Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики

Кафедра Математических Методов Прогнозирования

ОТЧЕТ ПО ПРЕДДИПЛОМНОЙ ПРАКТИКЕ

«Реализация процедуры оценивания динамической структуры инвестиционного портфеля хедж-фонда»

Выполнил:

студент 4 курса 417 группы

Квасов Андрей Федорович

Научный руководитель:

к.ф-м.н.

Красоткина Ольга Вячеславовна

Москва, 2015

Содержание

Аннотация

Задача распознавания сигналов рассматривается в самых различных сферах, в частности, в вопросах подбора структурных параметров в задаче восстановления скрытой стратегии управления портфелем инвестиционной компании. Инвестиционная компания – это тип финансового посредника, привлекающего средства инвесторов и приобретающего на них финансовые активы, такие, как пример акции, облигации и другие ценные бумаги.

Вообще говоря, финансовая инвестиционная компания не обязана информировать общественность, и даже своих акционеров, о составе своего портфеля и о манипуляциях с активами, считая состав портфеля своей профессиональной тайной. Естественно, что и собственные акционеры, и инвестиционные компании-конкуренты, отдали бы много за то, чтобы обладать информацией о составе портфеля.

Задача, рассматриваемая на преддипломной практике, состоит в исследовании методов оценивания структурного параметра модели нестационарной регрессии, применяемой к реальным инвестиционным фондам (см. секцию 3.1).

1 Введение

Задача распознавания сигналов, как часть задачи распознавания образов, оперирует измерениями каких-либо реальных объектов или явлений, расположенных упорядоченно по аргументу $t = 1, \ldots, N, \ldots$, и представляющие собой наборы векторов $x_t = x_t^1, \ldots, x_t^n$, каждая координата которой может принадлежать множеству $x_t^i \in \mathbb{X}_i, i = 1, \ldots, n$, не совпадающему для разных координат.

Задача распознавания сигналов рассматривается в самых различных сферах, в частности, в вопросах подбора структурных параметров в задаче восстановления скрытой стратегии управления портфелем инвестиционной компании. Инвестиционная компания – это тип финансового посредника, привлекающего средства инвесторов и приобретающего на них финансовые активы, такие, как пример акции, облигации и другие ценные бумаги. В свою очередь инвесторы получают определенные права в отношении приобретенных компанией финансовых активов и получаемой от них прибыли. Для индивидуального инвестора существует два преимущества вложения средств в инвестционные компании вместо прямого инвестирования в финансовые активы – во-первых, экономия на масштабе, и, во-вторых, профессиональное управление активами.

Совокупность финансовых активов, которыми владеет инвестиционная компания называется ее портфелем. Целью деятельности любой инвестиционной компании является увеличение стоимости ее портфеля путем покупки активов, цены которых предположительно будут расти, и продажи активов, для которых ожидается падение цен.

Вообще говоря, финансовая инвестиционная компания не обязана информировать общественность, и даже своих акционеров, о составе своего портфеля и о манипуляциях с активами, считая состав портфеля своей профессиональной тайной. Естественно, что и собственные акционеры, и инвестиционные компании-конкуренты, отдали бы много за то, чтобы обладать информацией о составе портфеля.

Таким образом, рассмотрев долевое распределение активов в инвестиционном портфеле в каждый момент времени мы приходим к задаче восстановления скрытой стратегии управления инвестиционным портфелем.

1.1 Определения и обозначения

Единственной информацией о деятельности инвестиционной компании, к которой открыт свободный доступ, является индекс ее доходности за последовательность некоторых фиксированных периодов времени – рабочих дней биржи, месяцев, кварталов. Пусть z_t^p — объем капитала инвестиционной компании, т.е. стоимость ее портфеля (portfolio), в некоторый момент времени, например, на конец t-го рабочего дня биржи, тогда z_{t-1}^p — объем капитала на начало этого дня, т.е. на конец предыдущего дня. Общий объем капитала всегда секретен, но компания обязана каждый день сообщить отношение $y_t = \frac{z_{t-1}^p - z_t^p}{z_{t-1}^p},\ i = 1, \ldots, n,\ t = 1, \ldots, N$ — дневная доходность портфеля (daily return of the portfolio). Обозначим $z_t^i,\ i = 1, \ldots, n,\ t = 1, \ldots, N$ — цены некоторой группы активов, в которые компания предположительно могла вложить свой капитал, соответствующие концу t-го рабочего дня биржи. Для каждого актива легко вычислить отношение $x_t^i = \frac{z_{t-1}^i - z_t^i}{z_{t-1}^i},\ i = 1, \ldots, n,\ t = 1, \ldots, N$ называемое его дневной доходностью (daily return of the i th asset). Оказывается, что если предположить, что капитал портфеля целиком вложен в данные n видов активов в пропорции

$$\beta_t^i \geq 0,\ \sum_{i=1}^{n} \beta_t^i = 1,\ i = 1, \ldots, n,\ t = 1, \ldots, N$$

то при некоторых дополнительных предположениях доходность портфеля есть комбинация доходностей активов с коэффициентами β_t^i. В реальности это равенство является приближенным

$$y_t \cong \sum_{i=1}^{n} \beta_t^i x_t^i;$$

1.2 Постановка задачи

В каждый момент времени t существует континуум долевых распределений β_t^i активов $\mathbf{x}_t = (x_t^i,\ i = 1, \ldots, n)$, дающих представление о фактическом соотношении доходностей портфеля и активов, из которых он может быть составлен. Но наличие фактора времени резко сужает множество возможных сочетаний соседних распределений $\mathbf{x}_t$ и $\mathbf{x}_{t-1}$, и становится возможным существенно ограничить неопределенность в динамике состава портфеля.

В этой прикладной задаче совокупность значений доходностей портфеля и потенциальных активов, из которых он может быть составлен, образует анализируемый векторный сигнал $\mathbf{y}_t = (y_t, x_t^i,\ i = 1, \ldots, n) \in \mathbb{R}^{n+1}$, а искомое долевое распределение капитала $\beta_t = (\beta_t^i,\ i = 1, \ldots, n) \in \mathbb{R}^n,\ t = 1, \ldots, N$ представляет собой нестационарную модель этого сигнала, подлежащую оцениванию.

Таким образом мы переходим к *модели нестационарной регрессии с неизвестной степенью нестационарности*. Обучающая выборка состоит из пары процессов на оси дискретного времени $\{(\mathbf{x}_t, y_t), t = 1, \ldots, N\}$, $\mathbf{x_t} \in \mathbb{R}^\mathbf{n}$, $\mathbf{y_t} \in \mathbb{R}$.

Заметим, что совокупность искомых коэффициентов регрессии многократно превышает число наблюдений, поэтому бессмысленно пытаться минимизировать квадратичную функцию потерь:

$$\sum_{t=1}^{N} q(y_t, \mathbf{x}_t, \beta_t) = \sum_{t=1}^{N} \left(y_t - \beta_t^T \mathbf{x}_t\right)^2 \to \min \left((\beta_1, \ldots, \beta_N)\ \in\ \mathbb{R}^{n\times N}\right)$$

.

В качестве квадратичного условия регуляризации выступает предположение о медленном изменении модели регрессии во времени:

$$\sum_{t=2}^{N} \nu(\beta_t, \beta_{t-1}) = \sum_{t=2}^{N} (\beta_t -\ \mathbf{V}_t\beta_{t-1})^\intercal \mathbf{U}_t(\beta_t -\ \mathbf{V}_t\beta_{t-1}) \to \min \left((\beta_1, \ldots, \beta_N)\ \in\ \mathbb{R}^{n\times N}\right)$$

В нем используется модель динамики изменения долей активов, которая выражается в рекуррентном соотношении $\beta_t = V_t\beta_{t-1} + \varepsilon_t$. Матрица гладкости U_t выступает как один из структурных параметров, и настраивает возможное отклонение от задуманной модели динамики, уменьшая шум ε_t. Чаще всего используется диагональная матрица $U_t = diagonal(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ или $U_t = diagonal(\lambda)$.

Таким образом мы приходим к парно-сепарабельной функции, которую необходимо минимизировать:

$$J(\beta_1, \ldots, \beta_N) = \sum_{t=1}^{N} q(y_t, \mathbf{x}_t, \beta_t) + \sum_{t=2}^{N} \nu(\beta_t, \beta_{t-1}) \to \min \left((\beta_1, \ldots, \beta_N)\ \in\ \mathbb{R}^{n\times N}\right) \quad (1)$$

.

Задача, рассматриваемая на преддипломной практике, состоит в исследовании методов оценивания структурного параметра модели нестационарной регрессии, применяемой к реальным инвестиционным фондам (см. секцию 3.1). В основе работы лежит теоретическая часть описанная в работах [2], [3]

2 Математическое исследование задачи

2.1 Учет ограничений равенств

В задаче анализа распределений активов в инвестиционном портфеле необходимо учитывать ограничения равенства для каждого $t = 1, \dots, N$: $\sum_{i=0}^{n} \beta_t^i$, при чем β_t^0 доля так называемого безрискового актива, которая соответствует доходности x_t^0 и участвует в приблизительной формуле доходности всего портфеля $y_t = \sum_{i=0}^{n} \beta_t^i x_t^i$.

Чтобы перестать учитывать ограниченное равенство выразим $\beta_t^0 = 1 - \sum_{i=1}^{n} \beta_t^i$ так что через уравнение 2.1 приходим к выражению $y_t - x_t^0 = \sum_{i=1}^{n} (x_t^i - x_t^0)\beta_t^i$, таким образом $\tilde{y}_t^i = \sum_{i=1}^{n} \tilde{x}_t^i \beta_t^i$. Далее не будем менять обозначения, так как функционал почти не поменялся.

2.2 Решение задачи нестационарной регрессии

Рассматривая нестационарную модель регрессии достаточно провести дифференцирование по аргументам критерия $(\beta_1, \dots, \beta_N)$, тогда получим реккурентное соотношение для каждого вектора $t = 1, \dots, N$: $A_t \beta_{t-1} + B_t \beta_t + C_t \beta_{t+1} = F_t$, где

$$A_t = -U_t V_t;\ B_t = \begin{cases} (x_t x_t^\intercal + U_{t+1}^\intercal U_{t+1} V_{t+1}),\ t = 1 \\ (x_t x_t^\intercal + U_t + U_{t+1}^\intercal U_{t+1} V_{t+1}),\ t = 2, \dots, N-1 \\ (x_t x_t^\intercal + U_t),\ t = N \end{cases};\ C_t = -V_{t+1}^\intercal U_{t+1}$$

$A_t \in \mathbb{R}^{n \times n},\ B_t \in \mathbb{R}^{n \times n},\ C_t \in \mathbb{R}^{n \times n}$

Поэтому используя метод прогонки можно однозначно найти решение в виде конкатенации долей активов в разное время $\hat{\beta} = (\beta_t^i,\ i = 1, \dots, n,\ t = 1, \dots, N) \in \mathbb{R}^{nN}$ с помощью матрицы Q вида:

$$Q = \begin{pmatrix} B_1 & C_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_2 & B_2 & C_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & A_3 & B_3 & C_3 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & A_{N-2} & B_{N-2} & C_{N-2} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & A_{N-1} & B_{N-1} & C_{N-1} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & A_N & B_N \end{pmatrix} \tag{2}$$

Аналогично рассмотрев конкатенацию доходностей активов в разное время для каждого $\hat{\mathbf{x}} = (y_t x_t^i,\ i = 1, \dots, n,\ t = 1, \dots, N) \in \mathbb{R}^{nN}$. Тогда решение β удовлетворяет уравнению $Q\hat{\beta} = \hat{\mathbf{x}}$.

2.3 Решение задачи нестационарной регрессии

Классическим решением парно-сепарабельной задачи 1 методом динамического программирования является не метод прогонки, а *метод Беллмана* [1]. Он состоит в разделении суммы узловых функций $q(\beta_{\mathbf{t}})$ и функций связи $\nu_t(\beta_{\mathbf{t}}, \beta_{\mathbf{t-1}})$ по так называемым частичным критериям Беллмана (левый «-» и правый «+»):

$$\mathsf{J}_t^-(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t) = \sum_{i=1}^{t} \psi_i(\mathbf{x}_i) + \sum_{i=2}^{t} \gamma_i(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{x}_i)$$
$$\mathsf{J}_t^+(\mathbf{x}_t, \dots, \mathbf{x}_N) = \sum_{i=t}^{N} \psi_i(\mathbf{x}_i) + \sum_{i=t+1}^{N} \gamma_i(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{x}_i)$$

Поочередно минимизируемые по всем переменным, кроме одной,

$$\tilde{\mathsf{J}}_t^-(\mathbf{x}_t) = \min_{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{t-1}} \mathsf{J}_t^-(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t)$$
$$\tilde{\mathsf{J}}_t^+(\mathbf{x}_t) = \min_{\mathbf{x}_{t+1}, \dots, \mathbf{x}_N} \mathsf{J}_t^+(\mathbf{x}_t, \dots, \mathbf{x}_N)$$

что дает возможность записать рекуррентные соотношения:

$$\tilde{\mathsf{J}}_t^-(\mathbf{x}_t) = \psi_t(\mathbf{x}_t) + \min_{\mathbf{x}_{t-1}} [\gamma_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_t) + \tilde{\mathsf{J}}_{t-1}^-(\mathbf{x}_{t-1})]$$
$$\tilde{\mathsf{J}}_t^+(\mathbf{x}_t) = \psi_t(\mathbf{x}_t) + \min_{\mathbf{x}_{t+1}} [\gamma_{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t+1}) + \tilde{\mathsf{J}}_{t+1}^-(\mathbf{x}_{t+1})]$$

Очередность минимизаций проходит в два этапа: "вперед"и "обратно и при условии устранения любых ограничений равенств или неравенств, может быть решена с помощью пересчета параметров квадратичных функций Беллмана, как левых, так и правых. Это займет линейное от N время.

Данный метод также отличается тем, что может быть применен к задаче с плохо обусловленной матрицей Q что означало бы неточные решения в методе прогонки.

2.4 Оценка структурных параметров

Для подбора структурных параметров рассматривается три вида оценок: *Leave One Out (LOO)*, *Leave Half Out (LHO)* и *модификация информационного критерия Акаике*. Первые два из них соотвествуют двум разным видам кросс-валидации (отвечающим ошибки Predicted R-squared), третий рассматривает вероятностную модель данных и может быть выражен для конкретной задачи.

2.4.1 Leave One Out

Данный метод называют *методом скользящего контроля*. Из обучающей выборки выбирается по одному объекту в каждый момент времени t, и после процесса обучения без использования данного объекта (в линейных методах достаточно обнулить весь вектор) применяются параметры получившейся модели к выбранному ранее объекту. Ошибка распознавания, определяемая с помощью функции потерь методом наименьших квадратов, суммируется по всем объектам, получаем критерий вида:

$$LOO = \frac{1}{N^2}\sum_{k=1}^{N}\sum_{t=1}^{N}(y_t - \sum_{i=1}^{n}\tilde{\beta}_t^{ik}x_t^i)^2$$

, где $\tilde{\beta}_t^{ik}$ - обученные доли активов для контрольного объекта $\mathbf{x}_t$.

2.4.2 Leave Half Out

Также как и в LOO, выбираются объекты из выборки для обучения и для контроля, но используется техника `2-Fold`, то есть разделение выборки на две, при чем в каждом случае объекты выбираются с чередованием. Получаем критерий ошибки:

$$LHO = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N}\Bigg((y_t - \sum_{i=1}^{n}(\tilde{\beta}_t^i)'x_t^i)^2 + (y_t - \sum_{i=1}^{n}(\tilde{\beta}_t^i)''x_t^i)^2\Bigg)$$

, где $(\tilde{\beta}_t^i)'$ - доли активов, в обучении участвуют объекты с нечетным индексом , а $(\tilde{\beta}_t^i)''$ - доли активов, в обучении участвуют объекты с четным индексом t

2.4.3 Модификация информационного критерия Акаике

Критерий предложенный японским ученым Хиротугу Акаике [4] был обобщен на случай неупорядоченных параметров модели в работе [5]. В ней предложена формула для подсчета оценки струтурного параметра λ - параметра гладкости, составляющего элементы диагональной матрицы U_t. Получая для разных значений структурного параметра разные долевые распределения активов $\hat{\beta}_\lambda(\mathbf{y}, \mathbf{X})$ будем подсчитаем аргминимум модицифированного информационного критерия Акаикт:

$$\hat{\lambda}(\mathbf{y},\mathbf{X}) \;=\; \arg\min_{\lambda}\Bigg\{\underbrace{\frac{1}{2\sigma^2}\underbrace{\Big(\mathbf{y} \,-\, \mathbf{X}^T\hat{\beta}_\lambda(\mathbf{y},\mathbf{X})\Big)^T\Big(\mathbf{y} \,-\, \mathbf{X}^T\hat{\beta}_\lambda(\mathbf{y},\mathbf{X})\Big)}_{\text{эмпирический риск}} + \underbrace{\Delta(\lambda,\mathbf{X})}_{\text{штраф за сложность}}}_{\text{структурный риск}}\Bigg\} \tag{3}$$

$$\Delta(\lambda,\mathbf{X}) = Tr\left[\mathbf{X}\mathbf{X}^T\big(\mathbf{X}\mathbf{X}^T + \mathbf{B}_\lambda\big)^{-1}\right] \tag{4}$$

, где матрицы

$$\mathbf{B}_\lambda = \begin{pmatrix} U_2^{\intercal}U_2V_2 & -V_2^{\intercal}U_2 & 0 & 0 \\ -U_2V_2 & U_2 + U_3^{\intercal}U_3V_3 & -V_3^{\intercal}U_3 & 0 \\ \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & -U_{N-1}V_{N-1} & U_{N-1} + U_N^{\intercal}U_NV_N & -V_N^{\intercal}U_N \\ 0 & 0 & -U_NV_N & U_N \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{nN\times nN} \tag{5}$$

(6)

А матрица $\mathbf{X}^T$ составлена из векторов x_t стоящих своими элменетами в виде столбца в $t{*}n$ столбике матрицы $\mathbf{X}^T$, по строкам позициях с $t{*}n$ по $t+1{*}n$. Параметр σ является средним квадратичным отклонением апостериорного нормального распределения на целевые признаки y_t.

3 Вычислительные эксперименты

Для вычислительных экспериментов используется модель нестационарной регрессии 1 с матрицей модели динамики изменения параметров $V_t = I$ — т.е. единичной матрицей и матрицей гладкости $U_t = diagonal(\lambda)$, со структурным параметром λ, параметром гладкости. Таким образом критерий обучения записывается в виде:

$$J(\beta_1, \dots, \beta_N) = \sum_{t=1}^{N} (y_t - \beta_t^\intercal \mathbf{x}_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{N} (\beta_t - \ \beta_{t-1})^\intercal (\beta_t - \beta_{t-1}) \ \in \ \mathbb{R}^{n \times N}$$

Проведем оценку параметра гладкости λ, как единственного имеющегося в распоряжении структурного параметра, различными методами, рассмотрим тот, который лучше всего подходит для задач style analyses инвестиционных портфелей.

3.1 Исходные данные и условия эксперимента

Данные были предоставлены компанией Markov Processes Int. . Они содержат доходности 12 индексов и 158 портфелей различных инвестиционных фондов. Из 120 временных отсчетов были взятые первые 60 (дни подряд с пробелами с декабря 2014 года), на которых рассматривалась модель нестационаррной регрессии.

Резльутаты экспериментов по анализу методов оценивания структурного параметра λ были проведены для первого фонда из списка 1.

3.2 Результаты эксперимента

3.2.1 Применение модели нестационарной регрессии

Реализовав функцию для прогнозирования долей активов в инвестиционном портфеле была использована модель нестационарной регрессии и метод прогонки для ее обучения. Результат виден на графике 2.

3.2.2 LOO метод оценивания структурного параметра

Применив скользящий контроль к нетрансформированной выборке получается, что оптимальное значение λ уходит в бесконечность 3, причем долевое распределение активов перестает изменяться со временем 4. Это связано с полным обнулением

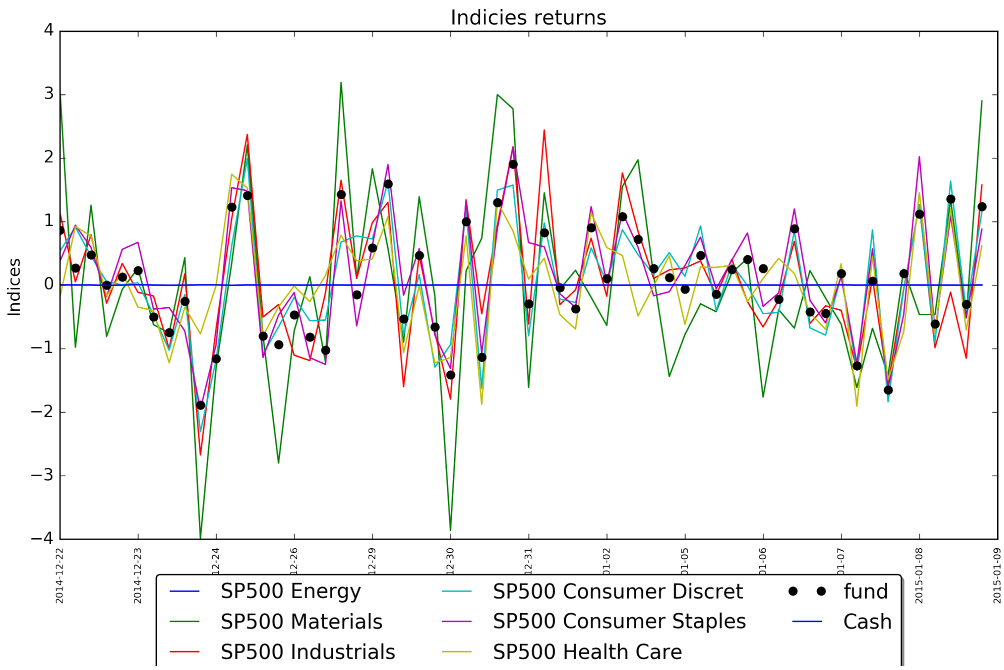

Рис. 1: 7 первых доходностей индексов (включая доходность безрискового актива "Cash"), доходность портфеля первого инвестиционного фонда

функций связи $\nu(...)$ парно-сепарабельного критерия 1 при λ, представляющие модель гладкости вектора сигнала распределения активов в портфеле.

На этапе анализа выборки данных можно заметить, что многие признаки - доходности активов, сильно коррелируемы 1. Чтобы избежать этого, необходимо уменьшить размерность исходных данных, поэтому, чтобы лучше представить нашу начальную выборку необходим переход в пространство, где наши вектора будут представлять собой ортогональный базис. Преобразование возможно совершить, если рассмотреть матрицу корреляции $M \in \mathbb{R}^{N \times N}$ между объектами, т.е. $M_{ij} = \mathbf{x}_i^{\intercal}\mathbf{x}_j, \ i, j = 1, \ldots, N$. Тогда скрытыми факторами, составляющими с помощью ортогональной матрицы A исходные вектора доходностей $A : \mathbf{z_t} = \mathbf{A}\mathbf{x_t}, \ \mathbf{z_t} \in \mathbb{R}^{\mathbf{N}}, \mathbf{t} = \mathbf{1}, \ldots, \mathbf{N}$, где$\mathbf{z_t}$ - собственные ортонормированные вектора матрицы M. Матрица A имеет на месте своих столбцов собственные ортонормированные вектора матрицы $M' : M'_{ij} = \sum_{t=1}^{N} x_t^i x_t^j$.

При переходе к пространству со скрытыми факторами $\mathbf{z_t}$ 6 имеется возможность уменьшить пространство всех скрытых факторов до m самых значащих, так как только первые $n = 11$ собственных векторов имеют ненулевые собственные значения.

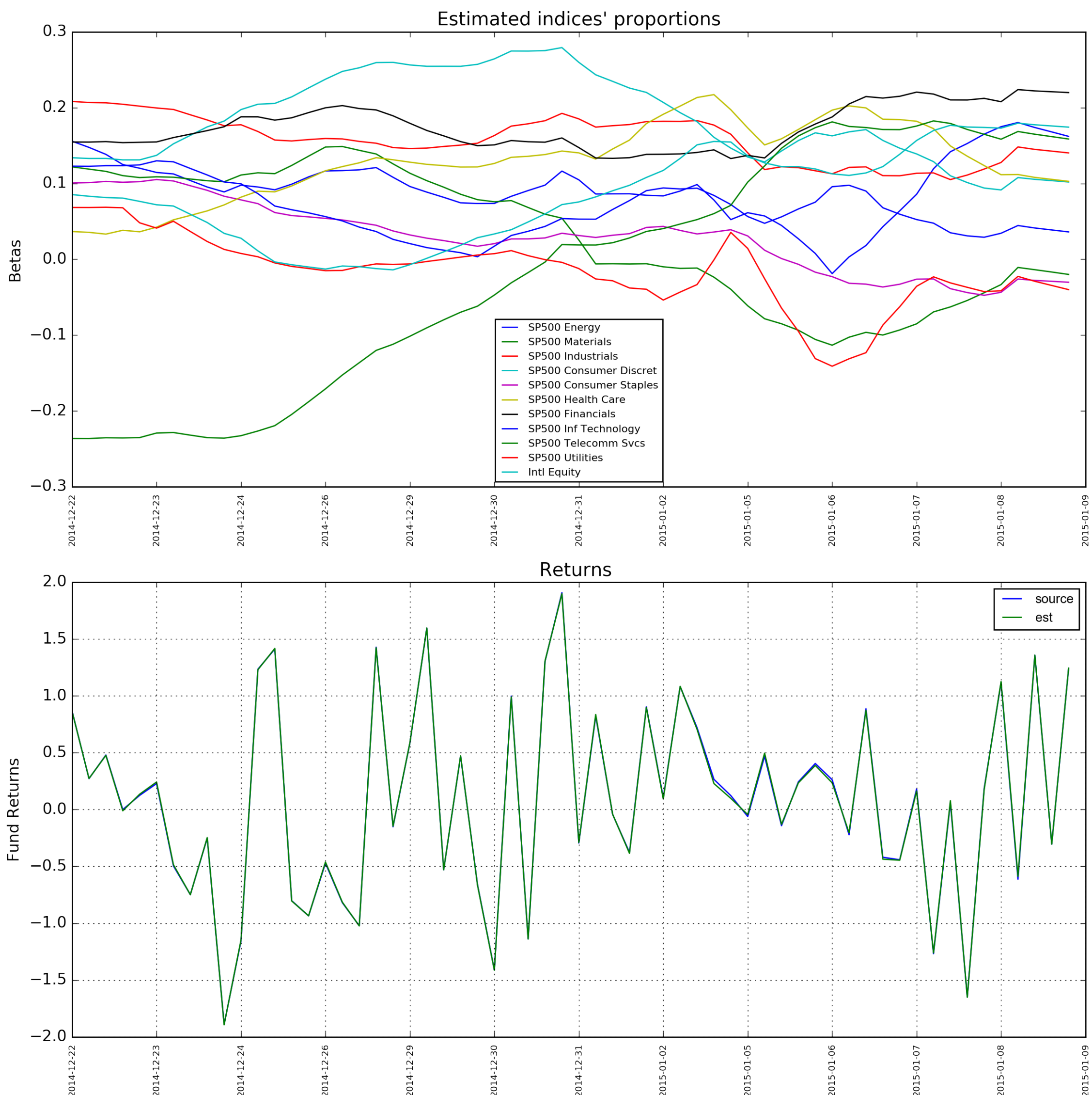

Рис. 2: Поученные распределения долей активов и доходности портфеля (спрогнозированная и настоящая)

Тогда переобозначив $\mathbf{z_t} \in \mathbb{R}^{\mathbf{n}}, \mathbf{t} = \mathbf{1}, \dots, \mathbf{N} : \mathbf{z_t} = \mathbf{A}\mathbf{x_t},\ \mathbf{Z} = [\mathbf{z_1},\ \dots, \mathbf{z_n}]^\intercal$ - новая матрица данных .

Таким образом график изменения ошибок LOO в пространстве скрытых факторов имеет оптимальное λ (см. 7), при котором полученные доходности выглядят лучше, так как больше соответствуют качественному изменению доходности портфеля. Стоит отметить, что прогнозируемое значение доходностей рассматривается, также в пространстве с ортонормированными скрытыми факторами $\mathbf{z_t}$.

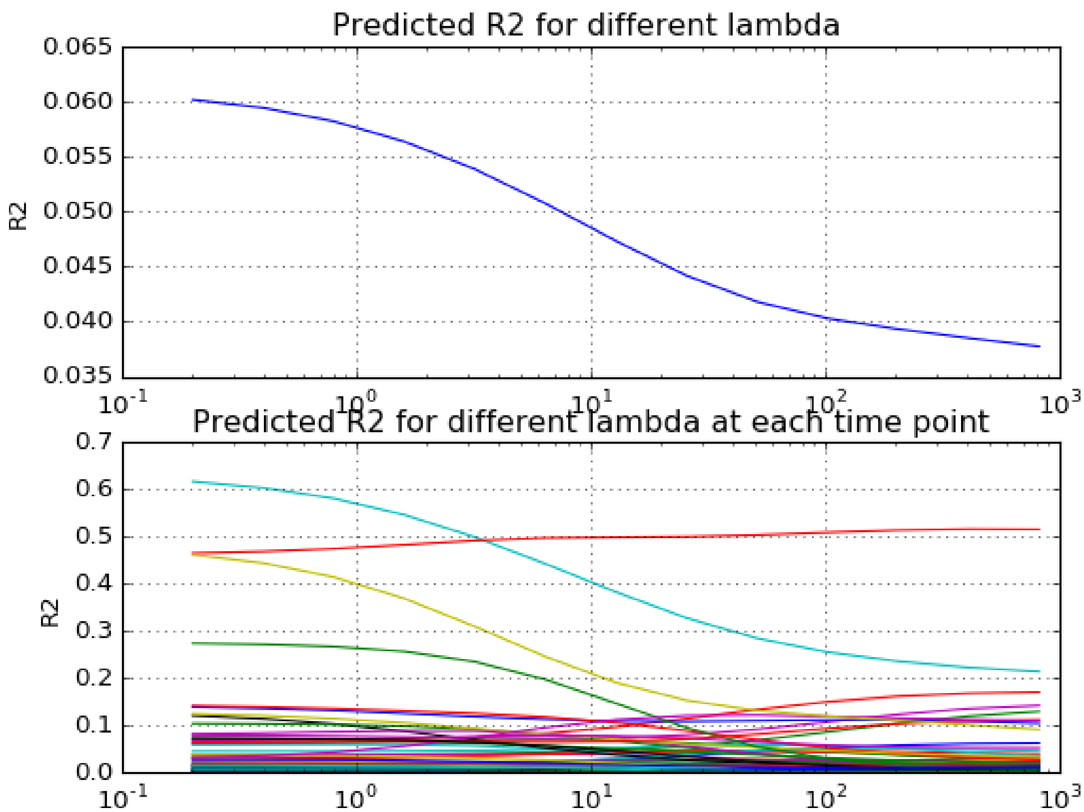

Рис. 3: LOO, изменение ошибки

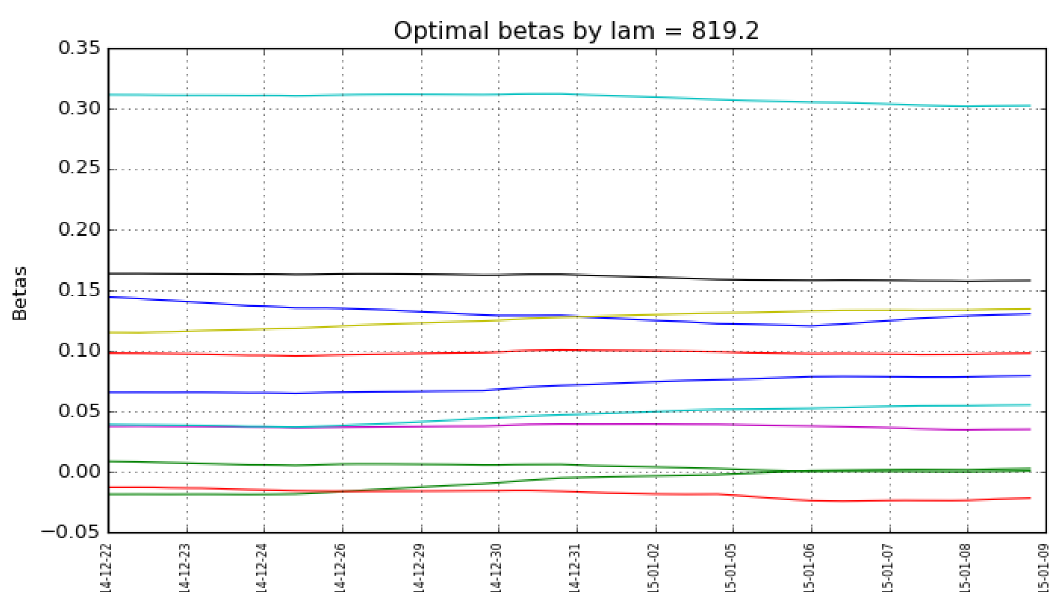

Рис. 4: LOO, Долевые распределения при оптимальном λ

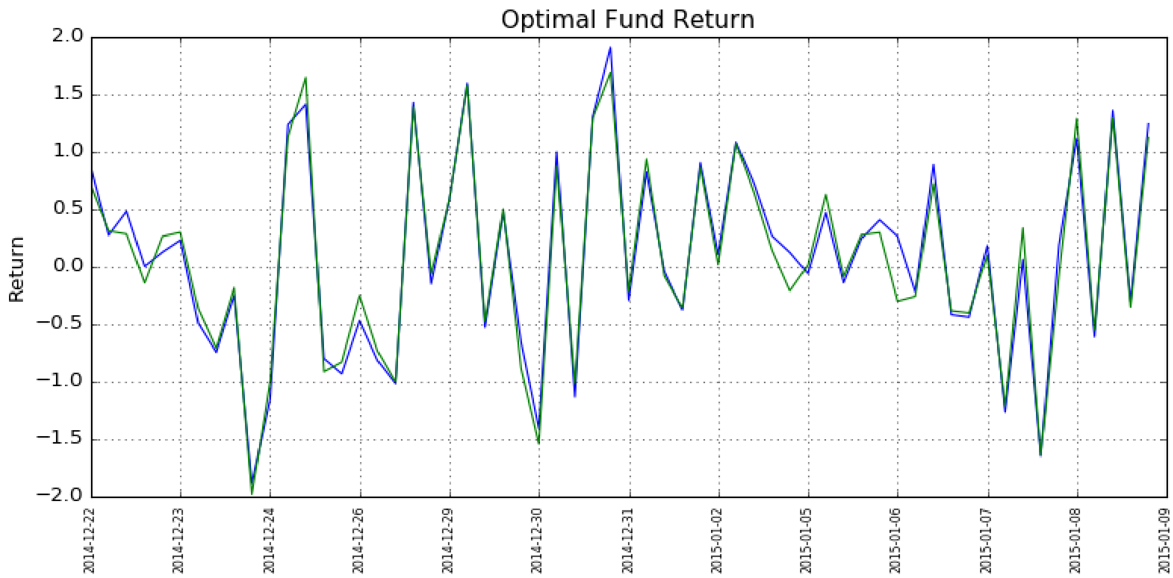

Рис. 5: LOO, Доходности после обучения с наилучшим λ по LOO

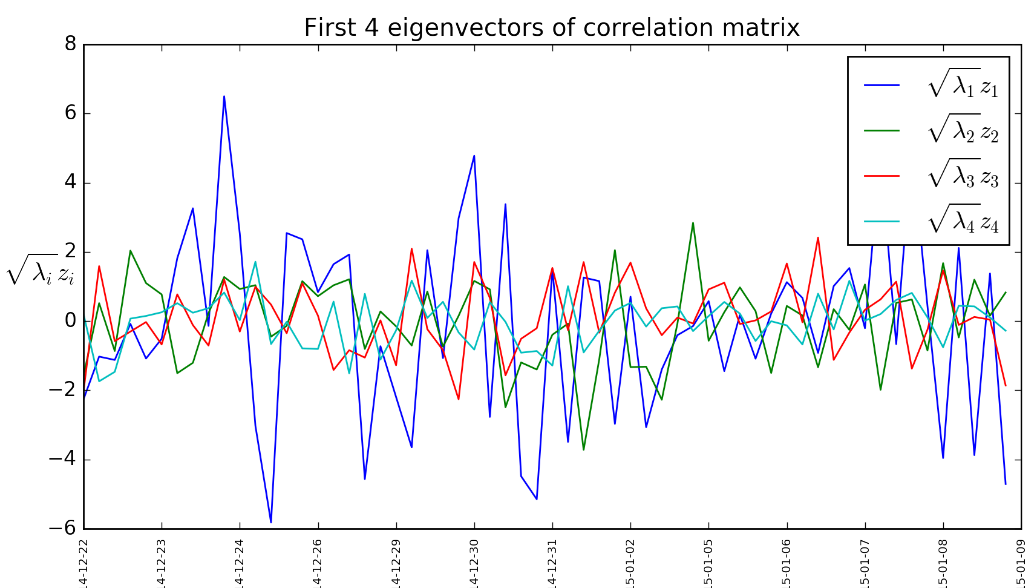

Рис. 6: Отмасштабированные собственные вектора корреляционной матрицы M

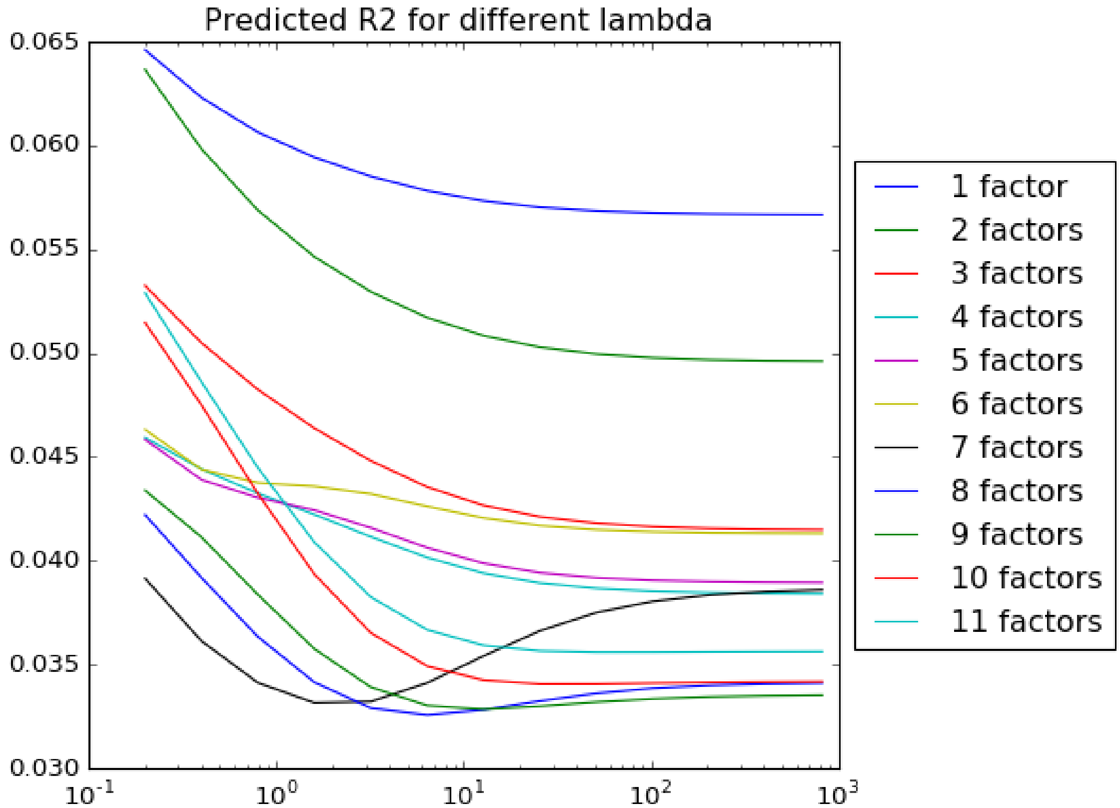

Рис. 7: LOO_eigenvec, изменение ошибки

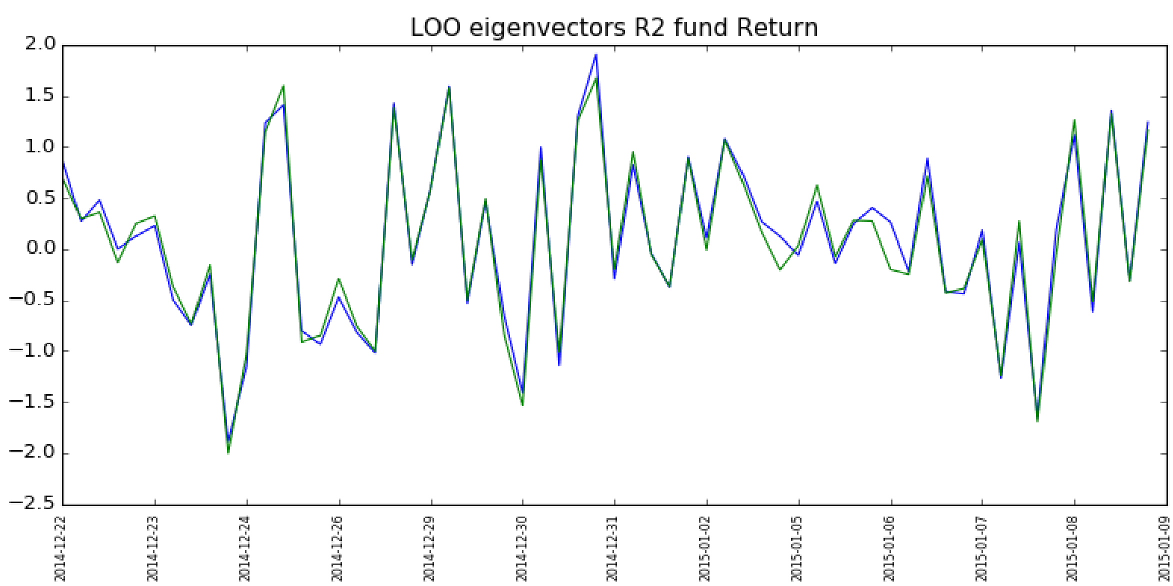

Рис. 8: LOO_eigenvec, Доходности после обучения с наилучшим λ по LOO_eigenvec

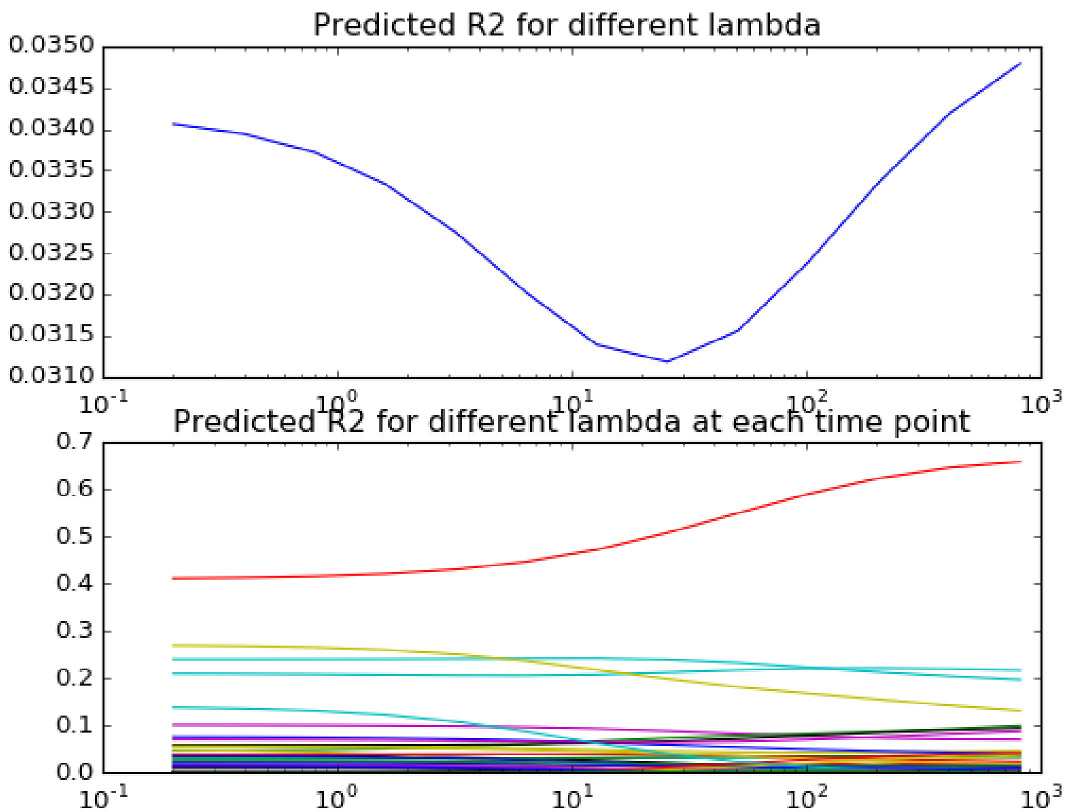

Рис. 9: LHO, изменение ошибки

Несмотря на различные подходы, график вычисленных доходностей почти совпадает, как для LOO, так и для LOO с использованием скрытых факторов. Такое совпадение может означать, что в действительности, даже несмотря на неполное совпадение прогнозируемого и настоящего вектора доходностей портфеля, мы получаем почти наилучшую оценку для структурного параметра λ так как оба оптимума попадают в одно место. Тем не менее, если использовать больше объектов (т.е. временных отсчетов, то результат может сильно измениться). В любом случае, доверять обычному LOO не стоит, так как он очевидно дает слишком малую вариативность для структурного параметра λ, т.к. оставляет в контроле только один объект.

3.3 LHO метод оценивания структурного параметра

Реализация метода LHO не сильно отличается от LOO.

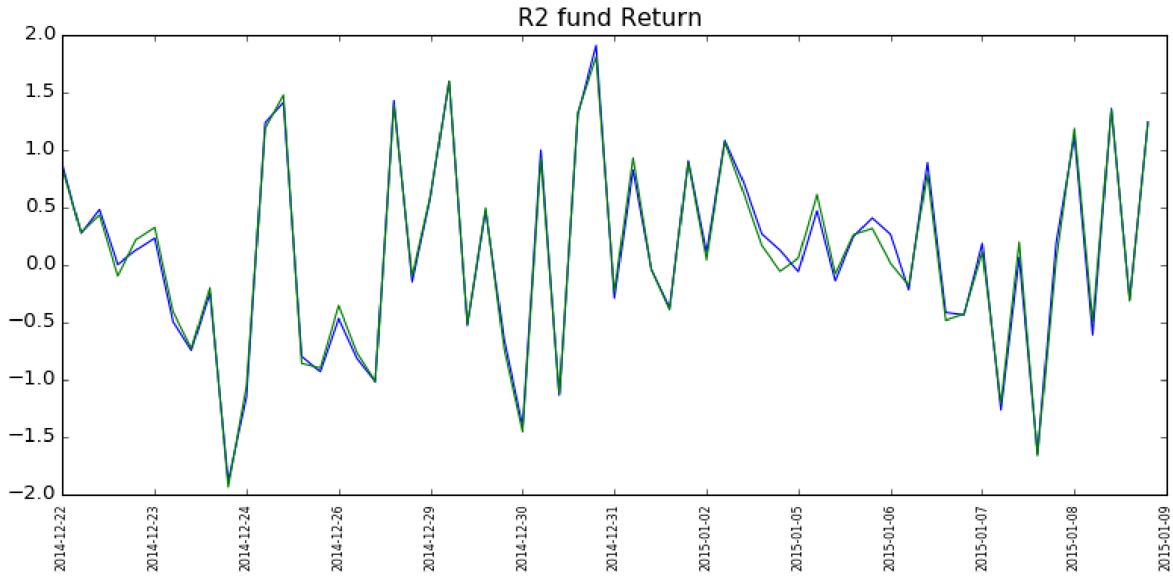

Рис. 10: LHO, Доходности после обучения с наилучшим λ по LHO

Результаты исследований на подбор структурного параметра можно увидеть на картинках 9 и 10. Видно, что оптимум для λ здесь имеет большую выпуклую окрестность, что дает причину думать, что такой критерий дает намного более определенный оптимум и когда возникает большее число объектов (что впрочем не является нашей задачей). Также и по графику доходностей видно, что приближение лучше, чем у LOO, и важнее, что по динамике они совпадают немного лучше (в задаче style analysis не обязательно иметь полное совпадение по значениям.

3.4 AIC - Модификация информационного критерия Акаике

Штрафной член играет здесь роль эффективной размерности задачи. При больших значениях λ модель становится стационарной, и вся последовательность оценок определяется первым вектором коэффициентов регрессии β_1, поэтому эффективная размерность совпадает с числом регрессоров n. При очень малых значениях нет никакой априорной информации об nN значениях. $\beta_1, \dots, \beta_N$, но по N наблюдениям все равно можно оценить не более N параметров, поэтому эффективная размерность не превышает длины временного ряда. С вычислительной точки зрения преимущества модификации критерия Акаике перед прямым скользящим контролем очевидны – для каждого пробного значения параметра временной ряд обрабатывается один раз

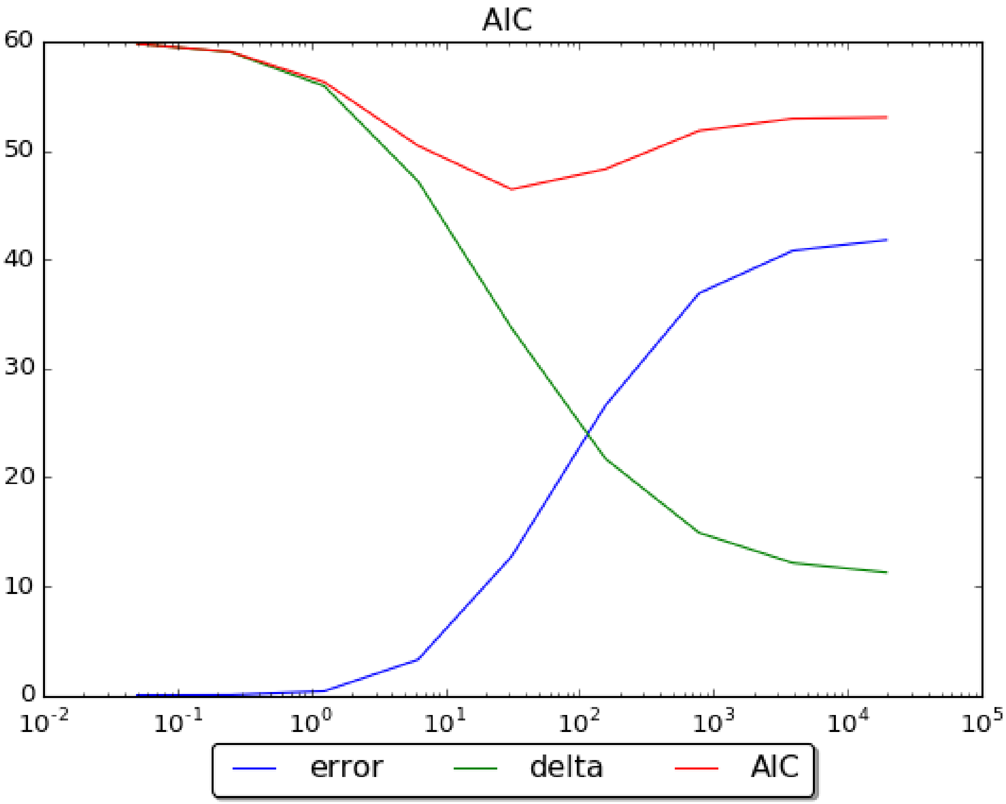

Рис. 11: AIC, изменение ошибки

вместо N раз. По результатам вычислений всегда дает оптимум для AIC, т.к. является балансом между эмпирическим риском и штрафом за сложность модели (см. 11). Такой оптимум приводит к вполне подходящему, со стороны задачи style analysis, графику доходности портфеля (см. 12).

Проблема также состоит в том, что не существует формулы для подсчета структурного параметра σ, и таким образом его приходится подбирать, кросс-валидацией, что на вещественной оси затруднительно.

4 Обсуждения и выводы

Каждый метод оценивания давал различные оптимальные значения λ, но все они лежали в отрезке $[5; 50]$. Графики доходностей имели видимые части, в которых реальная динамика изменения доходности портфеля не совпадала с прогнозируемой,

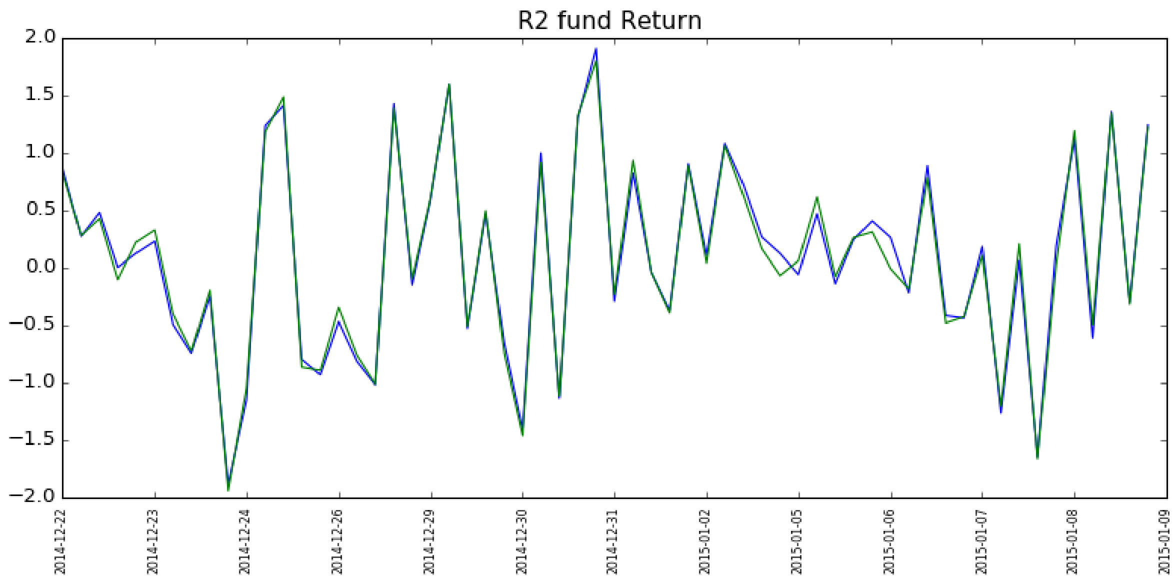

Рис. 12: AIC, Доходности после обучения с наилучшим λ по AIC

но практически у всех динамика изменения доходностей соответсвует оригиналу. В этом смысле методы не уступают друг другу.

Обращаясь к графикам доходностей, можно предположить, что чем больше мы имеем структурных параметров для оценивания, тем возможно лучше получиться подобрать комбинации значений для оптимума. Тогда наилучшим из методов оценки будет LOO с использованием собственных векторов. Тем не менее остальные критерии дают похожие результаты, но необходимо рассмотреть больше различных случаев, инвестиционных фондов и их конфигурации портфелей.

Несмотря на то, что объектов выборке было не на порядок больше, чем признаков, LOO все равно ведет себя довольно стабильно в выборе λ при выкидывании разных объектов. Тогда стоит выбрать LHO как детерминированный и в тоже время гарантирующий поиск наилучшего параметра гладкости, в смысле, правильного деления на контрольную и обучающую выборки.

5 Заключение

Стоит отметить, что в данной работе изначально и главной целью было необходимо реализовать методы оценки структурных элементов и рассмотреть их применимость к конкретной задаче анализа инвестиционного портфеля.

Для выявления наилучшего метода Необходимо провести еще больше экспериментов над данными, с большим числом объектов. Надо заметить, что в задачи преддипломной практики не входило полностью определиться в выборе метода подбора структурных параметров.

Во время преддипломной практики: 1) были программно реализованы методы прогнозирования в задачах распознавания сигналов, применимые для вопросов анализа структуры инвестиционных портфелей; 2) проведено исследование в области тематики ВКР, получены результаты применимые для исследования по теме ВКР.

Список литературы

[1] Bellman R. Dynamic Programming. Princeton University Press, Princeton, N.J., 1957.

[2] Алгоритмы Динамического Программирования для Анализа Нестационарны сигналов / В.В. Моттль, А.А. Костин, О.В. Красоткина

[3] Беспереборная кросс-валидация отбора признаков в линейной регрессионной модели / О. В. Красоткина, В. В. Моттль, Н. А. Разин, Е. О. Черноусова // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2013. – Вып. 7. – No. 2. – С. 88-98.

[4] Akaike, H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. // Proc. 2nd Intern. Symp. Inf. Theory, Petrov P.N. and Csaki F. eds. Budapest. – 1973. – P. 267-281.

[5] Обобщение информационного критерия Акаике для выбора значений непрерывного параметра в моделях данных / В. В. Моттль, О. В. Красоткина, Е. О. Ежова (Черноусова) // Труды 51 научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». — 2008. — Т. 3. — С. 58-60.