Arifmetik progressiýa

Jübüt sanlaryň: 2, 4, 6, 8, …; 2n, … , yzygiderligine garap geçeliň.

Onuň her bir agzasy ikinjiden başlap, öňki agzasyna 2-ni goşmak bilen alynýar. Bu yzygiderlik arifmetik **progressiýanyň** mysalydyr.

Kesgitleme. Ikinji agzadan başlap, her bir agzasy öň ýanyndaky agzanyň üstüne şol bir sanyň goşulmagy bilen alnan yzygiderlige arifmetik progressiýa diýilýär.

Başgaça aýdylanda, eger islendik n natural san üçin $a_{n+1} = a_n + d$ (bu ýerde d – käbir san) şert ýerine ýetýän bolsa, onda (a_n) yzygiderlik **arifmetik progressiýadyr**.

Ikinji agzadan başlap, onuň islendik agzasynyň we öň ýa- nyndaky agzasynyň arasyndaky tapawudyň d-e deň bolýandygy, ýagny islendik n natural san bolanda $a_{n+1} - a_n = d$ bolýandygy arifmetik progressiýanyň kesgitlemesinden gelip çykýar. d sana **arifmetik progressiýanyň tapawudy** diýilýär.

Arifmetik progressiýanyň birinji agzasyny we tapawudyny bilip, ikinji, üçünji, dördünji we ş.m. agzalaryny yzygider hasaplap, onuň islendik agzasyny tapyp bolar. Ýöne progressiýanyň uly agzasyny tapmak üçin, bu usul amatly däldir. Az hasaplamany talap edýän usuly tapmaga çalşalyň.

Arifmetik progressiýanyň kesgitlemesine görä:

$$a_2 = a_1 + d;$$
$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d;$$
$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d;$$
$$a_5 = a_4 + d = (a_1 + 3d) + d = a_1 + 4d;$$
$$a_6 = a_5 + d = (a_1 + 4d) + d = a_1 + 5d$$

Edil şonuň ýaly edip,

$$a_7 = a_1 + 6d;$$

bolýandygyny bileris.

Umuman, n-nji agzany a_n-i tapmak üçin, birinji agzanyň a_1 -iň üstüne $(n - 1)\, d$ aňlatmany goşmaly, ýagny $\boldsymbol{a_n = a_1 + d(n-1)}$**.**

Biz **arifmetik progressiýanyň n-nji agzasynyň formulasyny** aldyk.

1-nji mysal. Arifmetik progressiýanyň birinji agzasy 8-e, ta- pawudy 2-ä deň, ýagny a_1=8; d=2. Onuň 20-nji agzasyny tapalyň.

Arifmetik progressiýanyň n-nji agzasynyň formulasyny ulanyp, alarys:

$$a_{20} = 8 + 2(20 - 1) = 8 + 38 = 46, \qquad a_{20} = 46$$

2-nji mysal. (a_n) yzygiderlik – arifmetik progressiýa. Eger $a_1 = 2{,}3$ we a_{10}= 6,35 bolsa, d-ni tapalyň.

$a_{10} = a_1 + d\,(10 - 1),$

$6{,}35 = 2{,}3 + 9d,$

$9d = 4{,}05\,,$

$d = 0{,}45$

1-den 100-e çenli ähli natural sanlaryň jemini hasaplamaga synanyşyň. Eger olary artýan tertipde, biri-biriniň yzyndan ýazyp goşsak, onda hasaplama köp wagty alar. Eger birinji agzany iň soňky bilen, ikinjini iň soňkynyň öň ýanyndaky bilen we ş.m. ter- tipde goşsak, ýagdaý başgaça bolar. Munuň üçin gözlenýän jemi S bilen belgiläliň we ony iki gezek ýazalyň, birinji gezek goşulyjy□lary artýan tertipde, ikinjide bolsa kemelýän tertipde ýerleşdireliň:

S = 1 + 2 + 3 + … + 98 + 99 + 100;

S = 100 + 99 + 98 + … + 3 + 2 + 1

Biri-biriniň aşagynda ýerleşen sanlaryň her bir jübütindäki sanlar goşulanda, 101 sany berýär. Şeýle jübütleriň sany 100-e deň. Şonuň üçin deňlikleri agzama-agza goşup alarys:

$$2S = 101 \cdot 100$$

$$S = \frac{101 \cdot 100}{2} = 5050$$

Diýmek:

1+2+3+…+99+100=5050

Bu usul bilen islendik arifmetik progressiýanyň agzalarynyň jemini tapyp bolar.

arifmetik progressiýanyň ilkinji n agzasynyň jeminiň formulasy:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

3-nji mysal. 18; 14; 10; 6; … arifmetik progressiýanyň ilkinji on agzasynyň jemini tapalyň.

Çözülişi. Berlen arifmetik progressiýada $a_1 = 18,\ d = 14 - 18 = -4$. Progressiýanyň onunjy agzasyny n-nji agzanyň formulasy boýunça tapalyň:

$$a_{10} = 18 + 9 \cdot (-4) = -18.$$

Indi birinji on agzanyň jemini hasaplalyň:

$$S_n = \frac{(18 - 18)10}{2} = 0$$

Eger

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

formulada a_n-i oňa deň bolan $a_1 + (n - 1)d$ aňlatma bilen çalyşsak aşakdaky formulany alarys:

$$\boldsymbol{S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2}\ n}$$

3-nji mysaly çözmek üçin ýokardaky formuladan peýdalansak, onda hasaplamalar aşakdaky ýaly bolar:

$$S_n = \frac{2 \cdot 18 + (-4) \cdot 9}{2} \cdot 10 = 0$$

4-nji mysal:1-den n-e çenli ähli natural sanlaryň 1+2+3+…+n jemini tapalyň.

Çözülişi: $S_n = \frac{(a_1+a_n)n}{2}$

formulany 1; 2; 3; … arifmetik progressiýa ulanmak bilen, alarys:

$$S_n = \frac{(1 + n)n}{2}$$