

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta stavební

Katedra geomatiky



**Technická zpráva**

## **Algoritmy v digitální kartografii**

### **Úloha č. 4: Množinové operace s polygony**

**Bc. Pane Kuzmanov**

**Bc. František Mužík**

Studijní program: Geodézie a kartografie

Specializace: Geomatika

Praha 2021

## Úloha č. 4: Množinové operace s polygony

*Vstup: množina  $n$  polygonů  $P = \{P_1, \dots, P_n\}$ .*

*Výstup: množina  $m$  polygonů  $P' = \{P'_1, \dots, P'_m\}$ .*

S využitím algoritmu pro množinové operace s polygony implementujte pro libovolné dva polygony  $P_i, P_j \in P$  následující operace:

- Průnik polygonů  $P_i \cap P_j$ ,
- Sjednocení polygonů  $P_i \cup P_j$ ,
- Rozdíl polygonů:  $P_i \cap \overline{P_j}$ , resp.  $P_j \cap \overline{P_i}$ .

Jako vstupní data použijte existující kartografická data (např. konvertované shape fily) či syntetická data, která budou načítána z textového souboru ve Vámi zvoleném formátu.

Grafické rozhraní realizujte s využitím frameworku QT.

Při zpracování se snažte postihnout nejčastější singulární případy: společný vrchol, společná část segmentu, společný celý segment či více společných segmentů. Ošetřete situace, kdy výsledkem není 2D entita, ale 0D či 1D entita.

Pro výše uvedené účely je nutné mít řádně odladěny algoritmy z úlohy 1. Postup ošetření těchto případů diskutujte v technické zprávě, zamyslete se nad dalšími singularitami, které mohou nastat.

### Hodnocení:

Krok	Hodnocení
Množinové operace: průnik, sjednocení, rozdíl	20b
Konstrukce offsetu (bufferu)	+10b
Výpočet průsečíků segmentů algoritmem Bentley & Ottman	+8b
Řešení pro polygony obsahující holes (otvory)	+6b
<b>Max celkem:</b>	<b>44b</b>

Čas zpracování: 2 týdny

# 1 Údaje o bonusových úlohách

## 1.1 Konstrukce offsetu (bufferu) (+10b)

## 1.2 Výpočet průsečíků segmentů algoritmem Bentley & Ottoman (+8b)

Tato bonusová úloha nebyla řešena.

## 1.3 Řešení pro polygony obsahující holes (otvory) (+6b)

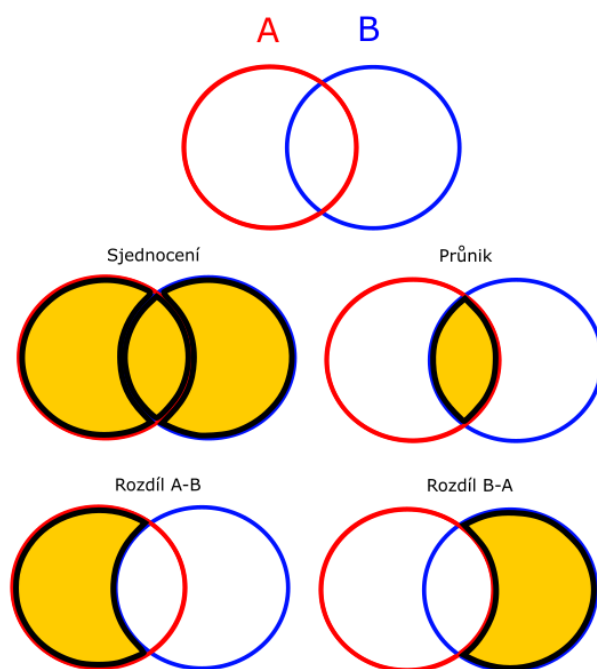
Tato bonusová úloha nebyla řešena.

# 2 Popis a rozbor problému

Nechť existují dva polygony  $A, B$  tvořené body  $P_1$  až  $P_n$ . Pro tyto polygony je potřeba zjistit jejich vzájemnou polohu užitím následujících množinových operací: průnik  $A \cap B$ , sjednocení  $A \cup B$  a rozdíl ( $A - B, B - A$ ) (viz. obr. 1). Uživateli je zobrazen výsledek zvolené množinové operace s využitím grafického zvýraznění částí polygonů.

Popis jednotlivých množinových operací včetně jejich implementace je podrobně roze-psán v kapitole 3.

Při řešení problému je potřeba postihnout některé singulární případy (viz. kapitola 4).



Obrázek 1: Množinové operace.

### Popis množinových operací:

- **Sjednocení:** Výsledkem je taková množina, která obsahuje každý prvek, který se nachází alespoň jedné ze sjednocovaných množin, a žádné další prvky.

- **Průnik:** Výsledkem je taková množina, která obsahuje pouze ty prvky, které se nalézají v obou množinách a obsahuje všechny takové prvky.
- **Rozdíl:** Výsledkem je taková množina, která obsahuje každý prvek, který se nachází v první z množin, ale nenachází se ve druhé z nich, a žádné další prvky.

### 3 Popisy algoritmů formálním jazykem

#### 3.1 Určení polohy bodu pomocí Winding Number Algorithm

Jestliže pozorovatel stojí na námi určeném bodě  $q$ . Při určení polohy bodu vůči polygonu  $P$  se následně pozorovatel otáčí na bodě  $q$  proti směru hodinových ručiček. Při otočení proti směru hodinových ručiček, se úhlu přiřadí kladné znaménko a naopak, při otočení podél směru hodinových ručiček, je přiřazeno znaménko záporné. Pozorovatel takto zapisuje úhly  $\omega$  mezi jednotlivými vrcholy polygonu, dokud se nedostane do počátečního bodu. Dále se vypočte suma všech úhlů (tzv. Winding number) s uvedením příslušných znamének a provede se určení polohy:

- Pokud  $q \in P$  a pozorovatel chce vidět více  $\forall p_i \in P$ , musí se otočit o úhel  $2\pi$ .
- Pokud  $q \notin P$ , je tento úhel menší než  $2\pi$ .

**Zadáno:** bod  $q$ , polygon  $P$  tvořený vrcholy  $p_i$

**Určováno:** úhly mezi vrcholy  $\omega(p_i, q, p_{i+1})$

**Implementace algoritmu:**

Ze souřadnic bodů jsou vypočteny vektory  $\vec{u}_i = (q, p_i)$  a  $\vec{v}_i = (q, p_{i+1})$ .

Dále probíhá výpočet jednotlivých úhlů:  $\cos \omega = \frac{\vec{u}_i \cdot \vec{v}_i}{|\vec{u}_i| \cdot |\vec{v}_i|}$ .

1. Inicializace  $\Omega = 0$ , tolerance  $\epsilon$ . Natavení tolerance vychází z nutnosti porovnávání reálných, nikoliv celých, čísel.
2. Opakování pro  $\forall$  trojici  $(p_i, q, p_{i+1})$ .
3. Určení polohy  $q$  vzhledem k hranici polygonu  $p = (p_i, p_{i+1})$ . Tedy jestli bod leží vlevo, vpravo nebo na úsečce (hranici polygonu).
4. Určení úhlu  $\omega_i = \angle p_i, q, p_{i+1}$ .
5. Zjištění do jaké poloroviny bod patří. Pokud  $q \in \overline{\Omega}_l$ , pak  $\Omega = \Omega + \omega_i$ . Bod bude v ležet v levé polorovině.
6. Jinak  $\Omega = \Omega - \omega_i$ . Pak bod bude ležet v pravé polorovině.
7. Závěrem je proveden test na odchylku od  $2\pi$ . Pokud  $||\Omega| - 2\pi| < \epsilon$ , pak se bod  $q$  nachází uvnitř polygonu  $P$ .
8. Jinak bod  $q$  leží mimo polygon  $P$ .

### 3.2 Výpočet průsečíků polygonů A,B

Následující algoritmus slouží k výpočtu průsečíků dvou hran polygonů A,B. Tyto průsečíky jsou ukládány do mapy s klíčem  $\alpha$ ,  $\beta$ , které určují polohu průsečíku dvou hran a hodnotou danou průsečíkem. Po nalezení každého dalšího průsečíku je mapa aktualizována a body v ní seřazeny dle hodnot  $\alpha$ ,  $\beta$ . Závěrem je s užitím algoritmu Winding Number (viz. kapitola 3.1) určena poloha vrcholů jednoho polygonu vůči druhému (a naopak), z čehož poté vychází výsledky jednotlivých množinových operací, jež jsou sepsány v tabulce 1.

**Implementace algoritmu:**

1. *for*( $i = 0; i < n; i++$ )
2. Vytvoření mapy:  $M = \text{map}(\text{double}, Q\text{PointFBO})$
3. *for*( $j = 0; j < m; j++$ )
4. Pokud existuje průsečík:  $if b_{ij} = (p_i, p_{(i+1)\%m}) \cap (q_j, q_{(j+1)\%m}) \neq 0$
5. Přidání do mapy M:  $M[\alpha_i] \leftarrow b_{ij}$
6. Zpracování prvního průsečíku pro  $e'_j$ :  $\text{processIntersection}(b_{ij}, \beta, B, j)$
7. Pokud jsou nalezeny nějaké průsečíky:  $if(\|M\| > 0)$
8. Procházení všech průsečíků v mapě:  $for(\forall m \in M) :$
9. Získání 2. hodnoty páru:  $b \leftarrow m.second$
10. Zpracování aktuálního průsečíku pro  $e_i$ :  $\text{processIntersection}(b, \alpha, A, i)$

**processIntersection:**

1. Jestliže  $\epsilon$  je minimální hodnota:  $if(|t| > \epsilon \ \&\& \ |t| - 1 > \epsilon) :$
2. Inkrementace pozice:  $i \leftarrow i + 1$
3. Přidání průsečíku na pozici  $i+1$ :  $P \leftarrow (b, i)$

### 3.3 Ohodnocení hran

Algoritmus `setEdgePositions` rozděljuje pozice středů hran vůči polygonu. Pro pozice bodů je využit algoritmus Winding Number (kapitola 3.1). Výsledkem je buď vnitřní (inner) nebo vnější (outer) pozice.

**Implementace algoritmu:**

1. *for*( $i = 0; i < n; i++$ ), kde  $n$  je počet vrcholů polygonu A
2. Určení středu hrany  $M(x_m, y_m)$ :
3. 
$$x_m = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$
4. 
$$y_m = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}$$
5. Určení pozice vůči polygonu B:  $pos = \text{getPositionWinding}(M, B)$
6. Aktualizování pozice:  $A(i) \leftarrow pos$

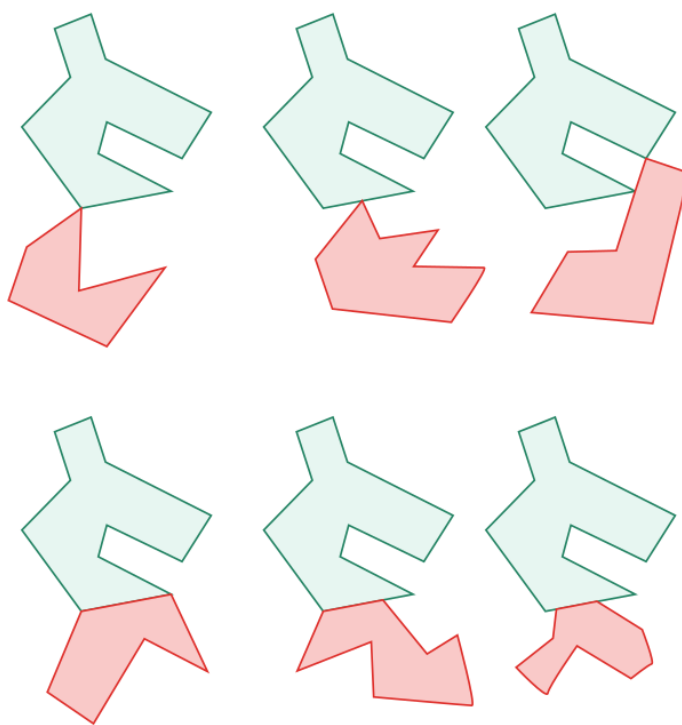
### 3.4 Množinové operace dle polohy bodů

Tabulka 1: Množinové operace

Operace	Polygon A	Polygon B
<b>Sjednocení</b>	Vnější	Vnější
<b>Průnik</b>	Vnitřní	Vnitřní
<b>Rozdíl A-B</b>	Vnější	Vnitřní
<b>Rozdíl B-A</b>	Vnitřní	Vnější

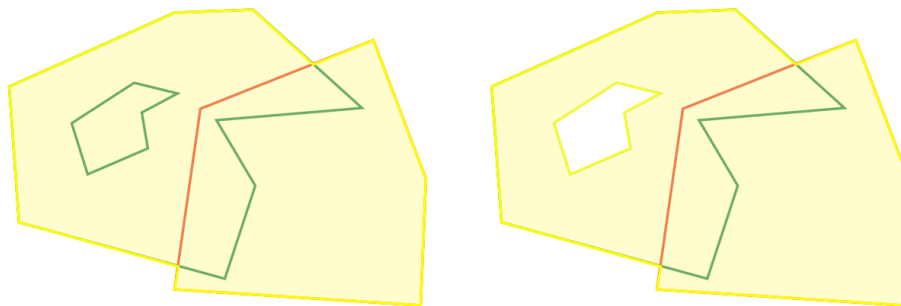
## 4 Problematické situace a jejich rozbor

Problematické situace nastávají, jestliže polygony mají společný jeden či více společných vrcholů, úseků hrany a nebo celé společné hrany. Ukázky je možné prohlédnout níže na obr. 2.



Obrázek 2: Problematické situace.

Další problém nastává u polygonů s otvory. Na obr. 3 je v levé části zřetelné chybné určení sjednocení zeleného a červeného polygonu, jestliže některý polygon (zde zelený) obsahuje otvor. Vpravo je správné určení. Aplikace bohužel neumí tento problém správně vyřešit, tato bonusová úloha nebyla řešena.



Obrázek 3: Problematické situace – polygony s otvory.

## 5 Vstupní data

Vstupními daty je textový soubor obsahující lomové body polygonů. Jedná se o generalizovaná data (s tolerancí 1 km) z datasetu ArcČR [2]. Konkrétně jde o Jihočeský kraj a spojené území NP a CHKO Šumava. Výběr a export dat proběhl v softwaru ArcGIS Pro [1]. Každý bod je zadán id polygonu (Šumava či Jihočeský kraj) a souřadnicemi X,Y v modifikovaném systému JTSK:

```
1 848367 1118134
1 841874 1121052
1 839753 1118724
...
```

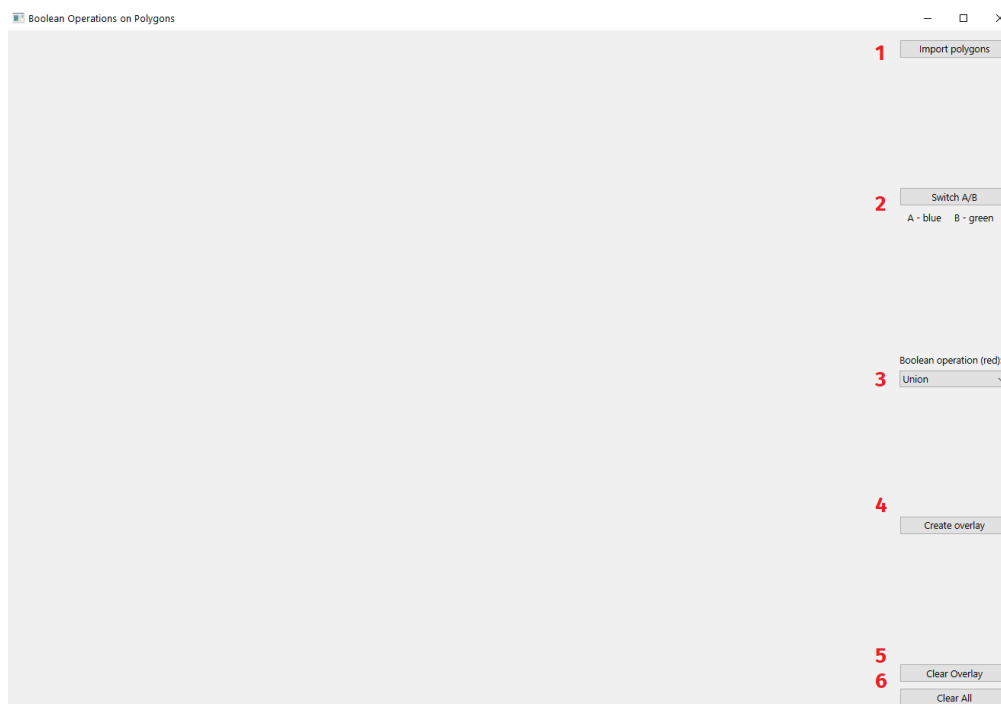
## 6 Výstupní data

Za výstupní data je považováno grafické rozhraní vytvořené aplikace. S jejím využitím lze posuzovat vzájemné polohy dvou polygonů a výsledky množinových operací nad nimi.

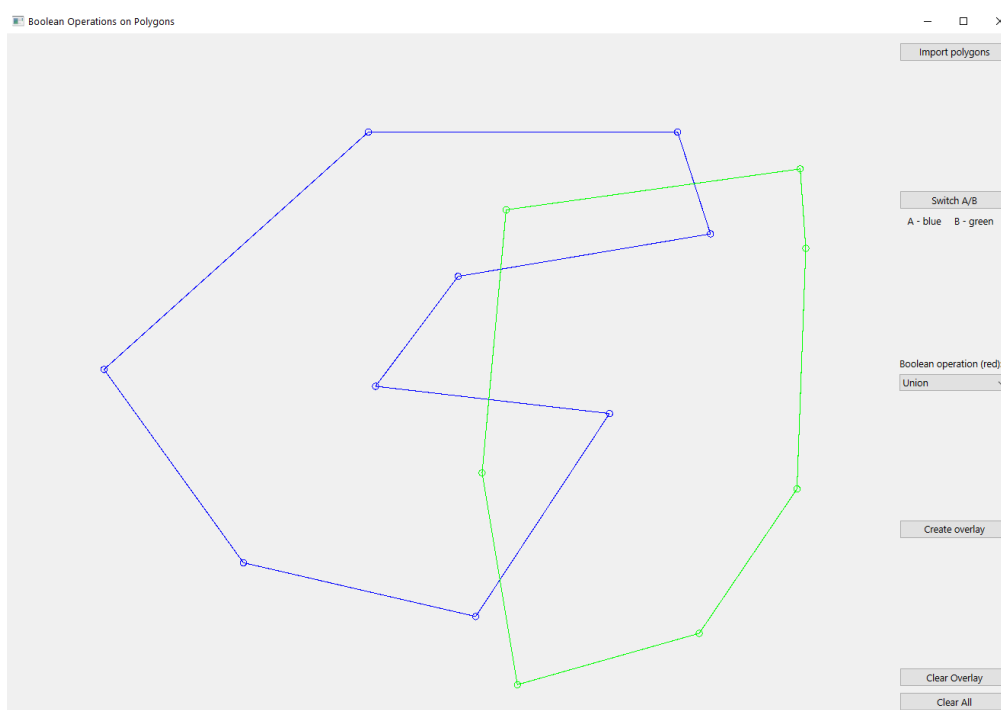
## 7 Snímky obrazovky vytvořené aplikace a její popis

Na obrázku 4 je znázorněn popis uživatelského rozhraní aplikace v momentu po jejím spuštění. Tlačítka mají následující využití:

1. Import polygon umožňuje načtení polygonů z textového souboru
2. Pomocí Switch A/B lze změnit kreslení polygonů A nebo B
3. Combo box umožňující výběr dané množinové operace
4. Create overlay vykreslí hranice polygonu zvolené množinové operace
5. Clear overlay vymaže předchozí vykreslení
6. Clear all vymaže celé okno

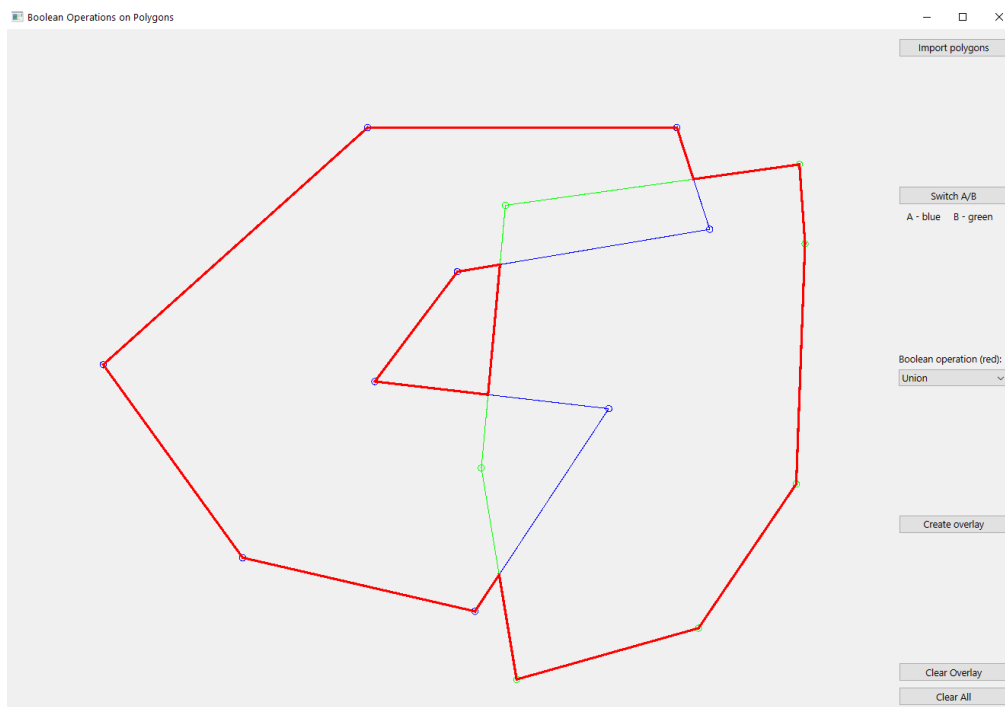


Obrázek 4: Popis uživatelského rozhraní aplikace.

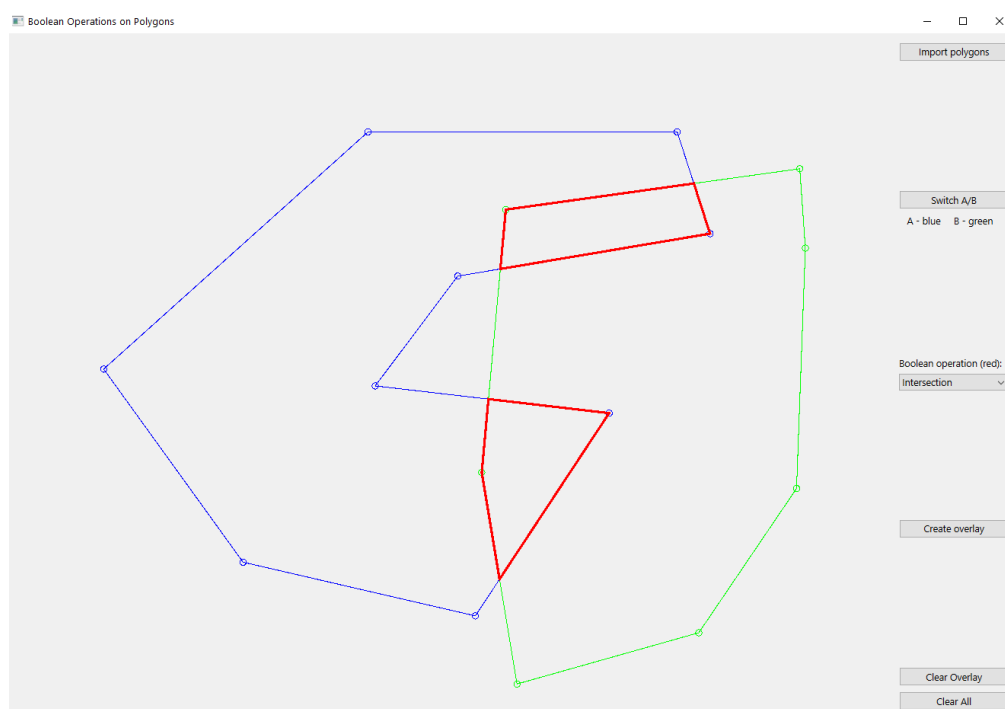


Obrázek 5: Aplikace po vykreslení obou polygonů.

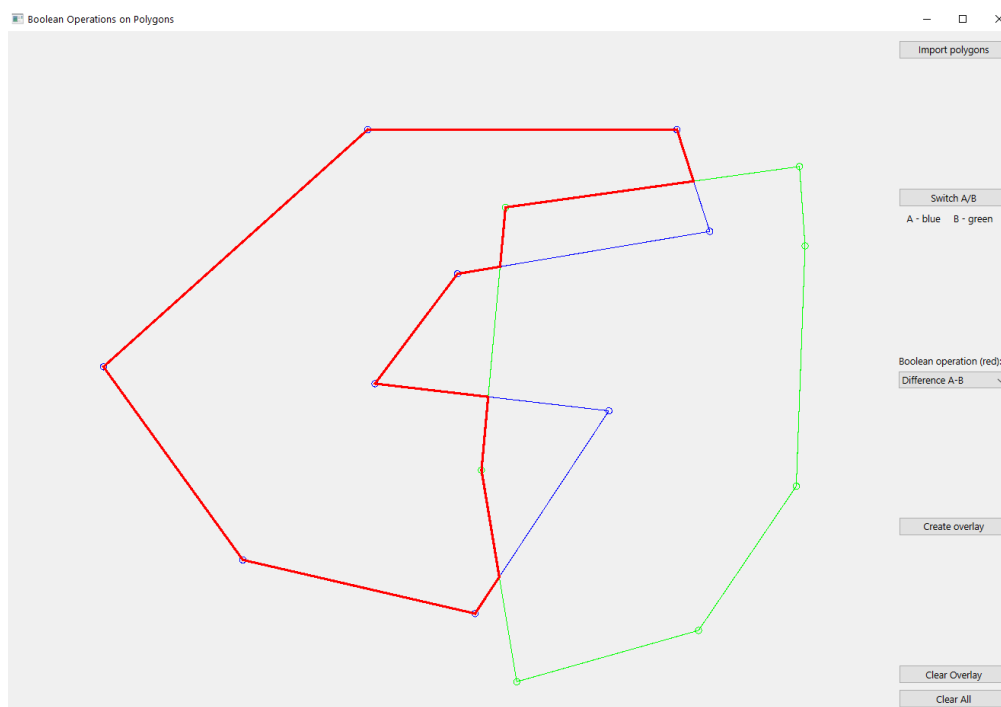




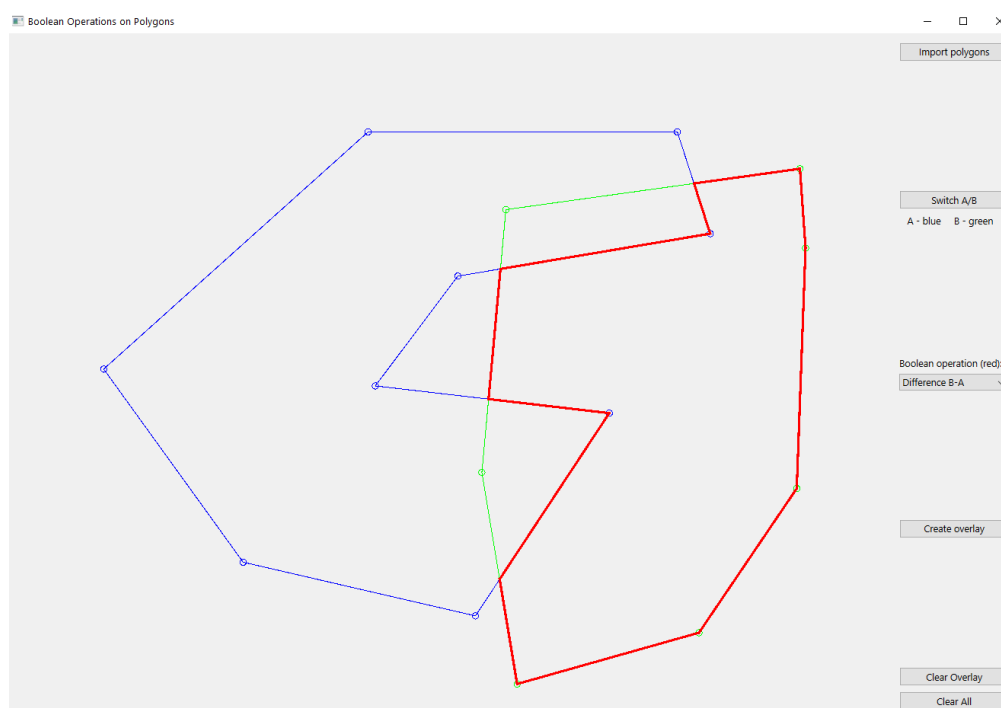
Obrázek 6: Vyhodnocení sjednocení polygonů.



Obrázek 7: Vyhodnocení průniku polygonů.



Obrázek 8: Vyhodnocení rozdílu polygonů A-B.



Obrázek 9: Vyhodnocení rozdílu polygonů B-A.

## 8 Dokumentace

## 9 Závěr

Vývoj aplikace proběhl v programovacím jazyce C++.

### 9.1 Možné či neřešené problémy

Nebyly řešeny bonusové úlohy. Problémy mohou nastávat u polygonů s otvory. V těchto případech aplikace nesprávně vyhodnocuje množinové operace.

### 9.2 Náměty na vylepšení

K vylepšení se nabízí vyřešení problému s polygony, které mají otvory. Stávající verze aplikace neumí správně vyřešit některé takovéto situace. Řešení tohoto problému je součástí bonusové úlohy, která nebyla řešena.

V Praze 27. 12.2021

Bc. Pane Kuzmanov

Bc. František Mužík

## Použitá literatura

- [1] ARCGIS PRO. Základ systému ArcGIS. <https://www.arcdata.cz/produkty/arcgis/desktopovy-gis/arcgis-pro> [cit. 2021-12-03].
- [2] ARCČR. Vybraná administrativní a statistická data o České republice. <https://www.arcdata.cz/produkty/geograficka-data/arccr-4-0> [cit. 2021-12-26].