

Pravděpodobnost a statistika - verze 220523A

Praktická část - (0 – 50) bodů, požadované minimum: 25 bodů

1. Do obchodu dodává 30 % jablek farmář Jenda a zbytek společnost Gigasad. Červenou barvu má 75 % jablek od Jendy a 20 % jablek z Gigasadu.

- a) Kolik procent prodáváných jablek má červenou barvu? **(5b)**
- b) Pokud si koupím červené jablko, jaká je pravděpodobnost, že pochází z Jendovy farmy? **(5b)**

2. Cestující vlakem musí počítat s tím, že jejich vlak bude na příjezdu z různých důvodů opožděn. Předpokládejme, že zpoždění vlaku v minutách je popsáno náhodnou veličinou X pro jejíž distribuční funkci platí:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0, \\ c(40x - x^2) & 0 < x \leq 20, \\ 1 & x > 20. \end{cases}$$

- a) Určete konstantu c a hustotu pravděpodobnosti $f(x)$ náhodné veličiny X . Funkci $f(x)$ načrtněte. **(3b)**
 - b) Určete očekávané zpoždění vlaku (střední hodnotu) a medián náhodné veličiny X . **(3,5b)**
 - c) Vypočtěte pravděpodobnost, že vlak bude mít zpoždění 5 až 10 minut a pravděpodobnost, že zpoždění vlaku bude 15 minut. **(2,5b)**
 - d) Spokojenost cestujících se s rostoucím zpožděním zmenšuje. Jestliže je spokojenost S v závislosti na zpoždění vlaku kvantifikována funkcí $S = 25 - 1,2X$, určete střední hodnotu S . **(1b)**
3. Manažer během dne obvolává zákazníky společnosti, ve které pracuje, a nabízí jim aktualizaci jejich stávající smlouvy. Pravděpodobnost, že zákazník přistoupí na aktualizaci smlouvy je 0,69 a lze předpokládat, že se jednotliví zákazníci chovají zcela nezávisle. Manažerův pracovní den končí ve chvíli, kdy získá 5 zákazníků pro aktualizaci jejich smluv.
- a) Uvažujte náhodou veličinu popisující počet zákazníků, které musí manažer obvolat, než získá 5 zákazníků pro aktualizaci jejich smluv. Určete rozdělení této náhodné veličiny a její parametr(y). **(2b)**
 - b) Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku počtu zákazníků, které musí manažer obvolat, než získá 5 zákazníků pro aktualizaci jejich smluv. **(2b)**
 - c) Jaká je pravděpodobnost, že manažer bude muset pro získání 5 zákazníků pro aktualizaci smluv oslovit více než 7 zákazníků? **(2b)**
 - d) Musí-li manažer oslovit více než 7 zákazníků pro získání 5 zákazníků, je velmi znepokojen a odchází si vybit frustraci do posilovny. Jaká je pravděpodobnost, že během pětidenního pracovního týdne půjde do posilovny alespoň dvakrát? **(4b)**

Popis datového souboru potřebného pro úlohy 4 a 5:

V rámci výzkumné studie respondenti z nižšího stupně víceletých gymnázií (prima, sekunda, tercie, kvarta) hodnotili svůj vztah k předmětu Informatika. Hodnocení na VAS škále 0-100 bodů (umístění posuvníku s krokem 0,01, kde 0 bodů znamenalo velmi negativní vztah a 100 bodů znamenalo velmi pozitivní vztah) probíhalo na začátku a na konci školního roku.

4. Na základě **hodnocení získaného na konci školního roku** analyzujte vztah studentů primy a kvarty k předmětu Informatika. **Obsahují-li data odlehlá pozorování, do analýzy je nezařazujte.** Nezapomeňte na ověření předpokladů pro použití metod statistické indukce.
 - a) Pro studenty primy a kvarty určete bodové a 90% levostranné intervalové odhady střední hodnoty, popř. mediánu, hodnocení jejich vztahu k předmětu Informatika. Výsledek pro studenty kvarty interpretujte. **(3b)**
 - b) Pro studenty kvarty určete, zda pozorované průměrné hodnocení vztahu, popř. medián hodnocení vztahu, statisticky významně převyšuje 65 bodů. K ověření využijte intervalový odhad i příslušný čistý test významnosti. **(3b)**
 - c) Na hladině významnosti 10 % určete, zda je střední hodnota, popř. medián, hodnocení vztahu k Informatice pro studenty kvarty statisticky významně větší než pro studenty primy. Pro ověření použijte příslušný čistý test významnosti. **(4b)**
5. Na hladině významnosti 10 % rozhodněte, zda střední hodnota, popř. medián, **hodnocení vztahu k Informatice na konci školního roku** statisticky významně závisí na ročníku studenta. Pokud ano, zjistěte, zda lze některé ročníky z hlediska střední hodnoty, popř. mediánu, hodnocení vztahu k Informatice na konci školního roku označit za homogenní a ročníky případně dle sledovaného parametru a výsledků post-hoc analýzy seřad'te sestupně. **Obsahují-li data odlehlá pozorování, do analýzy je nezařazujte.** Nezapomeňte ověřit předpoklady pro použití zvoleného testu. **Poznámka:** V tomto příkladu do srovnání zařad'te všechny ročníky (prima, sekunda, tercie, kvarta). **(10b)**