

для любознательных



№9

БЕНДЖАМИН ТОМПСОН, ГРАФ РУМФОРД

сентябрь 2021

ЛИНЕЙЧАТЫЕ, НО НЕ ПЛОСКИЕ ТЕНЬ РАСЧЁСКИ



ОТКРЫЛАСЬ ПОДПИСКА на 2022 год!

Подписаться на журнал можно

- на почте (у оператора) по электронной версии Каталога Почты России:
 - индекс ПМ068 подписка по месяцам полугодия
 - индекс ПМ989 годовая подписка
- онлайн-подписка на сайтах:
 - агентства AP3И akc.ru/itm/kvantik
 - Почты России podpiska.pochta.ru





На 2 полугодие 2021 года также можно подписаться на почте по ОБЪЕДИНЁННОМУ КАТАЛОГУ «ПРЕССА РОССИИ» (индекс **11346**)

На «Квантик» теперь можно подписаться в КАЗАХСТАНЕ и УКРАИНЕ!

УКРАИНА 💳

Подписное агентство «ПРЕСЦЕНТР КИЕВ»

www.prescentr.kiev.ua

Чтобы подписаться, нужно позвонить

по тел.: 044-451-51-61

или написать на e-mail: podpiska1@prescentr.kiev.ua

KA3AXCTAH

1) Подписное агентство «ЭКСПРЕСС-ПРЕСС» (TOO «Express Press Astana»)

телефоны: +7 7172-25-24-35

+7 747-266-05-77

+7 7172-49-39-29

e-mail: express-press-astana@mail.ru

- 2) Подписное агентство «ЕВРАЗИЯ ПРЕСС» телефон: (727) 382-25-11; факс: (727) 382-34-87 e-mail: evrasia press@mail.kz
- 3) КАЗПОЧТА Узнавайте о возможностях подписки на «Квантик» на Казпочте

ПРОДАЖЕ മ (OPO



АЛЬМАНАХ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ «КВАНТИК», выпуск 18

В него вошли материалы журнала «КВАНТИК» за второе полугодие 2020 года

Купить этот и предыдущие альманахи можно в магазине «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»

(адрес: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11), в интернет-магазинах biblio.mccme.ru и kvantik.ru и других (см. список на сайте kvantik.com/buy)



www.kvantik.com



instagram.com/kvantik12

- National Representation Nation
- facebook.com/kvantik12
- B vk.com/kvantik12
- twitter.com/kvantik_journal

Журнал «Квантик» № 9, сентябрь 2021 г.

Издаётся с января 2012 года Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г. выдано Федеральной службой по надзору в сфере

связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор С. А. Дориченко Редакция: В.Г. Асташкина, Е.А. Котко,

Р.В. Крутовский, Г.А. Мерзон, А.Ю. Перепечко, М.В. Прасолов

Художественный редактор и главный художник Yustas Вёрстка: Р.К.Шагеева, И.Х.Гумерова Обложка: художник Фил Дунский

Учредитель и издатель:

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя: 119002. г. Москва. Большой Власьевский пер., д. 11.

Тел.: (499) 795-11-05,

e-mail: kvantik@mccme.ru сайт: www.kvantik.com

Подписка на журнал в отделениях Почты России:

- бумажный каталог Объединённый каталог
- «Пресса России» (индекс 11346) электронная версия Каталога Почты России (индекс ПМ068)

Онлайн-подписка на сайте:

- агентства АРЗИ akc.ru/itm/kvantik
- Почты России podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону (495) 745-80-31 и e-mail: biblio@mccme.ru

Формат 84х108/16

Тираж: 4000 экз.

Подписано в печать: 12.08.2021

Отпечатано в ООО «Принт-Хаус» г. Нижний Новгород.

ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.

Тел.: (831)216-40-40

Заказ № Цена свободная ISSN 2227-7986



СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ	
Линейчатые, но не плоские. $H.~Aндреев,~M.~Прасолов$	2
ПРЕДАНЬЯ СТАРИНЫ	
Почему теорема	
называется теоремой? А. Щетников	6
■ ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
Тень расчёски. A . Бер ∂ ников	11
Как перекачать газ? Н. Константинов IV с. обло	жки
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК	
Вспомогательные сетки. И. Сиротовский	12
■ ДВЕ ТРЕТИ ПРАВДЫ	
Крылов, Витте, Цицерон. С. Дориченко	16
ВЕЛИКИЕ УМЫ	
Бенджамин Томпсон, граф Румфорд:	
авантюрист и благодетель. М. Молчанова	18
ОЛИМПИАДЫ	
XXVI Турнир математических боёв	
им. А. П. Савина. Избранные задачи	24
Наш конкурс	32
игры и головоломки	
А нтислайд с кирпичами. В. Красноухов	27
ОТВЕТЫ	
Ответы, указания, решения	28

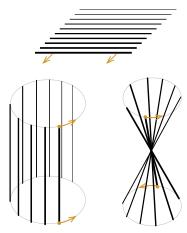




ЛИНЕЙЧАТЫЕ, НО НЕ ПЛОСКИЕ

Представьте себе, что вы держите в руке палку и перемещаете её в пространстве. А потом «закрашиваете» все точки, по которым «проехала» палка. Так можно «нарисовать», например, обычный стол.

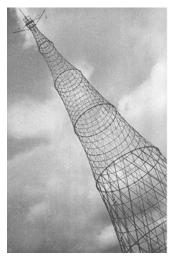
То есть поверхность стола плоскость - может быть получена движением прямой. Цилиндр – это поверхность, образованная движением прямой по окружности. Конус образованная поверхность, прямой вращением вокруг пересекающейся с ней осью. И кажется неудивительным, что и цилиндр, и конус можно получить сворачиванием плоского листа бумаги.



Поверхности, образованные движением прямой, называют *линейчатыми*, а саму эту прямую — *образующей*. А так ли неудивительно, что линейчатую поверхность конуса и цилиндра можно свернуть из листа? Любую ли линейчатую поверхность можно получить сворачиванием листа бумаги? Оказывается — нет.

Один пример такой поверхности Квантик и его друзья уже знают — однополостный гиперболоид вращения — его форму имеют секции башни Шухова¹.

Чтобы сделать эту поверхность, возьмите две одинаковые крышки для банок, заполните их пластилином. По ободку одной из крышек воткните много одинаковых шпажек на одинаковом расстоянии друг от друга перпендикулярно плоскости крышки. Аккуратно накройте конструкцию второй



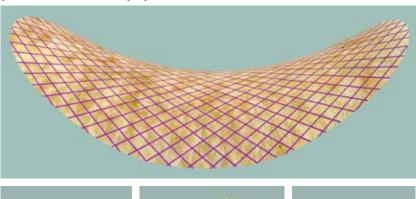
Шуховская башня (фото А. Родченко, 1929) kvan.tk/shukhov

 $^{^{1}}$ См. статью «Шухов и его башня», «Квантик» № 8 за 2012 год.

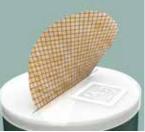
крышкой, чтобы шпажки воткнулись и в неё (по ободку, на таком же расстоянии друг от друга). Получился цилиндр. Теперь слегка поверните одну крышку, держа другую неподвижной: получится гиперболоид! Он симметричный: в зеркале получится такая же поверхность, но шпажки будут закручены в другую сторону. Поэтому настоящие и зеркальные шпажки образуют сетку. Поверхностей, на которых есть сетка из прямых (через каждую точку проходит более одной прямой), отличных от плоскости, всего две - обе их вы найдёте в этой статье.

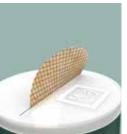


Ещё одна поверхность - гиперболический пара $fonou\partial$. Не пугайтесь названия: вы наверняка встречались с этой поверхностью, если видели чипсы. Она похожа на седло: именно такую форму имеют чипсы, упакованные в тубусы.







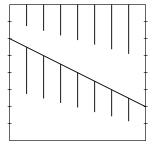




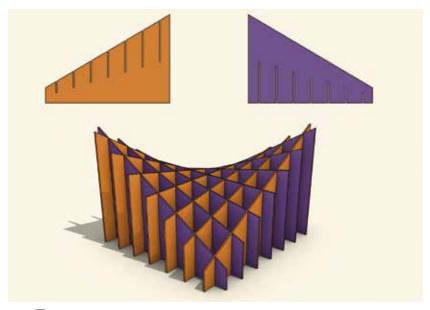


Оказывается, что эта поверхность линейчатая. Убедитесь в этом, проделав такой эксперимент: прорежьте узкую щель в крышке от тубуса и аккуратно просуньте чипс через эту щель. Чипс пролезет!

Желающие могут изготовить модель гиперболического параболоида из картона. Предлагаем способ, в котором понадобится 7 одинаковых квадратов. Боковые стороны разделим метками на 8 равных частей. Разрежем квадрат по отрезку, соединяю-



щему метку с противоположной, так сделаем по одному разу с каждой меткой. Получим 7 одинаковых пар деталей. Сделаем вертикальные прорези на половину высоты, отстоящие друг от друга и от вертикальных краёв на одно и то же расстояние. Соединим детали, как на картинке. Получилась поверхность сетки из прямых (см. похожие картинки в журнале «Квант» № 3 за 1990 год, на 1-й и 4-й страницах обложки).



Ту же самую поверхность можно получить по-другому. Возьмём две прямые, отметим на каждой прямой одинаковое количество точек на равных расстояниях, пронумеруем их по порядку. Соединим отрезком каждую точку с точкой на другой прямой с тем же номером. Отрезки заметут поверхность. Если

прямые были параллельны или пересекались, то получится плоскость. А если нет, то гиперболический параболоид.

Попробуйте приложить листочек бумаги поверх изготовленной



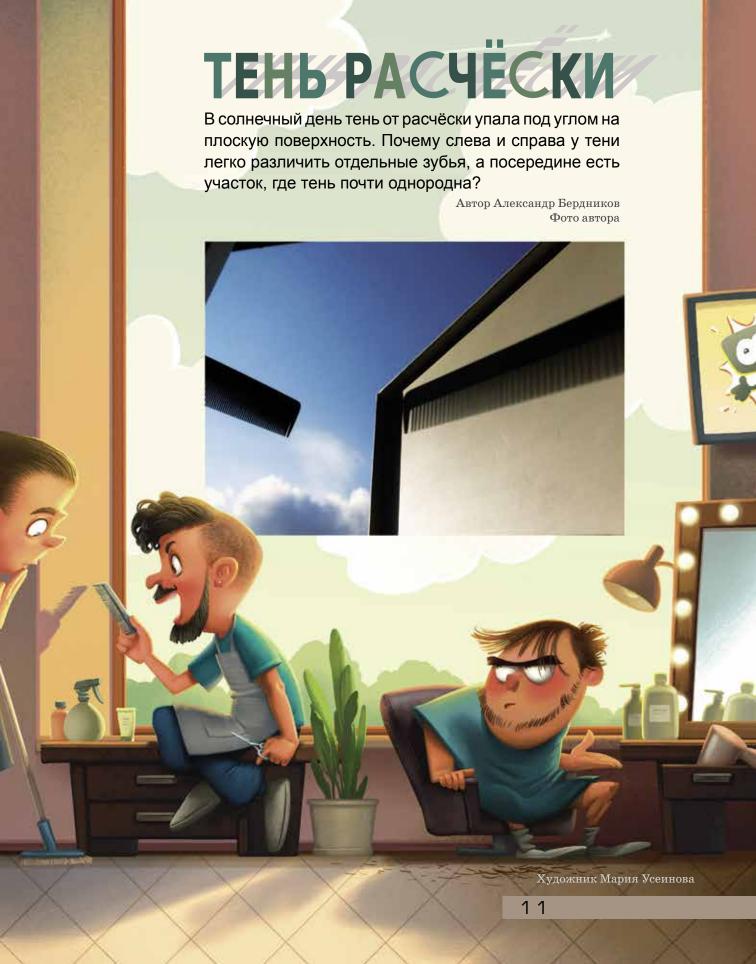
модели, и вы увидите, что это невозможно без складок и разрезов. То есть эта поверхность «неплоская». Однополостный гиперболоид - тоже. Покажем это. Представим, что удалось приложить листок к поверхности. Обведём карандашом четырёхугольник со сторонами вдоль прямых на поверхности. На листе получится четырёхугольник с теми же углами, что и на поверхности. Однако сумма углов четырёхугольника на плоскости² всегда равна 360°, а наш четырёхугольник на поверхности пространственный – он не лежит целиком ни в какой плоскости, потому что его противоположные стороны и не пересекаются, и не параллельны, при этом сумма углов пространственного четырёхугольника всегда меньше 360°. Попробуйте это доказать, разрезав четырёхугольник на два треугольника и сравнив сумму их углов с суммой углов четырёхугольника.

Что бывают «неплоские» поверхности, вы наверняка уже знаете, если пробовали обернуть мячик листочком бумаги. А вот что не всякая линейчатая поверхность — плоская, надеемся, кого-то удивило.

Проект «Математические этюды» etudes.ru, по материалам которого подготовлена эта статья, высылает свою иллюстрированную книгу «Математическая составляющая» тем, кто сделает какуюлибо модель и подарит её школьному кабинету математики (см. kvan.tk/etudes-vk). Если вы сделаете модель гиперболического параболоида или однополостного гиперболоида не только для себя, но и для учителя, пишите по адресу gift@etudes.ru и получите книгу!

 $^{^2}$ См. статью «Чему равна сумма углов?» Льва Емельянова в «Квантике» №3 за 2020 год.





олимпиады

Материал подготовили Александр Блинков, Александр Грибалко, Алексей Заславский, Инесса Раскина, Сергей Токарев, Александр Хачатурян, Игорь Эльман

Ежегодно в конце июня школьники из многих городов съезжаются на летний турнир имени А. П. Савина. Приводим избранные задачи турнира 2021 года. После номера задачи указаны её автор и классы, в которых она предлагалась.

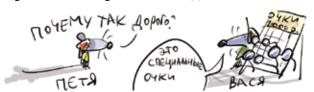


XXVI турнир математических боёв имени А.П. Савина



Избранные задачи

- 1. (О. $Me\partial se\partial b$, 5) Барон Мюнхгаузен утверждает, что расставил цифры 0, 1 и 2 в клетках таблицы 7×7 так, что число 2021 можно прочесть (по горизонтали, вертикали или диагонали, причём в любом направлении) более чем 30 способами. Могут ли слова барона быть правдой?
- 2. (А. Шаповалов, 6) В 20 пакетах лежит по 26 слив, масса слив в каждом пакете не больше 1 кг. Докажите, что можно переложить сливы в 26 пакетов по 20 слив так, чтобы масса слив в каждом пакете была меньше 1 кг.
- 3. (А. Грибалко, 5-6) В каждом раунде игры «Что? Где? Когда?» разыгрывается 1 очко, которое достаётся либо знатокам, либо телезрителям. Игра идёт до 6 очков. Олег захотел посмотреть игру в записи, но случайно увидел в комментариях финальный счёт. Всё же он не успел прочитать, кто победил, поэтому начал просмотр. По окончании восьмого раунда Олег сказал: «До этого было интересно смотреть: я не знал, чем закончится каждый раунд, а вот дальше я знаю исходы всех оставшихся раундов». С каким счётом завершилась игра?
- 4. (С. Токарев, 6-7) Буквами В, Д, Е, И, Р, С, Т, Ь, Я зашифрованы разные цифры так, что число, зашифрованное словом ТРИДЕВЯТЬ, делится на 27, а число, зашифрованное словом ТРИДЕСЯТЬ, делится на 30. Какую цифру обозначает буква С, если буква В обозначает тройку?
- 5. (А. Шаповалов, 5-6) Имеется 100 карточек с номерами 1, 2, ..., 100. Номера напечатаны так, что для Пети они невидимы, а для Васи видимы сквозь специальные очки. За одну попытку Петя разбивает карточки на пары, а Вася указывает все пары с нечётной суммой номеров. За какое наименьшее число попыток Петя сможет наверняка разложить все карточки на пары с нечётной суммой?
- **6.** (*А. Грибалко*, 5-7) На острове живут 100 аборигенов разного возраста. Каждый из них всегда го-



XXVI турнир математических боёв имени А.П. Савина

Избранные задачи

ворит правду или всегда лжёт. Однажды все жители острова встали в круг, и каждый сказал, что оба его соседа старше него. Ночью нескольких аборигенов съели, а на следующий день оставшиеся снова встали в круг, и каждый заявил, что оба его соседа младше него. Какое наименьшее число аборигенов могло быть съедено?

- 7. (А. Грибалко, 5) У Коли есть шесть карточек, на которых написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Он разложил их на столе в ряд числами вниз. Саша может указать любые два набора карточек и спросить у Коли, равны ли произведения чисел на карточках в этих наборах. Как ему за два вопроса узнать, лежат ли карточки в порядке возрастания написанных на них чисел?
- 8. (М. Волчкевич, 7-8) Федя согнул листок бумаги по прямой линии, затем полученную фигуру согнул по другой прямой ещё один раз, а потом проткнул её иголкой. Когда он развернул листок обратно, у него получилось четыре дырки. Докажите, что через все эти дырки Федя может провести либо одну прямую, либо одну окружность.
- 9. (А. Шаповалов, 6-8) В клетки таблицы 6×8 нужно вписать числа 1, 2, ..., 48. Каких способов больше: тех, где в крайних клетках ровно семь простых чисел, или тех, где простых чисел на краю ровно восемь?
- 10. (А. Шаповалов, 6-8) Суду предъявлено 100 одинаковых с виду монет, среди которых есть фальшивые. Суд знает, что все настоящие монеты весят одинаково, фальшивые тоже одинаково, но легче настоящих. Адвокат знает, какие монеты на самом деле фальшивые. Он отвечает на вопросы суда и доказывает свои ответы, проводя взвешивания на чашечных весах без гирь. Однако адвокат связан обязательством не разглашать ни про какую монету, фальшивая она или настоящая: он не имеет права делать взвешивания, из которых такую информацию можно логически вывести.











Избранные задачи

- а) Суду стало известно, что число фальшивых монет равно 22, 66 или 88. Как адвокату доказать, что их 66, не нарушая обязательств?
- б) Суду стало известно, что число фальшивых монет равно 20 или 80. Как адвокату доказать, что их 20, не нарушая обязательств?
- 11. (М. Евдокимов, 5-8) На каждой грани куба красными чернилами провели одну или обе диагонали. Оказалось, что при этом не образовалось ни одного треугольника с красными сторонами. Какое наибольшее число диагоналей могло быть проведено?
- 12. (Д. Шноль, 5-8) Петя написал на доске 100 раз в строку номер своей квартиры через пробел. Маша должна поставить между каждыми двумя числами знаки арифметических действий, а там, где захочет, скобки. Она утверждает, ещё не зная номера Петиной квартиры, что сможет получить в ответе любое натуральное число от 1 до 2021. Права ли она?
- 13. (А. Пешнин, 7-8) В прямоугольнике ABCD, отличном от квадрата, на биссектрису угла A опущен перпендикуляр CH. Докажите, что BH больше четверти периметра прямоугольника.
- 14. (А. Доледенок, 7-8) Точки P и Q лежат на диагонали AC квадрата ABCD. Точки X и Y на сторонах CD и AD соответственно таковы, что $\angle BPX =$ $= \angle BQY = 90^{\circ}$. Точка Z середина отрезка XY. Найдите угол PZQ.
- 15. (А. Грибалко, 7-8) У Знайки есть бумажный равносторонний треугольник, а у Незнайки квадрат, причём длины сторон их фигур равны. Знайка вырезает из своей фигуры одинаковые равносторонние треугольники, а Незнайка из своей квадраты с такой же стороной (оба делают разрезы параллельно сторонам своей фигуры). Незнайка утверждает, что всегда сможет вырезать столько же квадратов, сколько Знайка вырежет треугольников. Прав ли он?



олимпиады КОНКУРС



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Итоги прошлого конкурса будут опубликованы в 12-м номере.

А мы начинаем новый конкурс! Он пройдёт в три этапа: с сентября по декабрь, с января по апрель и с мая по август. Дипломы и призы получат не только победители за весь год, но и победители каждого этапа.

Высылайте решения задач I тура, с которыми справитесь, не позднее 5 октября в систему проверки konkurs.kvantik.com (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com, либо обычной почтой по адресу 119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

І ТУР



1. На склад, пол которого имеет вид прямоугольника 3×7 клеток, привезли кубический холодильник, он занимает одну клетку. Холодильник можно перекатывать через ребро, ставя на бок, но нельзя переворачивать вверх ногами. Нарисуйте пример пути, по которому можно перекатить холодильник из нижней левой клетки в правую верхнюю, чтобы и в начале, и в конце он стоял дном вниз, если изначально

а) склад пустой (рис. 1);

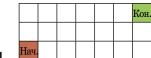


Рис. 1

б) на складе уже заняты две клетки (рис. 2).



Рис. 2

наш **КОНКУРС**



Авторы: Сергей Шашков (1), Татьяна Корчемкина (2), Кирилл Банков (3), Сергей Костин (4), Александр Перепечко (5)

- **2.** Полина, Лена и Ирина впервые пришли на кружок и решили познакомиться.
 - Меня зовут Лена, сказала одна из них.
 - А меня зовут Ирина, сказала вторая.
 Третья девочка промолчала.

Известно, что Полина всегда говорит правду, Лена всегда лжёт, а Ирина иногда говорит правду, а иногда — неправду. Как на самом деле зовут каждую из девочек?



4. Расставьте в клетках квадрата 3×3 различные натуральные числа, в записи каждого из которых могут присутствовать лишь цифры 1 и 2, так чтобы сумма чисел в каждой строке и в каждом столбце была одна и та же.





- **3.** а) Можно ли разрезать какой-нибудь прямоугольник на несколько равнобедренных прямоугольных треугольников, среди которых нет одинаковых?
 - б) Можно ли так разрезать квадрат?
- 5. Есть проволочный каркас прямоугольного ящика и верёвка. Разрешается выбрать любые несколько точек на каркасе, соединить их подряд натянутой верёвкой и измерить её длину, от первой точки до последней. Предложите способ за два таких измерения найти суммарную площадь всех шести граней ящика.



KAK STEPEKAUATH TA3?

Имеется баллон объёмом 100 литров с газом под давлением 10 атмосфер и два пустых баллона по 50 литров. Как с помощью простых домашних средств (без помощи насосов, сверхнизких температур и т. п.) перекачать газ из первого баллона в два других, почти не потеряв давления?

