

# Pravděpodobnost a statistika - verze 220523B

## Praktická část - (0 – 50) bodů, požadované minimum: 25 bodů

1. Třetinu polévek ve školní jídelně vaří Marie a zbytek Ludmila. Marie přesolí 10 % polévek, Ludmila pouze 5 %.

- a) Kolik procent polévek podávaných ve školní jídelně je přesolených? (**5b**)
- b) Dnešní polévka je přesolená. Jaká je pravděpodobnost, že ji vařila Marie? (**5b**)

2. Cestující vlakem musí počítat s tím, že jejich vlak bude na příjezdu z různých důvodů opožděn. Předpokládejme, že zpoždění vlaku v minutách je popsáno náhodnou veličinou  $X$  pro jejíž distribuční funkci platí:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0, \\ c(32x - x^2) & 0 < x \leq 16, \\ 1 & x > 16. \end{cases}$$

- a) Určete konstantu  $c$  a hustotu pravděpodobnosti  $f(x)$  náhodné veličiny  $X$ . Funkci  $f(x)$  načrtněte. (**3b**)
  - b) Určete očekávané zpoždění vlaku (střední hodnotu) a medián náhodné veličiny  $X$ . (**3,5b**)
  - c) Vypočtěte pravděpodobnost, že vlak bude mít zpoždění 4 až 8 minut a pravděpodobnost, že zpoždění vlaku bude 2 minuty. (**2,5b**)
  - d) Spokojenost cestujících se s rostoucím zpožděním zmenšuje. Jestliže je spokojenost  $H$  v závislosti na zpoždění vlaku kvantifikována funkcí  $H = 35 - 2X$ , určete střední hodnotu  $H$ . (**1b**)
3. Doba (v měsících), kterou potřebuje realitní makléř k prodeji jedné nemovitosti, se řídí normálním rozdělením se střední hodnotou 4 měsíce a směrodatnou odchylkou 1 měsíc.
- a) Načrtněte distribuční funkci doby potřebné k prodeji nemovitosti. (**1b**)
  - b) Pokud makléř nezvládne prodat nemovitost do půl roku, bude mu sražena provize z prodeje. Jaká je pravděpodobnost, že mu bude udělena srážka z provize u náhodně vybrané nemovitosti, jejíž prodej má zrovna na starost? Výsledek zaznačte do náčrtku distribuční funkce z bodu a). (**2b**)
  - c) Jaká je pravděpodobnost, že makléř stihne nemovitost prodat aniž by mu byla sražena provize, jestliže už uběhly 4 měsíce a nemovitost stále neprodal? (**3b**)
  - d) Jaká je pravděpodobnost, že u 20 náhodně vybraných nemovitostí bude průměrná doba potřebná k prodeji nemovitosti menší než 3,5 měsíce? (**4b**)

### **Popis datového souboru potřebného pro úlohy 4 a 5:**

V rámci výzkumné studie respondenti z nižšího stupně víceletých gymnázií (prima, sekunda, tercie, kvarta) hodnotili svůj vztah k předmětu Informatika. Hodnocení na VAS škále 0-100 bodů (umístění posuvníku s krokem 0,01, kde 0 bodů znamenalo velmi negativní vztah a 100 bodů znamenalo velmi pozitivní vztah) probíhalo na začátku a na konci školního roku. Hodnocení vyšší než 65 bodů označme jako "pozitivní", hodnocení 65 bodů a méně označme jako "průměrné až negativní". (**Nápověda:** V přiděleném datovém souboru si definujte novou kategoriální proměnnou, která bude mít varianty "pozitivní" a "průměrné až negativní". K definování nové proměnné využijte např. software R nebo MS Excel.)

4. Na základě **kategorizovaného hodnocení (pozitivní/průměrné až negativní) získaného na konci školního roku** analyzujte vztah studentů primy a kvarty k předmětu Informatika. Nezapomeňte na ověření předpokladů pro použití metod statistické indukce.
  - a) Pro studenty primy a kvarty určete bodové a 90% levostranné intervalové odhady pravděpodobnosti, že svůj vztah k předmětu Informatika hodnotí jako "pozitivní". Výsledek pro studenty kvarty interpretujte. (**3b**)
  - b) Překračuje podíl studentů kvarty, kteří vnímají předmět Informatika "pozitivně" statisticky významně 50 %? K ověření využijte intervalový odhad i příslušný čistý test významnosti. (**3b**)
  - c) Na hladině významnosti 10 % určete, zda se statisticky významně liší podíl studentů primy a kvarty, kteří předmět Informatika vnímají "pozitivně". Pro ověření použijte příslušný intervalový odhad. (**4b**)
5. Na základě **kategorizovaného hodnocení (pozitivní/průměrné až negativní) získaného na konci školního roku** analyzujte vztah studentů primy a kvarty k předmětu Informatika. Nezapomeňte na ověření předpokladů pro použití metod statistické indukce.
  - a) Uveďte asociační tabulku vhodnou pro analýzu výskytu "průměrného až negativního" hodnocení vztahu k Informatice v závislosti na ročníku studia. Tabulku rozšířte o řádkové relativní četnosti. (**2b**)
  - b) Načrtněte graf pro vizualizaci dané závislosti (korespondující s tabulkou uvedenou v bodě a)) a na základě asociační tabulky, daného grafu a vhodné míry kontingence interpretujte závěry, k nimž jste ohledně sledované závislosti došli. (**2b**)
  - c) Určete bodové odhady šance na výskyt "průměrného až negativního" hodnocení vztahu k Informatice pro studenty primy a kvarty a bodový a 90% intervalový odhad příslušného poměru šancí. Výsledek bodového odhadu šance pro studenty kvarty interpretujte. (**4b**)
  - d) Na hladině významnosti 10 % rozhodněte, zda je pozorovaná závislost statisticky významná. Pro ověření výzkumné hypotézy použijte poměr šancí. Poměr šancí interpretujte. (**2b**)