

Ж У Р Н А Л КВАНТИК

Д Л Я Л Ю Б О З Н А Т Е Л Ь Н Ы Х



№ 10
октябрь
2023

БИТУМ МЁРТВОГО МОРЯ

ЧЁТНЫЙ
ПЕРИМЕТР

ПРИЗРАК
НА ВОЛНАХ

Enter ↩

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА на 2024 год и на оставшиеся месяцы 2023 года

в почтовых отделениях
по электронной и бумажной версии

Каталога Почты России:



индекс **ПМ989** —
годовая подписка

индекс **ПМ068** —
по месяцам полугодия

онлайн

на сайте Почты России

podpiska.pochta.ru/press/ПМ068



*По этой ссылке вы можете
оформить подписку
и для своих друзей, знакомых, родственников*

Подробнее обо всех вариантах подписки см. **kvantik.com/podpiska**

ПОДПИСЫВАЙТЕСЬ на ЖУРНАЛ «КВАНТИК»

НАГРАДЫ
ЖУРНАЛА



2017

Минобрнауки России
ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»
за лучший детский проект о науке



2021

БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ
за плодотворную работу
и просветительскую деятельность



2022

Российская академия наук
ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ ЖУРНАЛА
за лучшие работы в области
популяризации науки

Журнал «Квантик» № 10, октябрь 2023 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору
в сфере связи, информационных технологий
и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Т.А. Корчемкина,
Е.А. Котко, Г.А. Мерзон, М.В. Прасолов,
Н.А. Солодовников

Художественный редактор
и главный художник Yustas

Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Подписка на журнал в отделениях почтовой связи

- **Почта России:** Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
- **Почта Крыма:** Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя (индекс **22923**)
- **Белпочта:** Каталог «Печатные СМИ. Российская Федерация. Казахстан» (индексы **14109** и **141092**)

Онлайн-подписка на сайте

- Почта России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**
- агентство АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**
- Белпочта: **kvan.tk/belpost**

По вопросам оптовых и розничных продаж
обращаться по телефону **(495) 745-80-31**
и e-mail: **biblio@mccme.ru**

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**
Формат 84x108/16 Тираж: 4500 экз.

Подписано в печать: 31.08.2023
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород, ул. Интернациональная,
д. 100, корп. 8. Тел.: (831) 218-40-40

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986



www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

vk.com/kvantik12

t.me/kvantik12



■	ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ	
	Призрак на волнах. <i>В. Винниченко</i>	2
	Битум Мёртвого моря. <i>Г. Идельсон</i>	12
■	МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК	
	Чётный периметр. <i>Е. Бакаев</i>	6
	Метод «мэтра», или Зачем следить за размерностью? <i>А. Болотин</i>	24
■	ПРЕДАНЫЯ СТАРИНЫ	
	Боги, элементы, планеты. <i>И. Гимон</i>	11
■	ДВЕ ТРЕТИ ПРАВДЫ	
	Канторович, Борачинский, Рассел. <i>С. Федин</i>	16
■	ВЕЛИКИЕ УМЫ	
	Фридрих Август Кекуле.	
	О змеях и обезьянах. <i>М. Молчанова</i>	18
■	СВОИМИ РУКАМИ	
	Изгибаемый многогранник	27
■	НАМ ПИШУТ	
	Головоломка «Взаперти»	28
■	ОТВЕТЫ	
	Ответы, указания, решения	29
■	ОЛИМПИАДЫ	
	Наш конкурс	32
■	ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
	Воздушный шарик в аквариуме. <i>А. Бердников</i>	
		IV с. обложки



ЧЁТНЫЙ ПЕРИМЕТР

Нарисуем многоугольник по линиям сетки, клетки которой – квадраты со стороной 1. Каким может быть его периметр? Оказывается, он всегда чётный. (Например, периметр многоугольника на рисунке 1 равен 20.) Мы приведём пять способов это доказать.

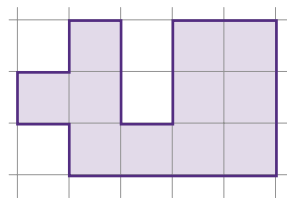


Рис. 1

Клеточным многоугольником мы называем многоугольник, состоящий из нескольких целых клеток сетки. Фигура называется *многоугольником*, если её граница – одна замкнутая ломаная, которая себя не пересекает. Граница делит плоскость на две части – то, что внутри многоугольника, и то, что снаружи.

Способ 1. Обход границы + координаты

Будем обходить границу фигуры: начнём с некоторого узла (то есть с вершины какой-то клетки), и, обойдя всю границу, закончим в этом же узле. Ходы бывают четырёх видов: на 1 вверх, вниз, влево или вправо.

Пронумеруем все горизонтальные линии сетки подряд идущими целыми числами снизу вверх (то есть введём координаты, рис. 2).

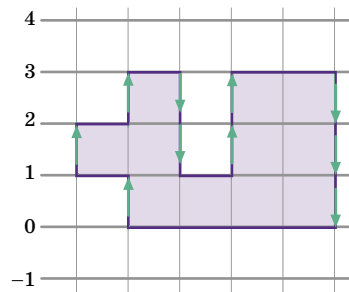


Рис. 2

Тогда при ходе вверх номер горизонтальной линии (координата по оси y) увеличивается на 1, при ходе вниз – уменьшается на 1, а при сдвигах влево и вправо – не меняется. Так как мы закончили на той же линии, на которой начали, то номер линии увеличился столько же раз, сколько уменьшался, поэтому ходов вниз и вверх было поровну. Значит, вертикальных ходов чётное количество.

Аналогично доказывается, что чётно и количество горизонтальных ходов. Получается, что чётно и общее количество ходов, а это и есть периметр.

Способ 2. Обход границы + шахматная раскраска

Участники математических кружков знают, что бывает полезна шахматная раскраска, особенно если

в задаче говорится и про клеточки, и про чётность.

Раскрасим узлы сетки в чёрный и белый цвета так, чтобы соседние узлы были разного цвета, то есть в шахматном порядке (рис. 3). Выберем любой

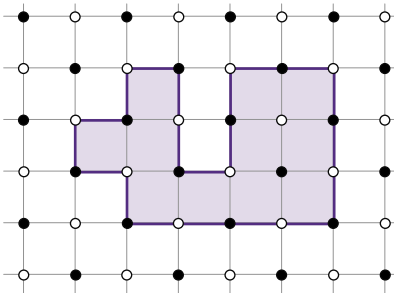


Рис. 3

узел на границе многоугольника и начнём её обходить. При таком обходе чёрные и белые узлы чередуются. Начали обход мы с узла того же цвета, каким закончили (ведь это один и тот же узел). Отсюда следует, что мы чётное число раз меняли цвет, то есть чётное число раз переходили от одного узла к другому. Значит, периметр фигуры чётный.

Способ 3. Формула

Выведем формулу, связывающую S — площадь фигуры, P — её периметр и ещё некоторую величину.

Нарисуем в каждой клетке фигуры четыре стрелочки к сторонам клетки (рис. 4). Всего клеток S , поэтому мы нарисуем $4 \cdot S$ стрелочек. Часть этих стрелочек ведёт наружу, к границе многоугольника, и их будет ровно P . Остальные стрелочки ведут к внутренним перегородкам между клетками, к каждой такой перегородке ведёт по две стрелочки. Обозначим количество внутренних перегородок как I . Мы получили формулу: $4 \cdot S = P + 2 \cdot I$. (Например, для фигуры на рисунке 4 имеем: $S = 11$, $P = 20$, $I = 12$.)

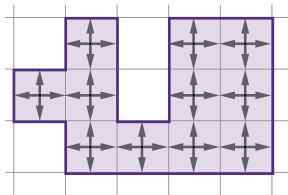


Рис. 4

Отсюда видно, что периметр P — это разность двух чётных чисел $4 \cdot S$ и $2 \cdot I$, поэтому он чётный.

Способ 4. Протыкаем «шампурами»

Проведём прямую, проходящую параллельно линиям сетки, как на рисунке 5. Можно себе представить, что мы проткнули фигуру шампуром: он поочерёдно проходит снаружи и внутри

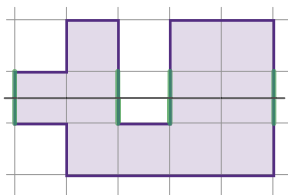
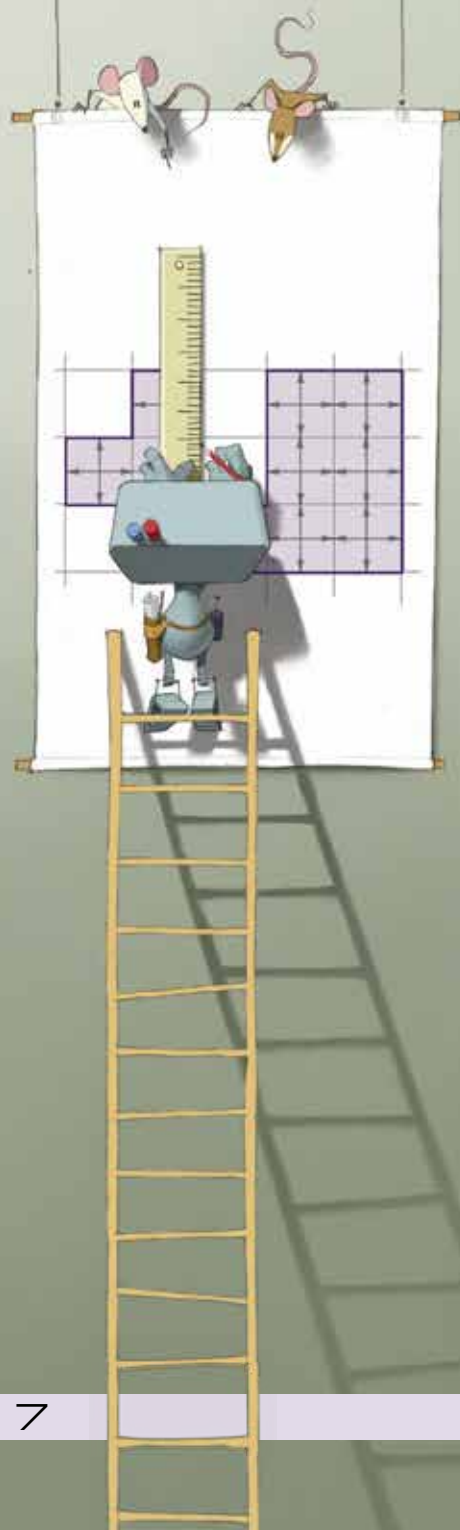


Рис. 5



каждой горизонтальной линии (рис. 6), эти шампуры проткнут все вертикальные отрезки границы фигуры. Поэтому их чётное количество! Аналогично, и горизонтальных отрезков на границе фигуры тоже чётное количество. А значит, и в сумме их чётное количество, то есть периметр фигуры чётный.

Можно располагать шампуры и по-другому, например, вдоль диагонали (рис. 7).

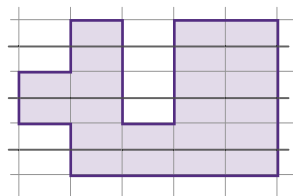


Рис. 6

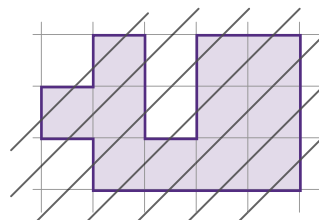


Рис. 7

Способ 5. Прибавляем по одной клетке

Будем строить фигурку пошагово: добавлять клетки по одной и показывать, что при этом сохраняется чётность периметра. Сначала была одна клетка и периметр был равен 4. На каждом шаге добавляем любую клетку. Посмотрим, как она примыкает к уже нарисованным ранее клеткам.

Возможны следующие случаи:

1) Она примыкает к ним по одной стороне (в примере на рисунке 8 новая клетка красная). Тогда из периметра фигурки вычитается одна старая сторона и добавляется три новых, то есть периметр увеличивается на 2.

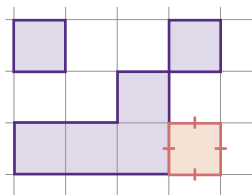


Рис. 8

2) Клетка примыкает к ним по двум сторонам. Убирается две старых стороны и добавляется две новых, то есть периметр не меняется.

3) Она примыкает к ним по трём сторонам. Периметр уменьшается на $3 - 1 = 2$.

4) Она примыкает к ним по четырём сторонам (то есть закрывает собой дырку). Периметр уменьшается на 4.

5) Также клетка может и не примыкать к ранее нарисованным. Тогда периметр увеличится на 4.

Эти случаи можно было не рассматривать отдельно, а охватить их все следующим рассуждением. У новой клетки 4 стороны. Если она примыкает к старым



клеткам по x сторонам, то добавляется $4 - x$ новых сторон. Числа x и $4 - x$ одинаковой чётности, то есть чётность количества пропавших сторон равна чётности количества новых сторон. А значит, чётность периметра не изменилась.

Отметим, что на промежуточных шагах фигурка (множество уже добавленных клеток) может и не быть многоугольником. Поэтому, в частности, этот способ решает задачу не только для многоугольников, но и для любых клеточных фигурок. (Можете подумать, использовали ли мы в изложенных способах, что фигурка является многоугольником.)

На эту тему рекомендуем также статью «Периметр и площадь на клеточках» в «Кванте» № 12 за 2019 год (сайт kvant.ras.ru). В ней обсуждается, например, такая задача: *какой наибольший периметр может быть у клетчатого многоугольника площади S ?*

Отметим ещё, что чётность периметра клеточного многоугольника легко следует из формулы Пика (которую можно применить для любого многоугольника с вершинами в узлах сетки, причём его стороны могут идти и не по сетке). Согласно формуле, площадь равна $V + B/2 - 1$, где V – количество узлов сетки внутри многоугольника, а B – на границе. В случае клеточного многоугольника площадь целая, а число B – это периметр, и, как видно из формулы, B будет чётным числом. Формуле Пика была посвящена статья «Площади многоугольников и тающий лёд» Григория Мерзона в «Квантике» № 9 за 2018 год.

ЗАДАЧИ

В следующих задачах помогают идеи рассмотренных нами доказательств. Подумайте, в какой задаче какой подход применить. Советуем также подумать над задачами 3 и 17 из статьи «Чётность» Сергея Дориченко в «Квантике» №10 за 2013 год.

1. Прямая пересекает все стороны многоугольника и не проходит через его вершины. Может ли в этом многоугольнике быть а) 8; б) 9 сторон?

2. Найдите все клеточные многоугольники, у которых периметр больше площади а) в 4 раза; б) в 3 раза.



3. Многоугольник нарисован по линиям шестиугольной сетки, где каждая ячейка – правильный шестиугольник со стороной 1 (рис. 9). Докажите, что у него чётный периметр.

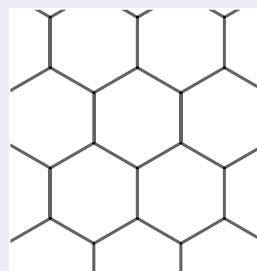


Рис. 9

4. Многоугольник нарисован по линиям треугольной сетки, где каждая ячейка – равносторонний треугольник со стороной 1 (рис. 10). Докажите, что его периметр той же чётности, что и количество клеток, из которых он состоит.

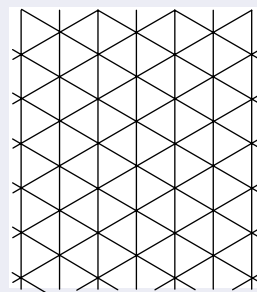


Рис. 10

5*. (Турнир городов, 2015) Секретная база окружена прозрачным извилистым забором в форме невыпуклого многоугольника, снаружи – болото. Через болото проложена прямая линия электропередач из 36 столбов, часть из которых стоят снаружи базы, а часть – внутри. (На рисунке 11 показан пример, с 8 столбами вместо 36.) Линия электропередач не проходит через вершины забора. Шпион обходит базу снаружи вдоль забора так, что забор всё время по левую руку от него. Каждый раз, оказавшись на линии электропередач, он считает, сколько всего столбов находится по правую руку от него (он их все видит). К моменту, когда шпион обошёл весь забор, он насчитал в сумме 2015 столбов. Сколько столбов находится внутри базы?

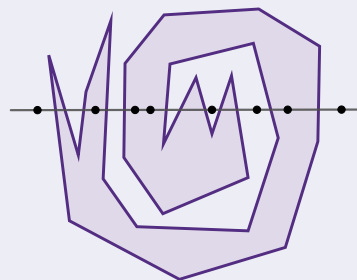


Рис. 11

6*. («Задачник «Кванта», М1953) Клеточный многоугольник сложен из доминошек 1×2 . Докажите, что хотя бы одна его сторона имеет чётную длину.



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем заочном математическом конкурсе.

Первый этап состоит из четырёх туров (с I по IV) и идёт с сентября по декабрь.

Высылайте решения задач II тура, с которыми справитесь, не позднее 5 ноября в систему проверки konkurs.kvantik.com (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com, либо обычной почтой по адресу 119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

II ТУР

6. Вася заметил, что если записать даты рождения в формате ДД.ММ.ГГГГ, то все цифры на соответствующих местах у него и у его двоюродного брата отличаются. Какова наименьшая возможная разница в возрасте между ними?



7. Пятнадцать бочек поставили в виде треугольника (рис. 1) и обтянули кольцевым обручем. Шестнадцать бочек поставили в виде квадрата 4×4 (рис. 2) и тоже обтянули кольцевым обручем. Сравните длины этих обручей.

Рис. 1

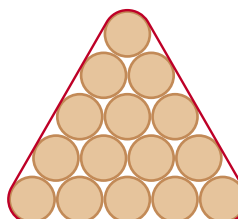
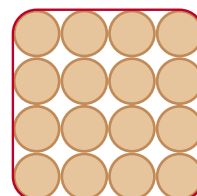


Рис. 2

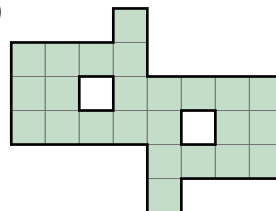


Авторы задач: Михаил Евдокимов (6), Павел Кожевников (7), Евгений Смирнов (8), Татьяна Казыцына (9), Сергей Шамсутдинов (10)

8. Имеются стакан кофе, наполненный на $\frac{2}{3}$, и такой же стакан молока, наполненный на $\frac{2}{3}$. Разрешается переливать любое количество жидкости туда и обратно, тщательно её перемешивая, но нельзя ничего выливать. Можно ли получить в одном из стаканов напиток, составленный из молока и кофе в пропорции 1:1?



9. Сделайте на фигуре надрезы так, чтобы полученная фигура не распалась на части и ей можно было обернуть какой-нибудь куб в один слой. (Надрезы нарисуйте сплошными линиями, а сгибы – пунктирными.)



10. На прямоугольнике 4×8 клеток (половине шахматной доски) разместите трёх ферзей так, чтобы каждое пустое поле бил хотя бы один из ферзей. (Ферзь бьёт по горизонтали, вертикали и диагонали на любое число клеток.)





Художник Yustas

ВОЗДУШНЫЙ ШАРИК В АКВАРИУМЕ

На весах стоит аквариум, в котором утоплен воздушный шарик, прикреплённый ко дну. Как будут меняться показания весов, когда шарик открепится и начнёт всплывать? А когда всплывёт?

Автор Александр Бердников

ISSN 2227-7986

23010



9 772227 798237