

ЖУРНАЛ КВАНТИК

для любознательных



№ 9
сентябрь
2014

О КНИГЕ С БОЛЬШОЙ БУКВЫ

ПАХНЕТ ЛИ
МОРКОВНЫЙ
ОТВАР?

УДАЧНЫЙ
ГОРОСКОП

Enter ↩

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

28 сентября 2014 года, в воскресенье, состоится
XXXVII Турнир имени М.В. Ломоносова.

Он проводится для школьников с 6-го по 11 класс, допускаются все желающие и даже школьники более младших классов тоже. На Турнире проходит сразу несколько соревнований – по математике, математическим играм, физике, астрономии и наукам о Земле, химии, биологии, истории, лингвистике, литературе. Можно принять участие в одном или в нескольких из них. Школьники сами выбирают предметы и распределяют своё время, переходя от одной аудитории к другой (участие в конкурсе по одному предмету отнимает час-полтора).

Может быть, Турнир проводится и в вашем городе?

Подробности, задачи прошлых лет и список мест проведения ищите на сайте
<http://olympiads.mccme.ru/turlom/>

Вы можете оформить подписку на «Квантику» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу Роспечати.



ISSN 2227-7986



9 772227 798145

09

**Почтовый адрес: 119002, Москва,
Большой Власьевский пер., д.11,
журнал «Квантик».**

Первые четыре выпуска

АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»

с материалами номеров 2012 и 2013 года, а также все остальные вышедшие номера можно купить в магазине «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА» по адресу: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11, <http://biblio.mccme.ru>

или заказать по электронной почте:
biblio@mccme.ru

www.kvantik.com

kvantik12.livejournal.com

@ kvantik@mccme.ru

vk.com/kvantik12

Открыта подписка на электронную версию журнала!

Подробности по ссылке: <http://pressa.ru/magazines/kvantik#/>

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакция: Екатерина Антоненко,
Александр Бердников, Алексей Воропаев,
Дарья Кожемякина, Андрей Меньшиков,
Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Художественный редактор
и главный художник: Yustas-07
Верстка: Ира Гумерова, Раи Шагеева
Обложка: художник Евгений Паненко
Формат 84x108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован
в Федеральной службе по надзору в сфере
связи, информационных технологий и массовых
коммуникаций.
Свидетельство ПИ Н ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 3000 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва,
Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83.
e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться
по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи
Почты России,
подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии
с предоставленными материалами
в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

■ ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Пахнет ли морковный отвар? В.Башмакова, А.Доброхнов **2**

■ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

О книге с большой буквы. А.Щетников **8**

■ ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ

Тени. А.Бердников **12**

Две змеи. Из книги Г.Левитаса **IV стр. обложки**

■ ДЕТЕКТИВНЫЕ ИСТОРИИ

Удачный гороскоп. Б.Дружинин **13**

■ ДВЕ ТРЕТИ ПРАВДЫ:

Кэрролл, Менделеев и Хемингуэй. С.Федин **16**

■ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ

Как Бусенька училась умножать на 11. Д.Кохась, К.Кохась, **18**

■ СВОИМИ РУКАМИ

Пипета. А.Бердников **23**

■ НАМ ПИШУТ

Старейший, известнейший опыт. М.Старшов **26**

■ УЛЫБНИСЬ

Портрет. Н.Рожковская **28**

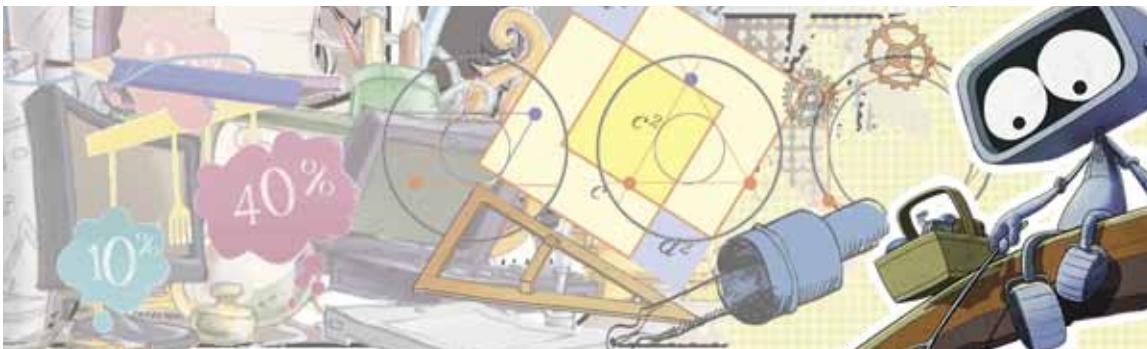
■ ОЛИМПИАДЫ

Русский медвежонок **29**

Наш конкурс **32**

■ ОТВЕТЫ

Ответы, указания, решения **30**



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Вера Башмакова,

Александр Доброчаев



ПАХНЕТ ЛИ МОРКОВНЫЙ ОТВАР?

Дымящаяся тарелка супа молча стояла на середине стола и притягивала все взгляды.

– Вася, – обречённо повторила Васина мама. – Нет там никакой моркови. Ешь, пожалуйста.

Вася упрямо сжал губы и ещё дальше отодвинул тарелку. Маша смотрела на эту сцену во все глаза. Она и не думала, что Вася такой.

– Хоть бы Маши постеснялся, – сказала мама, и Вася с Машей оба смущались.

Повисла долгая пауза, во время которой и Васю, и Васину маму было ужасно жалко. Маша поняла, что ей пора вмешаться. Недаром же они с Васей уже твёрдо решили посвятить себя экспериментальной науке.

– Вася, – произнесла она решительно. – Ты утверждаёшь, что чувствуешь в этом супе морковный запах.

– Да, – глядя в стол, мрачно ответил Вася.

– А вы, тётя Марина, говорите, что морковь в этот суп не клали.

– Да, – ответила Васина мама замученным голосом.

– О'кей, – сказала Маша весело. – Мы уже не сможем проверить, была ли в этом супе морковь, но можем проверить кое-что другое. А именно: может ли Вася чувствовать запах сваренной моркови. Если может – значит морковь в супе была, вот!

– Как мы это сделаем? – угрюмо поинтересовался Вася.

– Очень просто. У вас ведь есть в доме морковь? – спросила Маша у тёти Марины.

– Есть, конечно, – ответила Васина мама, указывая подбородком на холодильник. Вася бросил на неё обвиняющий взгляд.

– Тогда мы сделаем вот что. – Маша вскочила из-за стола, вытащила из холодильника пакет моркови и достала из него одну морковку. – Сейчас мы сварим этот овошь. Нальём отвар в стакан, в другой стакан нальём чистой воды, завяжем Васе глаза и дадим ему понюхать обе жидкости и сравнить.

– А если я ошибусь? – не глядя Маше в глаза, пробурчал Вася.

– Тогда съешь суп как миленький.

– А если он не ошибётся? – спросила Васина мама.

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

– Ну тогда вам придётся кое-что признать, – смущённо произнесла Маша.

– А если Вася угадает СЛУЧАЙНО? – возмутилась Васина мама. – Возьмёт и скажет наобум – да или нет, а окажется, что всё так и есть?

– Таак, – ответила Маша задумчиво. – Это проблема.

И все задумались.

– О! – неожиданно ответил Вася (по его тону Маша сразу поняла, что капризный ребёнок в нём уступил место настоящему учёному). – Я могунюхать эти жидкости не по одному разу, а по много. Один раз я, может, и скажу правильный ответ случайно. Но если понюхаю сто раз и все разы угадаю, тогда, мамочка... – И настоящий учёный снова уступил место капризному ребёнку.

– Отлично! – сказала Маша и принялась чистить морковь.

– Стоп, – произнесла Васина мама. – А что мы будем делать, если Вася каждый раз будет говорить, что там морковь? Он, конечно, скажет верно каждый раз, когда морковь там будет. Но то, что моркови там нет, – и мама бросила горький взгляд на тарелку супа, – он ни разу не угадает.

– О'кей, – Маша отложила морковку и ножик и взяла лист бумаги. – Распишем.

И она составила простенькую табличку:

| | Морковь есть  | Моркови нет  |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Вася сказал «Морковь» | Вася всё чувствует | Вася просто выпендривается |
| Вася сказал «Нет моркови» | Вася просто выпендривается | Вася всё чувствует |

Вася, который всё это время заглядывал Маше через плечо, вырвал у неё бумажку и переправил «Вася просто выпендривается» на «Вася заблуждается».

– Заблуждается так заблуждается! – легко согласилась Маша. – Ну что – начинаем эксперимент? Если Вася все разы ответит правильно, значит...

– Нет, – произнёс вдруг Вася. – Вдруг я чувствую морковь, но не всегда? Её запах слабый, можно ошибиться. Если я в половине случаев отвечу правильно, это будет считаться?

– Ещё не хватало, – тут же отозвалась его мама. – В половине случаев можно ответить правильно, даже если вообще ничего не чувствуешь. Даже если просто



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



случайно говорить что попало, в половине случаев отвётишь правильно просто по теории вероятности.

– Ладно, – смириенно произнёс Вася, – и какую же цифру ты считаешь правильной?

– Ну-у, – задумчиво протянула мама, – например, если ты ответишь правильно хотя бы в девяноста процентах случаев...

– В шестидесяти! – быстро парировал Вася.

– В восьмидесяти! – отозвалась его мама.

– В семидесяти! – произнесли они хором.

– Ну уж нет, – неожиданно сказала Маша, которая устала вертеть голову от одного к другому, как на теннисном матче. – Это неправильно. Нет тут такой границы между «да» и «нет». Если 50% – значит, Вася точно не разбирается. Если 100% – точно разбирается. А остальное – оно такое, размытое. Скорее да, чем нет, или, наоборот, скорее нет, чем да.

– Это верно, – согласилась мама. – Но нам с Васькой надо договориться. Семьдесят процентов нас обоих устраивают, так?

– Да! – храбро отозвался Вася. – Вари уже морковь и давай сюда, я буду нюхать.

– Э, нет, – сказала вдруг Васина мама. – Я вас знаю. Если Маша тебе будет давать нюхать, она тебе будет подсказывать.

– Не буду! – возмутилась Маша.

– Маш, – мягко произнесла Васина мама. – Я не хочу тебя обидеть. Просто ты будешь за Васю болеть, и, ну, не знаю, стакан с водой прямо под нос ему тыкать, а стакан с морковным отваром от носа отводить, ну или как-то ещё. И так Вася догадается, что в этой кружке, не по запаху, а по твоим подсказкам. Конечно, это не специально, так получается само, разве нет?

Маша смущённо опустила глаза в стол: это была правда.

– Тогда ты, мама, сама мне подставляй кружку, – сказал Вася мрачно.

– Нет, это тоже не подходит, – ответила Васина мама. – Я тоже заинтересованное лицо. Я тоже буду как-то влиять, только наоборот. Знаете, что мы сделаем? Мы используем двойной слепой метод.

– Как это? – удивились вместе Вася и Маша.

– Ну, слепнуть нам не придётся, – успокоила мама. – Выражение это из медицины пришло. Дело в том, что когда больному дают лекарство, он как бы настраивается



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

на выздоровление и в результате выздоравливает – но не из-за лекарства, а потому, что организм его мобилизовался. Даже если человеку дать таблетку, в которой нет никаких действующих веществ, ну, просто сахар в таблеточной оболочке, и сказать, что это чудодейственное лекарство, то он почувствует облегчение. Такое явление называется «эффект плацебо». В принципе, эффект плацебо – это здорово, он как бы помогает лекарствам работать. Но если лекарство новое и мы только проводим клинические испытания, проверяем, лечит оно или нет, то тут могут возникнуть большие трудности. Вот даём мы больному это лекарство, видим, что ему стало лучше, и делаем вывод, что лекарство полезное. А вдруг это совсем не так? Вдруг лекарство на самом деле вредное, а больному стало лучше из-за эффекта плацебо? Как же понять, чего лекарство стоит на самом деле?

– Ну, – ответила Маша, – надо просто не говорить больным, что их лечат. Подкладывать им лекарствотайком, как... как морковь в суп.

В ответ на эту реплику Вася молча испепелил Машу взглядом, а потом сказал:

– Да надо просто взять двух больных. Или нет, даже не двух больных, а две группы больных, вот! И всем больным сказать, что им дают лекарство. Но на самом деле одним дать настоящее лекарство, а другим – просто пустые таблетки. А потом посмотреть, какая группа лучше выздоровела.

– Отлично, сынок! – сказала Васина мама. – Примерно так в медицине и делают. Это называется слепым методом. Больной как бы слеп, он не знает, получает он лекарство или пустышку. Поэтому у обеих групп больных будет одинаковый эффект плацебо, а вот лекарство будет действовать только на одну группу. Но и тут есть проблема. Исследования показали, что если врач знает, что даёт больному настоящее лекарство, то он как бы передаёт это знание больному. Он, конечно, ничего ему не скажет, но будет так себя вести, что больной сам догадается, что уж ему-то попало то, что взаправду подействует. Ну вот как Маша, которая бы Васе подсовывала морковку совсем не таким жестом, как водичку. Эффект плацебо у этого больного станет сильнее, и мы опять не сможем выяснить, чего же на самом деле стоит лекарство. Как справиться с этой проблемой?



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



– Двойной слепой метод! – выпалила Маша как можно скорее, чтобы Вася не успел её перебить. – Мы сделаем так, чтобы и врач был тоже как бы слепой! Чтобы он не знал, какое лекарство даёт больному. Пускай где-нибудь будет записано, кому больному чего досталось, а врач пусть этого не знает. Просто даёт всем больным вроде бы одинаковые лекарства – но одно настоящее, а другое – пустышка.

– Правильно! Молодчина, Маша! Именно так мы и поступим. Вася будет как слепой, потому что мы ему глаза завяжем. А вместо второго слепого у нас будет дядя Миша, который вообще не знает, чем мы тут занимаемся. Вася, чтобы папа не понял, чем мы тут занимаемся, и не начал влиять на результаты, отвечай только «да» или «нет». «Да» – морковный отвар, «нет» – вода. Согласен?

Вася кивнул.

– Прекрасно! – сказала мама. – Маш, вари морковь!

Маша дочистила морковку, кинула её в кастрюльку с водой и поставила на огонь. Мама в это время поставила чайник, чтобы к нужному моменту был готов стакан чистой воды, такой же горячей, как морковный отвар. Маша встала на цыпочки и достала с полки две одинаковые непрозрачные чашки. Мама, загородившись от Васи, заранее написала на бумажке последовательность, в которой будут подаваться кружки с водой и с морковным отваром – чтобы эту последовательность можно было потом сравнить с Васиными ответами. Вася смотрел на всё это сразу и как исследователь, и как подопытный кролик – до тех пор, пока мама не завязала ему глаза шарфом.

– Ми-иш! – крикнула она в другую комнату, когда всё было готово.

На пороге появился Васин папа. Он взглянул на тарелку супа, про которую все как будто забыли, и произнёс:

– Так.

– Нет, дело не в этом, – отозвалась Васина мама. – То есть Васька, конечно, не ест суп. Но мы сейчас как раз разбираемся, имеет ли он на это право.

Васин папа молча и вопросительно оглядел присутствующих. На повязку на Васиных глазах он глядел дольше и недоуменное всего.

– Ты, главное, не пытайся ничего понять, – сказала Васина мама и завязала Васиному папе глаза. – Сейчас я буду давать тебе кружки с жидкостями, а ты передавай их Васе, а потом мне назад. Маш, приготовься записывать Васины ответы.

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Она сверилась со своей бумажкой, выбрала одну из кружек и протянула её Васиному папе. Васин пapa с завязанными глазами и непроницаемым лицом сунул кружку прямо Васе под нос.

— Мор... в смысле да! — сказал Вася, и Маша записала этот ответ у себя на листочек.

— Да-а, — протянул Васин пapa. Его посвятили в порядок эксперимента, и теперь они все вчетвером наконец закончили обсчитывать результаты. Лист бумаги был расчерчен на две колонки: в левой были палочками отмечены все правильные ответы, а в правой — неправильные. — И как же нам это понять?

— Десять процентов — это значит, что ты ничего не чувствовал и всё придумал, — сказала Маша Васе.

— А вот и нет, — вдруг отозвалась Васина мама. — Наоборот. Это значит, что ты всё прекрасно чувствуешь. Если бы ты ничего не чувствовал, твои ответы были бы где-нибудь вокруг пятидесяти процентов, там у нас сидят все случайности. А десять процентов, так же как и девяносто процентов, не могут получиться от незнания, от случайных ответов. Эта цифра неслучайная, она что-то значит.

— И что же? — мрачно поинтересовался Вася.

— Я знаю! — вдруг воскликнула Маша. — Она значит... Она значит, что ты всё очень хорошо чувствуешь, но только наоборот! Когда моркови нет, ты уверен, что она есть, а когда есть — что её нету!

Пару минут все молчали, обдумывая это открытие, и вдруг Вася побелел.

— Значит, все супы, которые я ел... Все, которые чувствовал по запаху как безморковные, они...

— Вася, — страдальчески сморщилась мама, — я уже сто лет никуда не кладу морковь, мне уже про морковь кошмары снятся.

Вася медленно перевел взгляд на тарелку с остывшим супом.

— И здесь моркови тоже нет, — ответила мама на его безмолвный вопрос.

— И между прочим, ты кое-что обещал! — сказала Маша.

— Ладно, — Вася медленно придвинул тарелку и зачерпнул первую ложку.

— Приятного аппетита! — пожелала Маша. — Кстати, тётя Марина! Можно мне тоже? Ещё одну тарелочку?



Художник Ольга Демидова



О КНИГЕ С БОЛЬШОЙ БУКВЫ, О НЕСОИЗМЕРИМОСТИ СТОРОНЫ И ДИАГОНАЛИ КВАДРАТА И О НАСТОЯЩЕМ УДОВОЛЬСТВИИ

Есть такая книга про математику, которая называется «Доказательства из Книги»*. Её написали Мартин Айгнер и Гюнтер Циглер, а идею придумал замечательный венгерский математик Пауль Эрдеш. Эрдеш любил говорить, что «у Бога есть Книга, в которую он включает совершенные доказательства математических теорем. Математик, конечно, не обязан верить в Бога – но он обязан верить в эту Книгу».

Я уже много лет занимаюсь историей математики. И если бы меня спросили, какое самое древнее известное мне доказательство заслуживает того, чтобы быть включённым в Книгу с большой буквы, я бы сказал: конечно же, это доказательство несоизмеримости стороны и диагонали квадрата. Мы не знаем имени математика, который открыл эту несоизмеримость; нам известно лишь то, что он жил в Древней Греции в V веке до нашей эры и был одним из учеников Пифагора.

«Чем же замечательно это доказательство?» – спросите вы. Я отвечу на этот вопрос так. Во-первых, открытие, которое сделали пифагорейцы, стало колоссальным стимулом для развития математики, вплоть до наших дней. Сколько ни рассматривай квадрат и его диагональ, несоизмеримости его стороны и диагонали глазами не увидишь; её можно постичь лишь рассуждением. И начиная с этого открытия, рассуждение приобрело в математике главенствующую роль. Во-вторых, придуманное пифагорейцами доказательство очень красивое и простое. Так что давайте рассмотрим его и включим в свою собственную Книгу, поместив его там на самой первой странице.

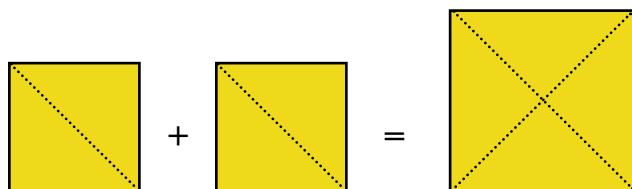
Надо сразу же сказать, что пифагорейцы не собирались открывать несоизмеримость: они искали общую меру стороны и диагонали квадрата, а вместо этого наткнулись на неожиданное свойство этих отрезков и очень ему удивились! Знаменитый древнегреческий философ Аристотель рассказывает об этом так: «Все начинают с удивления, как удивляются, например, загадочным самодвижущимся игрушкам, или солнцеворотам, или несоизмеримости диагонали

* М. Айгнер, Г. Циглер. Доказательства из Книги (перев. с англ.). – М.: «Мир», 2006. Новое издание готовится в издательстве «БИНОМ. Лаборатория знаний».

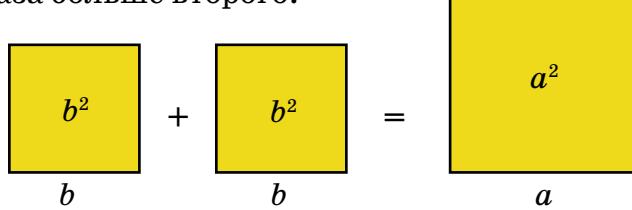
(ибо всем, кто ещё не усмотрел причину, кажется удивительным, если что-то нельзя измерить самой малой мерой). А под конец нужно прийти к противоположному – и к лучшему, как говорит пословица: ведь ничему бы так не удивился человек, сведущий в геометрии, как если бы диагональ оказалась соизмеримой».

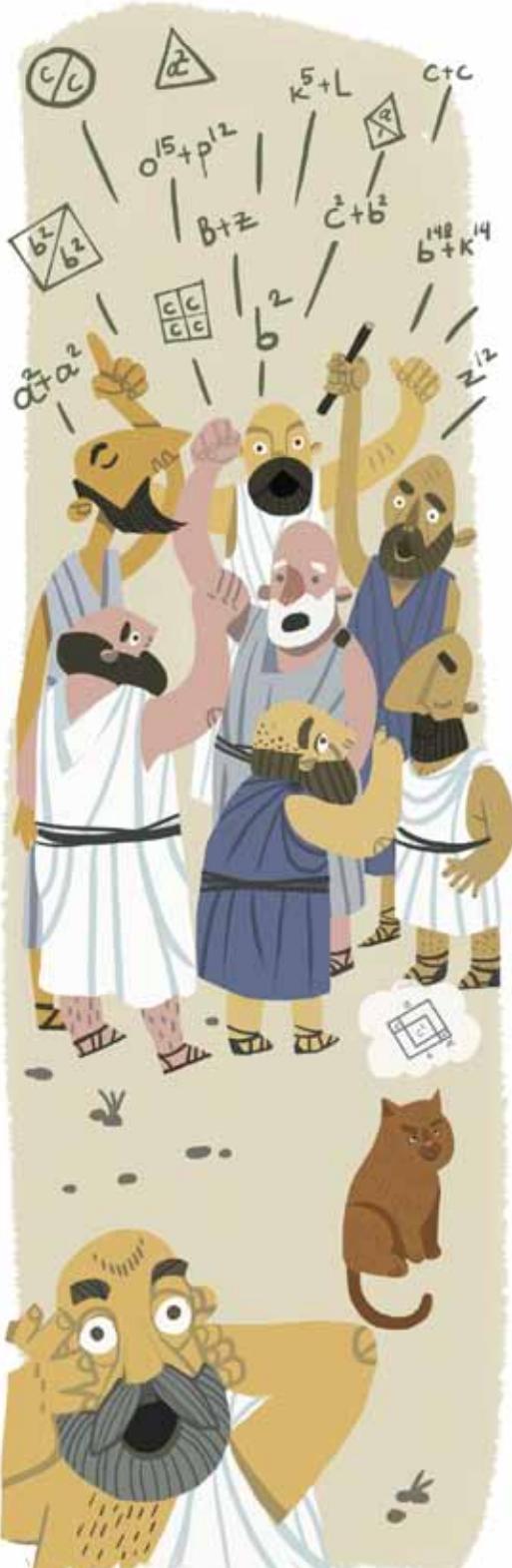
Первое доказательство

Возьмём два равных квадрата, каждый из них разрежем по диагонали на два треугольника и составим из получившихся четырёх треугольников один квадрат, как показано на рисунке. Сторона этого нового квадрата будет равна диагонали исходного квадрата. Дальше нам будет удобнее говорить не про исходный квадрат и квадрат на диагонали, но про два квадрата, один из которых вдвое больше другого по площади.



Общая мера двух величин – это такая величина, которая укладывается в обеих величинах целое число раз. Допустим, что общая мера сторон рассматриваемых квадратов существует. Мысленно уложим её в сторонах обоих квадратов и расчертим эти квадраты на мелкие квадратики, проведя параллельные линии через отмеченные точки. Конечно, это действие мы можем делать лишь условно – ведь мы не знаем, на сколько частей надо делить стороны квадратов! Для таких условных действий у нас есть буквы: допустим, что искомая общая мера уложилась a раз в стороне квадрата двойной площади и b раз в стороне квадрата единичной площади. В таком случае квадрат двойной площади разделится на a^2 мелких квадратиков, а квадрат единичной площади – на b^2 мелких квадратиков. И квадратные числа a^2 и b^2 таковы, что первое из них в два раза больше второго.





Заметим далее, что если вообще существуют пары квадратных чисел, одно из которых в два раза больше другого, то какая-то из этих пар является наименьшей. Эту наименьшую пару мы и будем искать.

Число a^2 является чётным, поскольку оно делится на две равные половины $b^2 + b^2$. Но тогда и число a тоже является чётным: ведь если бы a было нечётным, то нечётным было бы и a^2 как произведение двух нечётных чисел. Чётное число a состоит из двух равных половинок c . Поэтому квадратное число a^2 состоит из четырёх равных квадратных частей c^2 . Отсюда следует, что квадратное число b^2 будет в два раза больше квадратного числа c^2 .

$$b^2 + b^2 = \begin{array}{|c|c|} \hline c^2 & c^2 \\ \hline c^2 & c^2 \\ \hline \end{array}$$

А теперь подумаем о том, к чему мы пришли! Искомая пара квадратных чисел (b^2, c^2) удовлетворяет условию «первое число в два раза больше второго», и она меньше пары (a^2, b^2). Однако ранее мы предположили, что пара (a^2, b^2) является *наименьшей*, удовлетворяющей данному условию. Мы пришли к противоречию, из которого есть единственный выход: надо признать, что двух квадратных чисел, одно из которых в два раза больше другого, вообще не существует. А следовательно, не существует и общей меры у стороны и диагонали квадрата, и эти два отрезка являются *несоизмеримыми*.

Второе доказательство

Один и тот же факт может иметь несколько разных доказательств, которые заслуживают включения в Книгу. Я готов поспорить, что если первое доказательство несоизмеримости стороны и диагонали квадрата вы почти наверняка уже видели, то второе доказательство вы увидите сейчас в первый раз. Нам неизвестно, знали ли такое доказательство древние греки – но во всяком случае они могли его знать, потому что все идеи, на которых оно основано, были им хорошо знакомы.

Снова возьмём два единичных квадрата и наложим их на квадрат двойной площади, разведя их

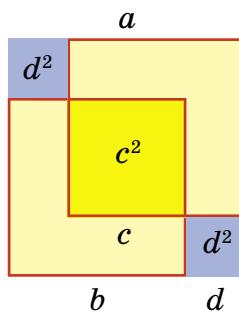
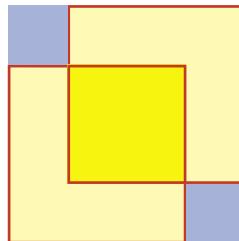
по противоположным углам, как показано на рисунке. Единичные квадраты перекрываются в центре и оставляют непокрытыми два небольших квадрата по углам. Поскольку суммарная площадь двух единичных квадратов равна площади большого двойного квадрата, дважды перекрытый центральный квадрат занимает такую же площадь, что и два непокрытых квадрата.

Это была геометрия, а теперь начнутся рассуждения о числах. Пусть искомая общая мера уложилась a раз в стороне квадрата двойной площади и b раз в стороне квадрата единичной площади. В таком случае будет $a^2 = 2b^2$, и мы опять будем искать наименьшую пару квадратных чисел (a^2, b^2) , удовлетворяющую этому условию.

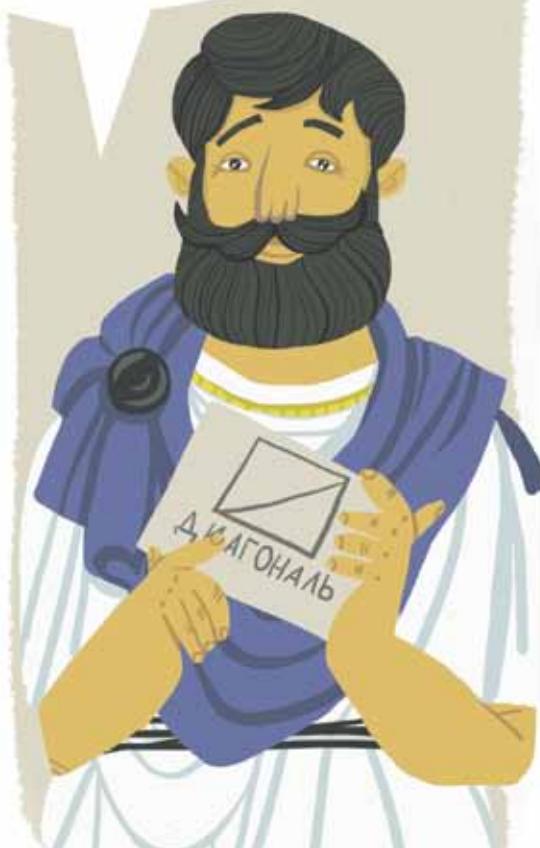
Вернёмся к чертежу: поскольку общая мера укладывается нацело в сторонах двойного и единичного квадратов, она также уложится нацело в сторонах углового и центрального квадратов (попробуйте объяснить, почему). Пусть соответствующий маленький квадратик уложится в центральном квадрате c^2 раз, а в угловом квадрате d^2 раз. Поскольку центральный квадрат в два раза больше углового, будет $c^2 = 2d^2$.

Мы опять столкнулись с тем же самым противоречием: мы предположили, что пара (a^2, b^2) является наименьшей, удовлетворяющей требуемому условию, но из этого предположения следует, что существует меньшая пара (c^2, d^2) , удовлетворяющая этому же условию. Какие отсюда надо сделать выводы, мы уже знаем.

Надеюсь, что красота и сила рассмотренных доказательств заставила вас почувствовать некоторое удовольствие. Кстати сказать, Аристотелю, о котором мы сегодня уже вспоминали, принадлежат такие слова: «Удовольствию от питья противоположно страдание от жажды, но удовольствию от рассмотрения того, что диагональ несоизмерима со стороной, ничего не противоположно».



„Удовольствию от рассмотрения того, что диагональ несоизмерима со стороной, ничего не противоположно!“



Художник Ануш Микаелян

ТЕНИ

Александр Бердников



Яркое пламя кажется непрозрачным, но практически не отбрасывает тени. А прозрачная бутылка с водой почему-то оставляет тень, такую же чёткую и насыщенную, как и тень от непрозрачных предметов. Почему так происходит?

Художник Евгений Паненко

УДАЧНЫЙ ГОРОСКОП



Борис Дружинин

Воскресный день не заладился прямо с утра. На улице моросил мелкий весенний дождик, и гулять совсем не хотелось. Лиза зашла к Вове поиграть на компьютере, но тот через какой-нибудь час завис. Пока Вова пытался его реанимировать, Лиза заглянула в газету.

— Мы с тобой, кажется, близнецы? — спросила она.

Вова в ответ покрутил пальцем у виска.

— Ты не понял. Мы с тобой по гороскопу оба близнецы, — пояснила Лиза. — Так вот, по гороскопу сегодня нам должно везти во всех делах.

— Что-то не верится, — проворчал в ответ Вова.

В комнату к ребятам заглянула мама.

— Сбегайте за продуктами, пока дождик перестал. Я список подготовила, что купить. Вот, денежку возьмите, — мама порылась в сумочке и протянула Вове купюру, — должно хватить.

Дети накинули куртки и через несколько минут оказались в магазине. Сначала взяли 3 коробки шоколадных конфет «Вдохновение», затем точно по списку 6 глазированных сырков, 3 упаковки майонеза, 3 десятка яиц. Мама заказывала 1 кг сахара, но ребята обнаружили, что упаковка в 1 кг стоит 31 рубль, а упаковка в 2 кг стоит 60 рублей, и решили взять 2 кг, чтобы сэкономить 2 рубля: всё равно когда-нибудь придётся покупать сахар ещё. Потом подумали и взяли несколько петушков на палочке по цене 9 рублей за штуку.

На кассе Вова отдал деньги, но кассирша, подсчитав общую стоимость продуктов, сказала:

— С вас ещё 9 рублей.

Ребята пошарили в карманах, но там денег не оказалось. Пришлось «пожертвовать» одним петушком. Снова начал накрапывать дождик, но не ждать же его окончания в магазине. И друзья потопали домой. Вдруг Вова остановился и хлопнул себя по лбу.

— Нас же обсчитали!

Почему Вова решил, что им полагалась сдача?

— А чек ты сохранил? — поинтересовалась Лиза.





— Выбросил, — признался Вова. — Возвращаться без толку.

И друзья под дождиком побрали дальше.

— Пожалуй, весна — самое скучное время года, — рассуждал по дороге Вова. — На коньках и лыжах уже не покатаешься. Снег тает, и вся грязь, что накопилась в нём за зиму, оказывается под ногами. Скорей бы лето!

Не успела Лиза с ним согласиться, как мимо них по луже пронёсся огромный джип и обдал их грязью.

— Вот тебе и удачный гороскоп, — с грустью усмехнулся Вова.

Не сбавляя скорости, джип проскочил перекрёсток на красный свет.

— Чтоб тебя оштрафовали, — пожелала ему вслед Лиза.

И действительно, откуда ни возьмись появился инспектор ДПС и остановил нарушителя. Пока водитель джипа вылезал из машины, ребята перешли улицу на зелёный свет и оказались рядом с инспектором.

— Капитан Жезлов, — представился инспектор. — Вы проехали на красный свет. Придётся заплатить штраф.

— Странно! — удивился водитель. — Я был уверен, что на светофоре горит зелёный свет.

— А у вас со зрением всё в порядке? — усмехнулся инспектор.

— Конечно, — заверил водитель, задумался и радостно хлопнул ладошкой по лбу, своему, разумеется. — Я всё понял. Это эффект Доплера!

— Какой такой ещё эффект? — нахмурился Жезлов.

— Вы, наверное, забыли, — ласково пояснил водитель. — Этот эффект даже в школе на уроках физики изучают. Всё очень просто. Я ехал навстречу световой волне, поэтому длина этой волны стала меньше, и красный свет превратился в зелёный.

— Да, действительно, что-то такое припоминаю, — сказал Жезлов. — Мы в школе даже задачки про этот эффект решали. Только никак не припомню, с какой скоростью надо ехать.



— Я в уме точно вычислить не могу, — обрадовался водитель, чувствуя, что страж порядка его не накажет. — Думаю, приблизительно половина скорости света или чуть больше.

— Похоже, что верно, — задумчиво согласился Жезлов, припомнив свои школьные годы. — Ладно, красивый свет я вам прощаю...

— Спасибо, спасибо, — затараторил водитель. — Как приятно иметь дело с умным человеком.

— Но штраф вам всё-таки придётся заплатить, — вмешалась в разговор Лиза.

За какое нарушение правил Лиза посоветовала инспектору оштрафовать нарушителя?



Художник Екатерина Ладатко

КЭРРОЛЛ, МЕНДЕЛЕЕВ, ХЕМИНГУЭЙ

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!



КЭРРОЛЛ

Английский писатель и математик Льюис Кэрролл больше всего прославился своей удивительной сказкой «Алиса в стране чудес». Но не менее удивительно одно его изобретение, которое он сделал 150 лет назад.

У Кэрролла жил дома замечательно умный говорящий попугай Додо, умевший повторять сразу несколько предложений. Писатель решил использовать эту его способность в практических целях. Через несколько месяцев упорной дрессировки Додо научился в отсутствие хозяина подлетать к звоняющему телефону, снимать трубку и говорить в неё следующее: «Здравствуйте! С вами говорит попугай Додо. Хозяина нет дома. Говорите после моего крика». И он жутко кричал прямо в ухо звонившему. Совершенно ошеломлённый, тот машинально передавал своё сообщение. Додо старательно запоминал сказанное, а потом повторял слово в слово Кэрроллу, когда тот возвращался домой.

Так появился первый автоответчик. А попугая Додо Кэрролл потом описал в своих книгах.

МЕНДЕЛЕЕВ

Великий русский химик Менделеев любил в свободное время делать чемоданы и достиг в этом большого искусства. Как-то раз он, как обычно, зашёл в магазин, чтобы купить материалы для очередного чемодана. Один из покупателей, увидя солидного, бородатого Менделеева, поинтересовался у продавца:

– Кто этот важный господин?
– Да как же вы его не знаете? – удивился продавец. – Это же известный чемоданный мастер Менделеев!



ХЕМИНГУЭЙ

Один из самых известных американских писателей – Эрнест Хемингуэй. Он написал много прекрасных книг, а за одну из них, повесть «Старик и море», получил Нобелевскую премию, высшую награду для писателя.

В молодости Хемингуэй много охотился в Африке и отлично



знал африканские обычаи и приметы. Неудивительно, что однажды его спросили: «Правда ли, что если нести перед собой факел, то лев не набросится на вас?»

– Это зависит от того, – не растерялся Хемингуэй, – с какой скоростью нести факел.



Художник Капыч

КАК БУСЕНЬКА - УЧИЛАСЬ УМНОЖАТЬ НА ОДИННАДЦАТЬ



Бусенька шла по лесу и неожиданно почувствовала что-то необычное. Вернее сказать, не почувствовала, а унюхала. Запах был слегка кисловатый и немного страшный, с лёгкими цветочными оттенками. Бусенька подозрительно осмотрелась, ещё раз принюхалась и с громким визгом бросилась к ближайшей берёзе. За берёзой послышалось шуршание, потом урчание, и из-за ствола выглянула симпатичная, но очень зубастая голова какого-то чудища. Монстропитек!

– А, Горгулий, это ты. А я уж испугалась, – облегчённо вздохнула Бусенька.

– Да, это я, извините, – приветливо ответил Горгулий. – Не хотел вас пугать, но по-другому просто не умею. Мы, монстропитеки, ужасно страшные.

– Да уж, – согласилась Бусенька. – Но вы ещё при этом, как я знаю, очень умные.

– Ужасно умные, – подтвердил Горгулий, – а ещё мы ужасно вежливые.

– Расскажи, Горгулий, как вы, ужасно умные и вежливые монстропитеки, обычно умножаете числа на 11, – попросила Бусенька.

Горгулий поморщился. От этого пасть его слегка приоткрылась и стало видно, что во рту у него не два, а скорее три ряда ужасно острых зубов. Или даже больше.

– Не очень-то мы любим умножать на 11, – сказал Горгулий. – Мы вообще не очень любим умножать. Мы предпочитаем делить.

– Но ведь умножение – это очень полезная операция, – не смотря на зубы, возразила Бусенька.

– Полезная. Но деление всё равно лучше. Чтобы умножить число на 11, мы поступаем так. Сначала мы его делим на 9.

– Делите? На 9?

– Да, на 9. Причём деление мы выполняем с точностью до двух знаков после десятичной запятой. Обратите внимание, мы не округляем частное, а просто отбрасываем все последующие знаки.

– И при чём тут умножение на 11? – не поняла Бусенька. – При умножении на 11 число должно увеличиться, а вы делите – значит, оно уменьшается.

– Нет, вы меня сначала дослушайте, – сказал Горгулий. – Я же описал только самый первый шаг. Давайте я лучше буду объяснять на примере. Что вам умножить на 11?

– Умножь мне 25 на 11.

– Хорошо. Первое действие я вам уже объяснил: делим 25 на 9 с двумя знаками после запятой, получаем $25 : 9 = 2,77$.

Теперь второе действие: запоминаем целую часть. В нашем случае это 2. Дальше третье действие: берём частное и записываем его без десятичной запятой. Получается 277. И наконец, последнее, четвёртое действие – вычитаем из этого результата целую часть, которую мы запомнили на втором шаге. Получилось 275!

– Не может быть, – сказала Бусенька, вытаращив свои и без того немаленькие глазки. – Это какое-то шаманство!

– Это наиужаснейшее монстрошаманство! – гордо подтвердил Горгулий. – Но вы можете и сами попробовать.

– Хорошо. Умножим 90 на 11. Для этого сначала делим 90 на 9 – получается 10. Дальше ...

– Нет-нет, – вмешался Горгулий, – нужно оставить два знака после запятой. У вас разделилось нацело, значит, после запятой нули. Получается 10,00.

– Ага, 10,00. Целая часть – это 10. Теперь пишем предыдущий результат без запятой – 1000 – и вычитаем целую часть, которую запомнили, то есть 10, получается 990. Bay!!! А на другие числа вы тоже так странно умножаете?

– Во-первых, не странно. Во-вторых, умножаем и на другие числа. Это любой монстропитёнок умеет.

– Умножь мне 1000 на 137!

– Запросто. Делим 1000 на 73 с четырьмя знаками после запятой...

– На 73? – недоверчиво залепетала Бусенька. – С четырьмя знаками??

– С четырьмя, с четырьмя. $1000 : 73 = 13,6986301\dots$
Оставляем четыре цифры после запятой, получается





13,6986. Целую часть запоминаем – это 13. Пишем частное без запятой – получается 136 986. Прибавляем к этому результату целую часть, увеличенную на 1, т.е. 14. Итого 137 000. – И Горгулий улыбнулся во все свои три ряда зубов, при этом ужасно радостно подмигнув Бусеньке.

Бусенька временно лишилась дара речи. Воздух ушёл из лёгких и сил оставалось только на частое моргание. Но наконец она всё-таки пересилила себя и спросила:

– И на 17 вы тоже *так* умножаете?

На этот раз монстропитек почему-то смущился. Он посмотрел сначала направо, потом налево, потом опять куда-то направо и произнес:

– Ну, ээээ... в общем-то тоже *так*.

– И сколько же будет, если 2 умножить на 17?! – с победными интонациями спросила Бусенька.

– Поделим 2 на 588 235 294 117 647 с шестнадцатью знаками после запятой... – стал уныло объяснять Горгулий...

ВЕЖЛИВЫЕ ГОСТИ

Хотя Горгулий и утверждает, что не любит умножать...

– Да, я так утверждаю! Ужасно не люблю умножать!

...Но незаметно для читателя он всё-таки выполнил одно умножение. В своём первом вычислении он умножил число на 100 в тот момент, когда отбросил десятичную запятую у промежуточного результата.

– Нет-нет, это не считается! Какое же это умножение. Это вычёркивание запятой!

Разберём подробнее, что делает Горгулий. Пусть ему нужно умножить число n на 11. Вместо этого он вычисляет число $\frac{n}{9}$ с двумя знаками после запятой. Давайте пока не будем отбрасывать остальные знаки, но вычислим это частное полностью и при этом будем иметь в виду, что в дальнейшем в дело пойдут только два знака. Целую часть результата, то есть число $[\frac{n}{9}]$, Горгулий предлагает запомнить.

– Правильно! Именно так я предлагаю! Невелик труд запомнить $[\frac{n}{9}]$.

Дальше Горгулий отбрасывает десятичную запятую, а мы получим тот же результат, если вместо этого *передвинем* запятую на две позиции вправо, т.е. умножим число на 100 и возьмём у полученного результата целую часть, чтобы отбросить, наконец, лишние цифры. Что там за хруст? Кажется, кто-то забыл, что вежливые гости никогда не грызут ножку стола! Таким образом, мы умножили $\frac{n}{9}$ на 100 и после этого вычислили целую часть. Значит, у нас (и у Горгулия) получилось число $\left[\frac{100n}{9} \right]$. Наконец, последним действием Горгулий вычитает из этого результата число $\left[\frac{n}{9} \right]$, которое мы запомнили ранее. Итак, окончательный результат его действий: $\left[\frac{100n}{9} \right] - \left[\frac{n}{9} \right]$.

— Да-да, всё именно так и есть, — сказал Горгулий, высунувшись из-под стола. — Вы прекрасно уловили суть.

Спасибо, монстрик. Преобразуем полученное выражение:

$$\left[\frac{100n}{9} \right] - \left[\frac{n}{9} \right] = \left[\frac{99n + n}{9} \right] - \left[\frac{n}{9} \right] = \left[11n + \frac{n}{9} \right] - \left[\frac{n}{9} \right].$$

Число $11n$ — целое. Поэтому при вычислении целой части суммы $11n + \frac{n}{9}$ мы можем просто вычислить целую часть числа $\frac{n}{9}$ и прибавить к ней $11n$: $\left[11n + \frac{n}{9} \right] = 11n + \left[\frac{n}{9} \right]$. Продолжим тогда наши преобразования:

$$\left[11n + \frac{n}{9} \right] - \left[\frac{n}{9} \right] = 11n + \left[\frac{n}{9} \right] - \left[\frac{n}{9} \right] = 11n.$$

Как видим, алгоритм умножения, с помощью которого считает Горгулий, действительно вычисляет произведение числа n на 11.

— Мы, монстропитеки, ужасно умные и трудолюбивые! Мы ужасно любим считать! А ещё мы ужасно любим мороженое! Ты не забыл?

Помню, помню. Поскольку Горгулий признаёт только один вид умножения — умножение на степень числа 10, в первом вычислении ему помогло то обстоятельство, что $10^2 - 1$ делится на 11. Более того, частное от деления $10^2 - 1$ на 11 равно 9, и это число активно использовалось в вычислении. Скатерь,





Художник Полина Шарёва

между прочим, вежливые гости тоже не жуют!.. Во втором вычислении Горгулий опирался на то, что 10^4+1 делится на 137 и частное равно 73. Правильность второго умножения обосновывается равенством

$$\left[\frac{10000n}{73} \right] + \left(\left[\frac{n}{73} \right] + 1 \right) = \left[137n - \frac{n}{73} \right] + \left(\left[\frac{n}{73} \right] + 1 \right) = \\ = 137n - \left[\frac{n}{73} \right] - 1 + \left[\frac{n}{73} \right] + 1 = 137n.$$

Здесь мы воспользовались тем, что

$$\left[137n - \frac{n}{73} \right] = 137n - \left[\frac{n}{73} \right] - 1,$$

предлагаем читателю самому убедиться, что это так.

Только в этом равенстве существенно, что число $\frac{n}{73}$ – нецелое.

– Если бы оно было целым, я не стал бы прибавлять к целой части единицу.

В общем случае, когда Горгулию надо умножить какое-то число на число M , Горгулий подбирает степень десятки 10^n , для которой 10^n-1 или 10^n+1 делится на M .

– Мы чаще всё же пользуемся первым способом, когда 10^n-1 делится на M . Но мы не подбираем! Нас в школе учат, как такое n находить.

Здорово! Кажется, у нас в школе такому не учат.

Оказывается, если число M не делится ни на 2, ни на 5, такое n обязательно существует. Например, если число M – простое, то всегда можно взять $n=M-1$, но тогда даже для небольших чисел M получится алгоритм с очень громоздким делением. Правда, для многих чисел, как это было с числом $M=11$, число n может оказаться существенно меньше. Хитрая Бусенька каким-то способом «раскусила» эту трудность. Она предложила Горгулию умножить 2 на 17. А для числа 17 наименьшее n , при котором 10^n-1 делится на 17, – это $n=16$. При этом

$$\frac{10^{16}-1}{17} = 588\,235\,294\,117\,647.$$

Вот почему Горгулий в таком несложном с виду примере стал делить 2 на это огромное число, да ещё с 16 знаками после запятой*.

А теперь – мороженое!

* Горгулий мог бы воспользоваться вторым способом и делить всего лишь на 7-значное число, поскольку $10^8+1=17 \cdot 5882353$. Но монстро-питеки не любят второй способ.

СВОИМИ РУКАМИ

ПИПЕТА

Все, наверное, видели пипетку: хоть у неё на конце и есть отверстие, вода не выливается. Возможно, вам это не кажется удивительным. Но тогда, может быть, вас удивит следующий опыт.

ОПЫТ. Возьмите герметичный сосуд. Проделайте в его дне отверстие диаметром 1 см или чуть больше (автору удалось провести опыт при диаметре 1,4 см).

Теперь налейте воду в сосуд и переверните его отверстием вниз (фото 1).

Александр Бердников

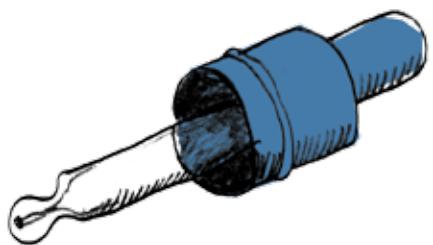


Фото 1



Сначала часть воды может вытечь, но если отверстие поддерживать в горизонтальном положении, вода остановится (фото 2)!

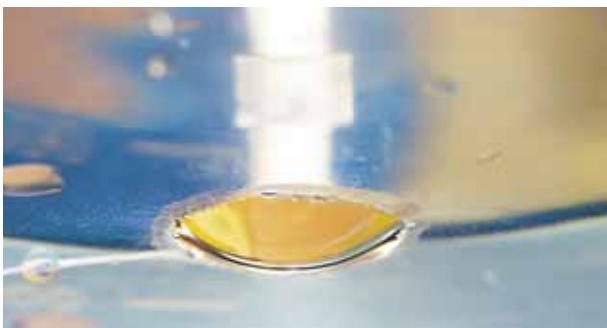
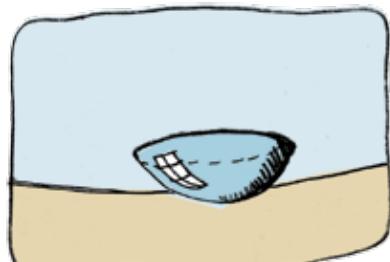
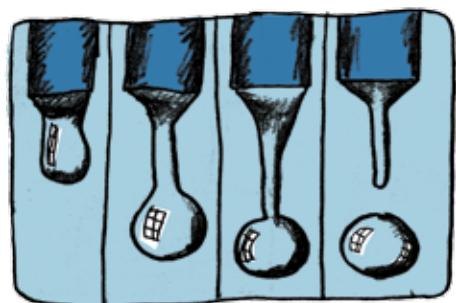
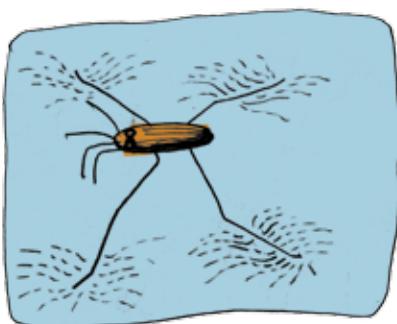


Фото 2



СВОИМИ РУКАМИ



Что же удерживает воду? Здесь одновременно работают несколько явлений.

Поверхность воды ведёт себя так, будто она – натянутая плёнка или резинка. Этот эффект называется поверхностным натяжением. Когда вода пытается вылиться наружу, она принимает форму мешочка, поверхность которого стремится втянуть воду обратно. При этом, чем меньше дырочка, тем круче стени мешочка и тем сильнее они тянут воду вверх, да и капля при этом мельче и легче. Например, сила поверхностного натяжения в пипетке вполне достаточна, чтобы не дать паре капель воды вытечь из носика (для сравнения: песок в песочных часах легко высывается сквозь такое же отверстие). Но в нашем опыте масштабы куда грандиозней – одних сил поверхностного натяжения тут не хватит. Что же ещё помогает останавливать воду?

Когда вода начинает вытекать из отверстия, снизу воздух в банку не поступает. Воздух над водой разрежается, и его давление, выталкивающее воду из банки, становится меньше атмосферного, которое затягивает воду обратно. Выражаясь более «бытовым» языком, банка из-за пониженного давления внутри неё всасывает в себя в воду.

Такое положение довольно устойчиво: если капелька чуть больше высунется из дырки, она дополнительно разредит воздух в банке, и он втянет капельку обратно. Такая отрицательная обратная связь (противодействие изменениям), создаваемая совместно разрежением и поверхностным натяжением, делает нашу каплю устойчивой.

По аналогичной причине в банку не попадает воздух снаружи: если пузырь воздуха попытается прорваться внутрь, он чуточку сожмёт воздух внутри банки, тот станет менее разреженным и вода будет не так сильно втягиваться в банку. Даже такого крошечного уменьшения объёма достаточно, чтобы выдавить пузырь воздуха обратно.

СВОИМИ РУКАМИ



Фото 3



Фото 4

В результате капля не может при таком размере отверстия просто вытечь наружу, как она пытается сделать на фото 1 и 2, но и пузырь воздуха не может прорваться ей навстречу (фото 3).

Итак, вода не может сама по себе вытечь наружу, а воздух не может сам по себе прорваться внутрь. Поэтому если равновесие и могло бы нарушиться, то только так, как на фото 4: одновременно воздух «пробулькивается» наверх, а вода на другой половине отверстия капает вниз. Изменение давления уже не препятствует такому процессу: объём воздуха в банке не меняется. Правда, чтобы так получилось, банку надо немного наклонить или потрясти, потому что поверхность воды должна при этом растянуться ещё сильнее, чем при простом прорыве капли или воздуха. Если банку не шевелить, такого не произойдёт из-за сил поверхностного натяжения.

Эффект, описанный в этом опыте, вы могли наблюдать в старом водопроводном кране, с которого свисает капля. Отверстие у крана аккуратное, и он не дрожит, как наши руки, держащие банку, так что кран – мастер в этом эксперименте.

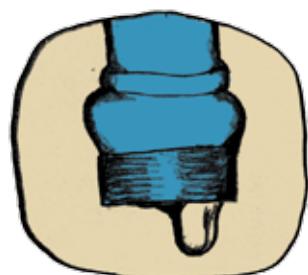
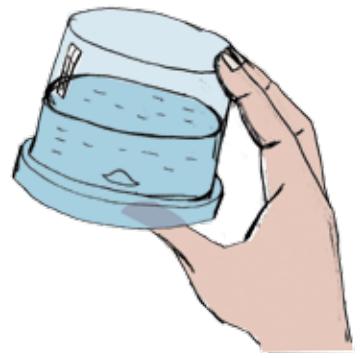


Фото: Лидия Широнина
Художник Артём Костюкович



Анатоль Абрагам
1914 – 2011



Гастон Тиссандье
1843 – 1899

СТАРЕЙШИЙ, ИЗВЕСТНЕЙШИЙ ОПЫТ

Открыл сайт журнала «Квантик» и сразу наткнулся на демонстрацию физического фокуса – вода не выливается из перевёрнутого неподвижного стакана.

Несмотря на возраст и невероятную известность опыта, далеко не все знают его настолько хорошо, чтобы суметь показать.

Когда был мальчиком Анатоль Абрагам, будущий выдающийся французский физик, а тогда московский школьник, ему подарили детскую энциклопедию. Потом он напишет об этом в замечательной книге воспоминаний:

*«... Была глава об оптических иллюзиях, которая меня приводила в восторг. В ней были описаны очень простые опыты из забавной физики, которые, несмотря на то что я прекрасно понимал их принцип, в моих руках почему-то не удавались. **Об одном опыте я храню горькие воспоминания: в энциклопедии было написано, что можно, не опасаясь пролить воду, перевернуть стакан, наполненный до краёв водой и прикрытый листком бумаги – атмосферное давление должно с избытком компенсировать земное тяготение. Логичность объяснения и простота опыта убедили меня воспроизвести его, к сожалению, над столиком красного дерева. Отказ атмосферного давления исполнить свою обязанность вызвал гнев моего отца и мог бы навсегда отбить у меня охоту к физике.** Может быть, именно отсюда у меня до сих пор некоторое недоверие к предсказаниям теории».*

Есть несколько вариантов этого опыта, поэтому легко перепутать или забыть какие-то важные детали.

Вот как описывает этот опыт один из первых авторов книг о популярной науке Гастон Тиссандье (в своей первой книге, вышедшей в 1880 году): «... наливается вода в стакан до краёв и прикрывается листком бумаги, но так, чтобы лист плотно пристал к стенкам стакана и к жидкости; когда это сделано, стакан быстро переворачивают кверху дном; листок бумаги, поддерживаемый атмосферным давлением, мешает вытекать воде».

Самое главное мы выделили жирным шрифтом, переворачивать стакан быстро тут не обязательно.

Иначе советует поступить немецкий популяризатор науки Донат: «Налейте в какой-нибудь небольшой стаканчик сошлифованными краями воды до краёв (можно

и до половины) и положите на него листок бумаги. Осторожно, придерживая бумагу ладонью, переверните стакан, а затем спокойно отнимите руку, – вода не выльется».

То есть нужно придерживать бумагу при переворачивании. Если этого не сделать, скорость не поможет.

Только ли бумага может работать в этой эффектной демонстрации? Да нет, конечно! Вполне хорошо удаётся опыт и с картонкой, и с листочком не очень толстого ровного пластика. А самое интересное – применяемая покрышка не обязана быть цельной и сплошной! Вот на фотографии видна пластиковая крышка от баночки сметаны, в которой пробиты три отверстия диаметром 2 миллиметра (видно, что сквозь одно из них проходит шило). А на следующем снимке та же самая крышечка спокойно держит воду в стакане.

Вот несколько замечаний для тех, кто захочет повторить этот эффектный трюк. Если вы придерживаете бумажку при переворачивании, совсем не обязательно наливать в стакан воду «горкой», достаточно плеснуть немножко воды, независимо от того какую крышечку вы хотите применить – хоть бумажку, хоть пластиковый листок. Здесь простор для экспериментирования – можно добавлять отверстия, даже марлю можно испытать, а то и сделать отверстие – только одно! – в днышке пластикового стакана и с ним повторить фокус, а в конце, приговаривая волшебное слово, убрать незаметно пальчик с этого отверстия.

А ещё оказывается, что обратный поворот бокала в нормальное положение не требует второй руки! Нет нужды придерживать бумажку или картонку второй рукой, как в первом перевороте. Интересно, а почему?

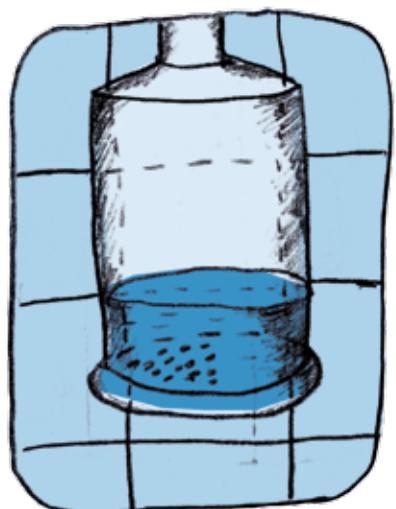
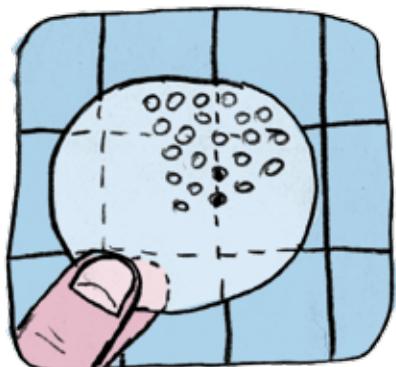
Михаил Старшов

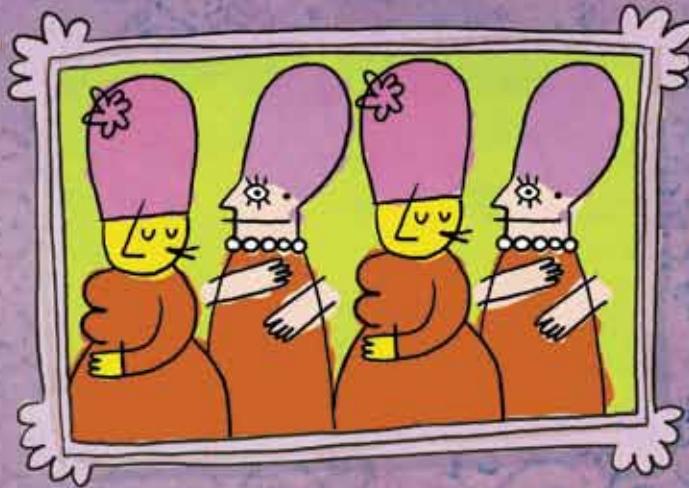


Преграда для воды



Вода не льётся сквозь отверстия





ПОРТРЕТ

Недавно я нанёс визит моей старинной знакомой, баронессе Дороти Рей. Показывая свое поместье, баронесса остановилась около картины в холле и сказала:

– А это наш общий портрет: я и мои три сестры Элиза, Берта и Клара. Портрет выполнен самим Альберто!

– Не может быть! Кисть знаменитого Альберто!

Я присмотрелся повнимательнее к картине великого художника и, понимая невежливость своего вопроса, всё-таки не удержался и спросил:

– Простите, дорогая Дороти, а как вы отличаете, кто именно здесь нарисован? Я, конечно, знаю, что вы с Элизой близнецы, но мне казалось, что остальные сестры на вас не так уж и похожи...

– Ах, это совершенно очевидно, кто есть на портрете! Во-первых, действительно, мы с Элизой очень похожи, и художник очень тонко уловил наше сходство – на картине мы получились один в один, просто как две капли воды. А во-вторых, у нас у всех были маленькие желания, которые мы высказали господину Альберто. Например, Элиза хотела

быть запечатлена с краю в её любимом белоснежном платье; я же хотела быть в платье огненного цвета и в ожерелье из жемчуга. Когда Берта услышала это, она сказала, что она тоже хочет быть в белом и в ожерелье из жемчуга, а Клара заявила, что она хочет быть в ожерелье и ближе к центру. Вот и всего-то.

– Простите, дорогая Дороти, но я вас не понимаю. По-моему, здесь нет ни одной фигуры в белом?

– Да, это так. Дело в том, что мы немного повздорили с господином Альберто об оплате... Эти представители богемы иногда бывают совершенно оторваны от жизни и требуют немыслимых денег за какие-то несколько часов работы! Господин Альберто очень разозлился, когда мы отказались платить ему его фантастическую цену, и сказал, что раз мы платим только полцены, он выполнит ровно половину желаний каждой из нас. Ничего не поделаешь. Но теперь-то вы понимаете, кто есть кто на этой картине?

– Да, баронесса, мне это теперь совершенно очевидно.

А вам, дорогие читатели?



Русский медвежонок

ОЛИМПИАДЫ

Материал подготовил
Илья Иткин

Задача 1. Ей пришлось ждать _____, чтобы позвонить домой. Как можно заполнить пропуск?

1) полудня; 2) полу дня; 3) полдня; 4) полуднём.

- (А) только 1;
- (Б) только 3;
- (В) 1, 3;
- (Г) 2, 3;
- (Д) 2, 4.

М.А. Тюренкова



Задача 2. Первоначально буквальный смысл слова *восхитить* был «схватить и унести ...».

- (А) вверх;
- (Б) вниз;
- (В) сюда;
- (Г) отсюда;
- (Д) в разные стороны.

А.С. Панина



Задача 3. Гринна – денежная единица Древней Руси. По-древнерусски, считая деньги, можно было сказать, например, так: *пол пяты гриевны*.

Какое количество денег обозначалось таким способом?

- (А) одна десятая гринны;
- (Б) четыре с половиной гринны;
- (В) две с половиной гринны;
- (Г) пять с половиной гринен;
- (Д) две пятых гринны.

А.Л. Лишиц



Задача 4. «Страна Вообразилия» Бориса Заходера начинается с **ПРИДИСЛОВИЯ**, а заканчивается

- (А) УЙДИСЛОВИЕМ;
- (Б) ЗАЙДИСЛОВИЕМ;
- (В) ПОСЛЕСЛОВИЕМ;
- (Г) МНОГОСЛОВИЕМ;
- (Д) ЭПИЛОГОМ.

К.А. Гилярова



Художник Сергей Чуб

■ НАШ КОНКУРС («Квантик» № 7)

31. В двух сосудах находится по 1 л воды. Из первого сосуда переливают половину имеющейся в нём воды во второй сосуд, затем из второго переливают третью имеющейся в нём воды в первый, затем из первого переливают четверть имеющейся в нём воды во второй и так далее. Сколько воды окажется в каждом сосуде после 100 переливаний?

Ответ: по 1 л.

Докажем, что после каждого второго переливания в сосудах снова будет по 1 л воды. Действительно, если в сосудах по 1 л, и из первого переливают во второй $\frac{1}{n}$ часть (что равно $\frac{1}{n}$ л), то во втором сосуде окажется $1 + \frac{1}{n} = \frac{n+1}{n}$ л.

Затем из второго сосуда переливают обратно $\frac{1}{n+1}$ часть, то есть $\frac{1}{n+1} \cdot \frac{n+1}{n} = \frac{1}{n}$ л, и в нём снова окажется 1 л.

32. Поверхность деревянного куба целиком окрасили. Затем куб распилили на несколько одинаковых кубиков. Оказалось, что среди них есть кубики с одной окрашенной гранью, причём их столько же, сколько кубиков, у которых все грани не окрашены. На сколько кубиков распилили куб?

Ответ: $8^3 = 512$.

Пусть куб имеет размеры $N \times N \times N$. На каждой грани на границу куба выходят $(N-2) \cdot (N-2)$ кубиков, у которых ровно одна грань окрашена; всего таких кубиков будет $6(N-2)^2$. А неокрашенные кубики составляют куб со стороной $N-2$ внутри нашего куба, то есть их $(N-2)^3$. Получаем равенство $6(N-2)^2 = (N-2)^3$. Заметим, что $N \neq 2$ (иначе кубиков, у которых все грани не окрашены, нет). Тогда равенство можно поделить на $(N-2)^2$ и получить $6 = N-2$, откуда $N=8$.

33. Два ртутных термометра висят так, как показано на рисунке. При какой температуре столбики ртути в них будут оканчиваться на одной высоте?

Ответ: при 25 градусах.

60 делений на левом термометре суммарно составляют такую же длину, как и 100 делений на правом термометре, то есть три деления на левом термометре равны по длине пяти делениям на правом.

Пусть столбики ртути оканчиваются на одной высоте при x градусах. Тогда $x - 10$ делений на левом термометре имеют такую же длину, как x делений на правом, откуда $\frac{x-10}{3} = \frac{x}{5}$, и значит $5x - 50 = 3x$, $2x = 50$, $x = 25$.

34. Двою по очереди переводят часовую стрелку на 2 или 3 часа вперёд. Вначале часовая стрелка указывает на 6, победителем считается тот, после чьего хода она укажет на 12. (Стрелка может сделать несколько оборотов, прежде чем остановится на числе 12.) Кто из игроков – начинаящий или его соперник – может обеспечить себе победу, и как ему играть?

Ответ: выигрывает начинаящий.

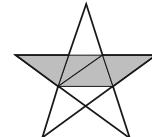
Заметим, что если стрелка указывает на числа 9 или 10, то игрок, у которого сейчас ход, выиграет – назовём эти числа выигрышными. Если стрелка указывает на число 7, то следующий ход неизбежно приведёт

к выигрышной цифре, и соперник следующим ходом выиграет. Назовём число 7 проигрышным. Аналогично, 5 и 4 выигрышные – с них можно попасть на проигрышное 7, число 2 проигрышное (с него есть ходы только на выигрышные 5 и 4), 11 выигрышное, 8 проигрышное, откуда начальное число 6 – выигрышное.

Покажем теперь, как выиграть начинаяющему. Первым ходом он переводит стрелку на 8 (говоря кратко, ходит на 8). Если далее второй ходит на 10, то первый ходит на 12 и выигрывает. Если же второй ходит на 11, то первый ходит на 2. Далее второй может сходить на 4 или 5, после чего первый ходит на 7. Далее у второго есть ходы только на 9 или 10, после чего первый выигрывает.

35. Докажите, что у правильной пятиконечной звезды, изображённой на рисунке, закрашена ровно половина площади.

Наша пятиконечная звезда состоит из правильного пятиугольника – центральной части звезды, и примыкающих к нему пяти треугольников – будем называть их лучами звезды.



Проведём в центральном пятиугольнике две диагонали, как на рисунке. Они делят его на два одинаковых маленьких треугольника и один побольше. Тот, что побольше, равен примыкающему лучу звезды, поскольку вместе с ним образует параллелограмм – это следует из того, что в правильном пятиугольнике диагональ параллельна противоположной стороне.

Итак, окрашенная часть звезды состоит из трех больших треугольников, равных лучам звезды, и одного маленького. И неокрашенная часть тоже состоит из трёх лучей звезды и одного маленького треугольника. Значит, окрашена ровно половина площади звезды.

■ КАК ШАРИК ОКАЗЫВАЕТСЯ В БОКАЛЕ?

(«Квантик» № 8)

Крутя бокал, мы всё время давим его стенками на мяч, чтобы тот кружился внутри бокала. Около горлышка стени сужаются и из-за своего наклона давят на мяч не только вбок, но и вверх. По-другому можно ответить «с точки зрения мяча». Его, как в центрифуге или на карусели, сильно прижимает к стенке бокала, выдавливая в самую дальнюю от оси бокала область.

Для бокала с расширяющимся горлышком этот способ не годится: шарик будет выталкиваться из бокала.

■ ПУГАЛА В ОГОРОДЕ («Квантик» № 8)

Первое поле. Ясно, что одного пугала не хватит, а двух достаточно – смотрите пример на рисунке 1.

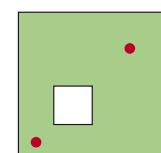


Рис. 1

Второе поле. Одно пугало видит меньше, чем половину окружности стога. Поэтому двух пугал не хватит (на рисунке 2, а приведён пример, где зелёным отмечены участки, из которых пугала не видны). Пример, как обойтись тремя пугалами, показан на рисунке 2, б.

Интересно, что число необходимых пугал зависит от соотношения радиусов поля и стога внутри него (например, для поля на рисунке 3 меньше пяти пугал не хватит). Попробуйте найти эту зависимость.

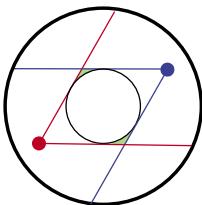


Рис.2, а

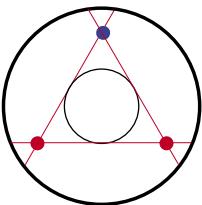


Рис. 2, б

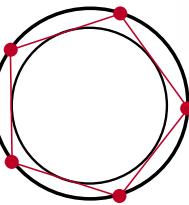


Рис. 3

Третье поле. Ясно, что в каждой из двух отмеченных красным частей на рисунке 4, а должно находиться хотя бы одно пугало. Значит, пугал не меньше двух. А двумя обойтись можно – пример показан на рисунке 4, б.

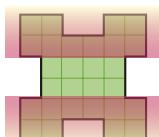


Рис. 4, а

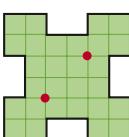


Рис. 4, б

Задачу с этими тремя полями придумал Евгений Епифанов. В его статье по адресу <http://elementy.ru/problems/751>, а также в главе «Как охранять музей» книги М. Айгнера и Г. Циглера «Доказательства из книги», по которой и написана статья, можно прочитать много интересного про общую задачу для многоугольных полей.

■ ТЕНИ

Давайте для начала разберёмся с бутылкой. Она работает как выпуклая линза: хоть и пропускает солнечные лучи, но при этом их перенаправляет, как показано на рисунке.

В результате из того светового потока, что должен был попасть за бутылку, почти весь свет сворачивает в стороны. Потому за бутылкой получается тень.

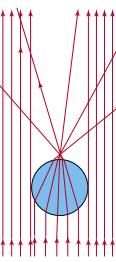
Внимательные читатели могут заметить на фото с бутылкой слабо различимую дугу на асфальте, проходящую вертикально через тень бутылки – это немного виден «след» от света, попавшего на бутылку и «разметавшегося» в разных направлениях.

С пламенем стоит разобраться подробней. Откуда берётся его свет? Это не отражённый свет солнца (или ещё чего-то), как у большинства предметов быта – иначе огонь не было бы видно в темноте. Пламя светится собственным светом, как и другие раскалённые предметы – металлы в кузнице, или электроплитка или солнце...

Мы видим языки пламени, потому что от горящего предмета отлетают частицы, раскалённые и потому светящиеся. Это недогоревшее топливо образует сажу или копоть. Пламя может быть очень ярким и при ничтожном количестве распылённой сажи, пропуская свет практически без помех. Правда, горячий воздух огня тоже немногого изменяет направление проходящего света, как линза неправильной формы. Поэтому немного ребят изображение, на которое мы смотрим сквозь струю горячего дыма.

■ УДАЧНЫЙ ГОРОСКОП

Общая стоимость всех покупок обязана делиться на 3. Вова отдал кассирше одну бумажную купюру. Это могли быть 10, 50, 100, 500, 1000 или 5000 рублей, или, соответственно, в 100 раз больше копеек. Ни одно из этих чисел на 3 не делится. Значит, должна быть сдача.



Скорость света 300000 км/с. Если водитель всё объяснил верно, то он сильно превысил допустимую скорость, хотя, конечно, ни один космический корабль, не говоря уже про автомобиль, такой скорости развить не может.

■ КЭРРОЛЛ, МЕНДЕЛЕЕВ И ХЕМИНГУЭЙ

История про автоответчик выдумана. В те времена не было телефонов, они появились лишь лет через 20. Но в книжках Кэрролла встречается птица Додо.

■ СТАРЕЙШИЙ, ИЗВЕСТНЕЙШИЙ ОПЫТ

В отличие от первого переворота, при обратном перевороте стык бокала и картонки смочен. Водяная прослойка вдоль кромки бокала не даёт воздуху проникнуть внутрь, а ещё немного притягивает картонку из-за поверхностного натяжения. И тут снова вступает в игру главный герой – атмосферное давление. В начале опыта мы непроизвольно чуть вдавливаем крышечку внутрь сосуда, будь она из бумаги или пластиковая. Внутри давление воздуха оказывается немного меньше атмосферного, вот эта-то разница и помогает успеху эффектной демонстрации. Переворот со смоченной картонкой получается в обе стороны без поддержки рукой, пока картонка ещё не размякла.

■ ПОРТРЕТ

Пронумеруем фигуры на портрете слева направо 1, 2, 3, 4. Ровно одно из двух пожеланий каждой сестры исполнено, поэтому Элиза может быть номером 1 или 4, Дороти – номер 1 или 3, Берта – номер 2 или 4, Клара – номер 3 или 4. Значит, номер 2 – это Берта. Кроме того, Элиза и Дороти – совершенно одинаковы на портрете, значит, Доротти – номер 3, а Элиза – номер 1 и Клара – номер 4.

■ РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

1. *Ждать (чего?) полдня* значит 'ждать того момента, когда настанет полдень'. А *ждать (сколько?) полдня* значит 'ждать в течение половины дня'. Ответ: (В).

2. Другие слова с приставкой *вос-*, например, *восходить* или, с чередованием, *возносить*, показывают, что она обозначает движение вверх. Правильный ответ: (А).

Ответу (Д) тоже соответствует слово, существующее в русском языке: *расхитить* «разворовать».

3. Засвидетельствованная в памятниках система счёта до сих пор сохранилась в русском языке при обозначении времени: *полшестого* (из **пол шестого часа*) – это пять часов и ещё половина следующего, шестого. При этом в древнерусском языке прилагательные и порядковые числительные могли склоняться и выступать как определения не только в полной, но и в краткой форме. Так возникло слово *полтора/-ы* (из **пол втора/-ы*) – половина второго/-ой, т.е. один/одна, о которой можно не упоминать, и ещё половина. Таким образом, *пол пяты гривны* – это четыре гривны и ещё половина, т.е. четыре с половиной гривны. Ответ: (Б).

4. Книга может начинаться с предисловия и может заканчиваться послесловием или эпилогом, это общепринятые слова для вводной или заключительной частей книги. А вот Борис Заходер вводит нас в свою «Страну Вообразилию» через ПРИДИсловие и выводит через УЙДИсловие. Эти необычные названия основаны на языковой игре, их не найдёшь в словаре, как нельзя найти и само название воображаемой страны – Вообразилия. Ответ: (А).



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем
конкурсе.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 октября по электронной почте kvantik@mccme.ru или обычной почтой по адресу:

**119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11,
журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

Желаем успеха!

IX ТУР

41. Средний возраст 11 игроков футбольной команды равен 22 годам. Во время матча один игрок получил травму и ушёл с поля. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 21 году.

Сколько лет футболисту, получившему травму?



НАШ КОНКУРС

ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач: Агнис Анджанс (44)

42. У окна стоят четыре девочки (см. рисунок на полях). Каких двух девочек надо попросить повернуться, чтобы выяснить, истинно ли такое утверждение: «Если девочка без очков, то у неё в волосах бантик»?

43. а) Можно ли в таблице размером 6×6 расположить числа так, чтобы сумма четырёх чисел в каждом квадрате 2×2 была отрицательной, а сумма всех чисел таблицы — положительной?

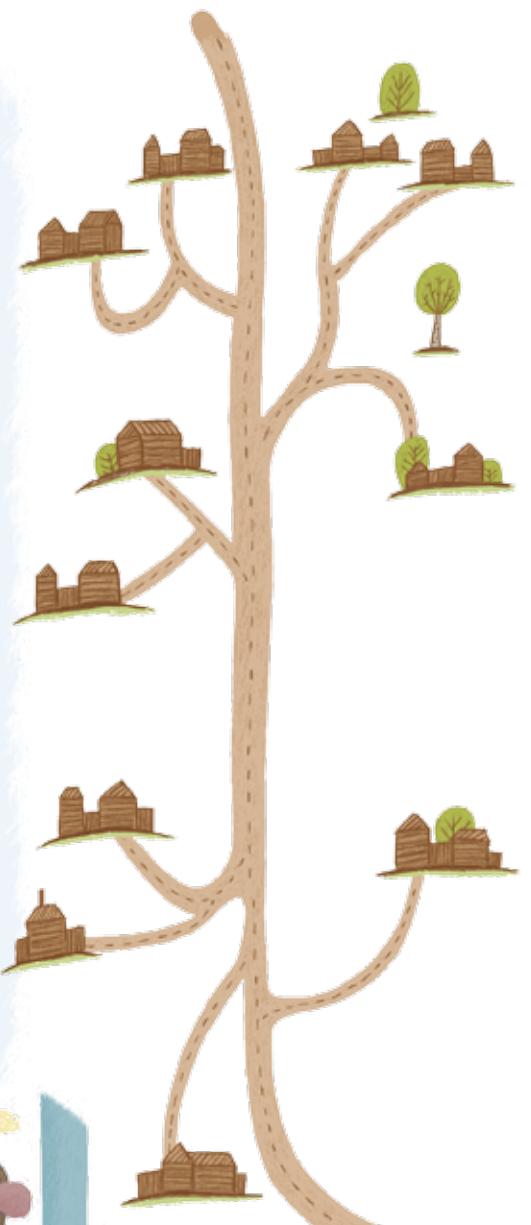
б) Решите ту же задачу для таблицы 5×5 .

44. От шоссе отходят несколько дорог к сёлам (см. рисунок внизу страницы). Укажите на шоссе точку, в которой нужно расположить автобусную остановку, чтобы сумма расстояний от неё до сёл (по дорогам и шоссе) была наименьшей?

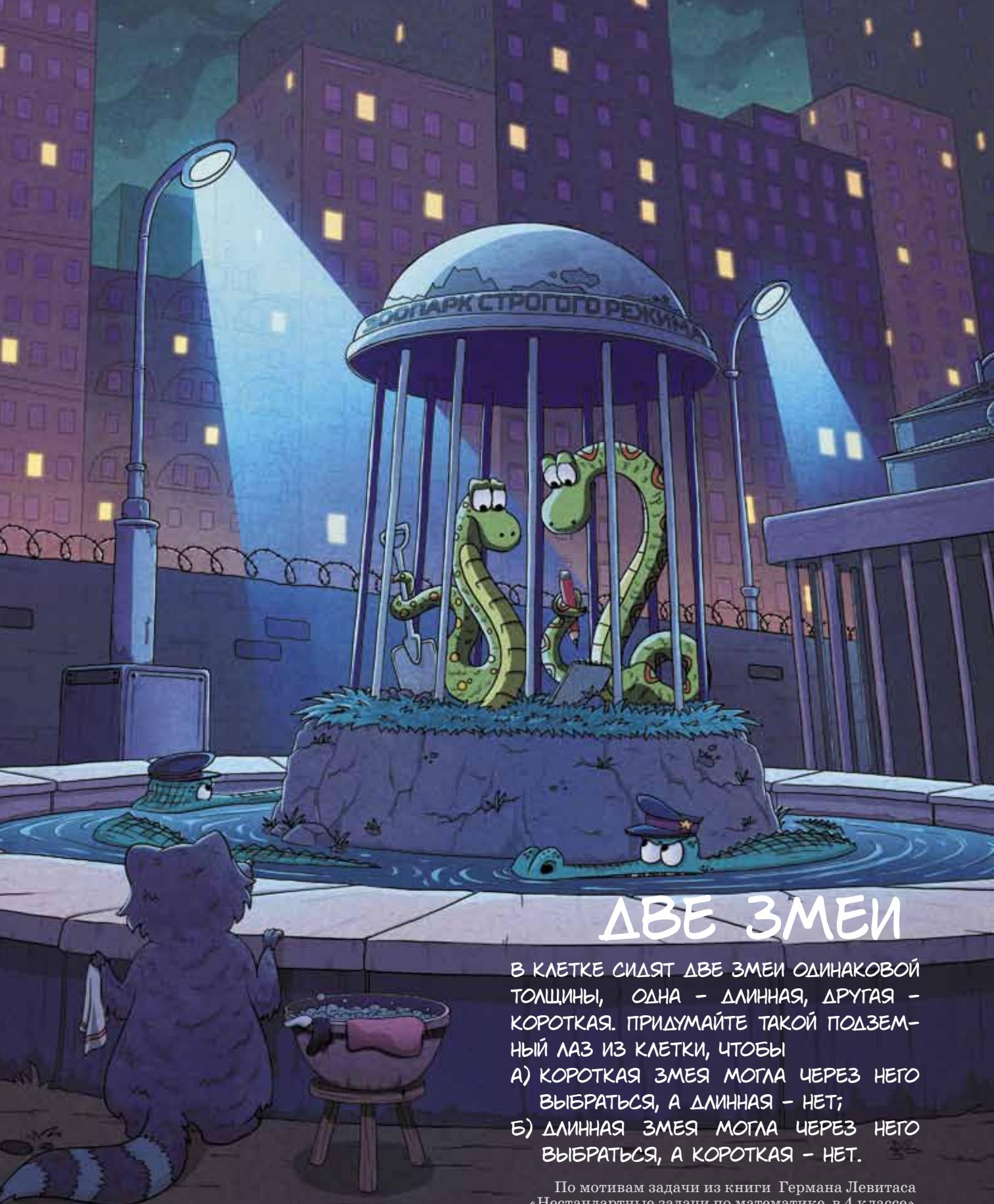
45. На плоскости дана точка.

а) Нарисуйте на плоскости несколько кругов так, чтобы они не соприкасались ни с точкой, ни друг с другом, но «заслоняли» точку, то есть чтобы любой луч, выходящий из точки, упирался бы в один из кругов.

б) Какое наименьшее число кругов для этого потребуется?



Художник Инга Коржнева



ДВЕ ЗМЕИ

В КЛЕТКЕ СИДЯТ ДВЕ ЗМЕИ ОДИНАКОВОЙ ТОЛЩИНЫ, ОДНА – ДЛИННАЯ, ДРУГАЯ – КОРОТКАЯ. ПРИДУМАЙТЕ ТАКОЙ ПОДЗЕМНЫЙ ЛАЗ ИЗ КЛЕТКИ, ЧТОБЫ

- а) короткая змея могла через него выбраться, а длинная – нет;
- б) длинная змея могла через него выбраться, а короткая – нет.

По мотивам задачи из книги Германа Левитаса
«Нестандартные задачи по математике в 4 классе»

Художник Tory Polska