

Ж У Р Н А Л КВАНТИК

Д Л Я Л Ю Б О З Н А Т Е Л Ь Н Ы Х



№ 10 ПЯТОЕ КОЛЕСО

октябрь
2021

МУЗЫКАЛЬНЫЙ
ЧУДАК

ЧИСЛОВЫЕ
РЯДЫ

Enter

ОТКРЫЛАСЬ ПОДПИСКА на 2022 год!

Подписаться на журнал можно

- на почте (у оператора) по электронной версии Каталога Почты России:
 - индекс **ПМ068** – подписка по месяцам полугодия
 - индекс **ПМ989** – годовая подписка
- онлайн-подписка на сайтах:
 - агентства АРЗИ **akc.ru/itm/kvantik**
 - Почты России **podpiska.pochta.ru**



На 2 полугодие 2021 года также можно подписаться на почте по **ОБЪЕДИНЁННОМУ КАТАЛОГУ «ПРЕССА РОССИИ»** (индекс **11346**)



На «Квантик» теперь можно подписаться
в КАЗАХСТАНЕ и УКРАИНЕ!

УКРАИНА

Подписное агентство «ПРЕСЦЕНТР КИЕВ»

www.prescentr.kiev.ua

Чтобы подписаться, нужно позвонить

по тел.: **044-451-51-61**

или написать на e-mail: **podpiska1@prescentr.kiev.ua**

КАЗАХСТАН

1) Подписное агентство «ЭКСПРЕСС-ПРЕСС»

(ТОО «Express Press Astana»)

телефоны: **+7 7172-25-24-35**

+7 747-266-05-77

+7 7172-49-39-29

e-mail: **express-press-astana@mail.ru**

2) Подписное агентство «ЕВРАЗИЯ ПРЕСС»

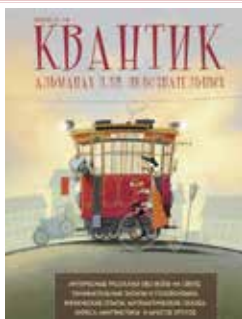
телефон: **(727) 382-25-11**; факс: **(727) 382-34-87**

e-mail: **evrasia_press@mail.kz**

3) КАЗПОЧТА

Узнавайте о возможностях подписки на «Квантик»
на **Казпочте**

СКОРО В ПРОДАЖЕ



АЛЬМАНАХ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ «КВАНТИК», выпуск 18

В него вошли материалы журнала «КВАНТИК»
за второе полугодие 2020 года

Купить этот и предыдущие альманахи можно в магазине
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»

(адрес: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11),
в интернет-магазинах **biblio.mccme.ru** и **kvantik.ru**
и других (см. список на сайте **kvantik.com/buy**)



www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

[instagram.com/kvantik12](https://www.instagram.com/kvantik12)

[kvantik12.livejournal.com](https://www.livejournal.com/kvantik12)

[facebook.com/kvantik12](https://www.facebook.com/kvantik12)

vk.com/kvantik12

twitter.com/kvantik_journal

ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 10, октябрь 2021 г.

Издаётся с января 2012 года

Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.

выдано Федеральной службой по надзору в сфере
связи, информационных технологий и массовых
коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор С. А. Дориченко

Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчемкина,

Е. А. Котко, Г. А. Мерзон, Н. М. Нетрусова,

А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов, Н. А. Солодовников

Художественный редактор

и главный художник Yustas

Верстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова

Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11.

Тел.: (499) 795-11-05,

e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**

Подписка на журнал в отделениях Почты России:

• бумажный каталог – Объединённый каталог

«Пресса России» (индекс **11346**)

• электронная версия Каталога Почты России

(индекс **ПМ068**)

Онлайн-подписка на сайте:

• агентства АРЗИ **akc.ru/itm/kvantik**

• Почты России **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**

По вопросам оптовых и розничных продаж
обращаться по телефону **(495) 745-80-31**
и e-mail: **biblio@mccme.ru**

Формат 84x108/16

Тираж: 4000 экз.

Подписано в печать: 14.09.2021

Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»

г. Нижний Новгород,

ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.

Тел.: (831) 216-40-40

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986





МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК	
Пятое колесо. <i>М. Евдокимов</i>	2
Три леммы о площадях. <i>Т. Сабурова</i>	18
ПРЕДАНИЯ СТАРИНЫ	
Музыкальный чудак. <i>А. Челпанова</i>	4
Купцы и словари. <i>М. Гельфанд</i>	16
ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ	
Точка Торричелли и сети Штейнера. <i>В. Протасов</i>	8
ЧУДЕСА ЛИНГВИСТИКИ	
Числоварные ряды. <i>О. Кузнецова</i>	14
ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ	
Семь семёрок. <i>В. Красноухов</i>	23
Игра «Что можно взять с собой в поход?» <i>А. Болотин</i>	24
ОЛИМПИАДЫ	
Конкурс по русскому языку, IV тур	26
Наш конкурс	32
ОТВЕТЫ	
Ответы, указания, решения	28
ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
Два круга и отрезок. <i>А. Романов</i>	IV с. обложки



ПЯТОЕ КОЛЕСО



Лёва готовился к олимпиаде по математике. «Новые одинаковые покрышки автомобиля „Антилопа Гну”, если их установить на переднюю ось, выходят из строя через 10 000 км, а если их установить на заднюю ось – через 15 000 км, – прочитал он. – Какое наибольшее расстояние может проехать машина на таких покрышках, прежде чем Адаму Козлевичу придётся покупать новые?»

– Кто такой Адам Козлевич? – спросил Лёва.

– Это известный математик, – пошутил папа, который окончил мехмат МГУ. – Не отвлекайся!

– Что-то я не понимаю, в чём задача? Ясно же, что больше 10 000 км не проедешь! – Лёва захлопнул книгу.

– А что если в какой-то момент поменять местами передние и задние покрышки? – подсказал папа.

– Точно! Всё ясно! В среднем получается 12 500 км на колесо, то есть машина проедет 12 500 км, – выпалил Лёва и потянулся за мороженым.

– Такая простая задача на олимпиаде!? – Папа сегодня был очень ироничен.

– Да, как-то подозрительно легко получилось, – задумался Лёва.

– Подскажу, как проверить. Представь, что у тебя много покрышек, и ты заменяешь их по мере необходимости. Можешь указать момент, когда придётся заменить сразу обе пары покрышек?

– Сейчас... – Лёва мысленно ехал на машине и считал покрышки. – Например, через 30 000 км: как раз сотрутся три пары спереди и две – сзади, всего 5.

– Отлично! А можно ли проехать более 30 000 км, имея 5 пар покрышек?

– Хм... Я же могу их переставлять... Стоп! Резины на передней оси всё равно ведь сотрётся столько, сколько на трёх парах покрышек. А на задней оси – сколько на двух. Да просто резины не хватит на большее расстояние, как покрышки ни переставляй!

– А какое расстояние удастся проехать тогда на двух парах покрышек?

– Я понял! Резины на пяти парах покрышек хватает максимум на 30 000 км. Значит, двух пар хватит максимум на $\frac{2}{5}$ от 30 000, то есть на 12 000 км. Надо же, получилось меньше, чем 12 500.

– Да, но ты пока объяснил, что боль-



ше 12 000 км на двух покрышках не проедешь. А как проехать 12 000 км?

– Надо всю резину истратить... Выходит, покрышки должны стереться одновременно, – размышлял вслух Лёва.

– И когда менять их местами?

– На полпути? Первые 6 000 км проедем без смены, а потом поменяем.

– А почему всё получится?

Лёва почесал затылок и продолжил:

– На половине пути мы как раз половину всей резины сотрём. Правда, на передних покрышках резины на сколько-то больше половины сотрётся, зато на задних – меньше...

– Причём на столько же меньше, – подсказал папа.

– Точно, ведь в сумме стёрлась половина! Но тогда на передних покрышках осталось столько же полезной резины, сколько стёрлось на задних, и наоборот. Если теперь поменять их местами, машина проедет в точности ещё такое же расстояние! Ура, я решил задачу!

– А в общем виде сможешь решить – если передние покрышки стираются через a км, а задние – через b км?

Лёва задумался.

– А как тут расстояние подобрать? Хотя... можно же взять просто ab км! На это расстояние мы истратим b пар покрышек спереди и a – сзади, всего $a+b$, а тогда двух пар... – Лёва почеркал что-то на бумажке и выдал ответ: – ...хватит на $2ab/(a+b)$ км.

– Это число называется *средним гармоническим* чисел a и b , – отметил папа.

– Среднее? Оно что, между a и b всегда? – спросил Лёва. – Ну да, это же расстояние, которое мы проедем! Если, скажем, $a > b$, то b км мы проедем даже не меняя покрышки местами, а на a км просто резины не хватит.

– А ещё для различных положительных a и b оно меньше их среднего арифметического, как в нашем случае!

Лёва был озадачен, а папа продолжал.

– Потом докажешь. А у меня задача-продолжение: что если есть ещё одна запасная покрышка? Ведь так часто бывает. Как изменится ответ? Как нужно менять покрышки и что может помешать достичь максимума на практике?

– Да-а, – вздохнул Лёва, – не видать мне сегодня мороженого...

Помогите Лёве ответить на вопросы.



Единорог, двузуб, трицератопс, четырёхглазка, пятиног – сможете продолжить ряд?

Как видите, его составляют животные (реальные и выдуманные), которые названы в числовой последовательности. Многие живые организмы носят названия, связанные с количеством у них ног, глаз или рогов, и этот принцип используется в разных языках. Похожие «числоварные» ряды легко составляются из названий правильных многогранников или многоугольников. Месяцы с сентября по декабрь тоже названы по латинскому счёту: от 7 до 10. Стихотворные метры иногда называют по числу частей в строке – например, в гекзаметре 6 стоп (греч. *гекс* – «шесть»). Так что темы для таких рядов можно придумывать самые разные, а числовые корни брать не только русские, но и заимствованные. Вот как может выглядеть числоварный ряд средств передвижения: *моноцикл* (греч. *монос* – «один»), *биплан* (лат. *би-* – «двух-») или *двуколка* (др.-рус. *коло* – «колесо»), *тройка*, *квадрокоптер* (лат. *куадри-* – «четырёх-»). Попробуйте сами

составить числоварные ряды на определённую тему: фантастические предметы и сказочные герои, музыкальные термины и пр.

Играть с числовыми корнями можно и по-другому. Например, подбирать группы слов, связанные с определённым числом. Как связаны *тетрис*, *тетрадь* и *тетрапод*? *Тетрапод* – дословно *четвероног*, так называют и четвероногое животное, и бетонный блок с 4 ножками. *Тетрис* – игра на основе тетрамино: в каждой фигурке 4 квадратика. А с тетрадью всё немного сложнее, хотя она тоже от греческой четвёрки. Формат ученической тетради составляет четверть большого листа, отсюда и название. Примерно так же образовано слово *фолиант* (лат. *фолиум* – «лист»), по современным меркам это огромный том. Историки и филологи, которые работают со старинными книгами разного размера, до сих пор используют термины латинского происхождения: *ин-кварто* – формат в четвертушку большого листа (называемого *ин-плано*), *ин-октаво* – в восьмую часть, а *ин-фолио*, что интересно, – в половину.



Несколько иностранных корней, попавших в русский язык, связано с удвоением. Про латинское *би-* мы уже сказали: недаром зрители кричат «бис», прося артиста повторить выступление. Но есть ещё греческое *ди-*. В школе нас учат отличать *дипломанта* (участник, отмеченный на конкурсе) от *дипломата* (человек и чемодан). Эти слова похожи и путаются из-за общего происхождения от слова *диплом* — изначально «сложенный вдвое документ». Тот же корень есть в названии динозавра *диплодок* — он приходится дальним родственником всем дипломатам и дипломантам благодаря двойным отросткам на костях позвонков.

Но не всё в языке точно, как в математике. Бывает, что вполне конкретное число в названии указывает на условное количество чего-либо. У *сороконожек* (они же *многоножки*) может быть и несколько десятков, и несколько сотен ног. Сказочные *семимильные сапоги* позволяют шагать на очень большие расстояния, однако вряд ли скороходы измеряли эти самые мили. Растение *тысячелистник* называется не по количеству листьев, а от того, что

листья разделены на множество сегментов. Алоэ называют *столетником*, причём это народное название объясняют по-разному: одни говорят, что растение очень редко цветёт, раз в столет, другие верят в его лечебные свойства, благодаря которым можно прожить едва ли не целый век. *Сто* и *тысяча* — очень общие слова. Наверняка вы уже ловили ваших собеседников на преувеличении, если слышали в свой адрес что-нибудь вроде: *Сто раз уже об этом говорили!* Мы часто используем большие и красивые числа в переносном смысле, чтобы показать немалое количество, выразить высокую степень чего-либо — как, например, во фразеологизме *воздать сторицей*, то есть отблагодарить в стократном размере. Можете придумать свои примеры переносного использования чисел?

Напоследок несколько шуточных числоварных загадок.

1. У какого животного отличный нос?
2. В музыкальном есть *тройка*, а в земноводном — только кажется.
3. Что лишнее в этом числоварном ряду: *монокль*, *бинокль*, *спектакль*, *пентакль*?



КУПЦЫ И СЛОВАРИ

В XVI веке германские купцы, торговавшие в России, составляли словари, куда включали и сведения о денежных единицах. При этом они не всегда были точны, к тому же русские слова они воспринимали на слух, воспроизводили их не всегда последовательно, а по-немецки говорили на разных диалектах.

Ниже приведены отрывки из нескольких таких словарей.¹ Можно ли однозначно восстановить соотношения между денежными единицами? Как вы думаете, чем можно объяснить расхождения? (Если вы учили немецкий язык, вам будет немного проще это сделать, но можно обойтись и без знания немецкого.)

Томас Шрове, «Русская книга» (Thomas Schroue, «Einn Russisch Buch»), 1546 г.:

Rubell nougrotzkoye jest petnaset gryuen da sest denock.

Ein Rubell nougr. ist fuftein marck und 6 deneck.

Poltyna nougrotsky iest sem gryuen da deset denyck.

Ein Poltin nougr. ist sieben marck undo 10 denik.

Rubell moskauskyy iest sem gryuen da dwa denick.

Ein Rubell muskowitisch ist sieben marck und zwei denick.

Poltina muskauskyy iest polsetforty gryuen da odna dencky.

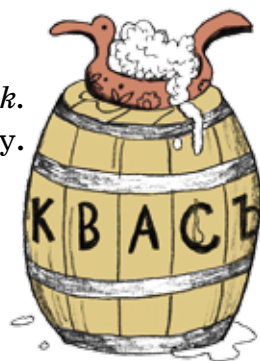
Ein Poltin muskowitisch ist 3½ marck und ein denick.

Grywna nowgorockyy iest satyrnatseth denyck.

Ein marck naug. ist 14 denyck.

Grywna muskauskyy iest dedsedt denycky.

Ein marck muskousky ist 10 denycky.



¹ Первые два отрывка цитируются по книге С. Строева «Описание памятников славяно-русской литературы, хранящихся в публичных библиотеках Германии и Франции» (Москва, 1841), третий – по электронному изданию «Tönnies Fenne's Low German Manual of Spoken Russian».





Неизвестный автор, «Русская книга» («Ein Rusth Boeck»), около 1550 г.:

Odin Rubell, 1 Rubell dat ist 100 nougarsche dening.
 Grywna nowgorotska, Nouratsche mark ist 14 dening.
 Grywna moskowska, Muschkawitsch mark ist 10 dening.
 Poltyna 50 denningen, ist $\frac{1}{2}$ Rubell.

Тёни Фенне (Tönnies Fenne), Словарь разговорного русского языка, 1607 г.:

рубел новагра ^т ско ^и	rubel nouagratschoi	210 denning
рубел мѣско ^в ско ^и	rubel moschoffskoi	100 deng
гриве ^н новагра ^т ско ^и	griuen nouagratschoi	14 deng
гриве ^н моско ^в ско ^и	griuen muschoffschoi	10 deng
полтина	poltina	50 deng

ИЗОБРАЖЕНИЯ НЕКОТОРЫХ МОНЕТ (не в масштабе)



1. Денга Ивана Грозного до венчания на царство (1547 г.). На лицевой стороне – всадник с саблей, на оборотной – надпись «князь великий Иван» (KNSЬ ВЕЛИКІ IBAN).

2. Денга Ивана Грозного после венчания на царство: добавилось слово «царь» (ЦРЬ)

3. Ещё чеканились полушки – половинки денги с изображением двуглавого орла и надписью «государь».

Художник Артём Костюкевич





Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе.**

Первый этап состоит из четырёх туров (с I по IV) и идёт с сентября по декабрь.

Высылайте решения задач II тура, с которыми справитесь, не позднее 5 ноября в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик»**.

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

II ТУР



6. Кресла в самолёте расположены в 30 рядов. Расстояние между рядами одно и то же, расстояние между спинками кресел, идущих друг за другом, равно 80 см. С целью добавить новые ряды, пустое пространство перед каждым креслом решили уменьшить на 5 см. Сколько теперь поместится рядов в салоне самолёта?

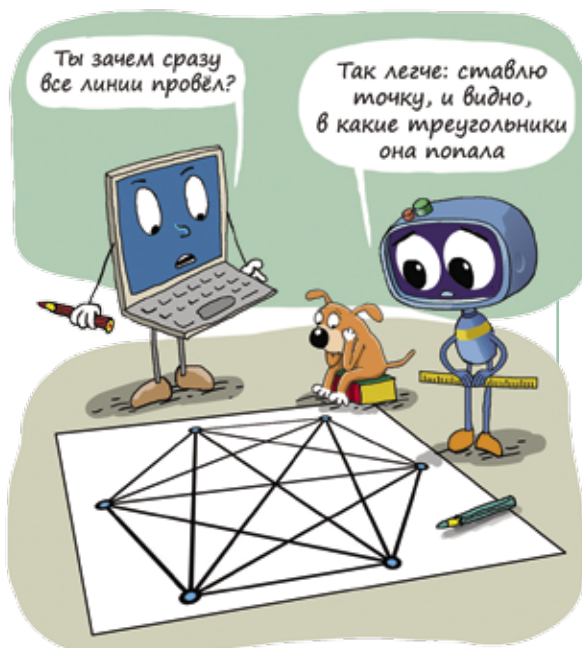
7. Во внешнюю сторону от квадрата построены два равносторонних треугольника с вдвое меньшей стороной (см. рисунок). Чему равен угол, отмеченный знаком вопроса?





Авторы: Максим Волчеквич (6), Константин Кноп (7), Александр Перепечко (8, 10), Алексей Толпыго (9)

8. Несколько интровертов и экстравертов хотят разбиться на четыре команды. Каждый по очереди выбирает команду, причём интроверты выбирают какую-то команду минимального размера на момент выбора, а экстраверты – максимального. Могли ли команды получиться попарно различного размера?



9. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Любые три его вершины образуют треугольник, всего таких треугольников 20. Квантик хочет отметить внутри шестиугольника как можно меньше точек, чтобы внутри каждого из этих 20 треугольников попала хоть одна отмеченная точка. Приведите пример, как отметить точки, чтобы выполнялось это условие, и докажете, что меньше точек отметить нельзя.

10. В классе в турнире по армрестлингу каждый сыграл с каждым (ничьих в армрестлинге не бывает). Каждый мальчик одержал вдвое больше побед, чем потерпел поражений, а каждая девочка – вдвое меньше побед, чем поражений.

а) Приведите пример, как такое могло быть.

б) Обязательно ли при этом какая-нибудь девочка победила какого-нибудь мальчика?



Художник Николай Крутиков

ДВА КРУГА И ОТРЕЗОК



У Квантика на столе лежат два параллельных рельса, на каждом горизонтально прикреплён за свой центр деревянный круг (круги имеют разные радиусы и расположены над столом на одной высоте). Квантик хочет отметить на границе каждого круга точку так, чтобы соединяющий их отрезок был параллелен рельсам и имел *наименьшую* возможную длину. Как это сделать? При решении

Квантик может отмечать точки на рельсах и на кругах, соединять их прямыми (положив линейку на круги и проводя по ней линии на кругах). А ещё он может временно сдвинуть любой круг вдоль своего рельса на любое расстояние (без вращения), а потом вернуть обратно.

Справится ли Квантик с аналогичной задачей, если отрезок должен иметь *наибольшую* возможную длину?

ISSN 2227-7986

21010



9 772227 798213

Автор Александр Романов
Художник Мария Усеинова