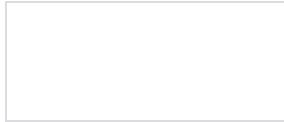
$$m_A = 1 \text{ кг} \quad m_B = 1 \text{ кг}$$

$$\vec{r}_A = 3\vec{i} - 4\vec{j} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = -4t \end{cases} \Rightarrow \dot{x} = 0 \\ \dot{y} = -4$$

$$\vec{r}_B = 4\vec{i} + 3\vec{j} \quad \begin{cases} x = 4t \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \dot{x} = 4 \\ \dot{y} = 0$$

$$k_1 = \begin{vmatrix} 3 & -4t \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -12$$

$$k_2 = \begin{vmatrix} 4t & 3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -12 \quad \boxed{-24}$$



1

В плоскости Oxy движется система, состоящая из материальных точек A и B с одинаковыми массами $m = 1$. Известны радиус-векторы точек: $\vec{r}_A = 3\vec{i} - 4t\vec{j}$, $\vec{r}_B = 4t\vec{i} + 3\vec{j}$. Вычислить величину кинетического момента относительно точки O данной системы.

Выберите один ответ:

- a. 24
- b. 0
- c. -24 ✗
- d. 12

14. Трамвай движется по горизонтальному пути со скоростью 20 м/с...

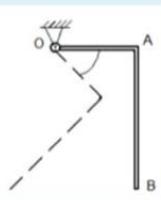
Трамвай движется по горизонтальному пути со скоростью 20 м/с. При торможении на него действует сила сопротивления, равная 0,2 веса трамвая. Сколько времени пройдет до остановки?

Выберите один ответ:

- a. 12 с
- b. 10,2 с ✓
- c. 14 с
- d. 15,2 с

15. Угольник OAB состоит из двух тонких однородных стержней...

Угольник OAB состоит из двух тонких однородных стержней OA и AB , жёстко скреплённых под прямым углом, при этом длины их равны $OA = l$, $AB = 2l$, а массы, соответственно, m и $2m$. В начальный момент времени стержень OA горизонтален и угольник находится в покое, а затем ему предоставляют возможность вращаться в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси O .



Определить угловое ускорение угольника в момент, когда угол поворота φ будет равен $\frac{\pi}{2}$.

Выберите один ответ:

- a. $\varepsilon = \frac{2g}{5l}$
- b. $\varepsilon = -\frac{g}{l}$
- c. $\varepsilon = -\frac{2g}{3l}$
- d. $\varepsilon = -\frac{2g}{5l}$

-16. Невесомый стержень длины l может вращаться в вертикальной плоскости...



1

Невесомый стержень длины l может вращаться в вертикальной плоскости вокруг неподвижной оси, проходящей через один из его концов. К другому концу стержня прикреплена точечная масса. Точечной массе сообщили скорость, вектор которой перпендикулярен стержню. Какой должна быть величина этой скорости, чтобы при прохождении через верхнее вертикальное положение стержень не испытывал ни растяжения, ни сжатия? В начальный момент стержень занимал нижнее вертикальное положение.

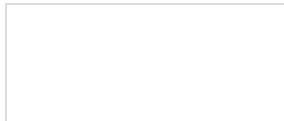
Выберите один ответ:

a. $\sqrt{2,5gl}$

b. $\sqrt{4gl}$

c. $\sqrt{5gl}$

d. $\sqrt{3gl}$



1

$$\frac{mv^2}{2} = mgl(h) = 2l$$

$$v^2 = 2g \cdot 2l$$

$$v^2 = 4lq \Rightarrow v = \sqrt{4lq}$$

Umform: $v = \sqrt{4lq}$

В верхней точке проходит горизонтальная ось

$$T_0 = mg$$

$$T_0^2 - m\dot{\varphi}_0^2 l^2 = mg^2 l^2 - mg^2 \Rightarrow$$

$$\dot{\varphi}_0^2 = \frac{g^2}{l^2} - \text{скорость в верхней точке}$$

$$T_0 = A; T_0^2 = \frac{m v_0^2}{2}, T_0 = \frac{m v_0^2}{2};$$

$$A = mg \cdot 2l; v_0 = \dot{\varphi}_0 l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2} \cdot \frac{g^2}{l^2} \cdot l^2 - \frac{m v_0^2}{2} = -2mgl \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m v_0^2}{2} = 2mgl + \frac{mgl}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{5gl}}$$

17. Тяжелый шарик может двигаться по окружности радиуса R=0,5 м...

Тяжелый шарик может двигаться по окружности радиуса $R=0,5$ м, расположенной в вертикальной плоскости. Какую минимальную скорость надо придать шарику, чтобы он, начав движение из нижнего положения, обошел всю окружность? Принять ускорение свободного падения равным $10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Выберите один ответ:

- a. $2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
- b. $5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
- c. $10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
- d. $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Тяжелый шарик может двигаться по окружности радиуса $R=0,5$ м, расположенной в вертикальной плоскости. Какую минимальную скорость надо придать шарику, чтобы он, начав движение из нижнего положения, обошел всю окружность? Принять ускорение свободного падения равным $10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Выберите один ответ:

a. $10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$



b. $2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

c. $5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$



d. $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

18. Конец горизонтально расположенной трубы длиной L закреплен на вертикальной оси...

Ответ: b (мещерский 37.56)

Конец горизонтально расположенной трубы длиной L закреплен на вертикальной оси. Момент инерции трубы относительно этой оси равен I. В трубку поместили шарик массой m на расстоянии a от оси и сообщили трубке угловую скорость ω_0 . Какая угловая скорость будет у трубы в момент вылета из неё шарика? Трением пренебречь.

Выберите один ответ:

- a. $\omega_0 \cdot \frac{I+ma^2}{I+mL^2}$
- b. $\omega_0 \cdot \frac{I+mL^2}{I+ma^2}$
- c. $\omega_0 \cdot \frac{ma^2}{I+mL^2}$
- d. $\omega_0 \cdot \frac{I-ma^2}{I+mL^2}$

19. Конец однородного стержня массой 10 кг и длиной 1 м прикреплен шарнирно...

Вопрос 4

Верно

Баллов: 10,00
из 10,00

Конец однородного стержня массой 10 кг и длиной 1 м прикреплен шарнирно к неподвижной оси, вокруг которой он вращается с постоянной угловой скоростью 10 c^{-1} . Определить величину главного вектора, действующего на стержень.

Выберите один ответ:

- a. 500 Н ✓
- b. 100 Н
- c. 1000 Н
- d. 600 Н

20. По наклонной плоскости спускается груз без начальной скорости...

Ответ: b(см. мещерский 30.4)

По наклонной плоскости спускается груз без начальной скорости. Коэффициент трения скольжения равен 0,15. Вычислить скорость груза в момент времени, когда пройденный путь равен 4 м.

Выберите один ответ:

- a.
приблизительно 6,0 м/с
- b.
приблизительно 5,4 м/с
- c.
приблизительно 4,6 м/с
- d.
приблизительно 3,2 м/с

21. По наклонной плоскости спускают груз массой 1 кг...

Ответ: b

По наклонной плоскости спускают груз массой 1 кг без начальной скорости. Коэффициент трения скольжения равен 0,2. Вычислить скорость груза, когда он пройдет путь 3 м.

Выберите один ответ:

- a.
примерно $3,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
- b.
примерно $4,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
- c.
примерно $6,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
- d.
примерно $5,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

22. Колесо радиуса и массы катится со скольжением по прямолинейному горизонтальному рельсу...

Колесо радиуса r и массы m катится со скольжением по прямолинейному горизонтальному рельсу под действием вращающего момента, равного $2,5mgfr$, где f – коэффициент трения скольжения. Масса колеса равномерно распределена по ободу. Трение качения не учитывать. Найти зависимость скорости точки контакта колеса с рельсом от времени (в начальный момент времени колесо находилось в покое).

Выберите один ответ:

- a. $v=gt$
- b. $v=1,5gft$
- c. $v=0,5gft$
- d. $v=0,75gft$

23. По гладкой наклонной плоскости, образующей угол 30° ...

По гладкой наклонной плоскости, образующей угол 30° с горизонтом, начинает спускаться груз с начальной скоростью 10 м/с . Через какое время его скорость увеличится в два раза?

Выберите один ответ:

- a. примерно 2 с
- b. примерно 4 с
- c. примерно 5 с
- d. примерно 2,8 с

24. В середине лодки длиной 4 м, находящейся в покое на поверхности озера...

В середине лодки длиной 4 м, находящейся в покое на поверхности озера, расположились два человека. Один из них, имеющий массу 50 кг переместился на нос лодки. На какое расстояние должен переместиться другой (его масса 70 кг), чтобы лодка осталась неподвижной? Сопротивлением воды пренебречь.

Выберите один ответ:

- a. 1,43 м
- b. 0,8 м
- c. 1 м
- d. 1,2 м



1

25. Однородный диск с центром O , массой катится без скольжения по внутренней...

Однородный диск с центром O_1 массой m катится без скольжения по внутренней поверхности неподвижной окружности с центром O_2 . Найти зависимость нормального давления диска на окружность как функцию угла ϕ . Угол ϕ образован прямой O_1O_2 с вертикальным радиусом неподвижной окружности, а $\phi(0) = \phi_o$.

Выберите один ответ:

a.
$$\frac{mg(7\cos\phi - \cos\phi_o)}{3}$$

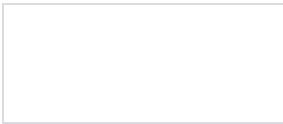
b.
$$\frac{mg(7\cos\phi - 2\cos\phi_o)}{3}$$

c.
$$\frac{mg(7\cos\phi - 4\cos\phi_o)}{3}$$



d.
$$\frac{mg(5\cos\phi - 4\cos\phi_o)}{3}$$

26. В лодке, находящейся в покое на поверхности озера, расположились два человека...



В лодке, находящейся в покое на поверхности озера, расположились два человека. Один из них, имеющий массу 50 кг переместился к корме на 1 м, а другой массой 80 кг на 1,2 м – к носу. На какое расстояние переместится лодка массой 120 кг?
Сопротивлением воды пренебречь.

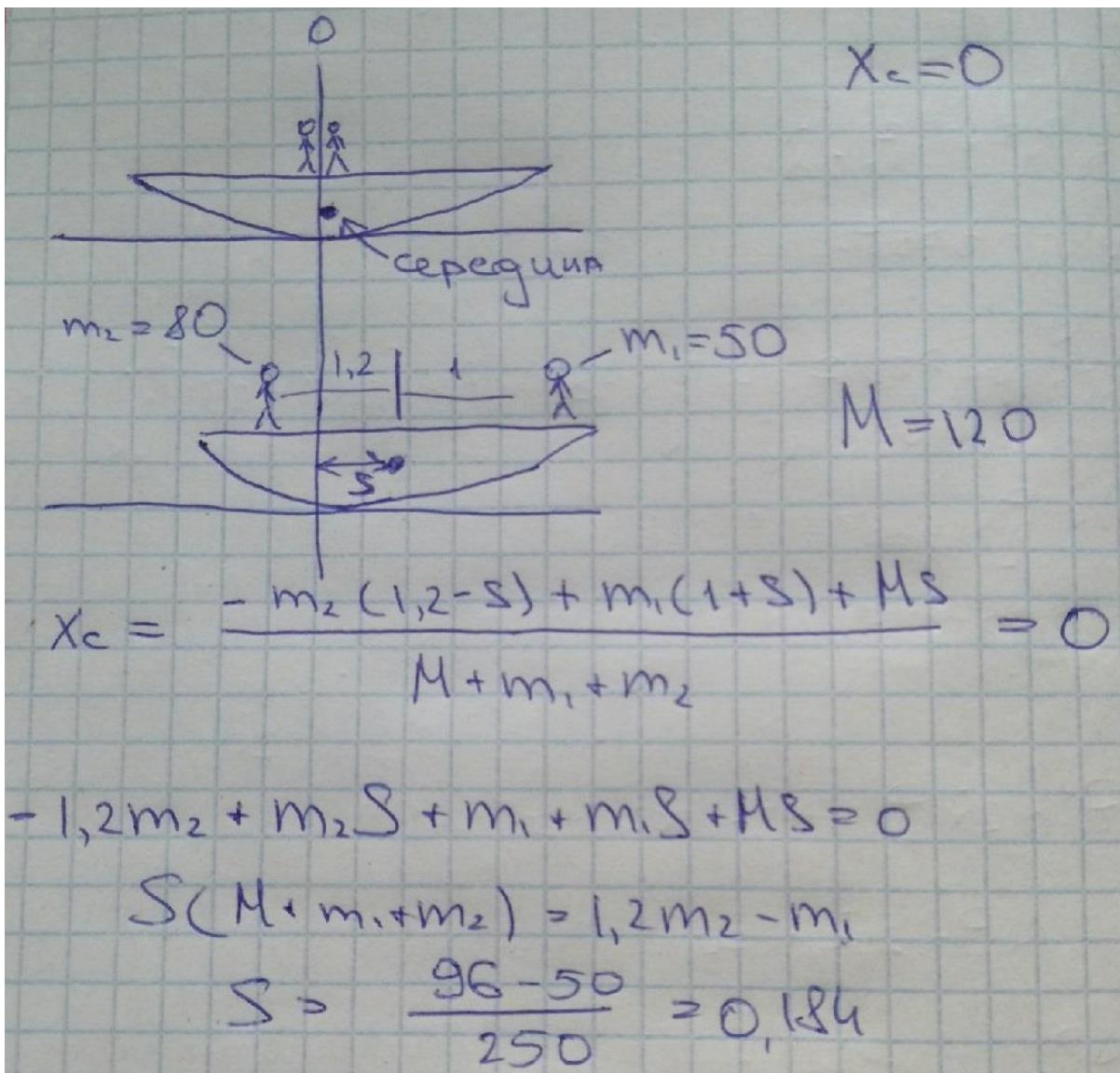
Выберите один ответ:

a. 0,204 м

b. 0,2 м

 c. 0,184 м

d. 0,16 м



27. Однородный диск весом Р катится со скольжением в вертикальной плоскости...

Однородный диск весом P катится со скольжением в вертикальной плоскости под действием горизонтальной силы величиной $5fP$, приложенной к его центру. Вычислить скорость центра диска через 5 с после начала движения, если коэффициент трения скольжения f равен 0,2.

Выберите один ответ:

- a. 50 м/с
- b. 40 м/с
- c. 45 м/с
- d. 30 м/с

28. На упругой проволоке подвешено тело, момент инерции которого...

На упругой проволоке подвешено тело, момент инерции которого относительно оси, совпадающей с проволокой равен I . Эту механическую систему закрутили вокруг вертикали на угол ϕ_0 , а затем отпустили без начальной скорости. Найти зависимость угла поворота от времени, если известно, что момент пары сил, необходимый для закручивания проволоки на 1 радиан, равен c .

Выберите один ответ:

a. $\phi = \phi_0 \cos kt, k=c\sqrt{I^{-1}}$

b. $\phi = \phi_0 \cos kt, k=\sqrt{cI^{-1}}$

c. $\phi = \phi_0 \cos kt, k=\sqrt{cI}$

d. $\phi = \phi_0 \sin kt, k=\sqrt{cI^{-1}}$

На упругой проволоке подвешено тело, момент инерции которого относительно оси, совпадающей с проволокой равен I . Эту механическую систему закрутили вокруг вертикали на угол ϕ_0 , а затем отпустили без начальной скорости. Найти зависимость угла поворота от времени, если известно, что момент пары сил, необходимый для закручивания проволоки на 1 радиан, равен c .

Выберите один ответ:

a. $\phi = \phi_0 \cos kt, k=c\sqrt{I^{-1}}$



b. $\phi = \phi_0 \cos kt, k=\sqrt{cI^{-1}}$

c. $\phi = \phi_0 \cos kt, k=\sqrt{cI}$



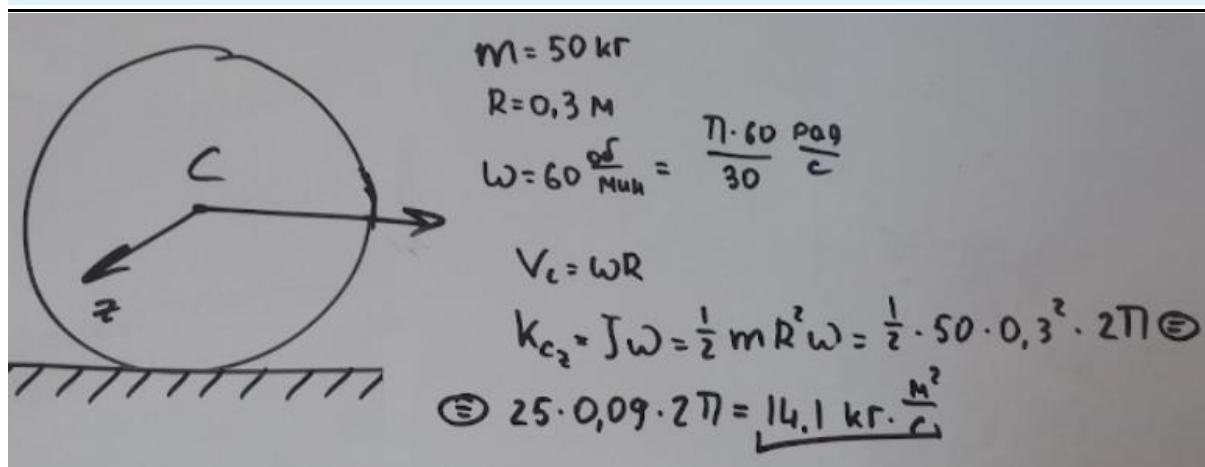
d. $\phi = \phi_0 \sin kt, k=\sqrt{cI^{-1}}$

29. Однородный диск массой 50 кг и радиусом 0.3 м катится в вертикальной плоскости... мещерский 37.1

Однородный диск массой 50 кг и радиусом 0.3 м катится без скольжения в вертикальной плоскости по горизонтальной прямой. Качение происходит с постоянной угловой скоростью 60 об./мин. Определить величину главного кинетического момента диска относительно оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через центр диска.

Выберите один ответ:

- а. 16,2 $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
- б. 17,2 $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
- в. 15,1 $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
- г. 14,1 $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$



30. Однородный диск массой 6 кг и радиусом 8 см падает, разматывая намотанную на него нить...

Ответ: б (но у нас получилось 327, см. мещерский 39.19)

Однородный диск массой 6 кг и радиусом 8 см падает, разматывая намотанную на него нить. Натяжение нити равно 19,6 Н. Вычислить угловую скорость диска в момент времени 4 с, если его начальная угловая скорость равна нулю.

Выберите один ответ:

- а. $28,2 \text{ c}^{-1}$
- б. $32,7 \text{ c}^{-1}$
- в. $30,2 \text{ c}^{-1}$
- г. $35,2 \text{ c}^{-1}$

31. Автомобиль въезжает со скоростью на мост, представляющий собой дугу...

Ответ: С

Вопрос 5

Неверно

Баллов: 0,00 из
10,00

Автомобиль въезжает со скоростью v_0 на мост, представляющий собой дугу окружности с центральным углом 2α . Каким должен быть радиус окружности, чтобы автомобиль не взлетел над мостом?

Выберите один ответ:

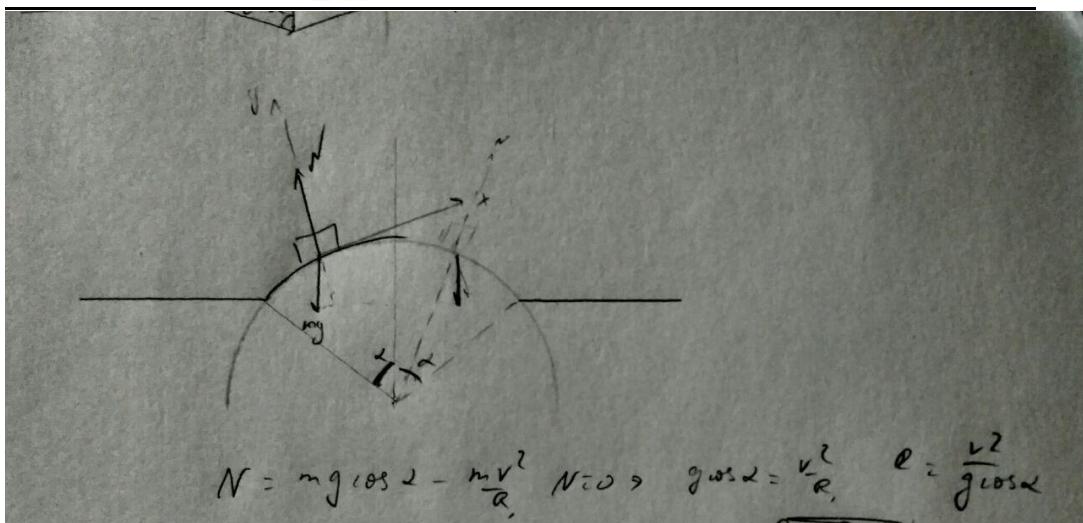
a. $\frac{2v_0^2}{3g\cos\alpha}$

b. $\frac{v_0^2}{2g\cos\alpha}$

✖

c. $\frac{v_0^2}{g\cos\alpha}$

d. $\frac{2v_0^2}{g\cos\alpha}$





1

32. Точка массой 12 кг движется по окружности со скоростью 45...

Вопрос 4

Верно

Баллов: 10,00
из 10,00

Точка массой 12 кг движется по окружности со скоростью 45 м/

с. Вычислить импульс силы, действующей на точку, за половину оборота.

Выберите один ответ:

- a. 270 Н·с.
- b. 540 Н·с.
- c. 1620 Н·с.
- d. 1080 Н·с.



33. Человек весом 600 Н пробегает лестницу длиной 7 метров...

Вопрос 5

Верно

Баллов: 10,00
из 10,00

? Отметить вопрос

Человек весом 600 Н пробегает лестницу длиной 7 метров за 2 секунды. Определить затраченную работу и мощность.

Выберите один ответ:

- a.
 $42 \text{ Н} \cdot \text{м}, 21 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}}$
- b.
 $210 \text{ Н} \cdot \text{м}, 420 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}}$
- c.
 $420 \text{ кг} \cdot \text{м}, 210 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$
- d.
 $420 \text{ Н} \cdot \text{м}, 210 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}}$



34. На тело в течении 5 секунд действует сила, проекции которой равны...

Вопрос 4

Верно

Баллов: 10,00
из 10,00

На тело в течение 5 секунд действует сила, проекции которой равны $F_x = 12\text{Н}$, $F_y = 5\text{Н}$. Найти величину импульса этой силы за указанное время.

Выберите один ответ:

- a. 6,5 Нм
- b. 65 Нм ✓
- c. 85 Нм
- d. 75 Нм

35. Груз массой m расположенный на наклонной плоскости, образующей угол...



1

Ответ: d

Вопрос 5
Неверно
Баллов: 0,00 из
10,00

Груз массой m , расположенный на наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, прикреплен к пружине жесткости c .

Коэффициент трения тела о плоскость равен f . Определить максимальное растяжение пружины, если в начальный момент она не была деформирована, а груз отпущен без начальной скорости.

Выберите один ответ:

a.

$$\frac{2mg(\sin\alpha + f \cos\alpha)}{c}$$

b.

$$\frac{2mg(f \sin\alpha - \cos\alpha)}{c}$$

c.

$$\frac{mg(\sin\alpha - f \cos\alpha)}{c}$$

d.

$$\frac{2mg(\sin\alpha - f \cos\alpha)}{c}$$

Handwritten solution:

Free body diagram shows a mass m on an incline with angle α . Normal force $N = mg \cos \alpha$ and weight $mg \sin \alpha$ are shown. Friction force $f = \mu mg \cos \alpha$ is also indicated.

Sum of forces along the incline:

$$N - mg \sin \alpha - f = 0 \Rightarrow mg \cos \alpha - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = 0$$

Sum of forces perpendicular to the incline:

$$N - mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow mg \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

Solving for f :

$$f = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$$

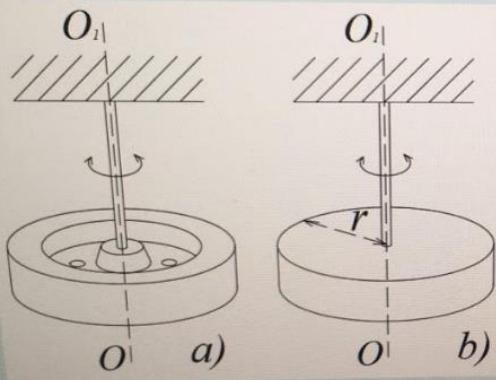
Solving for displacement x :

$$x = \frac{2mg(\sin\alpha + f \cos\alpha)}{c}$$

36. Проводится экспериментальное определение момента инерции...

Ответ: В

Проводится экспериментальное определение момента инерции J тела. После прикрепления тела к упругому вертикальному стержню (рис. а), систему закрутили вокруг продольной оси OO_1 стержня на небольшой угол ϕ_0 и отпустили без начальной скорости. Замерили период колебаний: $T = T_1$, и повторили опыт, подвесив к стержню однородный диск массой m и радиусом r таким образом, что его плоскость перпендикулярна стержню (рис. б). Период колебаний стал равным T_2 . Чему равен момент инерции J тела относительно оси OO_1 ?



Выберите один ответ:

- а. $0.5m\left(\frac{rT_1}{T_2}\right)^2$
- б. $m\left(\frac{rT_1}{T_2}\right)^2$
- в. $0.5mr^3\frac{T_1}{T_2}$
- г. $0.5mr\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$



1

37. Телу массой 2 кг сообщили скорость 4 м/с по горизонтальной плоскости...

Телу массой 2 кг сообщили скорость $4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ по горизонтальной плоскости. Тело прошло до остановки 16 м. Определить величину силы сопротивления, действующей на тело.

Выберите один ответ:

a.

1 Н

b.

3 Н

c.

4 Н

d.

2 Н

38. Через блок, масса которого равномерно распределена по ободу, переброшен канат...

см мещерский, 37.51. Выделенный ответ - верный.

Через блок, масса которого равномерно распределена по ободу, переброшен канат. К одному концу каната подвешен груз массой M , а за другой конец ухватился человек такой же массой. Человек начинает подниматься по канату с постоянной скоростью v относительно каната. Что произойдет с грузом, если масса блока равна $0,25M$?

Выберите один ответ:

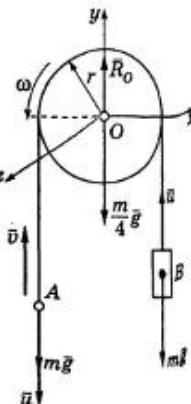
- а. груз будет подниматься со скоростью $\frac{16v}{27}$
- б. груз будет подниматься со скоростью $\frac{4v}{7}$
- в. груз будет подниматься со скоростью $\frac{5v}{12}$
- г. груз будет подниматься со скоростью $\frac{4v}{9}$

Решение

На механическую систему в этом случае действуют внешние силы: сила тяжести человека $m\bar{g}$, сила тяжести груза $m\bar{g}$, сила тяжести блока $\frac{1}{4}m\bar{g}$, реакция \bar{R}_O опоры блока (см. рисунок).

Применим теорему об изменении главного момента количества движения системы:

$$\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\bar{F}_k^e).$$



Найдем момент внешних сил относительно оси z , проходящей через ось блока:

$$\sum M_z(\bar{F}_k^e) = mgr - mgr = 0.$$

Поэтому главный момент количества движения остается постоянным, т.е. $L_z = \text{const.}$

Первоначально система была в покое, значит, $L_{Oz} = 0$.

Когда человек стал подниматься по канату с относительной скоростью \bar{v} , то канат вместе с закрепленным на нем грузом начал перемещаться со скоростью \bar{u} , а блок поворачиваться с угловой скоростью

$$\omega = \frac{\bar{u}}{r}.$$

Найдем главный момент количества движения системы:

$$L_z = L_z^{\text{чел}} + L_z^{\text{гр}} + L_z^{\text{бл}}.$$

Момент количества движения человека $L_z^{\text{чел}}$, совершающего сложное движение, состоящее из относительного движения вверх по канату со скоростью $\bar{v}_{\text{отн}} = \bar{v}$ и переносного — вместе с канатом вниз со скоростью $\bar{v}_{\text{пер}} = \bar{u}$, равен

$$L_z^{\text{чел}} = M_z(m\bar{v}_{\text{абс}}) = M_z(m\bar{v}_{\text{пер}}) + M_z(m\bar{v}_{\text{отн}}) = mur - mvr.$$

Момент количества движения груза $L_z^{\text{гр}}$, поднимающегося вместе с канатом со скоростью \bar{u} ,

$$L_z^{\text{гр}} = M_z(m\bar{u}) = mur.$$

Момент количества движения блока

$$L_z^{\text{бл}} = I_z\omega = \frac{mr^2}{4} \frac{\bar{u}}{r} = \frac{1}{4}mur.$$

Тогда

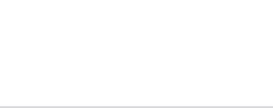
$$L_z = mur - mvr + \frac{1}{4}mur + mur = m\left(2\frac{1}{4}\bar{u} - \bar{v}\right)r = 0.$$

Откуда скорость груза

$$\bar{u} = \frac{4}{9}\bar{v},$$

т.е. груз будет подниматься.

Ответ: груз будет подниматься со скоростью $\frac{4}{9}\bar{v}$.



3797. 37.51 Решить предыдущую задачу, принимая во внимание массу блока, которая в четыре раза меньше массы человека. Считать, что масса блока равномерно распределена по его ободу. [\(решение\)](#)

→ **Решение.** Здесь надо добавить кинетический момент блока, который равен $J\omega$, где $J = mr^2/4$, ω — угловая его скорость. Если веревка не скользит по блоку, то имеем кинематическую связь: $wr = v_B$. Тогда получим для общего кинетического момента:

$$\begin{aligned} mv_B \cdot r + m(v_B - v) \cdot r + \frac{m}{4}r^2\omega &= 0 \implies \\ \implies v_B \cdot r + (v_B - v) + \frac{1}{4}v_B &= 0 \implies v_B = \frac{4}{9}v. \end{aligned}$$

3796. 37.50 Через блок, массой которого пренебрегаем, перекинут канат; за точку А каната ухватился человек, к точке В подвязан груз одинаковой массы с человеком. Что произойдет с грузом, если человек станет подниматься по канату со скоростью v относительно каната? [\(решение\)](#)

-39. Однородный цилиндр массой m и радиусом r начинает вращаться...

Однородный цилиндр массой m и радиусом r начинает вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси под действием постоянного момента M . При этом возникает момент сил сопротивления, равный $a \cdot \omega^2$, где a – постоянный коэффициент, ω – угловая скорость вращения цилиндра. Составить уравнение зависимости угловой скорости от времени.

Выберите один ответ:

a. $(1-e^{-k \cdot t}) \frac{M}{a}$, где $k = \frac{4 \cdot a}{mr^2}$

b. $(1-e^{-k \cdot t}) \frac{M}{a}$, где $k = \frac{2 \cdot a}{mr^2}$

c. $(1+e^{-k \cdot t}) \frac{M}{a}$, где $k = \frac{2 \cdot a}{mr^2}$

d. $(1-e^{k \cdot t}) \frac{M}{a}$, где $k = \frac{2 \cdot a}{mr^2}$

40. Однородный цилиндр массой m и радиуса r начинает вращаться...

Однородный цилиндр массой m и радиуса r начинает вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси под действием постоянного момента M . При этом возникает момент сил сопротивления, равный $a \cdot \omega^2$, где a – постоянный коэффициент, ω – угловая скорость вращения цилиндра. Составить уравнение зависимости угловой скорости от времени.

Выберите один ответ:

a. $\frac{e^{(k \cdot t)+1}}{e^{(k \cdot t)-1}} \cdot \sqrt{\left(\frac{M}{a}\right)}$, где $k = \frac{4 \cdot \sqrt{Ma}}{mr^2}$

b. $\frac{e^{(k \cdot t)-1}}{e^{(k \cdot t)+1}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)}$, где $k = \frac{4 \cdot \sqrt{ma}}{Mr^2}$

c. $\frac{1-e^{(k \cdot t)}}{1+e^{(k \cdot t)}} \cdot \sqrt{\left(\frac{M}{a}\right)}$, где $k = \frac{4 \cdot \sqrt{Ma}}{mr^2}$

d. $\frac{e^{(k \cdot t)-1}}{e^{(k \cdot t)+1}} \cdot \sqrt{\left(\frac{M}{a}\right)}$, где $k = \frac{4 \cdot \sqrt{Ma}}{mr^2}$

-41. Однородный диск может катиться в вертикальной плоскости...

Однородный диск может катиться в вертикальной плоскости. К его центру прикреплена горизонтальная нить, перекинутая через блок. К другому концу нити подвешен груз. Масса диска в 5 раз больше массы груза, а коэффициент трения качения диска равен $0,02r$, где r – радиус диска. Чему равно ускорение центра диска?

Выберите один ответ:

a.

$\frac{7g}{85}$

b.

$\frac{9g}{85}$

c.

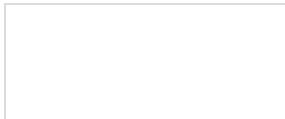
$\frac{11g}{85}$

d.

$\frac{3g}{25}$

Для тех, кому (не) повезло (не нашёл свой вопрос):

<https://drive.google.com/drive/folders/1bEOAwjLcYwnbFBTLFmwpCmrP7ARgPtpT>

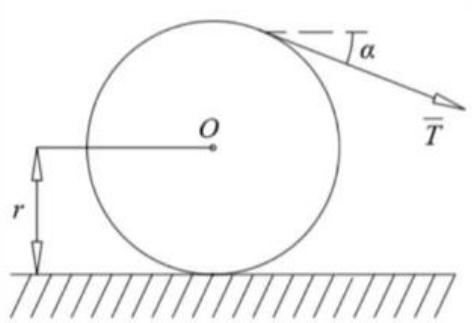


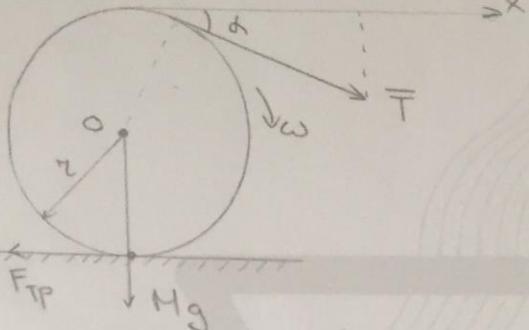
1

Задачи самостоятельные

1. На однородный каток массы M и радиусы k , лежащий на горизонтальном шероховатом полу...

На однородный каток массы M и радиуса r , лежащий на горизонтальном шероховатом полу, намотана нить, к которой приложена сила \bar{T} под углом α к горизонту. Определить закон движения оси O катка. В начальный момент времени каток находился в покое. Затем катился без скольжения. Использовать уравнения плоского движения твёрдого тела.





Дано
M
r
T, ω
Найти $x(t)$ - ?

Уравнение движения вблизи мв. места:

$$\{ M\ddot{x} = T \cos \theta - F_{tp} \quad (1)$$

$$\{ J_c \ddot{\varphi} = M^{(e)}_c \quad (2)$$

$$M^{(e)}_c = F_{tp}r - Tr$$

$$J_c = \frac{Mr^2}{2}$$

Сложение отсчитывается $\Rightarrow \ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}}{r}$

$$(2): \frac{Mr^2}{2} \frac{\ddot{x}}{r} = r(F_{tp} - T) \Rightarrow F_{tp} = \frac{M\ddot{x}}{2} + T$$

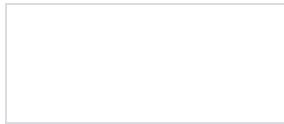
$$(1): \ddot{x} = \frac{T \cos \theta}{M} - \frac{\ddot{x}}{2} - \frac{T}{M}$$

$$\ddot{x} = \frac{2}{3} \frac{T}{M} (\cos \theta - 1)$$

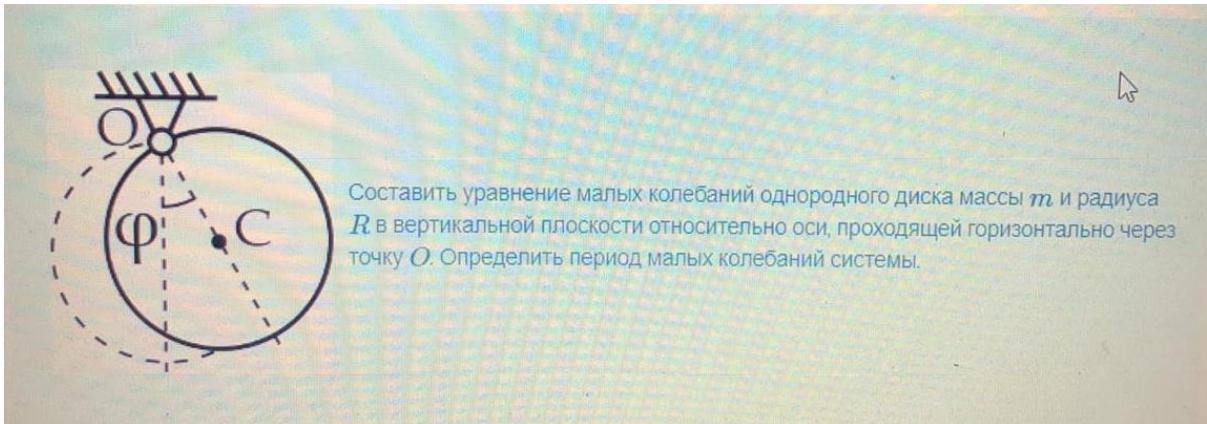
$$x = \frac{2}{3} \frac{T}{M} (\cos \theta - 1) t^2 + c_1 t + c_2$$

В нач. момент: $t=0 \Rightarrow x_0=0 \Rightarrow c_1=c_2=0$,
 $\dot{x}_0=0$

$$x = \frac{2}{3} \frac{T}{M} (\cos \theta - 1) t^2.$$



1



2. Составить уравнение малых колебаний однородного диска массы...

0-ЧРОВЕНЬ

$$T = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} (J_{c_2} + mR^2)\dot{\varphi}^2 \quad // \text{Гюйгенс-Штейнер}$$

$$T = \frac{1}{2} \left[\underbrace{\frac{1}{2}mR^2}_{a} + mR^2 \right] \dot{\varphi}^2$$

$$\Pi = -mgR \cos \varphi$$

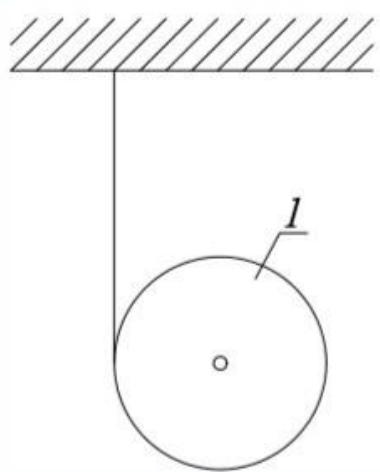
$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = mgR \sin \varphi \quad \left| \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \varphi^2} = mgR \cos \varphi \right.$$

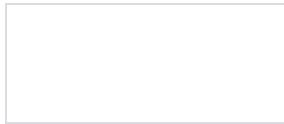
$$\left. \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = mgR \xrightarrow{c} \frac{3}{2}mR^2 \ddot{\varphi} + mgR \dot{\varphi} = 0$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{c}{a}} = 2\pi \sqrt{\frac{2g}{3R}}$$

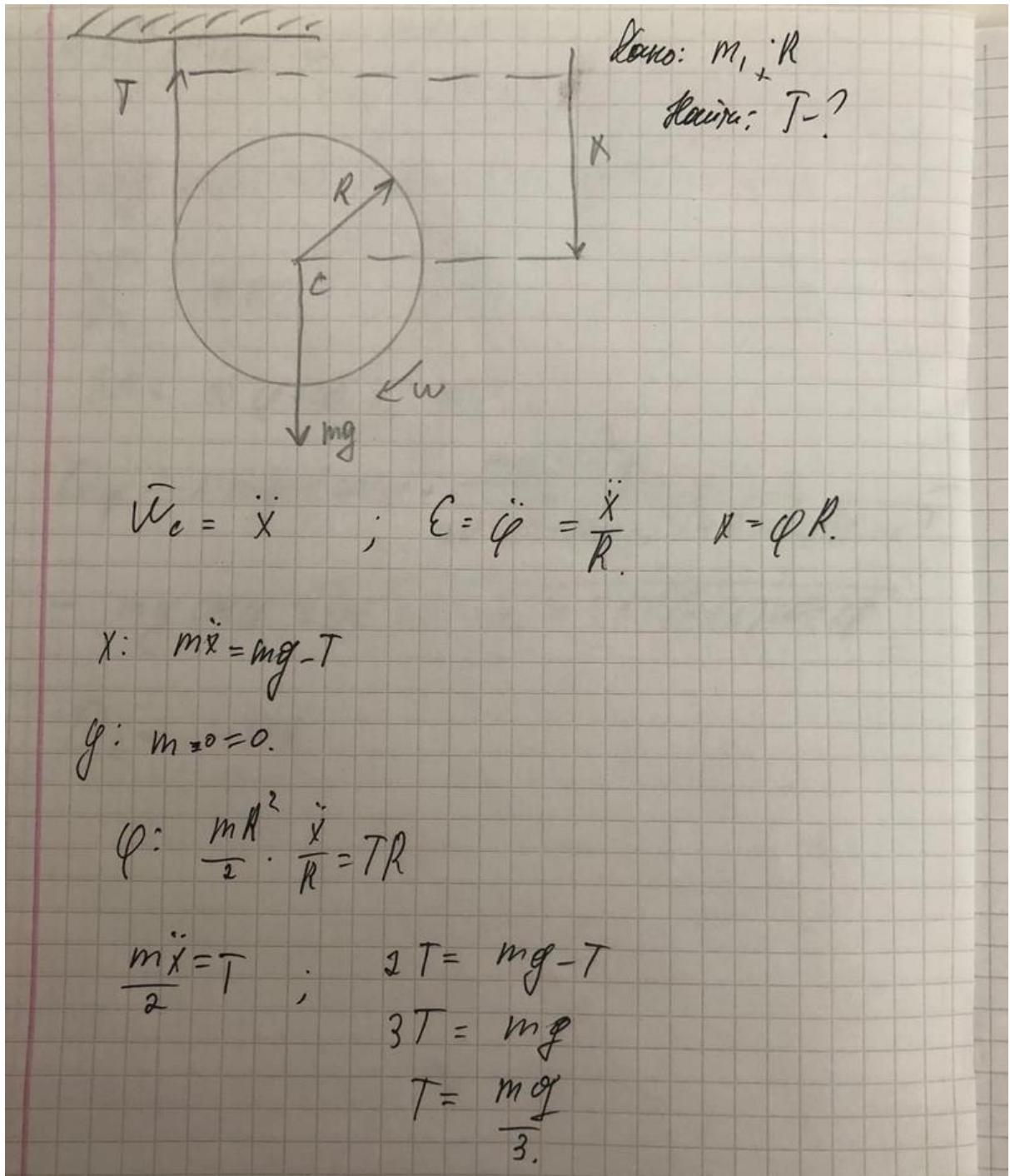
3. Определить силу натяжения нити, если катушка 1...

Определить силу натяжения нити, если катушка 1, на которую намотана нить, опускается вертикально вниз под действием своего веса, разматывая нить. Катушка – однородный диск массы m и радиуса R . Использовать уравнение динамики плоского движения твёрдого тела.

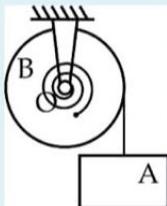




1



4. Составить уравнение малых колебаний механической системы, состоящей из груза A...



Составить уравнение малых колебаний механической системы, состоящей из груза A массы m , висящего на нити, привязанной к диску B радиуса R и массы M , который может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O. Около оси диска намотана спиральная пружина, создающая момент $M_{upr} = k\varphi$, где φ – угол поворота диска, k – постоянная. Диск B однородный. Определите период малых колебаний системы.

Однородный диск $T = T_B + T_A = \frac{1}{2} J \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M R^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2$ (1)

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} M R^2 \frac{V^2}{R^2} + m \dot{x}^2 \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} M \dot{x}^2 + m \dot{x}^2 \right]$$

$$\left\{ V = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{V}{R} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \left[\frac{\frac{1}{2} M + m}{R} \right] \dot{x}^2$$

$$\Pi = -m\ddot{q}x + \frac{k\varphi^2}{2} = -m\ddot{q}x + \frac{kx^2}{2R^2}$$

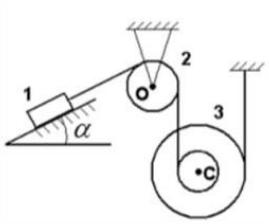
$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = -m\ddot{q} + \frac{kx}{R^2}$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} = \frac{k}{R^2} \Big|_{x=0} = \frac{k}{R^2} = C$$

$$\left(\frac{1}{2} M + m \right) \ddot{x} + \frac{k}{R^2} x = 0$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{2} M + m \right) R^2}{k}}$$

5. Механическая система состоит из груза 1, блока 2 и катка 3, массы которых равны...



Механическая система состоит из груза 1, блока 2 и катка 3, массы которых равны соответственно M_1, M_2, M_3 . Радиусы считать равными $R_3 = 2r_3 = 2r$ и $R_2 = r$, радиус инерции ступенчатого тела равен $\rho = r$. Блок 2 считать сплошным однородным цилиндром. Угол наклона плоскости равен α .

Считая перемещение груза равным s , написать уравнение движения механической системы в форме уравнений Лагранжа II рода.

Решение:

i) Офсбщ. коорд.: s

$$T = T_1 + T_2 + T_3$$

$$T_1 = \frac{m\dot{s}^2}{2}, T_2 = \frac{I\omega^2}{2}, T_3 = \underbrace{\frac{J\omega^2}{2}}_{\text{теорема Каннга}} + \frac{M_3 r^2 \dot{s}^2}{2}$$

уравнение в форме Лагранжа 2 рода

3) $Q_s = -\delta s \cdot m g \sin \alpha - \frac{\delta s \cdot r}{R+r} m g$

$A_s = -m g \sin \alpha - \frac{r}{R+r} m g$

Из: $M_1 \ddot{s} = \frac{M_2 \dot{s}^2}{2} + \frac{2M_3 r^2 \dot{s}^2}{(R+r)^2} = -m g \sin \alpha - \frac{r}{R+r} m g$

 $M_1 \ddot{s} = \frac{M_2 \dot{s}^2}{2} + \frac{2M_3 r^2 \dot{s}^2}{9R^2} = -m g \sin \alpha - \frac{1}{3} m g$

$M_1 \ddot{s} = \frac{M_2 \dot{s}^2}{2} + \frac{2M_3 r^2 \dot{s}^2}{9R^2} = -m g \sin \alpha - \frac{1}{3} m g$

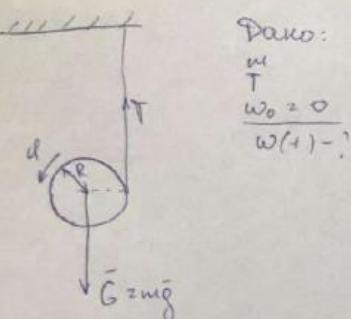
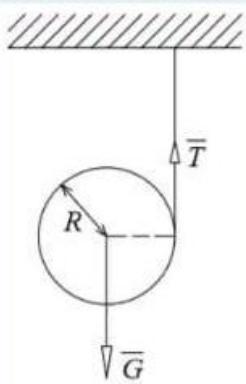
решение:

$$\frac{\partial T}{\partial s} = M_1 \ddot{s} + \frac{M_2 \dot{s}^2}{2} + \frac{M_3 \cdot r^2 \dot{s}^2}{(R+r)^2} + \frac{M_3 \dot{s}^2 \cdot r^2}{2(R+r)^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right) = M_1 \ddot{s} + \frac{M_2 \dot{s}^2}{2} + \frac{2M_3 r^2 \cdot \dot{s}^2}{(R+r)^2}, \quad \frac{\partial T}{\partial s} = 0$$

6. Однородный цилиндр массы m падает в вертикальной плоскости, разматывая нить...

Однородный цилиндр массы m падает в вертикальной плоскости, разматывая нить, натяжение которой равно T . Определить угловую скорость цилиндра в момент t , если $\omega(0) = 0$. Использовать уравнения плоского движения твёрдого тела.



$$\begin{array}{l} \text{дано:} \\ \frac{m}{T} \\ \omega_0 = 0 \\ \omega(t) = ? \end{array}$$

Решение:

$$\frac{dK_0}{dt} = M_0 \cdot e$$

$$\vec{k}_0 \rightarrow J \cdot \vec{\omega} - \text{чл. ск.}$$

$$\frac{mR^2}{2} \cdot \dot{\varphi} \rightarrow TR$$

$$\dot{\varphi} = \frac{2T}{mR}$$

↓

$$\dot{\varphi} = \frac{2T}{mR} + C_1$$

$$t=0, \varphi_0 = \omega_0 = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$\boxed{\omega(t) = \dot{\varphi} = \frac{2T}{mR}}$$

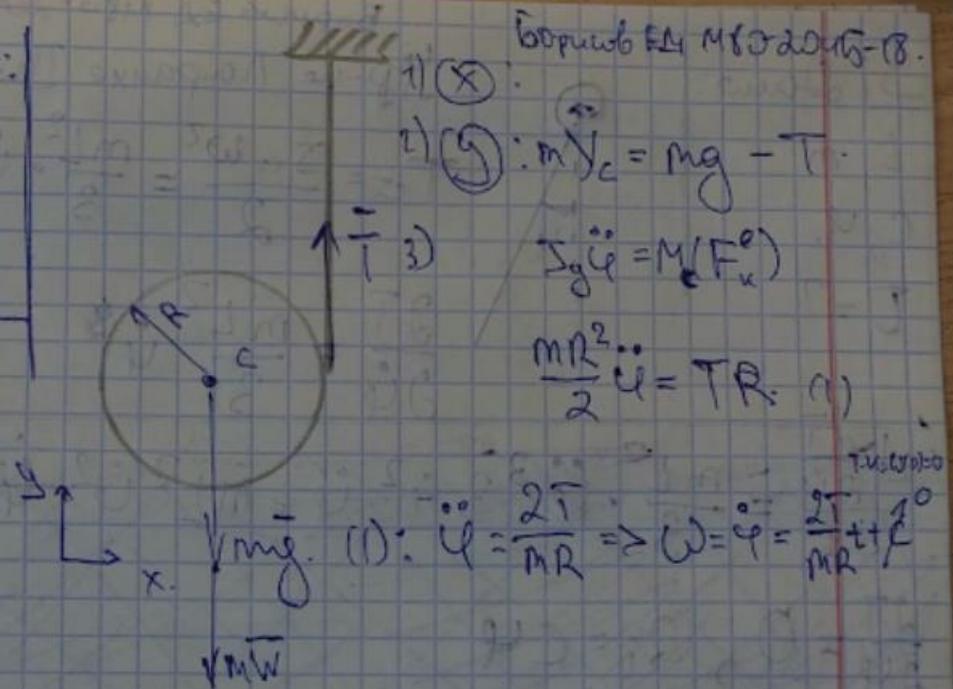
или

8) Данс:

$$\begin{matrix} m \\ T \end{matrix}$$

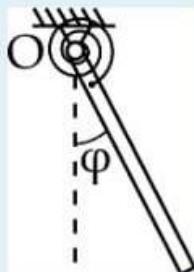
$$\omega(0) = 0$$

$$\omega(t) = ?$$



Ответ: $\omega(t) = \frac{2T}{mR} t + \varphi_0$

7. Используя уравнения Лагранжа, найти период малых колебаний...



Используя уравнения Лагранжа, найти период малых колебаний однородного стержня длины L и массы m , закреплённого в точке O и движущегося в вертикальной плоскости. Дополнительно на стержень действует со стороны спиральной пружины упругий момент, равный $c\varphi$, где c – жёсткость пружины, а φ – угол отклонения стержня от вертикали.

Борисов ЕД М80-демпн-18

Given:

$L, \text{ m}$

$c, \text{ N}$

$T = ?$

Упр-ие Помранже IIго рода:

$$T_{\alpha} = \frac{J_{\alpha} \omega^2}{2} = \frac{mL^2}{3} \dot{\varphi}^2 \cdot \frac{1}{2}$$

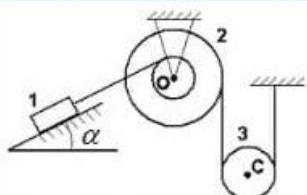
$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{mL^2}{3} \ddot{\varphi}$$

$$\frac{d(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}})}{dt} = \frac{mL^2}{3} \ddot{\varphi} \cdot \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial \dot{\varphi}} = 0; Q_i = -C \dot{\varphi}$$

$$\Rightarrow \frac{mL^2}{3} \ddot{\varphi} = C \dot{\varphi} \Rightarrow \frac{mL^2}{3} \ddot{\varphi} + C \dot{\varphi} = 0 - \text{р-е н-е}$$

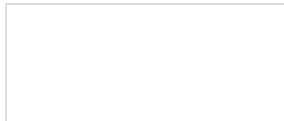
$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{C} = 2\pi \sqrt{\frac{mL^2}{3c}}$$

8. Механическая система состоит из груза 1, блока 2 и катка 3...

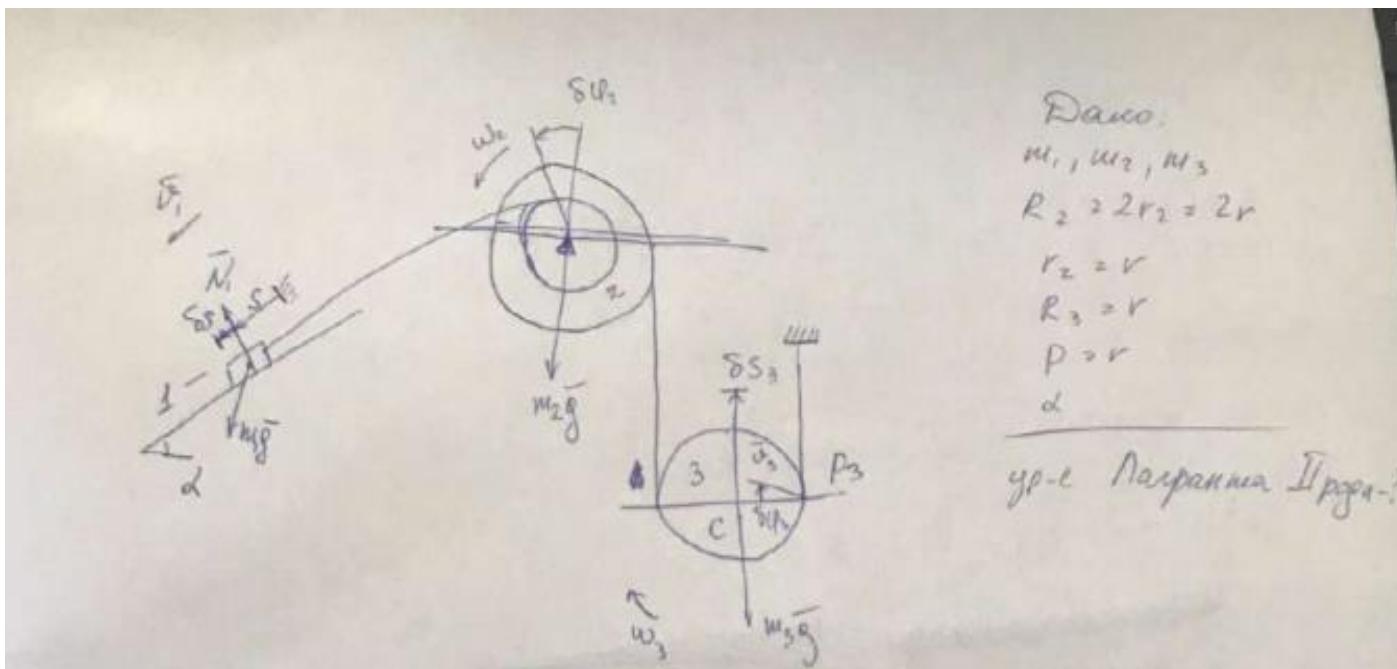


Механическая система состоит из груза 1, блока 2 и катка 3, массы которых равны соответственно M_1, M_2, M_3 . Радиусы считать равными $R_2 = 2r_2 = 2r$ и $R_3 = r$, радиус инерции ступенчатого тела равен $\rho = r$. Каток 3 считать сплошным однородным цилиндром. Угол наклона плоскости равен α .

Считая перемещение груза равным s , написать уравнение движения механической системы в форме уравнений Лагранжа II рода.



1



Dано:

m_1, m_2, m_3

$R_2 = 2r_2 = 2r$

$r_2 = r$

$R_3 = r$

$P = r$

α

yp-e Поясните ІІ розр?

Решение:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{S}} \right) - \frac{\partial T}{\partial S} = Q$$

$$T = T_1 + T_2 + T_3$$

$$V_1 = \dot{S}$$

$$\omega_2 = \frac{V_1}{r_2} = \frac{\dot{S}}{r}$$

$$\omega_3 \cdot 2r_3 = \omega_2 \cdot R_2 = \frac{\dot{S}}{r} \cdot 2r = 2\dot{S}$$

$$\omega_3 \cdot 2r_3 = 2\dot{S} \Rightarrow \cancel{\omega_3 = \frac{\dot{S}}{r}}$$

$$\omega_3 = \frac{\dot{S}}{r}$$

$$V_3 = \omega_3 \cdot r_3 = \dot{S}$$

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 \dot{S}^2}{2}$$

$$T_2 = \frac{J_2 \omega_2^2}{2} = \frac{m_2 P^2 \cdot \dot{S}^2}{2r^2} = \frac{m_2 \dot{S}^2}{2}$$

$$\bar{T}_3 = \frac{\bar{J}_3 \omega_3^2}{2} + \frac{m_3 \dot{v}_3^2}{2} = \frac{m_3 \frac{r_3^2}{2}}{2} \dot{s}^2 + \frac{m_3 \dot{s}^2}{2} = \frac{3}{4} m_3 \dot{s}^2$$

$$T = \frac{\dot{S}}{2} (m_1 + m_2 + 0.75m_3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial S} \right) - \frac{\partial T}{\partial S} = S^2 (w_1 + w_2 + 0.75 w_3)$$

9500ms

$$\Sigma \delta A = m_3 g \sin \delta S - m_3 g \delta S_3 -$$

$$= m_1 g \sin d. 85 - m_3 g \delta S = Q \delta S$$

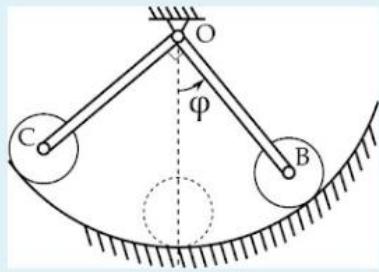
$$Q = \cancel{\text{durchsetzen in die Gleichung}} \quad ; \quad \underline{m_3g - m_1g \sin \alpha}$$

$$S(w_1 + w_2 + \varphi_1 \gamma_5 w_3) = w_3 g - w_1 \varphi_1 \sin \vartheta$$

$$S = \frac{m_3 g - m_2 g \sin \alpha}{2}$$

$$m_1 + m_2 + O(\sqrt{m_1})$$

9. Два одинаковых однородных диска массы и радиуса катаются по внутренней части неподвижного цилиндра...



Два одинаковых однородных диска массы M и радиуса R катаются по внутренней части неподвижного цилиндра. Диски соединены друг с другом посредством стержней OB и OC равной длины l и массы m , сваренных под прямым углом друг с другом в шарнире O , позволяющим стержням вращаться вокруг оси Oz , перпендикулярной плоскости рисунка.

Определить частоту малых колебаний системы.

Решение:

$$\Rightarrow \Pi = 2\Pi_{\text{цил}} + 2\Pi_{\text{диск}}$$

$$\Pi_{\text{стерж}} = -Mg \frac{l}{2} \cos \varphi$$

$$\Pi_{\text{диск}} = -Mg l \cos \varphi$$

$$\Downarrow$$

$$\Pi = -2Mg \frac{l}{2} \cos \varphi - 2Mg l \cos \varphi$$

$$2) T = 2T_{\text{цил}} + 2T_{\text{диск}}$$

$$T_{\text{цил}} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{\frac{1}{2}Ml^2\omega^2}{2} = \frac{Ml^2\cdot\dot{\varphi}^2}{6}$$

$$T_{\text{диск}} = \frac{1}{2}J\omega_i^2 + \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}MR^2\omega_i^2 + \frac{1}{2}Ml^2\dot{\varphi}^2 = \frac{1}{4}MR^2\frac{\dot{\varphi}^2l^2}{R^2} + \frac{1}{2}Ml^2\dot{\varphi}^2 = \frac{1}{4}M\dot{\varphi}^2l^2 + \frac{1}{2}Ml^2\dot{\varphi}^2$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{9M\dot{\varphi}^2l^2 + 2m\dot{\varphi}^2l^2}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left[\frac{9M\dot{\varphi}^2l^2 + 2m\dot{\varphi}^2l^2}{3} \right] \dot{\varphi}^2 \Rightarrow \alpha = \frac{9M\dot{\varphi}^2l^2 + 2m\dot{\varphi}^2l^2}{3}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \dot{\varphi}} = 2Mg \frac{l}{2} \sin \varphi + 2Mg l \sin \varphi$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \dot{\varphi}} = mg l \cos \varphi + 2mg l \cos \varphi \Big|_{\varphi=0} = mg l + 2mg l = gl(m+2M) = c$$

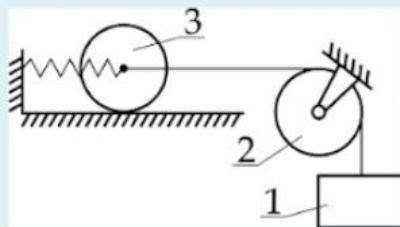
$$\omega = \sqrt{\frac{c}{\alpha}} = \sqrt{\frac{gl(m+2M)}{(9M\dot{\varphi}^2l^2 + 2m\dot{\varphi}^2l^2)}} \quad \text{Ответ}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{14}M\dot{\varphi}^2l^2$$

10. Выписать уравнение малых колебаний механической системы, состоящей из грузы 1...

ic

BETA



Выписать уравнение малых колебаний механической системы, состоящей из груза 1 массы m_1 , невесомого блока 2 и однородного цилиндра 3 массы m_3 и радиуса R , соединенного со стеной пружиной. Жесткость пружины k . Определите частоту малых колебаний системы.

$$\bar{T} = T_2 + T_1 = \frac{m_2 \dot{x}^2}{2} + \frac{1}{4} m_2 R^2 \omega^2 + \frac{m_1 \dot{x}^2}{2} = \frac{1}{2} m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{4} m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 = \frac{1}{2} \left[m_2 + \frac{1}{2} m_2 + m_1 \right] \dot{x}^2$$

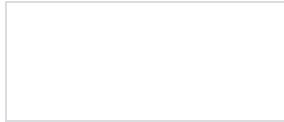
$$\Pi = \frac{kx^2}{2} - m_2 g x \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x} = kx - m_2 g \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} = k = C$$

$$\text{up-e: } \alpha \ddot{x} + Cx = 0$$

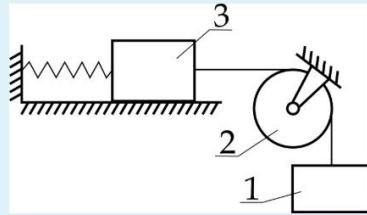
$$\left(\frac{3}{2} m_2 + m_1 \right) \ddot{x} + kx = 0$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{C}{a}} = \sqrt{\frac{k}{\frac{3}{2} m_2 + m_1}}}$$

11. Выписать дифференциальное уравнение Лагранжа для колебаний...



1



Выписать дифференциальное уравнение Лагранжа для колебаний механической системы, состоящей из груза 1 массы m_1 , однородного цилиндрического блока 2 массы m_2 и радиуса R , и груза 3 массы m_3 . Жесткость пружины k . Запишите уравнение малых колебаний системы и определите частоту малых колебаний.

Diagram and equations for the mechanical system:

Diagram shows a mass m_1 (1) hanging from a spring attached to a fixed wall. A horizontal rod connects m_1 to a cylindrical block m_2 (2). A pulley is attached to the right end of the rod, and a mass m_3 (3) hangs from it. The system is constrained to move horizontally.

Equations derived:

$$T = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{1}{2} J \omega^2 + \frac{m_3 v^2}{2} = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m_2 R^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{x}^2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{4} m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{x}^2 \Rightarrow \alpha = m_1 + \frac{1}{2} m_2 + m_3, \quad (2)$$

$$Q_x = -mg - kx \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m_1 \dot{x} + \frac{1}{2} m_2 \dot{x} + m_3 \dot{x} \quad | \quad (m_1 + \frac{1}{2} m_2 + m_3) \ddot{x} + mg + kx = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = (m_1 + \frac{1}{2} m_2 + m_3) \dot{x} \quad | \quad \text{Уравнение Лагранжа}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

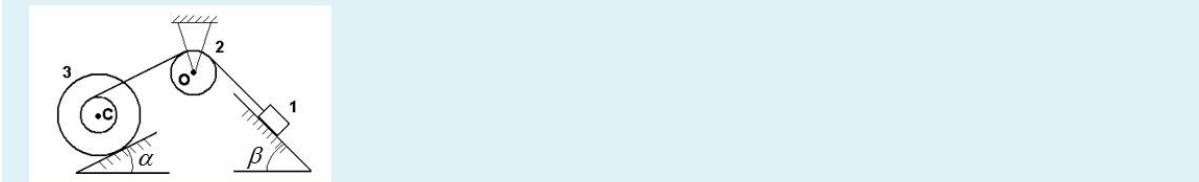
$$\Pi = -m_1 g x - m_2 g R + \frac{k x^2}{2} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = -m_1 g - m_2 g R + kx \quad | \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} = k = C \quad \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{C}{\alpha}} = \sqrt{\frac{k}{m_1 + \frac{1}{2} m_2 + m_3}} \quad (7)$$



1

12. Механическая система состоит из груза 1, блока 2 и катка 3...



Механическая система состоит из груза 1, блока 2 и катка 3, массы которых равны соответственно M_1, M_2, M_3 . Радиусы считать равными $R_3 = 2r_3 = 2r$ и $R_2 = r$, радиус инерции ступенчатого тела равен $\rho = r$. Блок 2 считать сплошным однородным цилиндром. Углы наклона плоскостей равны α и β соответственно.

Считая перемещение груза равным s и полагая, что каток 3 катится без проскальзывания, написать уравнение движения механической системы в форме уравнений Лагранжа II рода.

$M = 28.4 \text{ кг}$

ДАНО:

- M_1, M_2, M_3
- $R_3 = 2r_3 = 2r$
- $R_2 = r$
- $P = r$
- 2 - однород. цилиндр.
- d, R
- S - перемещ. е.

Что же получится?

1) Найдем T : $T = T_1 + T_2 + T_3$

$$T_1 = \frac{M_1 V^2}{2}$$

послед. винт.

$$T_2 = \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2} \frac{M_2 r^2}{2} \frac{V^2}{r^2} = \frac{M_2 V^2}{4}$$

блок вращ. се

3: плоское движение!

$$T_3 = \frac{M_3 V^2}{2} + \frac{J_3 \omega_3^2}{2} = \frac{M_3 V^2}{2} + \frac{M_3 \frac{4}{3} V^2}{2} = \frac{M_3 \frac{7}{3} V^2}{2}$$

$$= \left[V_3 = \frac{2}{3} V \right] = \frac{2 M_3 \frac{4}{3} V^2}{2 \cdot 2 \cdot g} + \frac{M_3 \frac{4}{3} V^2}{4 \cdot g} = \frac{3 M_3 V^2}{8 g}$$

блоке к шкиву (здесь $\omega = \frac{2}{3} \omega_3$)

скорость V_3 в $\frac{2}{3}$ раза

\Rightarrow она в $\frac{2}{3}$ раза $<$ скорости в точке шатания шкива

использовал $T_3 = \frac{M_3 (\frac{2}{3} V)^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{J_3}{2} \cdot \frac{\omega_3^2}{(2r)^2} = \frac{M_3 \frac{2}{3} V^2}{2 \cdot g} + \frac{M_3 r^2 \omega_3^2}{2 \cdot 2 \cdot 4r^2 \cdot g} = \frac{2 M_3 V^2}{9} + \frac{M_3 V^2}{4 \cdot g} = \frac{9 M_3 V^2}{4 \cdot g} = \frac{M_3 V^2}{4}$

использовал $T_3 = \frac{M_3 V^2}{2} + \frac{M_3 V^2}{4} + \frac{M_3 V^2}{4} = \frac{V^2}{4} (2M_1 + M_2 + M_3)$

$$A = M_1 g \sin \beta \, dS - M_3 g \sin \delta \, dS_B$$

$$\underline{S_B = \frac{1}{2} S}$$

BOT 2mo
metre
cavouer

~~$$A = M_1 g \sin \beta - 2M_3 g \sin \delta$$~~

$$Q_i = \left(M_1 g \sin \beta - \frac{1}{2} M_3 g \sin \delta \right) dS$$

$$0 = \dot{S} \Rightarrow$$

$$\frac{dT}{d\dot{S}} = \frac{\dot{S}}{2} (2M_1 + M_2 + M_3)$$

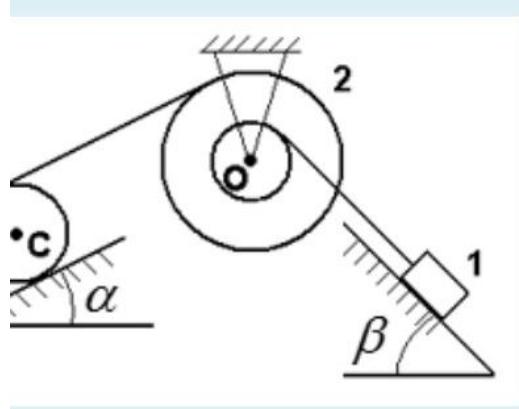
$$\frac{d}{dt} \frac{dT}{d\dot{S}} = \ddot{S} (2M_1 + M_2 + M_3) ; \quad \frac{dT}{dS} = 0 \Rightarrow$$

$$\ddot{S} (2M_1 + M_2 + M_3) = M_1 g \sin \beta - \frac{1}{2} M_3 g \sin \delta$$

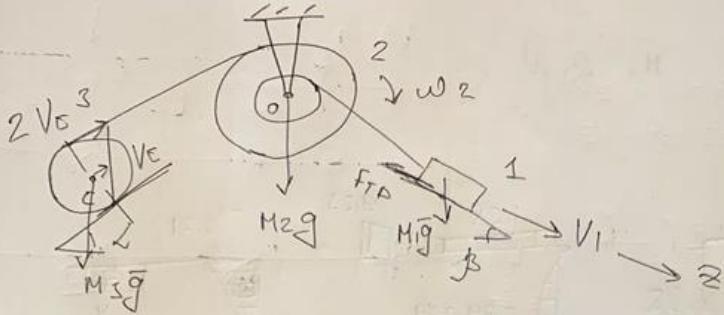


1

13. Механическая система состоит из груза 1, блока 2 и катка 3...



Механическая система состоит из груза 1, блока 2 и катка 3, массы которых равны соответственно M_1, M_2, M_3 . Радиусы считать



$$T = T_1 + T_2 + T_3$$

$$T_1 = \frac{M_1 V_1^2}{2} = 0,5 M_1 V_1^2$$

$$T_2 = M_2 \cdot \omega_2^2 = M_2 \cdot \frac{V_1^2}{r^2} = M_2 V_1^2$$

$$T_3 = M_3 V_C^2 = M_3 \cdot \frac{V_1^2}{2} \quad \omega_3 = \frac{V_1}{r}$$

$$T_3 = \frac{M_3 V_C^2}{2} + \frac{M_3 \omega_3^2}{2} = \frac{M_3 V_1^2}{2} + 0,5 \frac{V_1^2}{r^2} M_3 \frac{V_1^2}{r^2} = M_3 V_1^2$$

$$V_C = \frac{V_1}{r} \cdot 2r/2 = V_1$$

$$V_3 = \frac{M_3 V_1^2}{2} = M_3 \cdot \frac{V_1^2}{2} \cdot 0,5 \quad \omega_3 = \frac{V_1}{r}$$

$$T = V_1^2 \cdot (0,5 M_1 + M_2 + M_3) \quad V_1 = \dot{z}$$

δαδικηνειανη συντηρηση

$$\alpha = \frac{m g_1 \sin \beta \cdot \delta z - m g_2 \cos \beta \cdot \delta z - m g_3 \sin \delta z}{\delta z}$$

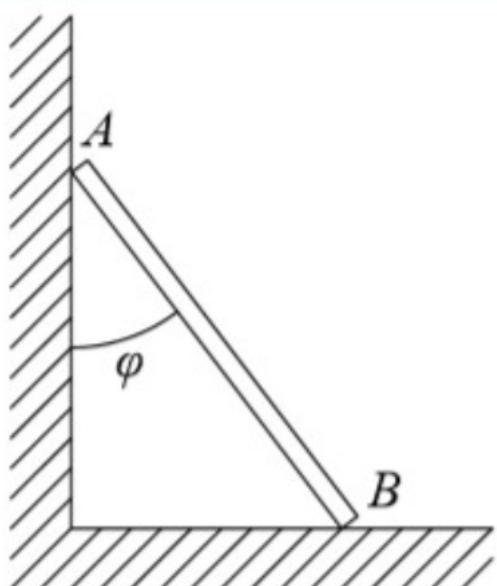
$$F_{TP} = m g_2 \cos \beta \cdot f \quad \alpha = m g_1 \sin \beta - m g_2 \cos \beta \cdot f - m g_3 \sin \delta z$$

$$\dot{z}^2 = \frac{m g_1 \sin \beta - m g_2 \cos \beta \cdot f - m g_3 \sin \delta z}{0,5 M_1 + M_2 + M_3}$$

$$\ddot{z} = \frac{m g_1 \sin \beta - m g_2 \cos \beta \cdot f - m g_3 \sin \delta z}{M_1 + 2 M_2 + 2 M_3}$$

14. Однородный стержень AB длиной l массы m из состояния покоя...

Однородный стержень AB длиной l массы m из состояния покоя под углом φ к вертикали начинает скользить по гладкой стене и гладкому полу. Определить угловое ускорение ε стержня, если в точках A и B нормальные реакции равны N_A и N_B . Использовать уравнения динамики плоского движения твёрдого тела.



Дано:

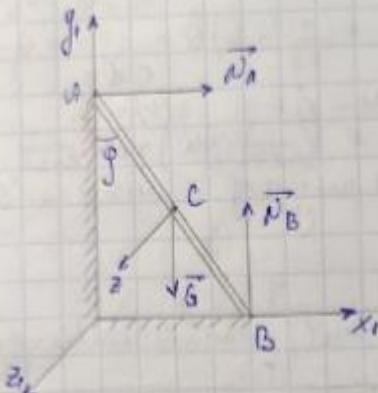
$$AB = l$$

$$m, g$$

$$N_A, N_B$$

$$\varepsilon = ?$$

Решение:



Дифференциальное ур-е вращения относительно оси z: $J_{Cz} \cdot \dot{\varepsilon} = M_z^{(e)}$

$$\text{Момент инерции: } J_{Cz} = \frac{m_{AB} l^2}{12}$$

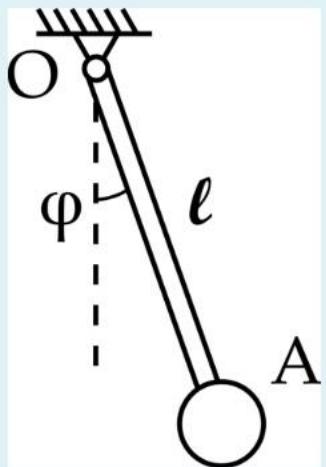
Головной момент внешних сил:

$$M_z^{(e)} = \sum M_z(F_i) = M_z(P_B) + M_z(G) =$$

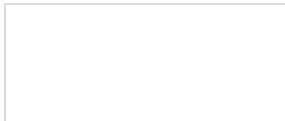
$$= -N_A \frac{AB}{2} \sin \varphi + N_B \frac{AB}{2} \cos \varphi = -N_A \frac{l}{2} \sin \varphi + N_B \frac{l}{2} \cos \varphi$$

$$\therefore \varepsilon = \frac{-N_A \frac{l}{2} \sin \varphi + N_B \frac{l}{2} \cos \varphi}{\frac{ml^2}{12}} = \frac{6(N_B \cos \varphi - N_A \sin \varphi)}{ml^2}$$

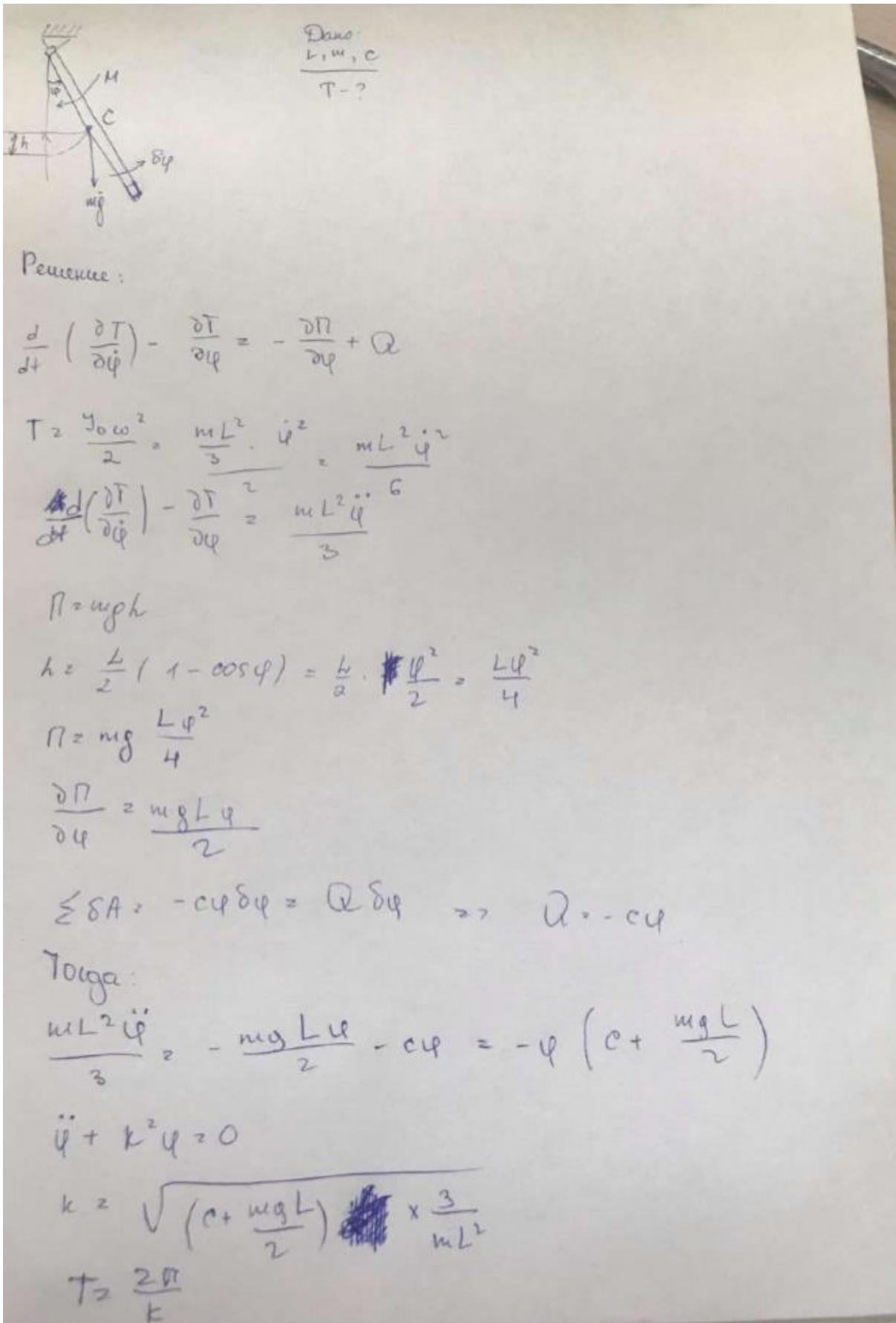
$$\text{Ответ: } \varepsilon = \frac{6(N_B \cos \varphi - N_A \sin \varphi)}{ml^2}$$

15. Маятник, состоящий из однородного стержня длины и массы и груза...

Маятник, состоящий из однородного стержня длины l и массы m и груза A массы M колеблется в вертикальной плоскости, вращаясь вокруг точки O . Найти период и частоту малых колебаний системы.



1



$$T = \frac{2 \Pi}{\sqrt{\left(c + \frac{m g L}{2} \right) \times \frac{3}{m L^2}}} \quad |$$



1

16. Составить уравнения Лагранжа и вычислить частоту малых колебаний



1

системы...

$AB = l, \rho, M,$
 $\dot{\varphi} \rightarrow$ буякко?

1) $\nabla: \nabla_{mg} + \nabla_{mg} = -mg \frac{l}{2} \cos\varphi - Mg l \cos\varphi$

2) $T = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{J\omega_i^2}{2} + \frac{Mv^2}{2} = \frac{ml^2\dot{\varphi}^2}{3} + \frac{M\dot{R}^2}{2} + \frac{Ml^2\dot{\omega}_i^2}{2} =$

$$= \frac{ml^2\dot{\varphi}^2}{6} + \frac{Ml^2\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{M\dot{R}^2}{9} \cdot \frac{\dot{\varphi}^2}{R^2} = \frac{ml^2\dot{\varphi}^2}{6} + \frac{3Ml^2\dot{\varphi}^2}{4}$$

3) $\frac{\partial \nabla}{\partial t} = \frac{mgl}{2} \dot{\sin}\varphi + Mg l \dot{\cos}\varphi \xrightarrow{\dot{\varphi}=0} -\cancel{\frac{mgl}{2} \dot{\sin}\varphi}$

 $\frac{\partial \nabla}{\partial t^2} = \frac{mgl}{2} \ddot{\cos}\varphi + Mg l \ddot{\cos}\varphi \xrightarrow{\ddot{\varphi}=0} mgl + Mg l = \frac{3gl}{2}(m+M)$

$\dot{\varphi} = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \left(\frac{ml^2}{3} + \frac{3Ml^2}{2} \right) \alpha = \frac{2ml^2}{6} + \frac{3Ml^2}{6} = \frac{l^2(2m+3M)}{6}$

 $\omega = \sqrt{\frac{c}{I}} = \sqrt{\frac{g \ell(m+2M)}{2 \ell^2(2m+3M)}} = \sqrt{\frac{6g(m+2M)}{2 \ell(2m+3M)}}$

$\nabla_{\varphi}:$ $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0$

 $L = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \left(\frac{l^2(2m+3M)}{6} \right) - g l \cos\varphi \left(\frac{m}{2} + M \right)$
 $\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{\dot{\varphi}}{6} l^2(2m+3M), \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{\varphi}}{6} l^2(2m+3M) \right) = \frac{\ddot{\varphi}}{6} l^2(2m+3M)$
 $\frac{\partial L}{\partial \varphi} = g l \sin\varphi \left(\frac{m}{2} + M \right)$

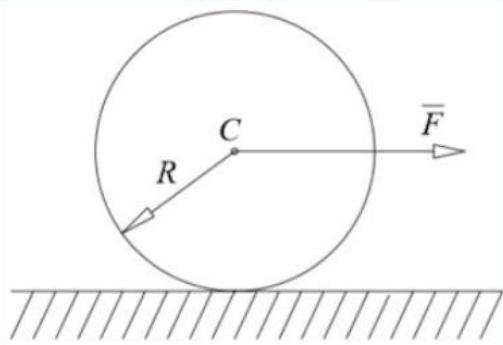
$\nabla_{\dot{\varphi}}:$ $\frac{\dot{\varphi}}{6} l^2(2m+3M) - g l \dot{\sin}\varphi \left(\frac{m}{2} + M \right)$



1

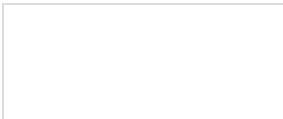
17. Однородное колесо массы m и радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной дороге...

Однородное колесо массы m и радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной дороге под действием горизонтальной силы \bar{F} , приложенной к центру C колеса. Используя уравнения динамики плоского движения твердого тела, найти угловое ускорение колеса.



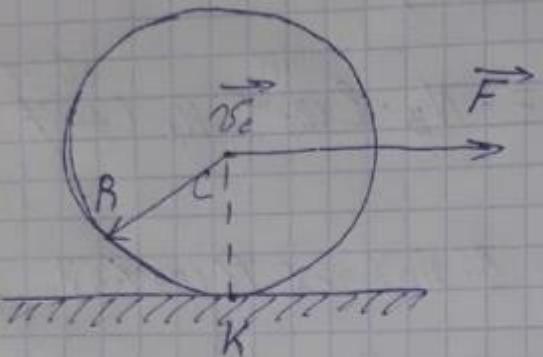
$$\begin{aligned} \sum \tau_{C_2} &= \sum M_{C_2} \\ \frac{1}{2}mR^2\ddot{\varphi} &= F_{Tp} \cdot R \\ \ddot{\varphi} &= \frac{2F_{Tp}}{mR} \quad \text{Ответ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F - F_{Tp} \\ \sum \ddot{\varphi} &= -RF_{Tp} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{mR^2}{2}\ddot{\varphi} &= -RF_{Tp} \Rightarrow \\ \Rightarrow F_{Tp} &= \frac{m\ddot{x}}{2} \Rightarrow \\ m\ddot{x} &= F + \frac{m\ddot{x}}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m\ddot{x}}{2} &= F \Rightarrow \boxed{\ddot{\varphi} = \frac{2F}{mR}} \end{aligned}$$



1

N6

Dato: m, R, F Haiomui: $\varepsilon = ?$ 

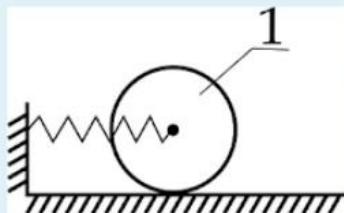
$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

$$v_C = \omega R, \quad v_K = 0$$

$$m \frac{d\omega R}{dt} = F$$

$$m \varepsilon R = F \Rightarrow \varepsilon = \frac{F}{mR} \text{ rad/c}^2$$

18. Выписать дифференциальное уравнение Лагранжа для колебаний катка 1 массы...



Выписать дифференциальное уравнение Лагранжа для колебаний катка 1 массы m и радиуса R под действием пружины жесткости k и недеформированной длины l .
Прокальывание катка отсутствует. Запишите уравнение малых колебаний катка, и найдите частоту этих колебаний.

Diagram of a mass-spring system with a circular mass of radius R and mass m attached to a spring of stiffness k and length l .

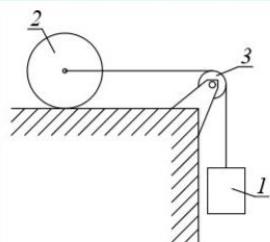
Given: m, R , $T = \frac{1}{2} J \omega^2 + \frac{m \dot{x}^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m R^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{4} m R^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{4} m R^2 \frac{\dot{x}^2}{R^2} + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{3}{4} m \dot{x}^2$, $\Pi = \frac{k(l-x)^2}{2}$, $L = \frac{3}{4} m \dot{x}^2 - \frac{k(l-x)^2}{2}$.

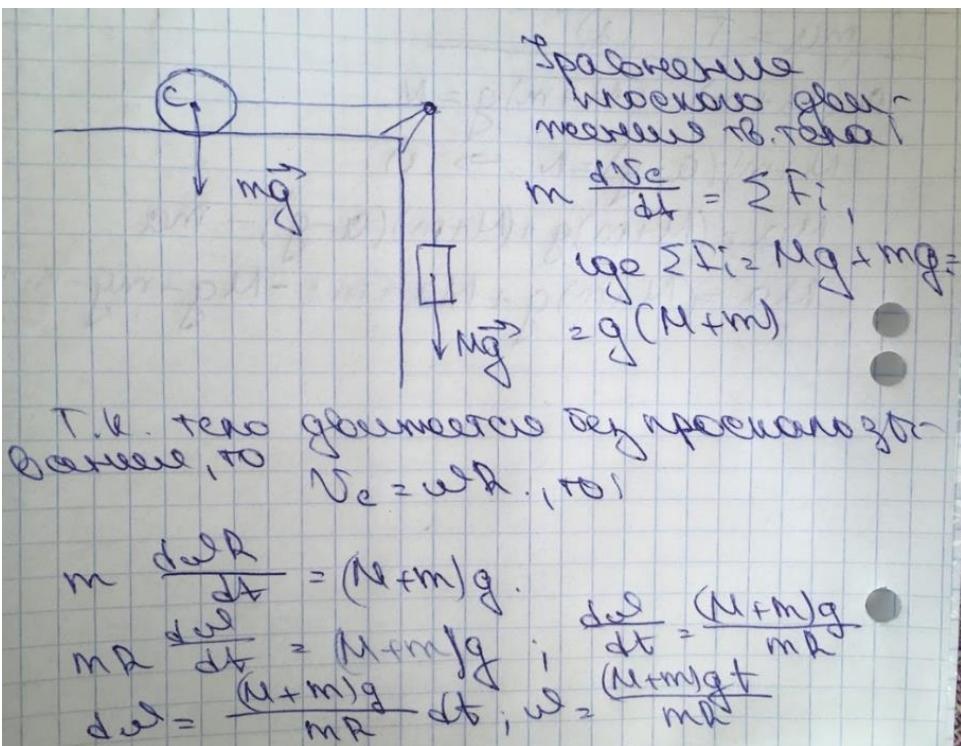
$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{3}{2} m \dot{x}, \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = \frac{3}{2} m \ddot{x} \Rightarrow \frac{3}{2} m \ddot{x} - k(x-l) = 0$, $\frac{\partial \Pi}{\partial x^2} = -k = C$.

$\frac{3}{2} m \ddot{x} - kx = 0$, $\omega = \sqrt{\frac{C}{m}} = \sqrt{\frac{k \cdot 2}{3m}}$, $\omega = \sqrt{\frac{2k}{3m}}$.

19. Однородное колесо 2 массы и радиуса катится по горизонтальной плоскости...

Однородное колесо 2 массы m и радиуса R катится по горизонтальной плоскости без проскальзывания под действием силы тяжести, действующей на груз 1 массы M . Блок 3 – невесом. Найти угловое ускорение колеса 2, используя уравнения динамики плоскости движения твёрдого тела.

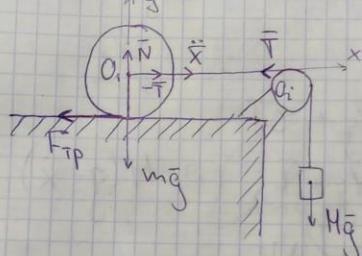




$$\ddot{x} = \frac{\ddot{\varphi}}{m + \frac{M}{2}}$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}}{R(m + \frac{M}{2})}$$

$$\frac{2Mg}{R(2m+M)}$$



T - реальная сила (сумма всех сил, действующих на систему)

$$K_{O_1} = -\gamma M \dot{x}; M_{O_1}^{(e)} = -\gamma Mg + \gamma T$$

$$(1) -\gamma M \ddot{x} = -\gamma Mg + \gamma T \Rightarrow T = M(g - \ddot{x})$$

$$(1) m \ddot{x} = T - F_{tp}$$

$$M_{O_1} \ddot{\varphi} = M_{O_1}^{(e)} \Rightarrow \frac{mR^2}{2} \ddot{\varphi} = RF_{tp} \Rightarrow$$

$$(2) \Rightarrow F_{tp} = \frac{mR^2}{2} \ddot{\varphi} = \frac{m \ddot{x}}{2}$$

$$(1), (1), (2) \Rightarrow m \ddot{x} = M(g - \ddot{x}) + \frac{m \ddot{x}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{x} \left(M + \frac{m}{2} \right) = Mg \Rightarrow \boxed{\ddot{\varphi} = \frac{2Mg}{R(2m+M)}}$$