

## 1. No free lunch theorem

- Neexistuje algoritmus, který by dokázal řešit všechny problémy lépe než jiné algoritmy
- Existuje podmnožina problémů, pro které je algoritmus A lepší než algoritmus B a naopak
- Výběr oběda v restauraci:
  - Restaurace (procedura řešící problémy), menu (řešené problémy), cena (výkon, úspěšnost)
- Evoluční algoritmy jsou ekvivalentní, jejich průměrná úspěšnost je stejná, výkon je ale různý
- Na základě teorému nelze očekávat, že můžeme použít jakýkoliv algoritmus na řešení libovolného problému – různé algoritmy se hodí k řešení různých problémů

## 2. Single objective and multi-objective optimization: differences, approaches

- Jedna funkce X vícero funkcí
- Funkce mohou sdílet určité parametry - když pak zlepším jednu, můžu tím zhoršit druhou
- U multi se snažím najít co nejlepší poměr výsledků funkcí (paretovka)
- U multi dostávám prostor možných řešení jako výsledek
- Krom paretovky můžu dávat funkcím váhy a hodnotit výsledky pomocí nich

## 3. Types of test functions

- Unimodální (jedno nejlepší řešení resp. jeden globální extrém)
- Multimodální (vícero možných nejlepších řešení - řešení jsou ekvivalentní)

## 4. Pareto set

- Pareto hranice – množina bodů, které reprezentují takové kombinace  $f_1 \dots f_n$ , že nelze snížit hodnotu žádné účelové funkce  $f_i$ , aniž by se nezvýšila hodnota některých jiných funkcí  $f_j$
- Nejlepší možné řešení optimalizovaného problému
- Aby vznikla pareto hranice, musí být hledané funkce v „konfliktu“, jinak se kardinalita pareto hranice rovná 1 – jediné optimální řešení

## 5. Traveling salesman problem: suitable algorithms

- Genetický algoritmus
- Ant Colony Optimization

## 6. Local search algorithms: hill climbing, tabu search, simulated annealing

### ❖ Hill climbing:

- Umožňuje vzít i horší výsledek
- **Parametry:** ( $M, x_0, N, f, t_{\max}$ )
  - $M \Rightarrow$  prostor řešení
  - $x_0 \Rightarrow$  počáteční řešení
  - $N \Rightarrow$  množina sousedů řešení  $x$  (počet generovaných bodů v populaci)
  - $f \Rightarrow$  účelová funkce
  - $t_{\max} \Rightarrow$  počet iterací
- **Postup:**
  1. Vygenerujeme náhodného jedince
  2. Pro aktuální řešení generujeme okolí (sousedství) a hledá se lepší/horší hodnota účelové funkce (nejlepší řešení se zaznamenává)
  3. Vybraný nejlepší bod je středem v další iteraci

- **Vylepšení:**

- *Uživatelsky přijatelná odchylka* – např. sleduje se posledních 10 iterací, pokud se hodnota účelové fce neliší o více, než je nastaveno, tak je alg. ukončen, i když ještě neproběhly všechny iterace
- *Stochastic hill climbing* – přidá náhodný element do generace sousedů
- *Tabu search*

```

t := 1;
random selection of initial solutions  $\mathbf{x}_{0t}$ ;
 $\mathbf{x}^* := \mathbf{x}_{0t}$ ;
while t ≤ tmax do
  begin generate N( $\mathbf{x}_{0t}, \sigma$ );
  find  $\mathbf{x}_{loc} \in N(\mathbf{x}_{0t}, \sigma)$  so, that  $f(\mathbf{x}_{loc}) \geq f(\mathbf{x})$ , for each  $\mathbf{x} \in N(\mathbf{x}_{0t}, \sigma)$ ;
   $f(\mathbf{x}_{loc}) := \max_{\mathbf{x} \in N(\mathbf{x}_{0t}, \sigma)} f(\mathbf{x})$ 
  if  $f(\mathbf{x}_{loc}) > f(\mathbf{x}^*)$ ;
  then  $\mathbf{x}^* := \mathbf{x}_{loc}$ 
  t := t + 1;
   $\mathbf{x}_{0t} := \mathbf{x}_{loc}$ ;
end;
{  $\mathbf{x}^*$  is an approximation of the optimum solution }

```

- ❖ **Tabu search**

- Horolezecký algoritmus + mechanismus pro snížení nebezpečí zacyklení
- Pamatuje si transformace, podle kterých byl spočítán aktuální střed – neuvízne snadno v lokálním extrému
- **Parametry:** TS = (M,  $\mathbf{x}_0$ , Theta, f, t<sub>max</sub>, TL, k)
  - Theta => množina přípustných transformací generující okolí
  - TL => seznam tabu informací
  - k => kapacita krátkodobé paměti TL
- **postup:**
  1. vygenerování náhodného počátečního jedince x
  2. vygenerování okolí kolem x podle thety
  3. pro každého vygenerovaného jedince z okolí se zkontroluje, zda je lepší než x
  4. nejlepší takový jedinec se přidá do TL (fronta, při překročení se odebere první prvek) – dále se jedinec porovnává s jedinci v TL, pokud tam již je, přidá se jiný vhodný
  5. opakování do t<sub>max</sub>
- **vylepšení:**
  - malá hodnota k – velká tendence spadnout do lokálního extrému
  - velká hodnota k – hrozí přeskočení nadějných lokálních extrémů
  - dlouhodobá paměť – uchovávání četností (frekvence) použitých transformací

```

x* := x0t; {x* is an approximation of the optimum solution}
fmax := f(x0t);
TL := ();
while t ≤ tmax do
  begin xloc := x0t; floc := f(x0t);
    for ∀ θ ∈ Θ do
      begin y := θ(x0t);
        if (f(y) > floc) and ((θ ∉ TL) or (f(y) > fmax))
          then begin xloc := y; floc := f(y); θloc := θ
        end
      end;
    if floc > fmax
      then begin fmax := floc; x* := xloc
    end;
    if |TL| < k
      then TL := TL + (θloc-1)
    else TL := TL - (θ1) + (θloc-1);
    t := t + 1;
    x0t := xloc
  end;

```

#### ❖ Simulované žíhání

- Připouští zhoršení hodnoty účelové funkce (překonat lok. extrém) – ze začátku, poté se chová jako hill climb
- **Parametry:** SA = (M, x<sub>0</sub>, N, f, T<sub>0</sub>, T<sub>f</sub>, α, n<sub>T</sub>)
  - T<sub>0</sub> => počáteční teplota
  - T<sub>f</sub> => konečná teplota
  - n<sub>T</sub> => počet opakování metropolisova algoritmu pro danou teplotu T
  - α => funkce redukce teploty, často α = *decr* \* T, *decr* se volí mezi 0,8 a 0,99
- **postup:**
  1. náhodně vybrané počáteční řešení x<sub>0</sub>
  2. náhodně vyber x z množiny sousedů N(x<sub>0</sub>)
  3. výpočet Δf = f(x) – f(x<sub>0</sub>)
  4. pokud je Δf < 0, je akceptováno lepší řešení tzn. x<sub>0</sub> = x
  5. pokud je Δf > 0, zvolíme rand(0,1) < metropolisovo kritérium ( $e^{-\frac{\Delta f}{T}}$ ) – pokud je tato podmínka splněna, přijme se horší řešení, tzn. x<sub>0</sub> = x
  6. ochladíme teplotu alfou – opakování do finální teploty
- **vylepšení:**
  - *paralelizace* – začne se z několika bodů, za výslednou hodnotu se považuje nejvyšší (hledáme max)
  - *elitismus* – uchovává se nejlepší dosažené řešení v průběhu algoritmu
  - generování více sousedů pro jednoho jedince

```

repeat
  for i := 1 to nT do
    begin randomly select x from the set of neighbors N(x0) solution x0;
      Δf := f(x) - f(x0);
      if Δf < 0
        then x0 := x {move to a better solution is always accepted}
      else begin randomly choose r from uniform
        distribution from (0,1);
        if r < e-Δf/T
          then x0 := x {move to a worse solution or
            current solution will remain unchanged}
        end
      end
    end
  T := α(T);
until T < Tf; {crystallization annealing}

```

## 7. Evolution strategy: principle, variants

- ES používají reprezentaci jedinců v oboru reálných čísel, GA v binární
- ES nepoužívaly operátory křížení, používaly operátory selekce a mutace
- Nastavuje se parametr FV – vhodnost, při jejímž dosažení se ES zastaví
- Značení ES (+) a (,)
  - + do nové populace se vybírají nejlepší z rodičů i potomků
  - , do nové populace se vybírají nejlepší pouze z potomků

### ❖ (1+1) – ES (dvoučlenné ES)

- Nejjednodušší verze, pracuje se pouze s jedním jedincem – rodičem, pomocí Gaussova mutačního operátoru se z něj vytváří nový potomek
  - K rodiči se přičte náhodné číslo, vygenerované **normálním rozdělením  $N(0, \sigma)$**
  - **Sigma** – směrodatná odchylka, pro její určení lze aplikovat různá pravidla (např. jestli se jedná o lineární funkce apod.)
- **Pravidlo jedné pětiny**
  - Poměr úspěšných mutací ke všem mutacím by měl být **1/5**
  - **Úspěšná mutace** – **potomek** má **lepší fitness** než **rodič**

```
for loop < iteration do
begin
  y = x + N(0, σ) „new offspring“
  if  $f_{cost}(y) < f_{cost}(x)$ 
  then begin
    x = y;
  end
  if  $f_{cost}(x) < FV$ 
  then begin
    Stop ES
  end
end;
```

### ❖ $(\mu + \lambda)$ -ES a $(\mu, \lambda)$ -ES (vícečlenné ES)

- **Mý ( $\mu$ )** – populace rodičů
- **Lambda ( $\lambda$ )** – populace potomků
- Práce s populacemi
- **ALG**
  - Z každého rodiče se vytvoří nový potomek (viz 1+1) a sjednotí se lamda a mý (sjednocení populace rodičů a potomků)
  - Dojde k výběru nejlepších řešení ze sjednocení, pokud obsahuje lepší, než stanovenou fitness value, tak konec
  - **ES s elitismem** – do nové rodičovské populace jsou vybíráni jak rodiče, tak potomci na základě dosažené fitness
  - $(m\acute{y} + \lambda)$ -ES někdy stagnovala -> tak  $(m\acute{y}, \lambda)$  bez elitism

```

for cycle < iteration to
  begin
     $y_i = x_i + N(0, \sigma)$  "creating new  $\lambda$  offspring"
    and  $\mu \cup P \Leftarrow \left( \bigcup_{j=1}^{\lambda} y^j \right) \cup \left( \bigcup_{i=1}^{\mu} x^i \right)$  "unification population of parents"
    offspring" or in case of  $(\mu, \lambda)$ -ES  $P \Leftarrow \left( \bigcup_{j=1}^{\lambda} y^j \right)$ 
     $\mu$  = Choosing  $\mu$  the best solution of P
    if the best  $f_{\text{cost}}(\mu) < FV$ 
      then begin
        Stop ES
      end
    end;

```

#### ❖ Rekombinační ES

- Před mutací (vytvoření potomka pomocí  $N(0, \sigma)$ ) je vytvořen recombinant (předpotomek) z více rodičů (dochází ke křížení)
- **Rho** udává počet rodičů

```

for cycle < iteration to
  begin
    Recombine
     $y_i = y_{\text{recombinant}} + N(0, \sigma)$  "creating new  $\lambda$  offspring"
     $P = \mu \cup \lambda = \left( \bigcup_{j=1}^{\lambda} y^j \right) \cup \left( \bigcup_{i=1}^{\mu} x^i \right)$ 
     $\mu$  = Choosing  $\mu$  the best solution of P
    if the best  $f_{\text{cost}}(\mu) < FV$ 
      then begin
        Stop ES
      end
    end;

```

#### ❖ Adaptivní ES

- Adaptace směrodatné odchylky mezi iteracemi
- Oblast optimálního řešení nemusí být předem známa, algoritmus sám upravuje své řídicí parametry

## 8. The normal distribution in evolutionary algorithms

- sdf

## 9. Evolutionary algorithms - typical phases, examples of algorithms

- Vymezení parametrů, stanovení účelové funkce
- Generace prvotní populace jedinců
- Ohodnocení jedinců
- Výběr rodičů
- Křížení rodičů = tvorba potomků
- Mutace potomků
- Opět ohodnocení
- Výběr jedinců z rodičů a potomků
- Přepsání staré generace na novou
- Opakujeme od výběru rodičů dále
- Diferenčka, ACO, SOMA??? Geneták tam nepatří

## **10. Swarm intelligence - typical phases, examples of algorithms**

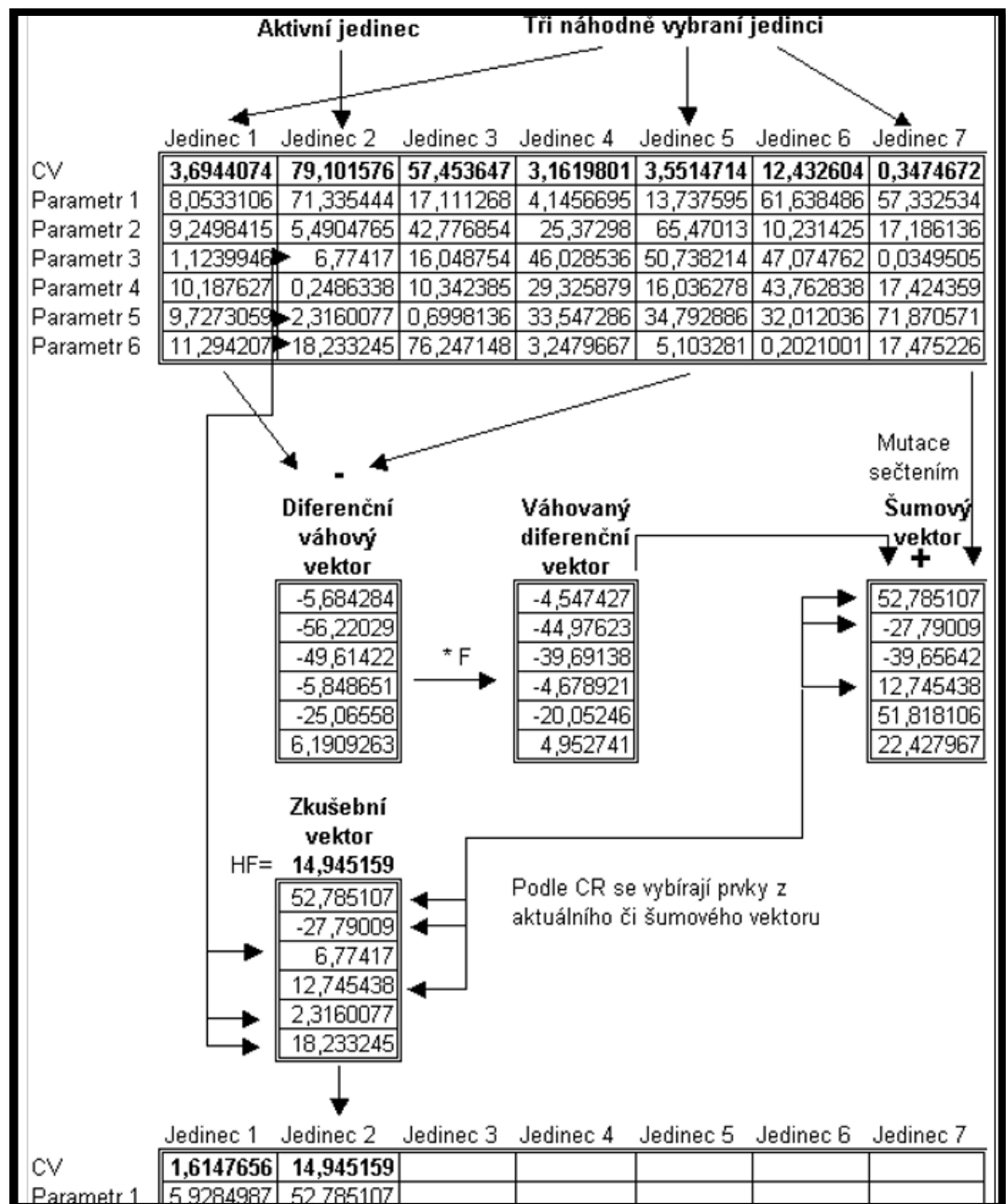
- Nemá evoluční operátory
- Řídí se pohybem dalších jedinců
- SOMA, PSO, Firefly
- Náhodně se vygeneruje populace
- Ohodnocení jedinců
- Výběr směru a rychlosti pro každého jedince
- Ohodnocení a update nejlepšího řešení (leader, pbest, gbest..)

## **11. Genetic algorithm - types of crossover**

- Rozdělení v určitém bodě a prohození částí
- Rozseknu ve 2 bodech - prohodí se střed
- Rozseknu v X bodech - náhodně vyberu části, které se prohodí

## **12. Differential evolution - mutation vector, trial vector, target vector, mutation strategies, crossover, natural selection, control parameters**

- Nejdřív mutace, pak křížení
- CR - práh křížení, čím větší tím spíš se provede
- Mutace probíhá spojením 3 náhodně vybraných rodičů  $X_{new} = X_3 + F * (X_2 - X_1)$  -  $X_{new}$  jak pak tzv. Šumový vektor
- F – mutační konstanta (0,2)
- Ze šumového vektoru a vybraného jedince (target vector) se pak vytvoří zkušební vektor



### 13. Particle swarm optimization - pBest, gBest, velocity, inertia weight, equation of movement, control parameters

- První populace je náhodná
- Každý jedinec má pak svůj vektor rychlosti (určuje směr a rychlost = velikost kroku)
- GBest - nejlepší hodnota celkově, globální proměnná, kterou zná každý jedinec
- PBest - nejlepší hodnota konkrétního jedince
- Inertia weight (setrvačnost) - násobí se tím v následujícím vzorci současná rychlost, malá inertia (pod 1) – bude to směřovat k lokálním extrémům, velká inertia – bude to směřovat ke globálním
- Výpočet rychlosti:  $v_{\text{Now}} + c_1 * \text{rand} * (p\text{Best} - p_{\text{Now}}) + c_2 * \text{rand} * (g\text{Best} - p_{\text{Now}})$
- Výpočet nové pozice: současná pozice + nová rychlost
  - $c_1$  a  $c_2$  - učící faktory (mezi 0 a 4, obvykle 2)
  - $p_{\text{Now}}$  - současná pozice

- VNow - současná rychlost
- c1 – upřednostňuje návrat na svou nejlepší pozici
- c2 – upřednostňuje posun k gBest
- Částice se mohou ubírat třemi směry:
  - Individuální – pokračují svou vlastní cestou
  - Konzervativní – vracejí se na svou dosud nejlepší pozici
  - Přizpůsobivý – následují nejlepšího jedince
- Vylepšení:
  - Sousedství – omezení rizika předčasné konvergence částic do lokálních extrémů, jedinci jsou rozděleni do skupin – sousedství, nejčastější topologií je kruh, rozdělení:
    - Geografické – částice ve stejné oblasti
    - Sociální – jedinci jsou sousedi nehlédě na to, kde se nacházejí

```

for j = < number of particles do
  begin
    pj = randj
  end
for i = < iterations do
  begin
    for j = < number of particles do
      begin
        Calculate the velocity of the particle vd
        Adjust the position of the particle xi,d
        Fitness Fcost = (pi)
        if fitness < pBest
          then begin
            pBest = suitability
          end
        if pBest < gBest
          then begin
            gBest = pBest
          end
        end
      end
    end
  end
end

```

$$v_d(t+1) = v_d(t) + c_1 \cdot \text{rand} \cdot (pBest_{i,d} - x_{i,d}(t)) + c_2 \cdot \text{rand} \cdot (gBest_d - x_{i,d}(t))$$

$$x_{i,d}(t+1) = x_{i,d}(t) + v_d(t+1)$$

*(Note: Red arrows in the original image point from the velocity equation to the position update equation, indicating the flow of information.)*

#### 14. Self-organizing migrating algorithm - leader, strategies, equation of movement, control parameters

- Leader – jedinec s nejlepším fitness v dané generaci
- AllToOne - všichni jedinci směřují k leaderovi (nejlepší hodnotě)
- AllToAll - všichni jedinci si vyzkouší směr ke každému z dalších jedinců, zapamatují si nejlepší bod, který našli, na konci migrace se pak přesunou do nových bodů
- AllToAll Adaptive - na rozdíl od normálního ATA se body přesouvají ihned (změna se tedy projeví hned v současné migraci místo až v té následující)
- AllToOne Random - náhodně vybraný leader
- Ve větším počtu jedinců je možnost rozdělit je do subpopulací (budu mít víc leaderů)
- Path length – o kolik překročí jedinec leadera při cestě za ním (míní jak 0 – nedojde k němu, 1 dojde přesně na jeho pozici, 2 půjde za něj o stejnou vzdálenost jako byl od něj apod.)
- Step – velikost kroku (doporučuje se 0.11, max path length)
- Perturbační vektor (mutace) – [0, 1] určí jestli se bude jedinec pohybovat přímo k leaderovi nebo ne (může se pohybovat jen po ose X např.)
- D - počet dimenzí
- Migrate – počet migrací/přesunutí populace, ukončovací parametr
- PopSize – velikost populace, u multimodální funkce lze nastavit popsize = D
- MinDiv – definuje, jaký maximální rozdíl mezi nejhorším a nejlepším jedincem v aktuální populaci je povolen, jestliže je rozdíl menší než mindiv, je alg. ukončen
- Je třeba řešit i krok mimo vymezené hranice - např. vygenerováním nového random jedince
- Postup:
  1. Je vytvořena náhodná populace a zvolen leader



2. Jedinci se pohybují směrem k leaderovi skoky (param. Step), po každém skoku se přepočítá hodnota účel. fce, je-li lepší než předchozí pozice, zapamatuje si ji, skoky jedince pokračují, dokud nedosáhne pozice dané param. pathLength
  - Skok se počítá:  $jmp = x_{start} + (x_{leader} - x_{start}) * step * PRTvector$ , x.. pozice
3. po ukončení běhu se jedinec vrátí na pozici, kde byla nalezena nejlepší hodnota účel. fce během jeho cesty => všichni jedinci, mimo leadera, jsou přemístěni
4. PRTvector – je generováno náh. Číslo (pro každou d), pokud je číslo > než prt, pak je vektor nastaven na 0, v opačném případě na 1 – má velký vliv na výsledný pohyb jedince

```

vstup:
x: prvopočáteční náhodně vygenerovaná populace rodičů;
Řídící a ukončovací parametry algoritmu - viz Tab. 8.3
fcost: účelová funkce vracející vhodnost aktuálního řešení
Specimen: vzorový jedinec
for i < Migrace do
  begin
    selekce nejlepšího jedince – Leadera
    for j ≤ PopSize do
      vyber j-tého jedince
      vypočítej fcost nové pozice z (8.23)
      zapiš nejlepšího nalezeného řešení do nové populace
    end
    if MinDiv < |nejlepší_jedinec - nejhorší_jedinec|
      then begin
        Stop SOMA
      end
    end
  end
end

```

## 15. Ant colony optimization - probabilities of movement, recalculation of pheromones

- Vybírá cestu na základě pravděpodobnostní matice
- Pravděpodobnost určuje vzdálenost bodu a množství feromonu, obě tyto hodnoty jsou regulovány parametry alfa (feromon) a beta (vzdálenost)
- Feromon se pak zvětšuje o  $1/\text{vzdálenost}$  mezi body
- Po každé migraci se feromony zmenší (vypaří) o násobek koeficientu
- Může se korigovat způsob přidávání feromonu (např. Pro nejlepší výsledek za migraci)
- Parametry:
  - $\alpha$  – stupeň důležitosti feromonu
  - $\beta$  – stupeň důležitosti vzdálenosti
- vzorec:  $(\tau(r, s)^\alpha * \eta(r, s)^\beta) / \text{celková suma feromonu a vzdálenosti (r – aktuální uzel, s – uzel kam mířím)}$

• 5 cities	
• Distance matrix for these cities is:	• Matrix of inverse distances (visibility matrix):
0    10   12   11   14	0        0.1000   0.0833   0.0909   0.0174
10   0    13   15   8	0.1000   0        0.0769   0.0667   0.1250
12   13   0    9    14	0.0833   0.0769   0        0.1111   0.0714
11   15   9    0    16	0.0909   0.0667   0.1111   0        0.0625
14   8    14   16   0	0.0714   0.125    0.0714   0.0625   0

- 5 cities, city 1 is a departure city. Since city 1 is chosen as the beginning , it cannot be chosen again → visibility of the city is 0

- Initial pheromone matrix

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

- Visibility matrix

0	0.1000	0.0833	0.0909	0.0174
0	0	0.0769	0.0667	0.1250
0	0.0769	0	0.1111	0.0714
0	0.0667	0.1111	0	0.0625
0	0.125	0.0714	0.0625	0

- We calculate the possibility to visit other city using the formula

$$p_k(r, s) = \begin{cases} \frac{\tau(r, s)^\alpha \eta(r, s)^\beta}{\sum_{u \in M_k} \tau(r, u)^\alpha \eta(r, u)^\beta}, & \text{for } s \in M_k \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$\tau(1, s)^1 \eta(1, s)^2$ :

- $1 * 0.1000^2 = 0.0100$
- $1 * 0.0833^2 = 0.0069$
- $1 * 0.0909^2 = 0.0083$
- $1 * 0.0714^2 = 0.0051$

$$\sum_{s \in M_k} \tau(1, s)^1 \eta(1, s)^2 = 0.0303$$

- Visibility matrix

0	0.1000	0.0833	0.0909	0.0174
0	0	0.0769	0.0667	0.1250
0	0.0769	0	0.1111	0.0714
0	0.0667	0.1111	0	0.0625
0	0.125	0.0714	0.0625	0

[1]

$\tau(1, s)^1 \eta(1, s)^2$ :

- $1 * 0.1000^2 = 0.0100$
- $1 * 0.0833^2 = 0.0069$
- $1 * 0.0909^2 = 0.0083$
- $1 * 0.0714^2 = 0.0051$

$$\sum_{s \in M_k} \tau(1, s)^1 \eta(1, s)^2 = 0.0303$$

- Visibility matrix

0	0.1000	0.0833	0.0909	0.0174
0	0	0.0769	0.0667	0.1250
0	0.0769	0	0.1111	0.0714
0	0.0667	0.1111	0	0.0625
0	0.125	0.0714	0.0625	0

The probabilities:

$$\text{City 1 to 2: } \frac{0.01}{0.0303} = 0.3299$$

$$\text{City 1 to 4: } \frac{0.0083}{0.0303} = 0.2727$$

$$\text{City 1 to 3: } \frac{0.0069}{0.0303} = 0.2291$$

$$\text{City 1 to 5: } \frac{0.0051}{0.0303} = 0.1683$$

[1]

- The probabilities:

$$\text{City 1 to 2: } \frac{0.01}{0.0303} = 0.3299$$

$$\text{City 1 to 3: } \frac{0.0069}{0.0303} = 0.2291$$

$$\text{City 1 to 4: } \frac{0.0083}{0.0303} = 0.2727$$

$$\text{City 1 to 5: } \frac{0.0051}{0.0303} = 0.1683$$

- The cumulative numbers of these probabilities:

- City 2: 0.3299
- City 3: 0.5590
- City 4: 0.8317
- City 5: 1

- The cumulative numbers of these probabilities:

- City 2: 0.3299
- City 3: 0.5590
- City 4: 0.8317
- City 5: 1

- Generate random number  $r \in [0,1]$ : suppose we have generated number  $r = 0.6841$
- Compare  $r$  with cumulative numbers:
  - **0.5590 < r < 0.8317**  $\Rightarrow$  an ant will visit the **city 4**

- The city 4 was visited  $\Rightarrow$  the visibility matrix must be adjusted:

0	0.1000	0.0833	0	0.0174
0	0	0.0769	0	0.1250
0	0.0769	0	0	0.0714
0	0.0667	0.1111	0	0.0625
0	0.125	0.0714	0	0

- Now, the proces of the calculation of the probability of visiting the neighbor city will be repeated

$$\tau(4,s)^1 \eta(4,s)^2:$$

- $1 * 0.0667^2 = 0.0044$
- $1 * 0.1111^2 = 0.0123$
- $1 * 0.0714^2 = 0.0039$

$$\sum_{s \in M_k} \tau(1,s)^1 \eta(1,s)^2 = 0.0207$$

The probabilities:

$$\text{City 4 to 2: } \frac{0.0044}{0.0207} = 0.2147$$

$$\text{City 4 to 3: } \frac{0.0123}{0.0207} = 0.2291$$

$$\text{City 4 to 5: } \frac{0.0039}{0.0207} = 0.1887$$

- Visibility matrix

0	0.1000	0.0833	0	0.0174
0	0	0.0769	0	0.1250
0	0.0769	0	0	0.0714
0	0.0667	0.1111	0	0.0625
0	0.125	0.0714	0	0

- The cumulative numbers of these probabilities:
  - City 2: 0.2147
  - City 3: 0.8113
  - City 5: 1
- Generate random number  $r \in [0,1]$ : suppose we have generated number  $r = 0.4024$ . Compare  $r$  with cumulative numbers:
  - **0.2147 < r < 0.8113**  $\Rightarrow$  an ant will visit the **city 3**
- For now, we have path 1  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  3

- This process is repeated until all ants have their own paths
- Remember: Each ant starts from another city
- Suppose that we have the paths as follows:
  - Ant 1: 1  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  1      Total distance: 52
  - Ant 2: 1  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  1      Total distance: 60
  - Ant 3: 1  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  3  $\rightarrow$  1      Total distance: 60
- Use total distances (objective function evaluation) to recalculate the pheromones on the edges:

$$\tau_{r,s} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{r,s} + \sum_{k=1}^N \Delta\tau_{r,s}^k \quad [1]$$

- Use total distances (objective function evaluation) to recalculate the pheromones on the edges:

$$\tau_{r,s} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{r,s} + \sum_{k=1}^N \Delta\tau_{r,s}^k$$

$\rho$ ... evaporation coefficient equals to 0.5

- Pheromone matrix recalculated based on the Ant 1:

0.5000	0.5000	0.5000	0.5192	0.5000
0.5192	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000
0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5192
0.5000	0.5000	0.5192	0.5000	0.5000
0.5000	0.5192	0.5000	0.5000	0.5000

$$\Delta\tau_{r,s}^k = \frac{Q}{f(s)} = \frac{1}{52}$$

[1]

- Use total distances (objective function evaluation) to recalculate the pheromones on the edges:

$$\tau_{r,s} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{r,s} + \sum_{k=1}^N \Delta\tau_{r,s}^k$$

$\rho$ ... evaporation coefficient equals to 0.5

- Pheromone matrix recalculated based on the Ant 2:

0.5000	0.5000	0.5000	0.5359	0.5000
0.5192	0.5000	0.5000	0.5000	0.5167
0.5167	0.5000	0.5000	0.5000	0.5192
0.5000	0.5167	0.5192	0.5000	0.5000
0.5000	0.5192	0.5167	0.5000	0.5000

$$\Delta\tau_{r,s}^k = \frac{Q}{f(s)} = \frac{1}{60}$$

■

- Use total distances (objective function evaluation) to recalculate the pheromones on the edges:

$$\tau_{r,s} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{r,s} + \sum_{k=1}^N \Delta\tau_{r,s}^k$$

$\rho$ ... evaporation coefficient equals to 0.5

- Pheromone matrix recalculated based on the Ant 3:

0.5000	0.5000	0.5000	0.5526	0.5000
0.5192	0.5000	0.5167	0.5000	0.5167
0.5334	0.5000	0.5000	0.5000	0.5192
0.5000	0.5167	0.5192	0.5000	0.5167
0.5000	0.5359	0.5167	0.5000	0.5000

$$\Delta\tau_{r,s}^k = \frac{Q}{f(s)} = \frac{1}{60}$$

■

## 16. Firefly algorithm - the movement of fireflies, equation of movement, control parameters

- Porovnám vzdálenost mezi každými dvěma jedinci - horší z nich se pak pohybuje směrem k tomu lepšímu podle vzorce
- $X_i + (\text{beta} * (1/(\text{omega} + r)) * (X_j - X_i)) + \text{alfa} * (\text{random} - 0.5)$
- $\text{Omega}$  = nastavuje se na malou hodnotu jen aby nedošlo k dělení nulou
- Světlušky jsou po každé migraci seřazeny od nejlepší po nejhorší, tím pádem se mi spíš budou pohybovat horší k lepším a lepší se budou pohybovat více náhodně (tj, pokud není nalezena žádná atraktivnější světluška, je pohyb náhodný)
- <https://homel.vsb.cz/~ska206/bia.html>

**Algorithm 1.** Pseudo code for the standard FA.

```
begin
  generate initial population  $X_i$ ,  $i = 1 \dots popSize$ ;
  evaluate fitness values  $f(X_i)$ ,  $i = 1 \dots popSize$ ;
  while evalMax not reached do
    for ( $i = 1$ ;  $i \leq popSize$ ;  $i++$ ) do
      for ( $j = 1$ ;  $j \leq popSize$ ;  $j++$ ) do
        if  $f(X_j) > f(X_i)$  then
          move  $X_i$  towards  $X_j$  in all directions;
        end
        attractiveness varies with dist,  $r$  via  $e^{-\gamma r^2}$ 
        evaluate new solutions and update light intensity
      end
    end
    rank fireflies and find the current best
  end
  results and visualization
end
**evalMax: maximum number of function evaluations
**popSize: population size
```

### 17. Teaching-learning based algorithm - teaching phase, learning phase, teacher, mean, learner, control parameters

- 2 fáze teaching a learning
- Teaching fáze - vypočte se střední hodnota všech jedinců, pozice každého jedince se pak upraví pomocí této střední hodnoty
- $X_{new} = X_{old} + rand * (X_{teacher} - T_f * X_{stř})$ ,  $T_f = round(+rand(0,1))$  - teacher factor – je buď 1 nebo 2
- $X_{new}$  se přijme pouze pokud je lepší jak  $X_{old}$
- Learner fáze - jedince náhodně vybere dalšího jedince a upraví se pomocí vzorce
- $X_{new} = X_{old} + rand * (X_{oldlejší} - X_{oldhorší})$
- Opět se přijme pouze pokud je lepší

### 18. Diversity of population - positive and negative influences. How to preserve the diversity of the population. Premature convergence

- Diverzita = různorodost populace
- Malá diverzita může vést k elitizmu
- Čím větší diverzita, tím větší prostor prohledávám - může se zpomalit algoritmus, ale díky tomu mám menší šanci že se seknu v lokálním extrému
- Diverzita se uchovává většinou pomocí řídicích parametrů, případně můžu za určité podmínky (např. když se mi jedinci sbíhají v jednom místě) pro ty jedince vygenerovat nové náhodné pozice
- Premature convergence – jedinci se začnou sbíhat v lokálním extrému, díky nedostatečně prohledanému prostoru (můžu mít např. funkci, která má 2 velké extrémy daleko od sebe na jinak relativně rovné ploše)

### 19. Elitism and its influence on the algorithm convergence

- Vybírám pouze nejlepší (nebo nejhorší) jedince, mám pak malou diverzitu a můžu se tak velice rychle dostat k lokálním extrémům
- Jedinci se pak budou rychleji sbíhat k sobě

## 20. Complexity of algorithms

■

## 21. Number of evaluations of the objective function

- Bere se jako ohodnocení kvality algoritmu pro funkci. Čím méně ohodnocení je potřeba pro dosažení výsledku tím lépe.
- Můžu mít algoritmus, který najde výsledek např. v 5 generacích, ale během jednoho cyklu provede velké množství ohodnocení funkce což se bere jako nejvíc výpočetně náročná operace

## 22. NSGA II: Principle, fast non-dominated sorting

- Pro každé řešení si uloží počet řešení které mu dominuje  $n = \{4, 2, 0, 0, 3, 0\}$
- Pro každé řešení si uloží kterým řešením dominuje  $Sp = \{\{\}, \{0\}, \{0, 1, 4\}, \{0, 4\}, \{\}, \{0, 1, 4\}\}$
- Pokud jsou v  $n$  nějaké 0, odpovídající řešení vytvoří první rank, ty řešení pak dále ignoruji -  $Q_1 = \{2, 3, 5\}$
- Navštívím každé  $q$  v  $Sp$  kterým v  $n$  odpovídá 0 – v tomto příkladu to bude  $\{0, 1, 4\}$ ,  $\{0, 4\}$  a  $\{0, 1, 4\}$
- V  $n$  pak ty navštívené snížím o 1 – pro tenhle příklad 4 snížím o 3, 2 snížím o 2 a 3 snížím o 3 – to kde jsou v  $n$  0
- Získám v  $n$  další 0 a odpovídající řešení mi vytvoří další rank  $Q_2 = \{1, 4\}$
- Nakonec budu mít všechny ranky  $Q = \{\{2, 3, 5\}, \{1, 4\}, \{0\}\}$
- Fitness Crowdin – na základě vzdálenosti se pak setřizují řešení, jako nejlepší беру ty, které jsou od sebe nejdál vzdálené (dám jim tak vyšší ohodnocení)

- For each solution  $p$  we will calculate:
  - $n_p$  ... number of solutions which dominate the solution  $p$ 

$f_1$ : 

-4	-1	0	-4	-16	-1
----	----	---	----	-----	----

  
 $f_2$ : 

-16	-9	-4	0	-4	-1
-----	----	----	---	----	----
  - $S_p$  ... a set of solutions that the solution  $p$  dominates
 

$n = \{4, 2, 0, 0, 3, 0\}$   
 $S_p = \{\{\}, \{0\}, \{0, 1, 4\}, \{0, 4\}, \{\}, \{0, 1, 4\}\}$
- For solutions in the first nondominated front  $n_p = 0$
- Now, all solutions  $q$  in  $S_p$ , where for solution  $p$ ,  $n_p = 0$  will be visited and their domination count will be reduced
 

$Q_1 = \{2, 3, 5\}$   
 $Q = \{\{2, 3, 5\}, \{1, 4\}, \{0\}\}$

  - The new front will be created. If  $n_q = 0$ , it is added to new front  $Q$
- At the end of the algorithm, we will get all fronts  $Q$

■