

Додаткове завдання: дослідження наближеного обрахунку значення функції за допомогою її розкладу в ряд Тейлора..

Функція для дослідження: $y = \cos^3(3x)$

Для реалізації були створені такі функції:

- **work_with_input():** опрацьовує користувацький ввід, повертає значення аргумента та кількість членів розкладу для подальшої роботи,
- **factorial(num):** обчислює факторіал числа,
- **formula(arg, n):** містить формулу розкладу в ряд Тейлора,
- **mistake_range(arg, mist):** функція для знаходження кількості членів розкладу, щоб абсолютна похибка між наближеним значенням та значенням вбудованої функції була не більшою, ніж 10^{-1} , 10^{-3} , 10^{-6} ,
- **deg_to_rad(ang):** переводить значення аргумента з градусів у радіани,
- **draw_graphs(value, terms=50):** будує графік наближення між значеннями отриманого результату та вбудованої функції.

$$y = \cos^3(3x);$$
$$\cos^3 x = \frac{3\cos x + \cos(3x)}{4}$$
$$\cos^3(3x) = \frac{3\cos(3x) + \cos(9x)}{4}$$
$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \dots, \quad x \in \mathbb{R}$$
$$\cos(3x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (3x)^{2n}}{(2n)!}$$
$$\cos(9x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (9x)^{2n}}{(2n)!}$$
$$\cos^3(3x) = \frac{1}{4} \left(3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (3x)^{2n}}{(2n)!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (9x)^{2n}}{(2n)!} \right)$$

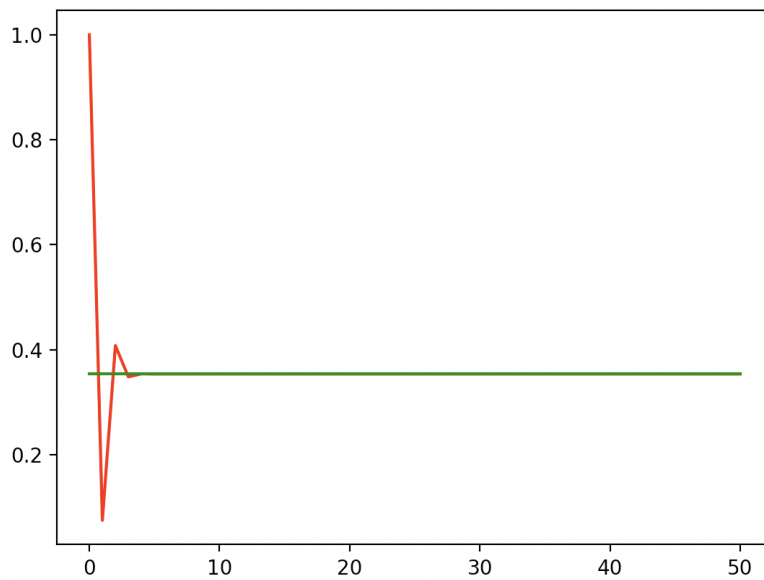
Розклад функції в ряд Тейлора.

Приклад роботи при $x=15^\circ$ та кількістю членів розкладу=35:

Наближене значення: 0.35355339059327373

Значення вбудованої функції: 0.35355339059327384

- Кількість членів розкладу, щоб абсолютна похибка була не більшою, ніж 0.1: 2.
- Кількість членів розкладу, щоб абсолютна похибка була не більшою, ніж 0.001: 4.
- Кількість членів розкладу, щоб абсолютна похибка була не більшою, ніж 0.0000001: 6.



Графік наближення значень функції, розкладеної у ряд Тейлора, до значень вбудованої функції.