

№ 3 | март 2017

Издаётся Московским центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК

для любознательных



№ 3

март
2017

САРАНЧА И БАНАНЫ
САМЫЕ
МАЛЕНЬКИЕ
МАШИНЫ

ПОРТРЕТ
ЕГО
СИЯТЕЛЬСТВА

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Подписаться на журнал «КВАНТИК»
вы можете в любом отделении связи
Почты России и через интернет!

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»



Индекс **84252** для подписки
на полгода или на несколько
месяцев полугодия

Самая низкая цена на журнал!

«КАТАЛОГ РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП



Индекс **11346** для подписки
на полгода или на несколько
месяцев полугодия

По этому каталогу также можно
подписаться на сайте vipishi.ru

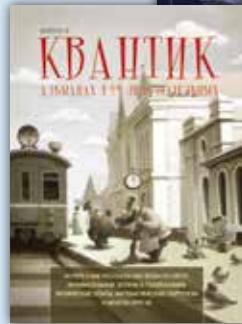
Жители дальнего зарубежья могут
подписаться на сайте nasha-pressa.de

Подписка на электронную версию
журнала по ссылке:
<http://pressa.ru/magazines/kvantik#>

Подробнее обо всех способах подписки
читайте на сайте kvantik.com/podpiska.html

Кроме журнала редакция «Квантика» выпускает
альманахи, плакаты и календари загадок

Наши новинки



Подробнее о продукции «Квантика» и как её
купить, читайте на сайте kvantik.com

У «Квантика» открылся свой интернет-магазин –
kvantik.ru

www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

[instagram.com/kvantik12](https://www.instagram.com/kvantik12)

kvantik12.livejournal.com

[facebook.com/kvantik12](https://www.facebook.com/kvantik12)

vk.com/kvantik12

twitter.com/kvantik_journal

ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 03, март 2017 г.
Издается с января 2012 года

Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере
связи, информационных технологий и массовых
коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор: С. А. Дориченко

Редакция: В. Г. Асташкина, В. А. Дрёмов,
Е. А. Котко, И. А. Маховая, А. Б. Меньщиков,
А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов

Художественный редактор
и главный художник: Yustas-07

Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Yustas-07

Учредитель и издатель:
Негосударственное образовательное учреждение
«Московский Центр непрерывного математического
образования»

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 241-08-04, e-mail: kvantik@mccme.ru,
сайт: www.kvantik.com

Подписка на журнал в отделениях связи

Почты России:

• Каталог «Газеты. Журналы»
агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)

• «Каталог Российской прессы» МАП
(индексы **11346** и **11348**)

Онлайн-подписка по «Каталогу Российской
прессы» на сайте vipishi.ru

По вопросам распространения обращаться
по телефону (495) 745-80-31
и e-mail: biblio@mccme.ru

Формат 84x108/16

Тираж: 6000 экз.

Подписано в печать: 16.02.2017

Отпечатано в соответствии с предоставленными
материалами в ООО «ИПК Парето-Принт»

Адрес типографии: 170546, Тверская обл.,
Калининский р-н, с/п Бурашевское,
ТПЗ Боровлево-1, з/А
www.pareto-print.ru

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986





СОДЕРЖАНИЕ

■ КАК ЭТО УСТРОЕНО

Самые маленькие машины. М. Молчанова

2

■ ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ

Красная нить. С. Дворянинов

7

Два каната. М. Гарднер

IV с. обложки

■ ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Как Саша Прошкин

с куропатками в прятки играл. И. Кобиляков

8

Земля и Луна: приливы. В. Сирота

11

Саранча и бананы. В. Винниченко

18

Портрет его сиятельства. К. Кохась

20



СТРАНИЧКИ ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ

Узлы, цепочки и математика.

Продолжение. Женя Кац

16

■ ОПЫТЫ И ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Запотевшие очки. А. Яворский

24

■ ОЛИМПИАДЫ

LXXXIII Санкт-Петербургская олимпиада

по математике. К. Кохась

26

Наш конкурс

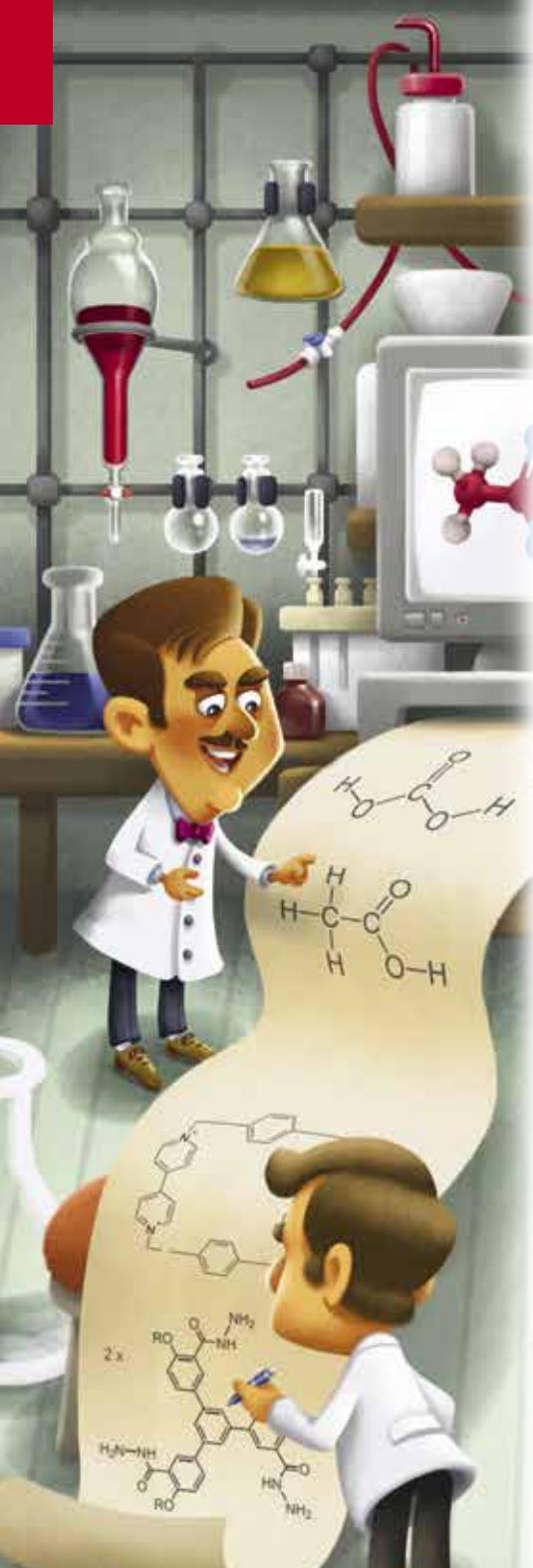
32

■ ОТВЕТЫ

Ответы, указания, решения

28





Самые Маленькие Машины

Осенью каждого года мы узнаём имена новых лауреатов самой престижной научной премии – Нобелевской. Так получилось, что Нобелевских премий по математике нет, а вот к премиям по физике, химии, физиологии и медицине приковано внимание всех учёных.

В 2016 году премию по химии получили француз Жан-Пьер Соваж, голландец Бернард Феринга и шотландец, а ныне американец Джеймс Фрейзер Стодарт – «за проектирование и синтез молекулярных машин». Загадочные слова! Но отчасти понять их суть можно и не зная химии: надо только представлять себе, как устроены молекулы. Попробуем разобраться.

МОДЕЛИ И КАРТИНКИ

Мельчайшая частица вещества – это его *молекула*.¹ Размер молекулы воды меньше *нанометра*, то есть миллиардной части метра. А число молекул в миллилитре воды сравнимо с числом песчинок в Сахáре и превышает число зёрен пшеницы, съеденных человечеством за всю его историю... Правда, молекула воды – одна из самых маленьких, но и куда более крупные молекулы, такие как белки, всё равно крошечные.

Молекулы состоят из атомов: водорода, кислорода, углерода, азота и других. Но молекула – это ни в коем случае не беспорядочная кучка случайных атомов. Чтобы представить себе ту или иную молекулу, вообразите модель, собранную из конструктора: разные атомы можно представить в виде шариков разных цветов, а соединяющие их силы (ковалентные химические связи) – это стержни (рис. 1). У молекулы каждого вещества не только фиксированный набор шариков, но и своё расположение шариков и стержней. Получается структура в пространстве, имеющая определённую форму: очертания молекулы могут

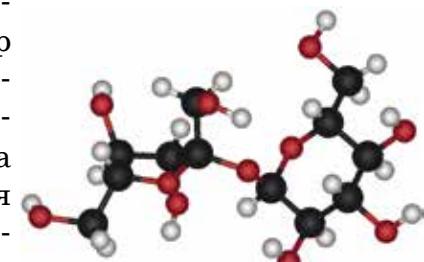


Рис. 1

¹Это не совсем точно. Например, поваренная соль состоит из заряженных частиц – ионов. Но в нашем простом рассказе мы можем забыть об этой неточности.

напоминать дерево с несколькими ветками, кольцо, короткую или длинную нитку (возможно, скрученную в клубок или намотанную на катушку) и т.д.

Эту трёхмерную картинку можно упрощённо нарисовать на бумаге, заменив шарики буквенными обозначениями атомов, а стержни – чёрточками. Получится *структурная формула* – так химики обычно изображают молекулы. Можно и вовсе убрать буквы – ниже мы так и поступим.

Молекула – не совсем жёсткая конструкция. Связи-стержни могут немного удлиняться и укорачиваться, углы между ними могут меняться, одни части молекулы могут поворачиваться относительно других. Так почему бы не соорудить из молекулы крошечный механизм – добиться того, чтобы одна часть молекулы совершала нужные движения относительно другой? И это будут самые маленькие механизмы в мире.

С большими молекулами у природы всё успешно получается. Так, молекула белка *миозина*, отвечающего за работу мышц, «шагает» вдоль нити из другого белка – *актина*, попеременно переставляя свои «ноги». Есть и другие яркие примеры. Но химики отстают от природы, и со сравнительно небольшими искусственно синтезированными молекулами всё сложнее. Если мы попытаемся значительно изменить форму молекулы, силы внутри неё будут мешать нам. А делать механизм из двух молекул – тоже не выход: в жидкости или в газе, где молекулы движутся довольно свободно, они просто разбегутся в разные стороны. Как же быть?

СКОВАННЫЕ ОДНОЙ ЦЕПЬЮ

В 1964 году химики впервые получили структуру под названием *катенан*. Но, как часто бывает, основную роль в изучении катенанов сыграли не первооткрыватели, а исследователи, пришедшие позднее. Примерно через 20 лет больших успехов добилась группа Соважа в университете города Страсбурга.

Катенан – это структура, где две молекулы, между которыми нет обычных химических связей, всё же не могут разойтись в пространстве: они сцеплены механически, как два кольца в цепочке (рис. 2, а). Само слово «катенан» и происходит от латинского *catena* – «цепь». А любые структуры из двух или нескольких



КАК ЭТО УСТРОЕНО

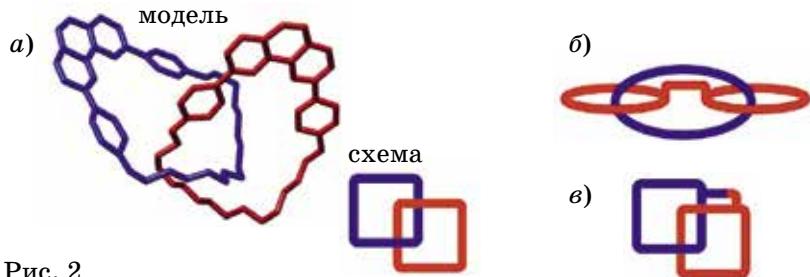
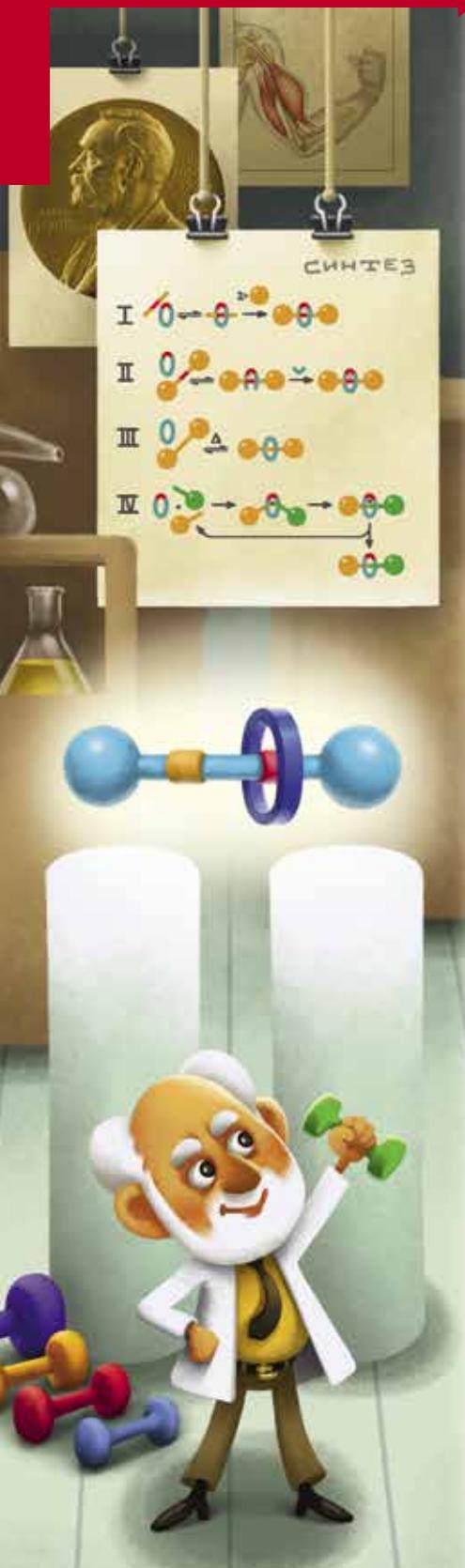


Рис. 2

молекул стали называть *супрамолекулярными*, или надмолекулярными.

В популярной статье мы не можем описать, как химики научились получать сцепленные кольца. Речь идёт о тонкой работе, требовавшей немалой изобретательности: как было сказано в одной газете, Соважу пришлось не легче, чем человеку, который возводит башню из «Лего» в темноте, да ещё и в боксёрских перчатках.

А для нас существенно, что каждое из колец в катенане может довольно свободно двигаться: как поворачиваться вокруг своей оси, так и скользить вдоль второго кольца, при этом оба кольца никак не деформируются. Значит, создать механизм размером с молекулу (ну, с две молекулы) всё-таки реально!

Катенаны могут иметь и более сложное строение: можно соединить несколько колец в цепь или навесить их на одно центральное, как ключи, можно сделать необычные структуры, получившие названия «наручников» (рис. 2, б) или «кренделей» (рис. 2, в), сплести «олимпийские кольца» и т.д. Но перейдём теперь к другим надмолекулярным структурам.

В ЧЁМ СИЛА? В ГАНТЕЛЯХ!

Если подумать, как ещё можно механически сцепить две молекулы, сразу приходит в голову конструкция типа «кольцо, надетое на гантель» (рис. 3, а). Расширения на двух концах гантели не дают кольцу соскочить, однако между ними оно ездит свободно, а также свободно вращается вокруг оси гантели. Такую конструкцию назвали *ротаксаном*.

Ротаксан отличается от катенана тем, что его, казалось бы, можно расцепить, не разрывая химических связей, – просто деформировав один из концов гантели или растянув кольцо. Но молекулы, из которых состоят реальные ротаксаны, таковы, что на деле конструкция вполне надёжна.

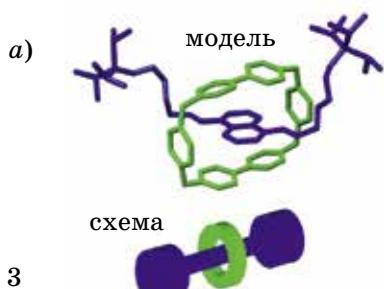


Рис. 3

Идея создания ротаксана возникла у химиков ещё в 1967 году. Но и тут эффективные способы их синтеза появились намного позже, и в их разработке особенно велика заслуга другого нобелевского лауреата – Стоддарта.

Именно из ротаксана Стоддарт изготовил простейшую модель молекулярного переключателя – челнок. В нём кольцо может занимать два разных положения на оси гантели и, соответственно, сдвигаться в ту или другую сторону (рис. 3, б). Если эти положения ещё и химически различны, то можно направленно сдвигать кольцо, просто меняя внешние условия – например, добавляя кислоту.

Как и в случае катенанов, исходную идею можно усложнить: надеть на одну гантель два кольца, или продеть две гантели в одно кольцо, или сцепить две гантели «наручниками», или создать сложные разветвлённые структуры (попробуйте сами их придумать!).

Кстати, именно Стоддарт стал использовать понятные цветные схемы для катенанов, ротаксанов и других надмолекулярных структур (такие, как в этой статье).

ВЕРТЯ ВИНТОМ, БЕЖАЛ МОТОРЧИК

И всё-таки можно попытаться сделать мотор из одной молекулы. Именно этим путём пошёл Бернард Феринга в университете города Гронингена (Нидерланды).

Не всякая конструкция, где одна часть вращается относительно другой, будет мотором. Надо, чтобы за счёт поступающей энергии происходило вращение в определённом направлении – как в электромоторе.

Так вот, в 1999 году Феринга и его сотрудники впервые получили молекулярный мотор. В этой молекуле при попеременном нагревании и облучении одна часть поворачивается относительно другой в заданном направлении. А именно, ультрафиолетовое облучение вызывает поворот на 180° вокруг определённой



КАК ЭТО УСТРОЕНО



химической связи, а на стадии нагревания «выворачиваются» группы на концах молекулы, причём так, чтобы следующий поворот был в том же направлении (рис. 4). Затем всё повторяется.

Сейчас уже известно немало молекулярных моторов. Некоторые способны вращаться очень быстро (в отличие от первого мотора Феринги), некоторым не нужно облучение, а хватает химического воздействия. Прогресс не стоит на месте.

А СМЫСЛ?

Итак, учёные сделали первые шаги к изобретению сверхмалых машин – пока очень примитивных, но они постепенно усложняются. Так, в 2011 году (опять же с участием Феринги) была опубликована статья о «nanoавтомобиле» – машинке молекулярных размеров, способной ездить по поверхности металла (рис. 5). Ранее известные молекулы могли лишь беспорядочно «кататься» туда-сюда, а этот автомобиль можно заставить «ехать» в определённом направлении и даже «возить» грузы.

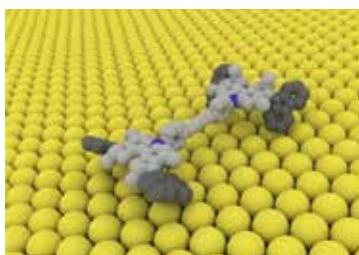


Рис. 5

Используются ли эти сверхмалые машины на практике? Пока ответ – нет. Правда, «моторчик» Феринги уже может вращать стеклянный цилиндр, который намного крупнее его, а «переключатели» Стоддарта могут использоваться для хранения информации. Но всё же это скорее задел на будущее – на то время, когда эти машины, размером в тысячи раз меньше толщины волоса, станут более доступными и совершенными.

И тогда крошечные механизмы могут сыграть огромную роль, например, доставляя лекарства к нужному месту в организме. И как изобретение электромотора изменило мир не сразу, а через десятки лет, так и изобретение молекулярных машин может изменить мир для наших детей и внуков.

Художник Мария Усеинова

Сергей Дворянинов

КРАСНАЯ НИТЬ

Вот какую интересную историю вы можете прочитать в интернете на сайте www.vokrugsveta.ru.

Знаете ли вы, что выражение «проходить красной нитью», которое употребляют, когда хотят подчеркнуть основную мысль в каком-то произведении, пришло к нам из Англии, а точнее – с английского флота? При чём же тут флот? Дело в том, что по указанию Адмиралтейства в 1776 году во все корабельные канаты для военного флота на фабриках, где их производили, стали вплетать красную нить по всей длине этих канатов. Вытащить эту нить можно было, только распустив весь канат. Так боролись с воровством: ведь по наличию в канате красной нити можно было совершенно точно установить его принадлежность английской короне, то есть государству.

А в переносном смысле это выражение впервые употребил Гёте в романе «Избирательное сродство» в 1810 году, так оно и вошло во многие языки.

Эту историю с красной нитью я вспомнил недавно, когда купил в магазине металлическую штангу. Чтобы трубка не поцарапалась при транспортировке, на заводе её обмотали полиэтиленовой плёнкой. Но не просто обмотали, а поместили под плёнку вдоль всей трубы нить. Не обязательно красную – на другой трубке нить была белая.

Попробуйте догадаться: для чего нужна эта нить под плёнкой?

Люблю красную
красную нить вспоминать
вспоминать красную
красную нить вспоминать
вспоминать красную



Художник Максим Калыкин

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Иван Кобиляков

КАК Саша Прошкин с куропатками в прятки играл



Как-то раз Саша Прошкин поехал кататься на лыжах и оказался далеко на северной границе Заповедника, где заканчиваются горные таёжные леса и начинается бескрайняя тундра. Друг Саши, биолог Михаил Зверев, попросил мальчика фотографировать всё необычное, что встретится ему на пути, и записывать обо всех таких встречах в специальную тетрадку под названием «полевой дневник». К сожалению, ничего особенного по дороге Саша Прошкин так и не встретил и уже хотел поворачивать назад, как вдруг заметил странный сугроб. Погода была безветренной, но сугроб раскачивался из стороны в сторону на торчавшей из-под снега ветке.

«Ну и ну!» – присвистнул Саша и на всякий случай достал из рюкзака свой фотоаппарат.

Едва мальчик подошёл к сугробу поближе, тот спрыгнул с куста и побежал прочь.

«Вот это действительно необычно! Где это видано, чтобы сугробы бегали?»

Мальчик сделал ещё несколько осторожных шагов вперёд, чтобы получше рассмотреть убегающее чудо. Но не тут-то было! На этот раз целая лавина «сугробов» сорвалась с окрестных кустов и с кудахтаньем бросилась наутёк от приближающегося человека. Некоторые из них даже подпрыгивали и суматошно махали белоснежными крыльями.

Теперь сомнений быть не могло: это вовсе не сугробы, а птицы. Но вот какие птицы?



— Эй, вы! — закричал Саша. — Можете больше не прятаться, я вас нашёл! Хоть вы и белые, но на лету у вас иногда чёрные полоски на хвосте мелькают. Да и крыльями вы бьёте слишком громко. Кто вы такие? Мне нужно точно знать, как вас зовут, чтобы всё правильно записать в полевой дневник.

— Мы — белые куропатки! — захихикали сугробы с одной стороны от Саши.
— А мы — тундровые куропатки! — послышалось с другой стороны.
— Так и запишу: «ку-ро-пат-ки».
— Не просто куропатки, — завозмущались «сугробы», — а белые и тундровые!
— Да как же вас различить-то, если вы все белые, да ещё и прячетесь от меня!
— Сам думай! Соображай! Наблюдай! — закудахтали вокруг белые птицы и, как назло, перемешались друг с другом ещё сильнее.

Саша долго вглядывался в белые силуэты и уже начал замерзать. Наконец, хотя это было и нелегко, он заметил, что у некоторых куропаток на голове есть небольшая чёрная полоска, идущая от углов клюва к глазам. Саша сразу же сообщил об этом кудахчущим вокруг «сугробам».

— Молодец! — откликнулись птицы с чёрной полоской на голове. — Мы — тундровые куропатки. Но есть и ещё отличия, смотри лучше!

«Им-то хорошо говорить «смотри лучше», — подумал Саша, — они у себя дома. А я вот замёрз и проголодался... Как жаль, что я не ем все эти почки и веточки, которые едят куропатки!»

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



Саша Прошкин ещё раз посмотрел на птиц и вдруг понял! Не только он отличается от куропаток своими предпочтениями в еде, но и куропатки в этом друг от друга отличаются. Одни садятся на кусты ольшаника, ивы, карликовой берёзки и склоняют с них почки и веточки. Другие – раскапывают снег и ищут под ним травинки злаков, листья брусники и дриады (куропаточьей травы).

– Вы хорошо умеете прятаться, но я всё-таки отгадал ещё одну вашу тайну! – объявил Саша и рассказал о своей догадке.

Птицы в ответ захлопали крыльями:

– Правильно! Правильно! Мы, белые куропатки, больше любим почки и ветки.

– А мы, тундровые, раскапываем снег и ищем прошлогоднюю траву! В этом ещё одно наше отличие! Иди скорее домой, мальчик! Ты большой молодец! А мы будем дальше кушать. Зимой светлое время очень дорого. Кормимся мы только днём, надо успеть хорошенко подкрепиться, чтобы не замёрзнуть морозной полярной зимой...

– Ну и обжоры! – заулыбался Саша. Но сразу не ушёл, а внимательно пересчитал птиц, сделал несколько фотографий и отметил в своём полевом дневнике ещё кое-что: клюв у белых куропаток чуть крупнее, чем у тундровых, да и сами они немножко больше.

Художник Ольга Темидова
Фото автора

ЗЕМЛЯ И ЛУНА: приливы

Масса Земли	$6 \cdot 10^{24}$ кг, то есть 6 тысяч миллиардов миллиардов тонн
Радиус Земли	6400 км
Расстояние от Земли до Солнца	1 а.е. = 150 млн км
Спутник	Луна
Радиус Луны	1740 км \approx 1/4 радиуса Земли
Расстояние от Луны до Земли	384 000 км

Постойте, у нас же экскурсия! Зачем же домой заходить? Во-первых, чтобы лишний раз убедиться, что везде хорошо, а дома лучше. Во-вторых, чтобы взглянуть на этот наш дом «со стороны», как просто на одну из планет. Ну и, наконец, чтобы обсудить кое-что, что второпях на других планетах понять не успеваешь.

Итак, что бросается в глаза, если смотреть на Землю издалека? Пожалуй, главное – большой, сравнимый с планетой спутник. Такой есть только у нас: большие (больше Луны) спутники есть у Юпитера и Сатурна, но они и сами огромны.

Луна всегда повернута к Земле одной и той же стороной. Это то самое лицо, которое смотрит на нас каждое полнолуние. Обратную сторону мы увидели только в 1959 году, когда Луну впервые облетел космический аппарат.

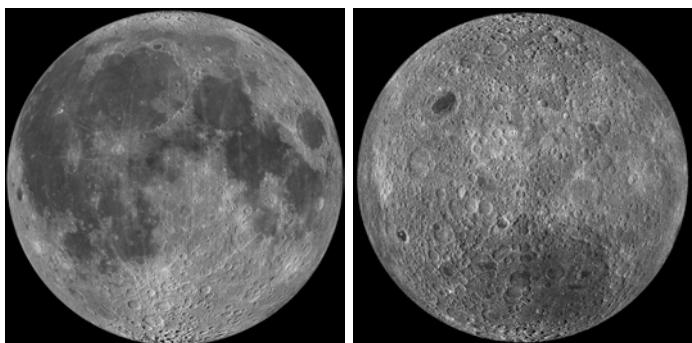


Рис.1. Фото ближней к нам и дальней (обратной) сторон Луны

Задача 1. Луна делает полный оборот вокруг Земли за 27 дней. Сколько делятся на Луне солнечные сутки (то есть время, скажем, от полудня до следующего полудня)? Одинарно ли их длительность на «той» и «этой» сторонах Луны?

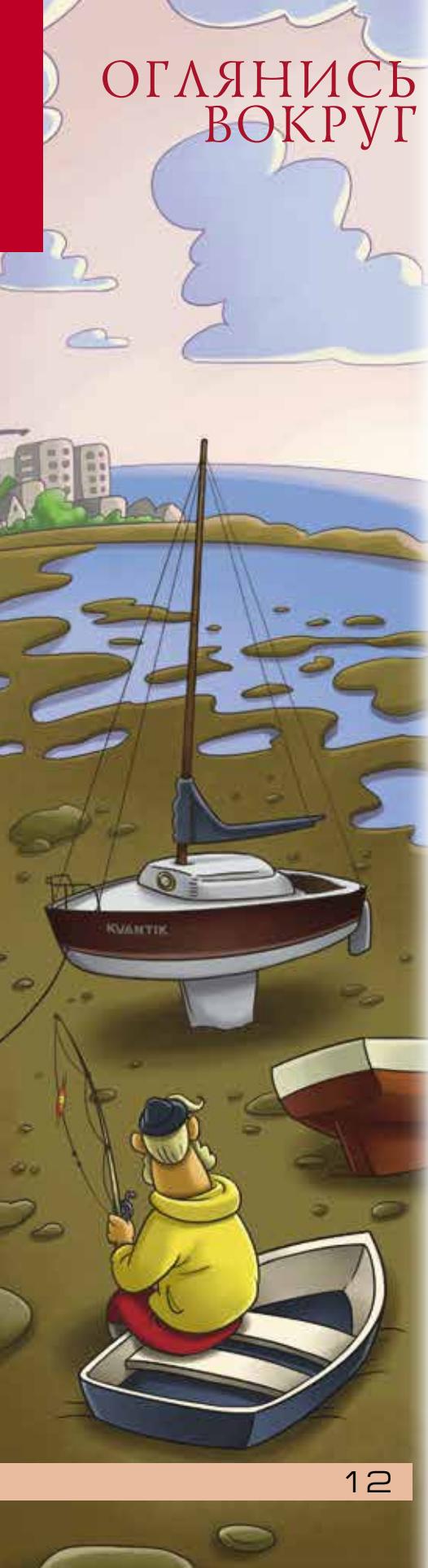
Мы ещё не раз встретим «преданность» спутников, всегда смотрящих на свою планету одной стороной. Неужели это случайность? Вряд ли. Давайте поймём,

ОГЛЯНИСЬ
ВОКРУГ

Валерия Сирота



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



почему так получается, а заодно разберёмся в замечательном «космическом» явлении – земных приливах.

Земля притягивает Луну, из-за этого Луна не улетает прочь, а вращается вокруг неё. Но Земля притягивает разные части Луны по-разному: те куски Луны, которые ближе, она тянет сильнее, а те, которые дальше – слабее. Представим себе круглую Абсолютно Твёрдую Луну, на поверхности которой лежат одинаковые маленькие камешки. Все кусочки Абсолютно Твёрдой Луны движутся одинаково – также, как её центр, то есть как если бы их тянула «средняя» сила¹

F_0 . Камушек в точке A , ближайшей к Земле, движется вместе с Луной, но сила, которая действует на него, чуть больше – так что остаётся «лишняя» сила, которая направлена вверх и старается оторвать камушек от Луны (рис. 2). Если он будет лежать на весах, то весы покажут меньший вес, чем если бы Земли не было.

А что же в противоположной точке B ? Сила, с которой Земля притягивает камушек, меньше, чем F_0 . Но камушек вынужден вместе с Луной двигаться так, как будто бы на него действует эта «средняя» сила F_0 . Получается, что «лишняя» сила, которую надо добавить к F_0 , чтобы получить настоящую, направлена от Земли! То есть опять она стремится оторвать камушек от Луны, и опять она уменьшает его вес.

Что же, так везде на Луне? Нет. В тех местах, в которых Земля на горизонте, как в точке C , всё наоборот: «лишняя» сила там направлена вглубь Луны! Это потому, что «средняя» сила F_0 направлена вбок и чуть-чуть вверх (с точки зрения лунного наблюдателя), а настоящая сила притяжения Земли – только вбок. «Лишней» силе приходится «поправлять среднюю» и давить вниз². Так что такой же камушек в этом месте Луны покажется тяжелее, чем в A или B .

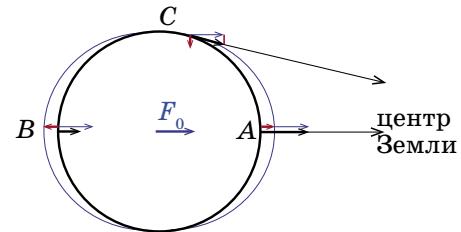


Рис. 2. Настоящие силы, действующие на камушки на Луне (чёрные стрелки), и «добавочные» к «средней» силе F_0 – приливные силы (красные). Синий эллипсоид – поверхность «лунного океана».

¹Будем считать, что все камушки весят по 1 кг.

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Представим теперь, что мы налили на нашу Абсолютно Твёрдую Луну тонкий слой воды – ну, километр или два... Что произойдёт? Вода будет, конечно, двигаться вместе с Луной как одно целое, но в областях вокруг *A* и *B* «лишняя» сила будет оттягивать воду от планеты, а в «поясе» точек посередине между ними (как *C*) – прижимать её ко дну. Вода подвижная, она перераспределится так, что в точках *A* и *B* её станет больше (океан станет глубже), а в точках *C* – меньше. Поверхность воды, в отличие от поверхности идеального шара Абсолютно Твёрдой Луны, будет похожа на дыню³. Конечно, отклонение от поверхности шара – совсем маленькое, порядка 10 метров при радиусе почти 2000 км. Но сами по себе 10 м – не так уж и мало...

Но на Луне ведь нет воды?.. Да, но зато она есть на Земле! Земля притягивает Луну. Но и Луна притягивает Землю. И всё, что мы говорили про Луну, верно и про Землю. Поскольку поверхность Земли на 2/3 покрыта океаном, то по направлениям к Луне и от неё у Земли «отрастает горб» из воды – прилив. А в местах, где Луна на горизонте, толщина воды чуть-чуть уменьшается – отлив. Правда, из-за того, что Луна гораздо легче Земли, она притягивает земной океан слабее, и высота прилива получается меньше – если бы не перегораживающие океан континенты, она была бы всего полметра.

Но Земля вертится вокруг своей оси – и на линии Земля-Луна, в «вершинах горба», оказываются всё новые точки. Горб – приливная волна – бежит по поверхности планеты. За сутки она успевает пробежать почти полный оборот (почти – потому что Луна тоже не стоит на месте, а вращается вокруг Земли). При этом каждая точка Земли по очереди оказывается вблизи одной из вершин горба, области *C*, другой вершины горба и опять области *C* с другой стороны; так что прилив, как и отлив, почти везде бывает 2 раза в сутки.

Задача 2. Сегодня полнолуние, и мы – на острове посреди океана. Когда сегодня будет самый высокий прилив? А когда – отлив?

²На самом деле строго вниз «лишняя» сила направлена в тех точках лунной поверхности, расстояние от которых до Земли такое же, как до её центра. Но, поскольку до Земли далеко, это практически то же самое.

³Научное название – *эллипсоид вращения*. А синий овал на рисунке 2 – пересечение этой поверхности с плоскостью рисунка – это *эллипс*.



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



Интересно, что эти два прилива не обязательно одинаковой высоты – прилив тем выше, чем выше над горизонтом поднялась Луна или, наоборот, чем ниже она опустилась под горизонтом. А эти две величины не обязательно равны друг другу (рис. 3), если, конечно, вы живёте не на экваторе.

Задача 3. Предположим, что вода покрыла Землю целиком («Всемирный потоп»). В каком месте Земли всё равно никогда не будет ни приливов, ни отливов? Почему?

Не случайно в каждой задаче оговаривается, что мы посреди океана. Форма береговой линии (мысы, бухты) может очень сильно менять высоту и даже время прилива, а в закрытых морях вроде Средиземного, которые соединяются с океаном узким проливом, приливы вообще устроены по-другому (хотя причина их та же).⁴

Задача 4. В какой день на маленьком островке на экваторе в середине Тихого океана выше прилив: в новолуние 21 марта или в новолуние 22 декабря?

И ёщё – приливы бывают и в открытом океане, но, чтобы их заметить, обязательно нужна суши – хоть островок, чтобы уровню воды было относительно чего повышаться. Плавя на корабле, вы не заметите, что оказались на «горбе» прилива. Вот так, оттого, что не с чем сравнивать, мы не замечаем и того, что на суше на самом деле тоже есть приливы и отливы – колебания самой земной коры, только они гораздо слабее.

Но вернёмся на Луну. Раньше она вращалась вокруг оси гораздо быстрее. «Приливный горб», созданный Землёй, бежал по её поверхности – ну, или это

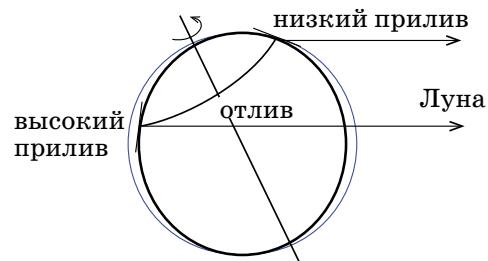


Рис. 3. Для жителя средних широт максимальная высота Луны над горизонтом и максимальная «глубина» её под горизонтом в течение суток часто не совпадают.

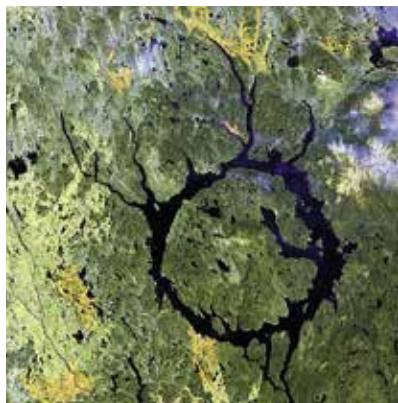
⁴ Если уж говорить честно, то приливы создаются не только Луной, но и Солнцем – созданные им «горбы» всего в 2 раза меньше лунных. К тому же континенты, создающие преграды движению воды, влияют на высоту приливов даже далеко в океане. Из-за этого вычислить высоту прилива в каждом конкретном месте очень трудно; но поскольку положения Луны и Солнца периодически повторяются, для важных мест (например, портов) составляют таблицы времени и высоты приливов на каждый день.

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

поверхность «прокручивалась» под горбом. Лунная кора то поднималась, то опускалась, нагревалась от этого, и энергия вращения Луны постепенно переходила в тепло. Трение верхних слоёв о нижние пыталось «утянуть» горбы с линии Луна-Земля, заставить их вращаться вместе с Луной – а приливные силы (точнее, момент сил) не пускали, и этим тормозили Луну. (Попробовал бы человек на гончарном круге держать руки так, чтобы заготовка была не совсем круглой в сечении, а все время чуть-чуть вытянутой к нему. Это было бы очень тяжело!) И затормозили совсем: горб перестал «бежать» и застыл, вершина его теперь всегда в одном и том же месте. Земля, кстати, тоже раньше вращалась быстрее – например, ещё 100 млн лет назад (во времена динозавров) звёздные сутки длились не 24, а 23 часа.

И, пока мы не улетели от Земли, скажу пару слов о метеоритных кратерах. А то некоторые думают, что их у нас нет. Конечно – спасибо атмосфере – не так много, как на Луне, но хватает: «официально зарегистрировано» около 200 штук. Просто на большие кратеры, чтобы их увидеть, надо смотреть как минимум с самолёта, а лучше из космоса – и то можно не заметить...

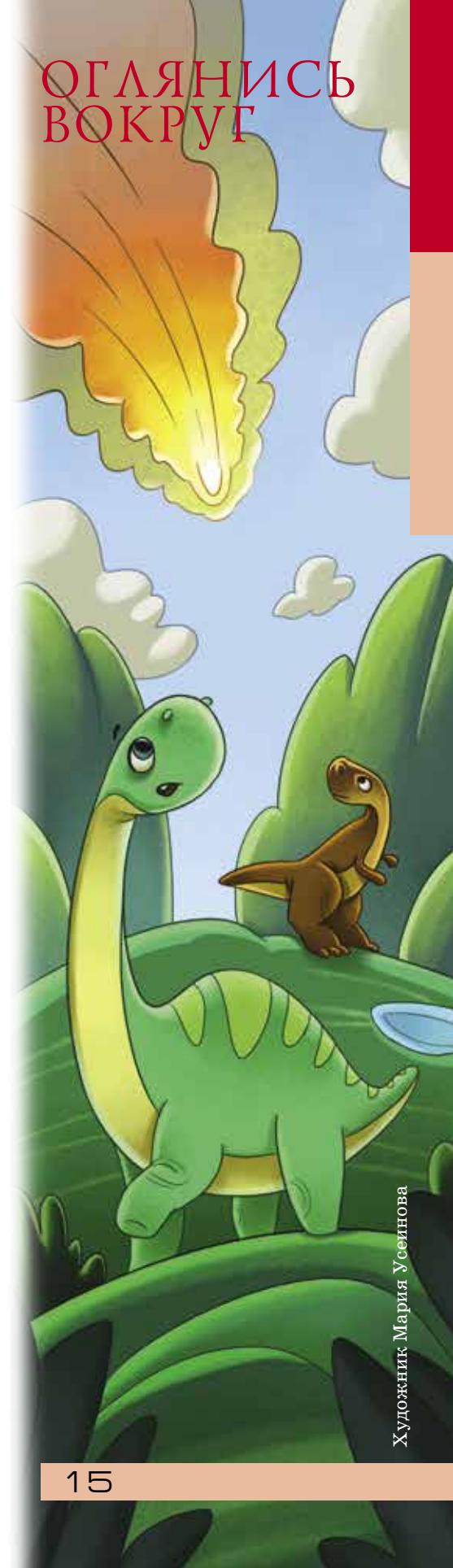
При падении очень большого метеорита поднимается столько пыли, что воздух становится почти непрозрачным для солнечных лучей, и они перестают попадать на поверхность. На всей Земле на несколько лет – пока пыль не осядет – становится холоднее. По одной из гипотез, именно от этого вымерли динозавры. Хорошо, что такие события происходят очень редко!



Кратер Маникуаган
в Канаде, диаметр 100 км,
возраст 200 млн лет



Кратер Каали в Эстонии, диаметр
около 100 м, возраст 4000 лет.
Виден земляной вал высотой 16 м



СТРАНИЧКИ ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ

Женя Кац

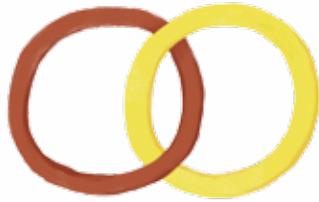
Продолжение. Начало см. в «Квантике» № 1 и 2, 2017

УЗЛЫ, ЦЕПОЧКИ И МАТЕМАТИКА

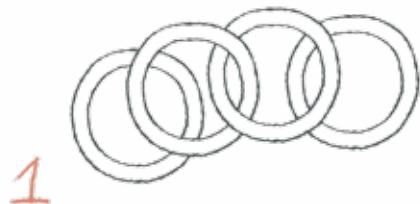
ЗАЦЕПЛЕНЫ ЛИ КОЛЕЧКИ?



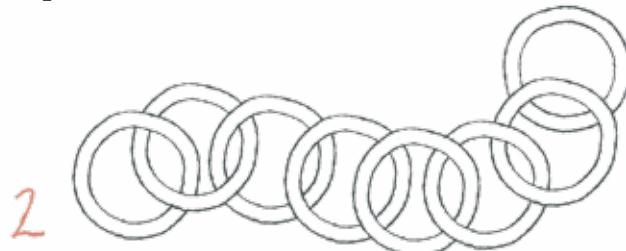
Красное колечко лежит на синем.



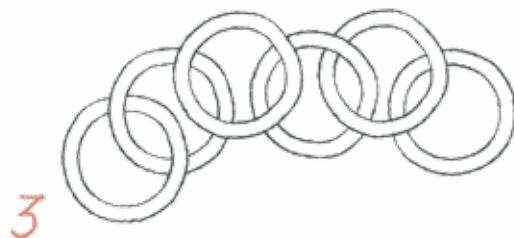
Красное колечко зацеплено за жёлтое.



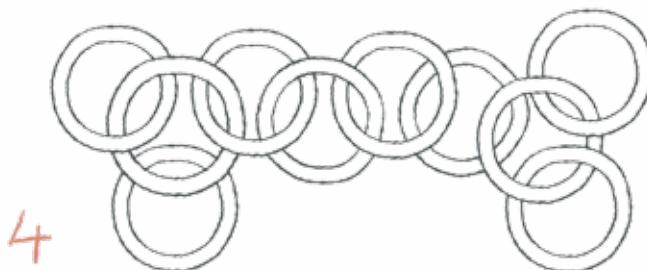
1



2



3

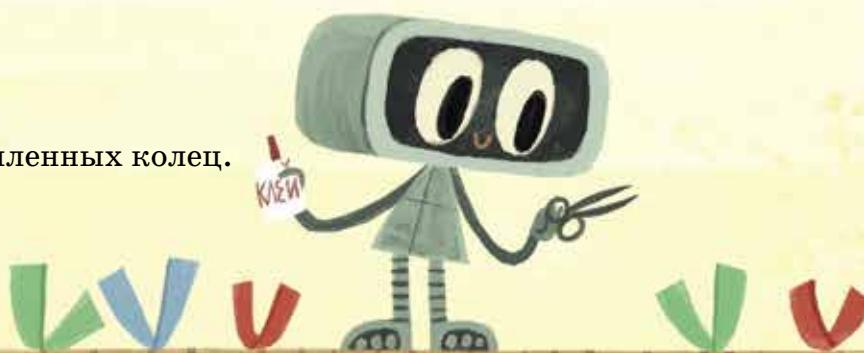


4

Закрасьте красным те колечки, которые не зацеплены (то есть их можно убрать)

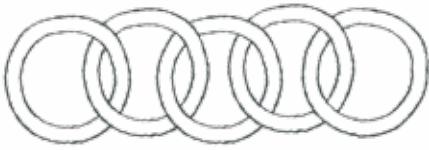
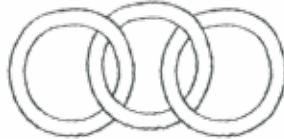
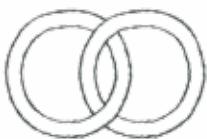


Нарисуй свои цепочки из 4 зацепленных колец.



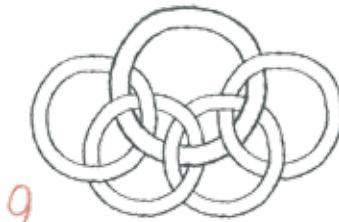
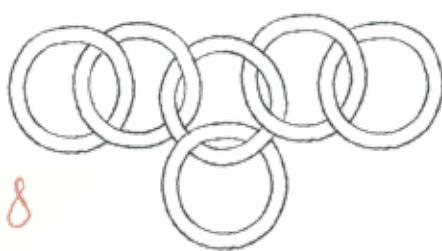
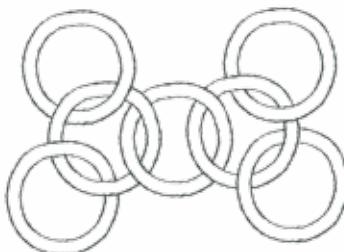
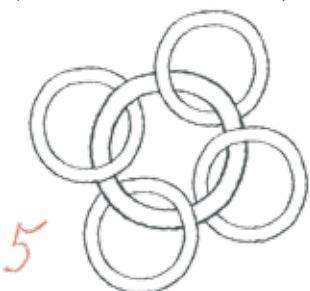
СТРАНИЧКИ ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ

Квантик и Ноутик решили склеить к Новому году несколько цепочек на ёлочку. Ноутик нарисовал схемы, а Квантик притащил клей, нарезал полоски и взялся за работу.



— А кстати, если я хочу, наоборот, расцепить цепочку из трёх колечек, то мне достаточно расцепить всего одно кольцо в середине, и все колечки распадутся. Интересно, а сколько колечек надо расцепить, если у меня цепочка из 57 колец? А если из 2017 колец?

— А мне больше нравится другая задача: можно ли спасти между собой 3 колечка таким образом, что если ты расцепишь любое из колец, то остальные распадутся сами? Можно ли тем же способом зацепить пять колец?



Какое наименьшее число колечек нужно разомкнуть, чтобы оставшиеся колечки распались?

Окончание следует

Художник Ольга Демидова



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Вера Винниченко

САРАНЧА и БАНАНЫ

В 1875 году в Соединённых Штатах Америки случилось чрезвычайное происшествие: рой жёлтой саранчи возник из ниоткуда в штате Техас и понёсся на запад, поедая на своём пути кукурузу, рис, траву, кусты, бумагу и даже штаны, оставленные сушиться на верёвке. Фермеры сражались, как могли: сначала вежливо просили, потом громко ругались и кидались в саранчу тапками, но ничего не помогало. И вдруг в один прекрасный день рой исчез так же внезапно, как и появился, как будто растворился в воздухе.

На тот момент науке было известно, что есть два разных вида саранчи. Одна – зелёная, одинокая, сторонится своих собратьев, летает рядом с домом. А другая (вредитель) – ярко-жёлтая, живёт в огромных стаях и летает на большие расстояния. Прилетает не здороваясь, улетает не прощаясь.

На всякий случай учёные стали приглядывать за зелёной саранчой и после долгих лет слежки и экспериментов, наконец, выяснили: жёлтая и зелёная саранча – это один и тот же вид. Если посадить в одну коробку штук 10 зелёных особей, через два часа они



Одинокая саранча



Стайная саранча

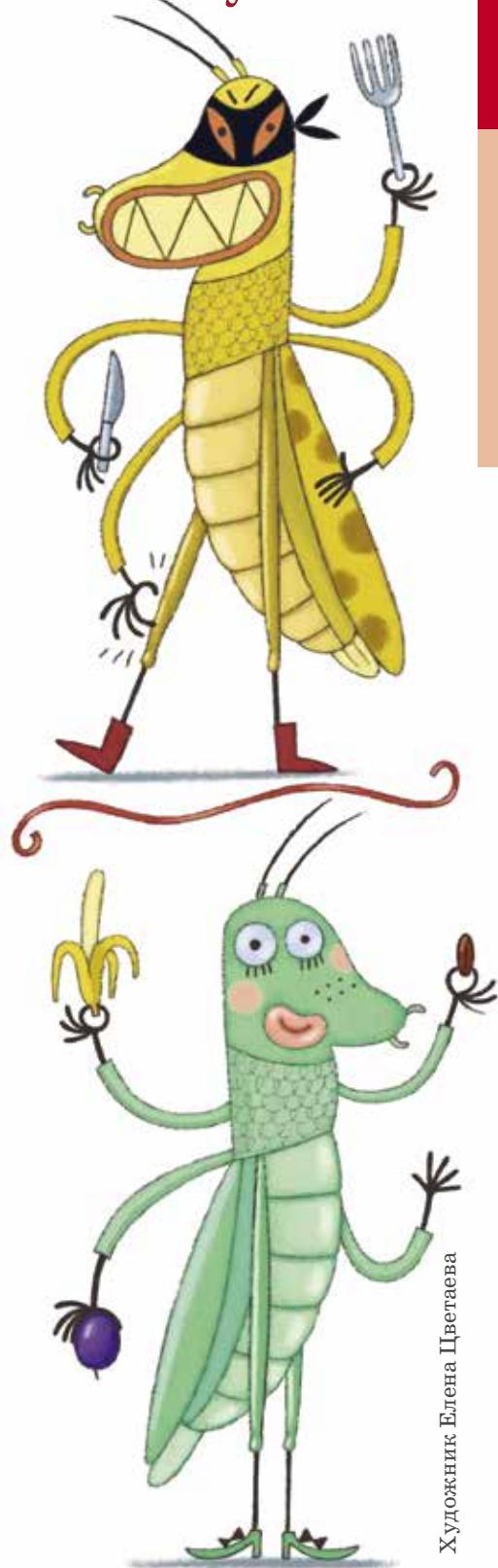
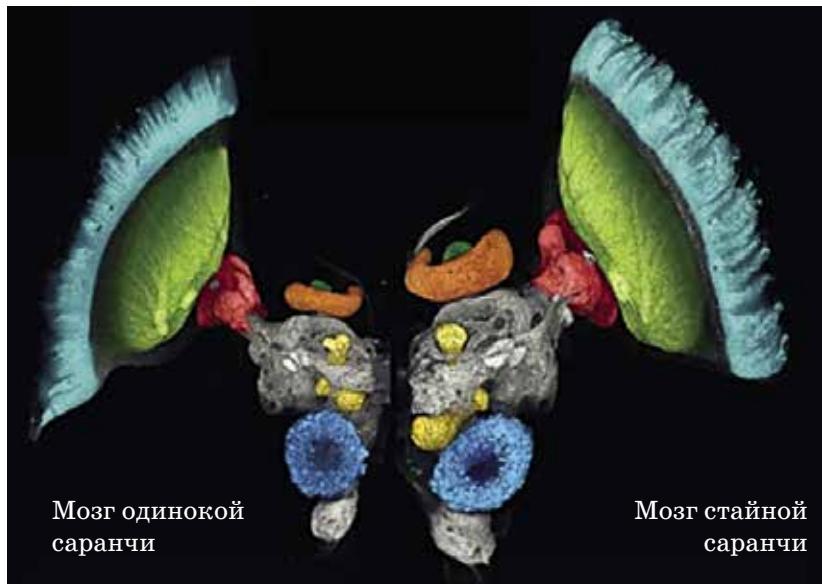


ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

превратятся в жёлтых. Это превращение произойдёт даже в том случае, если зелёная саранча будет только смотреть на своих зелёных собратьев (через пластиковое стекло) или чувствовать их запах, а также если терпеливо почёсывать её задние лапки. При этом у неё не только меняется окраска, но и сильно растёт мозг.

Но почему же так происходит? В 2009 году доктор Михаэль Ансти нашёл ответ на этот вопрос. Дело в том, что при почёсывании лапок мозг саранчи вырабатывает особое вещество *серотонин*: он и превращает хорошую саранчу в опасного вредителя. Сейчас как раз учёные изобретают антисеротониновый («анти» в переводе с греческого означает «против») спрей, чтобы переделывать вредную саранчу обратно в хорошую, зелёную.

Кстати, в нашем организме тоже есть серотонин, только мы от него испытываем радость и счастье, а не желтеем. Если серотонина не хватает, мы начинаем грустить. Чтобы помочь мозгу вырабатывать серотонин, нам нужно есть побольше ягод и фруктов, особенно сливы, финики и бананы. Этим летом Михаэль Ансти как раз собирается как следует откормить саранчу бананами и посмотреть, что из этого получится.



Художник Елена Цветаева

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Константин Кохась



ПОРТРЕТ ЕГО СИЯТЕЛЬСТВА

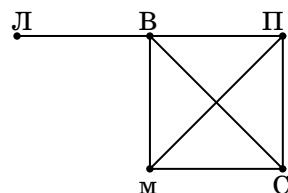
– Это что ещё за новости?! Вовочка, ты опять писал на заборе «маша + петя = ...»! Вышел погулять, а голову дома оставил?! Сколько раз мы уже повторяли эту тему?? Сколько раз мы учили правила и писали диктанты? Имена собственные, в том числе имена людей, клички животных, названия городов, пишутся с заглавной буквы! Вовочка, как можно с таким пренебрежением относиться к родному языку? Это позор! Если ты не умеешь грамотно написать на заборе слово – не пиши! Рисуй!

– Что рисуй?

– То, что тебя беспокоит. Ты интересуешься отношениями Марии, Пети и других одноклассников? Вот и нарисуй их.

– А как можно нарисовать отношения?

– С известной долей условности. Вот например, Вася, Петя, Света и Маша дружат друг с другом, а Лена дружит только с Васей. Так и нарисуем!



Простенькая и незатейливая картинка, как раз для забора.

– Вы написали маленькую букву «м»!

– Вот нахал! Здесь это не имеет совершенно никакого значения! Здесь каждая точка, или, как говорят, *вершина* изображает человека, и для наглядности я подписала вершины, чтобы было ясно, кто где изображён. А каждый отрезок, соединяющий точки, изображает дружбу. Эти отрезки часто называют *ребрами*, а схемы такого вида – *графами*.

– То есть если меня поймают и спросят, что это я нарисовал на заборе, можно честно и с гордостью отвечать: «Я нарисовал граф»?

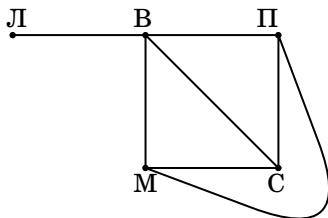
– Именно так! Можешь ради шутки добавить: что-то у его сиятельства рёбра во все стороны торчат!

– Мрачноватые у вас шутки. Не поймут. А почему

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

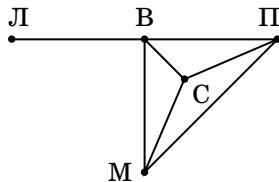
дружба Маши и Пети пересекается с дружбой Васи и Светы?

— Как это: дружба пересекается с дружбой? А, ты имеешь в виду, что пересекаются рёбра-отрезки, изображающие эти дружбы? Просто... так получилось. Ребро несёт лишь информацию, что одна вершина соединена с другой. Мы изображаем его линией, идущей от одной вершины к другой. Конечно, при этом она не проходит через другие вершины. А пересекают ли друг друга эти линии или нет, нас при этом не интересует. Впрочем, наш граф можно нарисовать так, что пересечений не будет. Давай дружбу Пети и Маши проведём другим способом:



— Да, без пересечений мне больше нравится. Только теперь Маше-Петина дружба какая-то кривая.

— Представляешь, Вовочка, математиков тоже беспокоил этот вопрос! Оказывается, если граф удалось нарисовать без пересечений на плоскости, то всегда можно так разместить его вершины на плоскости, что все рёбра окажутся прямолинейными отрезками. В нашем случае подвинем Свету влево вверх поближе к Васе:

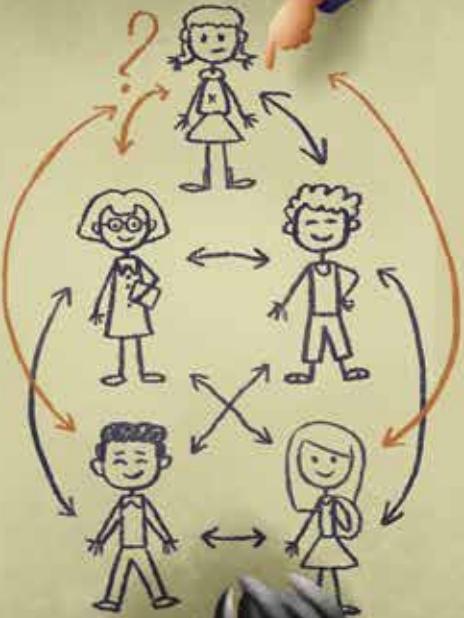


— Как у вас быстро всё получается. Вы в детстве, наверно, исписали немало заборов. Но я передумал, не хочу прямолинейными. Лучше я нарисую этот граф на воздушном шарике, а потом надую!

— Это значит, что всякий график, который мы можем нарисовать на плоскости без пересечений, можно также нарисовать и на сфере! Ну и наоборот тоже верно:



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



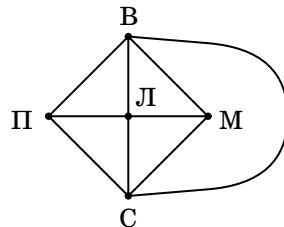
пусть граф нарисован на воздушном шарике, мы аккуратно проколем шарик, чтобы не задеть ни одного ребра и ни одной вершины, после чего растянем этот шарик на плоскость.



– Не портите мой шарик! Может, я его кому-нибудь подарю. Например, Лене. Пусть она с остальными тоже подружится.

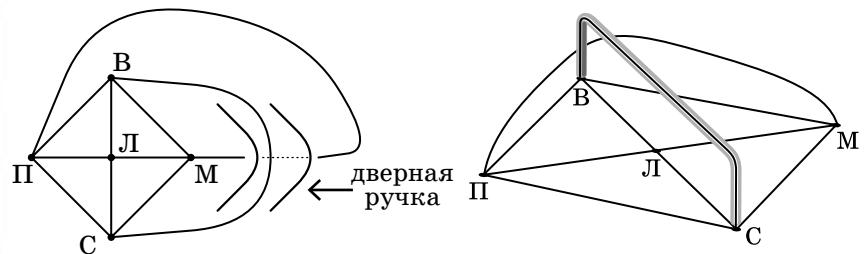
– Если Лена подружится с остальными, получится довольно сложный граф: пять вершин и каждая соединена с ребром с каждой из остальных. Такой сложный граф нарисовать на плоскости без пересечений невозможно. И на сфере тоже.

– Тогда я нарисую только часть графа, без пересечений, например, вот так:



А про оставшуюся дружбу я напишу словами: «маша + петя =»...

– Опять ты пишешь имена со строчной буквы!! Троглодит!! На плоском заборе этот граф нарисовать нельзя, но ты можешь нарисовать его на двери, если, конечно, на ней есть дверная ручка!



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

— Вау! Рисовать на дверной ручке, какая свежая идея! Чью дверь вы мне посоветуете?

— Гм... Ну не обязательно на двери... Можно... на кружке! У неё тоже есть ручка. Или на бублике. Впрочем, это то же самое.

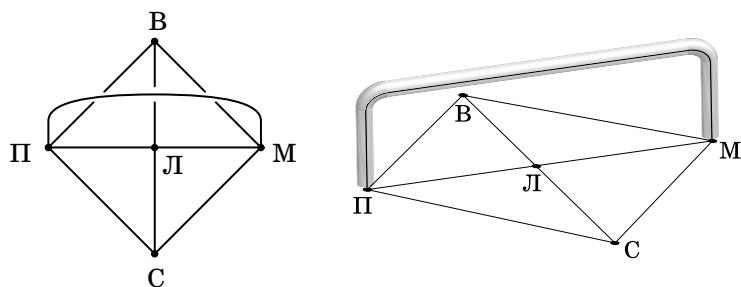
— Бублик и кружка — это одно и то же?!

— Если рассматривать их как объекты для рисования. Представь себе, что внутри стенок кружки не стекло, а воздух, а сама поверхность кружки эластичная. Накачаем внутрь стенок кружки побольше воздуха и слегка расправим. Как раз бублик и получится.

— И всё, что мы нарисовали на кружке, окажется нарисованным на бублике. Но ведь, наверно, совсем сложные графы не удастся нарисовать даже и на бублике?

— Да. Чтобы нарисовать без пересечений совсем сложный граф, потребуется совсем сложная поверхность.

— Кажется, я понял, не нужно ничего сложного! Потребуется всего лишь дверь, к которой прибито много ручек! Возьмём любой граф, нарисуем его на двери как попало, только во всех местах, где пересекаются рёбра, у одного из рёбер сделаем разрыв, как будто оно проходит ниже другого ребра. А теперь для каждого такого «пересечения» прибьём дверную ручку, чтобы верхнее ребро могло проходить по ручке над нижним!



Где вот только найти такую дверь?

— Спортом надо больше заниматься, Вовочка! В спортзале и турники стоят, и шведские стенки, да и просто скамейки. Если рисовать прямо на полу спортивного зала, то каждый из этих предметов — отличная ручка!

Художник Мария Усеинова



Александр Яворский,
ученик 9 класса

ЗАПОТЕВШИЕ ОЧКИ

Наверняка каждому, кто носит очки, знакома такая проблема: заходишь с мороза в какое-нибудь тёплое помещение, например домой, и очки сразу же запотевают – ничего через них не разглядишь. Приходится ждать, пока оттают.

Эта проблема не обошла и меня: захожу в метро однажды, смотрю – а очки так запотели, что прямо идти невозможно. Придётся отойти в сторону и подождать, пока оттаят.

Кстати, а почему они вообще запотевают? Дело в том, что на холода мои очки остывают. А потом я вхожу в метро, где воздух теплее моих очков. Поэтому воздух около моих очков охлаждается. А холодный воздух – он более сухой. Поэтому лишняя влага выпадает в виде капелек и осаждается на стёкла очков, вот они и запотевают. Потом стёкла прогреются, воздух вокруг них – тоже, и капельки испаряются.

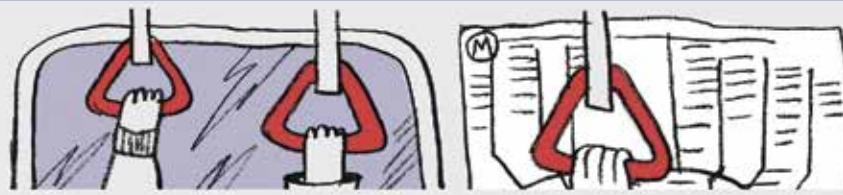
Так вот, я встал в стороне, через минуту смотрю – середина стёкол оттаяла, а края ещё нет (как на фото)! Странно, думаю, может быть случайно? А вот нет. Много раз наблюдал, и каждый раз середина оттаивала раньше.



Центр оттаял, а края ещё нет (фото автора).



ОПЫТЫ И ЭКСПЕРИМЕНТЫ



Тогда я спросил совета у своего друга – он тоже очки носит. Его ответ удивил меня ещё сильнее. Оказывается, у него очки отпотевают как у меня, только наоборот: сначала края, а потом середина.

И стали мы думать, почему наши очки так странно оттаивают. Думали долго, а потом я от нечего делать стал рассматривать свои очки. И тут я увидел, что... После этого я сразу понял причину – догадайтесь и вы.

Почему мои очки оттаивают неравномерно? Почему наши очки отпотевают по-разному?

Дело в том, что очки у нас с другом были разные. У меня линзы в очках вогнутые (в центре тоньше, а по краям – толще), а у моего друга – выпуклые (край тоньше центра). Когда мы заходим в метро, наши очки, так сказать, равномерно проморожены, из-за чего на них и выпадает «rosa». Но прогреваются-то они неравномерно! Тонкая часть прогревается быстрее, поэтому с неё быстрее испаряется влага. Именно поэтому у меня раньше отпотевает центр, а у моего друга – края.

А вот ещё один вопрос. Бывает, что в машине лобовое стекло запотевает. На этот случай под стеклом есть щель для обдува. Каким воздухом надо обдувать стекло, чтобы оно оттаяло, – горячим или холодным? Кстати, если включить кондиционер, стекло оттает ещё быстрее. Почему?



ЛXXXIII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Материал подготовил
Константин Кохась

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс. Первый (письменный) тур очередной олимпиады прошёл 10 декабря 2016 года. Мы приводим несколько задач этого тура, попробуйте с ними справиться.

Избранные задачи I тура

1 (6 класс). На круговом шоссе расположено 5 деревень. Вася обнаружил, что в какой бы деревне он ни очутился, до каких-то двух других деревень он может доехать за 20 минут на велосипеде, а до двух оставшихся – за 10 минут на мопеде (в каждой поездке он проезжает по пути не более одной деревни). И на мопеде, и на велосипеде Вася движется с постоянной скоростью без остановок, причём на мопеде быстрее. За сколько времени Вася сможет сделать один круг по шоссе на мопеде?

Александр Голованов

2 (6 и 8 классы). Во дворе стоят 5 домов, в них живёт 5, 15, 25, 35, 45 человек. Известно, что у каждого есть не менее двух тёзок среди жителей двора. Докажите, что у кого-то есть тёзка в своём доме.

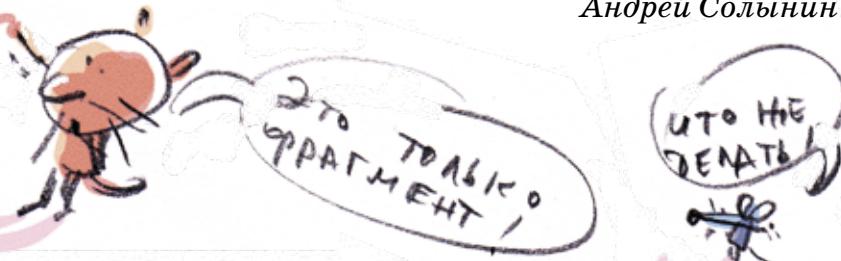
Ольга Иванова

3 (7 класс). Справа изображена таблица, заполненная «змейкой»: в первой строке слева направо выписаны по возрастанию числа, начиная с 1, потом этот ряд чисел продолжается во второй строке справа налево, потом в третьей строке – снова слева направо и т. д. У Андрея есть более крупная таблица, тоже заполненная змейкой, начиная с числа 1. В ней нашёлся такой фрагмент 2×2 с числами, как на рисунке справа. Сколько столбцов в таблице Андрея? Приведите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.

1	2	3
6	5	4
7	8	9
12	11	10

13	12
32	33

Андрей Солынин



4 (8 класс). Стоимость алмаза в рублях равна квадрату его массы в граммах, умноженному на 100, а стоимость горного хрустя в рублях в три раза больше его массы в граммах. Двою братьев получили в наследство несколько камней общей стоимостью 3 000 000 рублей. Братья распилили каждый камень пополам и взяли себе по половинке каждого камня. Оказалось, что каждый из братьев получил камней на 1 000 000 рублей. Сколько стоили изначально алмазы в наследстве?

Андрей Солынин

5 (7 класс). На доске написано 10 натуральных чисел. Все их последние цифры различны. Кроме того, все их предпоследние цифры различны. Докажите, что сумма этих десяти чисел не может быть точным квадратом.

Александр Голованов

6 (8 класс). В варианте олимпиады 7 задач, каждая оценивается в 8 баллов. По результатам проверки все участники набрали разное число баллов. Члены оргкомитета втихаря исправили оценки 0 на 6, 1 на 7, 2 на 8. В результате этого участники упорядочились в точности в обратном порядке. Какое наибольшее количество участников могло быть? Приведите пример и докажите, что большее число участников невозможно.

Владислав Франк

7 (6 класс). В таблице с 4 строками и 9 столбцами имеется 9 красных клеток, 11 синих и 16 белых. Если щёлкнуть мышкой по строке или по столбцу, произойдёт следующее: если в этой линии клеток какого-то цвета было больше, чем каждого из двух других цветов, то вся линия перекрасится в этот цвет; если же такого цвета не было, то ничего не произойдёт. Оказалось, что если щёлкнуть сначала по всем строкам, а затем по всем столбцам, то все клетки станут красными. А если вместо этого щёлкнуть сначала по всем столбцам, а потом по всем строкам, то все клетки станут синими. Приведите пример такой таблицы.

Ольга Иванова



■ НАШ КОНКУРС («Квантик» № 1, 2017)

21. Два поезда едут навстречу друг другу: один со скоростью 20 км/ч, его длина 600 м, а второй со скоростью 40 км/ч, его длина 400 м. Машинисты поездов встретились в полдень. Когда встретились кондукторы, едущие в хвостах этих поездов?

Ответ: кондукторы встретятся в 12:01.

Расстояние между кондукторами уменьшается со скоростью $20 + 40 = 60$ км/ч, то есть на 1 км в минуту. В момент встречи машинистов расстояние между кондукторами равно сумме длин поездов, то есть $600 + 400 = 1$ км. К моменту встречи кондукторов это расстояние уменьшилось до нуля, то есть прошла 1 минута.

22. а) Найдутся ли 3 целых числа, которые все различны и куб каждого из них делится на произведение остальных чисел? **б)** А найдутся ли 4 таких числа?

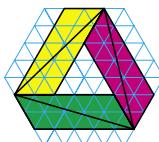
а) Да, найдутся. Например, 8, 16 и 32.

б) Нет, не найдутся.

Пусть такие числа найдутся. Ясно, что числа ненулевые. Если среди них есть отрицательные, уберём у них знаки. Для новых (положительных) чисел условие по-прежнему будет выполнено, только какие-то числа могут стать равными – но не все! Рассмотрим тогда самое маленькое из них. Его куб будет меньше произведения остальных трёх чисел, а значит, не может делиться на это произведение.

23. Шестиугольник на рисунке составлен из 96 одинаковых равносторонних треугольников площади 1. Найдите площадь серого треугольника.

Ответ: 39. Каждый из цветных параллелограммов на рисунке состоит из 20 треугольников, а большой треугольник – из трёх половинок параллелограммов и ещё 9 клеток.



24. Докажите, что количество всех цифр в последовательности 1, 2, 3, 4, ..., 1000 равно количеству всех нулей в последовательности 1, 2, 3, 4, ..., 10000.

Чтобы доказать, что нулей и цифр поровну, разобъём их на пары «ноль второй последовательности – цифра первой последовательности». Имея во второй последовательности число с нулюм, вычёркнем этот ноль и поставим ему в соответствие цифру в получившемся числе на том же месте с конца. Например, первый ноль в числе

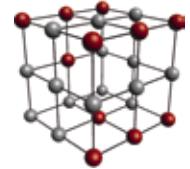
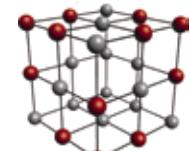
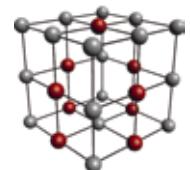
2090 соответствует двойке в числе 290, а второй ноль в числе 2090 соответствует девятке в числе 209. Тогда и каждой цифре в числе из первой последовательности будет соответствовать свой ноль в числе из второй последовательности (вставляем ноль справа от цифры).

25. а) Куб $3 \times 3 \times 3$ сложен из 27 синих кубиков (26 мы видим, а один находится внутри). Имеются также синяя и белая краски. За ход разрешается выбрать любой видимый кубик и перекрасить его, а также все кубики, имеющие с выбранным общую грань, по правилу: синий – в белый, белый – в синий. Сделайте несколько ходов так, чтобы получился куб, белый снаружи.

б)* Рассмотрим все возможные варианты окраски 26 видимых кубиков в синий и белый цвета (каждый кубик красится целиком в один из цветов). Каждый ли из этих вариантов можно получить из синего куба за несколько ходов?

а) Выберем все кубики, кроме угловых. Тогда все кубики поменяют цвет. Действительно, назовём два кубика соседями, если у них есть общая грань. У угловых кубиков 3 соседа, у кубиков в середине рёбер куба – 4 соседа, у кубиков в центре граней – 4 соседа. Значит, угловые кубики перекрасятся 3 раза, а остальные – 5 раз.

б) **Ответ:** каждый. Достаточно для каждого кубика научиться за несколько ходов менять только его цвет. Будем изображать центры кубиков маленькими шариками и соединять отрезком центры соседних кубиков. Если мы выберем кубики, центры которых отмечены красным на верхнем рисунке, то поменяет цвет лишь центральный кубик верхней грани. Рисунок посередине показывает, какие надо выбрать кубики, чтобы поменять цвет лишь одного углового кубика, а нижний рисунок – чтобы поменять цвет лишь одного кубика в середине ребра.

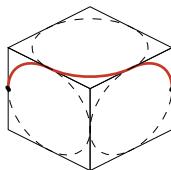


■ КУБ ИЛИ ШАР? («Квантик» № 2, 2017)

Ответ: не всегда.

Рассмотрим куб и сферу, касающуюся всех рёбер куба (вписанную в каркас куба). Эта сфера пересекается с кубом по шести окружностям, вписанным в грани куба. Двигая кончик волшеб-

ной палочки по этим окружностям (переходя с окружности на окружность в точке их касания), можно нарисовать линию, соединяющую две противоположные точки куба – на рисунке приведён пример.



Если у Гарри будут камни в форме шара и куба именно таких размеров и он нарисует именно такую линию, невозможно будет определить, на каком из камней она нарисована.

Поправка. Автор задачи – Егор Бакаев. К сожалению, в предыдущем номере был ошибочно указан автор другой задачи, которая имеет родственные связи с этой. Приносим свои извинения.

■ КРАСНАЯ НИТЬ

Плёнка плотно прилегает к трубе. Если потянуть нить, то она изнутри будет разрывать плёнку. Без нити удалить эту плёночную упаковку с трубы было бы затруднительно.

Интересно, что нить в канатах, возможно, и не была красной. Вильям Фальконер, поэт и моряк, без вести пропавший в море в 1769 году, успел опубликовать Универсальный морской словарь. В нём он пишет, что «нить от воров», которую вплетали в каждую верёвку канатов флота британского короля, отличалась от остальных тем, что её не смолили и закручивали плетение в обратную сторону. По любому обрезку каната можно было определить, был ли он украден у королевской службы.

■ ЗЕМЛЯ И ЛУНА: ПРИЛИВЫ

Задача 1. Да, одинакова. Лунные сутки – что на видимой стороне, что на обратной – равны «синодическому периоду», то есть промежутку времени между двумя одинаковыми фазами Луны на Земле, например, новолуниями (см. рис.1, б). Если бы Земля стояла на месте, а Луна синхронно (всё время глядя на Землю одной стороной) кростилась вокруг неё, сутки на Луне длились бы те же 27 наших дней. Но Земля и сама движется по орбите, от этого через 27 дней новолуние ещё не повторится: Земля за это время прошла примерно $\frac{27}{365} \approx \frac{1}{13}$ круга, и Луне нужно ещё примерно $\frac{27}{13} \approx 2$ дня, чтобы это угол «докрутить». Итого – 29 дней. Это подсчёт приблизительный; чтобы получить точный ответ, нужно, глядя на рисунок 1, вывести условие: $\frac{T}{S} = \frac{360^\circ + \alpha}{360^\circ} = 1 + \frac{T}{1 \text{ год}}$, где $S \approx 27$ дней – (звездный) период обращения

Луны, T – нужный нам синодический период. Из этого уравнения можно точно найти T , если точно знать S (27 дней – небольшая точность).

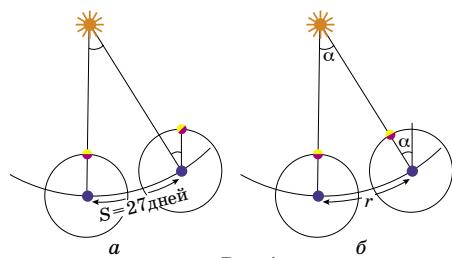


Рис.1

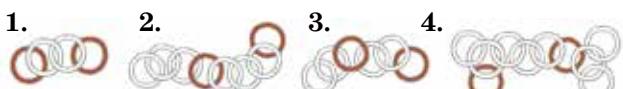
Задача 2. Полнолуние – значит, направления на Луну и Солнце противоположны. Максимальная высота воды будет тогда, когда Луна выше всего над горизонтом – в полночь, и когда она ниже всего – в полдень. Этот ответ дан по солнечному времени, декретное (принятое правительством острова) время может от него отличаться. Если сейчас лето, то выше дневной прилив, если зима – то ночной. (Это легко увидеть, дорисовав Солнце на рисунке 3 статьи.)

Задача 3. На полюсах – там в течение суток постоянна высота Луны и Солнца над горизонтом. Положение полюса относительно вершины горба не меняется. Правда, там будут незаметные без специальных приборов месячные приливы – из-за движения Луны вокруг Земли.

Задача 4. 21 марта. В новолуние направление на Луну и Солнце практически совпадают, и в равноденствие на экваторе они оба проходят через зенит (и точку, противоположную зениту – она называется *надир*). В декабре максимальная высота Солнца над горизонтом (и глубина под горизонтом) равна $90 - 23 = 67^\circ$. На экваторе приливы в течение одного дня не отличаются по высоте.

■ УЗЛЫ, ЦЕПОЧКИ И МАТЕМАТИКА

1.



2.



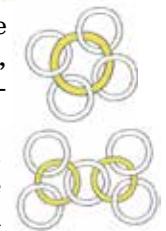
3.



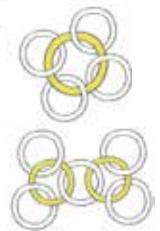
4.



5. Достаточно разомкнуть жёлтое кольцо. Если ничего не размыкать, кольца не распадутся, ведь жёлтое кольцо сцеплено с каждым из остальных.

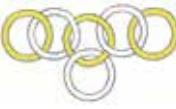


6. Достаточно разомкнуть 2 жёлтых кольца. Если разомкнуть одно любое кольцо, то останется хотя бы одна пара сцепленных колец.



7. Любые 2 кольца сцеплены, значит, нужно разомкнуть 2 любых кольца, и этого достаточно.

8. Достаточно разомкнуть 3 жёлтых кольца. Цепочку можно разбить на 3 пары сцепленных колец, по одному жёлтому кольцу в каждой паре. Значит, нужно разомкнуть минимум 3 кольца, чтобы кольца распались.



9. Достаточно разомкнуть жёлтое кольцо. Если ничего не размыкать, останется жёлтое кольцо, сцепленное с одним из остальных.



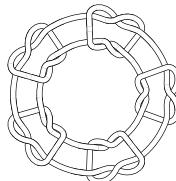
10. Достаточно разомкнуть 4 жёлтых кольца. Если разомкнуть лишь 3 каких-то кольца, то в цепочке из 7 колец найдутся 2 соседних неразомкнутых кольца, сцепленных друг с другом, потому что в нашей цепочке любые два соседних кольца сцеплены.



Ответы на вопросы в тексте.

Чтобы распалась цепочка из 57 колечек, нужно разомкнуть 28 колечек – те, что стоят на чётных местах. Меньшего числа не хватит, потому что иначе найдутся 2 сцепленных кольца, которые мы не разомкнули. Случай 2017 колец разбирается аналогично.

Вот пример трёх и пяти колец, которые нельзя расцепить, но если одно любое кольцо разомкнуть, то остальные распадаются. Правда, 5 колец получились сильно изогнутыми. Примера с обычными кольцами мы не знаем.



Заметим, что в тех случаях, когда колечки распадаются, в этом легко убедиться. Но доказать, что группа колец не распадается, очень сложно, и мы не приводим ни одного доказательства.

■ ЗАПОТЕВШИЕ ОЧКИ

Стекло надо обдувать горячим воздухом: во-первых, он нагреет стекло, и с него испарится влага. Во-вторых, поскольку воздух тёплый, в нём может находиться больше водяного пара, чем в холодном, и вода на стекле испарится быстрее.

С кондиционером всё ещё быстрее, потому что он сушит воздух – ведь в кондиционере воздух охлаждается и из него конденсируется влага.

■ LXXXIII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ.

Избранные задачи I тура

1. Ответ: 25 минут.

Обозначим деревни A, B, C, D, E . По усло-

вию, из деревни A в другие деревни Вася едет по маршрутам $A-B$, $A-B-C$, $A-E$, $A-E-D$. Предположим, что Вася проезжает маршрут $A-B-C$ на велосипеде. Тогда путь на велосипеде из A в B занимает меньше 20 минут, и путь из B в C тоже. Значит, Вася в поездках $A-B$ и $B-C$ пользуется мопедом, и маршрут $A-B-C$ занял бы 20 минут как на велосипеде, так на мопеде. Но этого не может быть, так как мопед движется быстрее велосипеда.

Значит, предположение, которое мы сделали, неверно, и маршрут $A-B-C$ Вася проезжает на мопеде. Аналогично Вася проезжает на мопеде маршруты $C-D-E$, $E-A-B$, $B-C-D$, $D-E-A$. Проехав по всем этим маршрутам, Вася объедет шоссе два раза, потратив на это 50 минут. Следовательно, один круг занимает 25 минут.

2. Рассмотрим самый большой дом – тот, в котором живёт 45 человек. Предположим, что тёзки этих людей живут в других домах. Это значит, во-первых, что все обитатели большого дома имеют разные имена, а во-вторых, что никто не может быть тёзкой сразу двух человек из большого дома. Поэтому суммарное количество тёзок у жителей большого дома не менее 90 и все эти тёзки живут в остальных четырёх домах. Но это невозможно, поскольку в остальных домах в сумме живёт лишь 80 человек. Значит, наше предположение неверно и некоторые жители большого дома – тёзки.

3. Ответ: 11 столбцов.

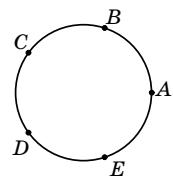
Очевидно, что обе строки данного фрагмента 2×2 можно однозначно продолжить влево. Получится более широкий фрагмент таблицы:

22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33

Теперь ясно, что числа от 1 до 11 выписаны в предыдущей строке, и всего в таблице 11 столбцов.

4. Ответ: 2 000 000 рублей.

При распиливании горного хрусталия получаются две равные части, каждая в 2 раза дешевле исходного камня. Значит, суммарная цена этих половинок такая же, как и у целого камня. А при распиливании алмаза получаются две равные части, каждая из которых в 4 раза дешевле, чем исходный алмаз. Таким образом, распил алмаза приводит к потере половины



его стоимости. При дележе наследства братья потеряли 1 000 000 рублей, эти потери равны половине исходной стоимости алмазов. Следовательно, алмазы стоили 2 000 000 рублей.

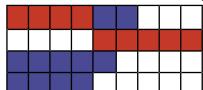
5. Мысленно выпишем числа друг под другом и попытаемся найти их сумму S с помощью сложения «в столбик». В разряде единиц по одному разу выписаны цифры 0, 1, 2, ..., 9. Их сумма равна 45. Поэтому последняя цифра числа S равна 5, и при продолжении вычислений в следующий разряд переносится 4 единицы. В разряде десятков также по одному разу выписаны цифры 0, 1, ..., 9 с суммой 45. С учётом переноса получается сумма 49, то есть предпоследняя цифра числа S равна 9. Таким образом, число S оканчивается на 95. Значит, оно делится на 5, но не делится на 25, и поэтому не может быть точным квадратом.

6. Ответ: 8 участников.

Оценка. Результат участника увеличился на $6k$, где k – количество его оценок 0, 1, 2. Пронумеруем участников по убыванию результатов. Очевидно, второй после исправления «перепрыгнул» через первого, и, значит, его результат после исправления увеличился не меньше чем на 6. Третий участник «перепрыгнул» через первого и второго, и тогда его результат увеличился сильнее, чем результат второго, то есть не меньше чем на 12. Аналогично результат четвёртого увеличился не менее чем на 18, и т.д. Поскольку в олимпиаде было 7 задач, никакой результат не мог увеличиться больше чем на 42. Значит, могло быть не более 8 участников.

Пример. Описанная ситуация возможна, если, например, участники имели такие результаты (в строках выписаны результаты участников).

7. Например, подходит такая расстановка.



Если щёлкнуть по строкам, получится две красные строки, одна белая и одна синяя. Далее, щёлкнув по столбцам, получаем красную таблицу.

Если же сначала щёлкнуть по столбцам, получится 5 синих столбцов и 4 белых. И теперь, если щёлкнуть по строкам, таблица станет синей.

Замечание. Построенная таблица приводит к следующему «парадоксу голосования».

Пусть имеется четырёхэтажный дом, в нём 9 подъездов и в каждом подъезде на каждом этаже всего одна квартира. Для удобства считаем, что в каждой квартире живет 1 человек, всего, стало быть, 36 жильцов. Схематически дом изображён в виде нашей таблицы 4×9 . Жильцы решают, в какой цвет им покрасить свой дом. Большинство – 16 человек (чуть меньше половины) – хотят, чтобы дом был белым, 11 человек (менее трети) голосуют за синий цвет, а 9 (четверть) – за красный.

Пусть предпочтения жильцов распределены так, как указано в нашей таблице. Получается, что при простом голосовании (когда принимают тот вариант, который набрал большинство голосов) дом будет покрашен в белый цвет.

Если сначала проголосовать по подъездам – для каждого подъезда выяснить, чего хочет большинство его жителей, а потом среди этих мнений выбрать самое популярное, – дом покрасят в синий цвет, поскольку 5 подъездов из 9 «предпочитают» синий цвет.

Если же сначала проголосовать по этажам – для каждого этажа выяснить, чего хочет большинство его жителей, а потом среди этих мнений выбрать самое популярное, – дом покрасят в красный цвет, так как два этажа из четырёх «хотят» красный цвет, а белый и синий цвет набрали лишь по одному этажу «сторонников».

Возможно, вам кажется неестественным такой способ голосований. Между тем он широко применяется. Голосующие очень часто разбиты на группы: классы, отделы, республики и т.п., и тогда голосование удобно строить, проведя сначала голосование внутри этих групп, а потом подвести итог этих голосований на педсовете, совете директоров, в парламенте, выбрав самое популярное из полученных мнений.

Например, директор школы решил на каникулах провести для всех школьников 1–4 классов совместное мероприятие, а именно: лыжные соревнования (белое), поездку в аквапарк (синее) или переписывание контрольной работы (красное). Кстати, школа маленькая – в каждом классе всего лишь... 9 человек, и, скажем вам по секрету, четверть учеников – двоечники. Что же выбрать? Спросим у школьников! Пусть в каждом классе решат, чего хотят ученики, а потом среди мнений этих четырёх классов выберем самое популярное! Узнаёте?



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем
заочном математическом конкурсе.

Высыпайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 апреля электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com или обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присыпается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы.

Желаем успеха!

VII ТУР

31. Барон Мюнхгаузен утверждает, что когда он обходит снаружи свой замок вдоль его стен и возвращается в исходную точку, то проходит больше 800 метров, а когда он идёт вдоль забора, которым обнесён замок, и возвращается в исходную точку, то проходит меньше 400 метров. Могут ли слова барона быть правдой?

Барон, вы куда пропали? Два года вас не было видно

Да просто замок решил вдоль стен изнутри обойти



Магический квадрат!

2	7	6
9	5	1
4	3	8

32. Вы наверняка знаете, что таблица 3×3 , заполненная целыми числами от 1 до 9 так, что суммы чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях одинаковы, называется магическим квадратом 3×3 (см. пример на рисунке).

а) Подберите 9 различных целых чисел и заполните ими таблицу 3×3 так, чтобы *произведения* чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях были одинаковы.

б) Можно ли подобрать эти различные целые числа в предыдущем пункте так, чтобы среди них были 15 и 25?

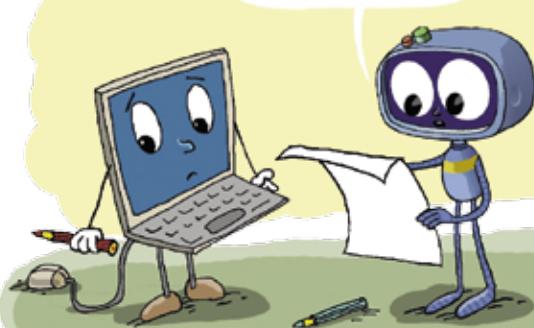
наш КОНКУРС

ОЛИМПИАДЫ

Авторы: Михаил Евдокимов (31, 32), Елена Коннова (33), Григорий Гальперин (34)

33. Квантик и Ноутик играют в необычный морской бой. Ноутик составил из восьми кораблей 1×3 и одного корабля 1×1 квадрат 5×5 клеток (корабли стоят вплотную друг к другу). За ход Квантика делает выстрел в одну из клеток, а Ноутик сообщает, в какой корабль Квантик попал и какие клетки квадрата занимает этот корабль. Цель Квантика – поразить корабль 1×1 . За какое наименьшее число выстрелов он может гарантированно этого добиться?

Мы вообще-то
в морской бой играем.
Танк-то у тебя
откуда взялся?



Пап, ты какие карточки-то взял?



34. Есть 12 карточек, на каждой написана одна ненулевая цифра. Известно, что из этих карточек можно составить два шестизначных числа, сумма которых равна 1099999. Докажите, что из этих карточек можно составить два шестизначных числа, сумма которых равна одному миллиону.

А ваши монеты,
гражданин Буратино,
вообще все
фальшивые!



35. Имеются восемь монет, семь из которых одинаковые, а одна фальшивая и отличается по весу (неизвестно, в какую сторону). Также имеются чашечные весы, которые показывают правильный результат, если на чашах разный вес, а если вес одинаковый, то вместо равенства показывают что попало.

а) Придумайте способ найти фальшивую монету и узнать, тяжелее она настоящих или легче.

б) Можно ли гарантированно найти фальшивую монету всего за 4 взвешивания?

ДВА КАНАТА

ПЕРЕД СОРЕВНОВАНИЯМИ
В ШКОЛЬНОМ СПОРТЗАЛЕ
РЕШИЛИ СНЯТЬ КАНАТЫ
С КОЛЬЦАМИ.

КАК МАСТЕРУ СНЯТЬ ОБА
КАНАТА, НЕ ПРОСЯ НИКОГО
О ПОМОЩИ?



17003

ISSN

2227-7986

9772227798176

Автор Мартин Гарднер
Художник Юстас-07