

1. Identifikace rakoviny plic na základě rentgenového snímku je falešně pozitivní (pozitivní v případě, že pacient nemá rakovinu plic) v 5 % případů a falešně negativní (negativní v případě, že pacient má rakovinu plic) ve 40 % případů.
  - a) Karlovi udělali v rámci preventivní zdravotní prohlídky rentgenový snímek hrudníku. Tento snímek se vrátil s pozitivním nálezem na rakovinu plic. Karel si zjistil, že pouze jeden z 500 zaměstnanců na srovnatelné pracovní pozici má rakovinu plic. Jaká je pravděpodobnost, že Karel má rakovinu plic? **(5b)**
  - b) Stejný test, který podstoupil Karel, podstoupil i Jiří (a snímek se mu také vrátil s pozitivním nálezem na rakovinu plic). Jiří však 20 let pracoval jako horník v uhelném dolu a ví, že 15 procent jeho bývalých kolegů má rakovinu plic. Jaká je pravděpodobnost, že Jiří má rakovinu plic? **(5b)**
  
2. V zásilce 10 výrobků je 8 kvalitních a 2 nekvalitní. Ze zásilky náhodně vybereme 2 výrobky, přičemž vybrané výrobky nevracíme zpět. Označme  $X$  počet kvalitních výrobků mezi vybranými. Určete
  - a) pravděpodobnostní funkci náhodné veličiny  $X$ , **(2b)**
  - b) distribuční funkci náhodné veličiny  $X$  a graficky ji znázorněte, **(2b)**
  - c) střední hodnotu, směrodatnou odchylku a modus náhodné veličiny  $X$ . **(2b)**

Uvažujeme dále, že výrobce dostane sankci 2 000 Kč za každý nevyhovující výrobek při kontrole dvou náhodně vybraných výrobků z produkce.

  - d) Určete očekávanou sankci výrobce (stř. hodnotu), směrodatnou odchylku a modus sankcí. **(2b)**
  - e) S jakou pravděpodobností bude sankce výrobce nižší než 3 000 Kč? **(2b)**
  
3. Dlouhodobým pozorováním bylo zjištěno, že doba potřebná k objevení a odstranění poruchy stroje (náhodná veličina  $X_i$ ) má exponenciální rozdělení se střední hodnotou 40 minut.
  - a) Načrtněte hustotu pravděpodobnosti náhodné veličiny modelující dobu potřebnou k objevení a opravení poruchy stroje. **(2b)**
  - b) Určete pravděpodobnost, že doba do objevení a opravení poruchy nepřekročí jednu hodinu. Danou  $p$ -st vyznačte v náčrtku v bodu a). **(1,5b)**
  - c) Určete dobu do objevení a opravení poruchy, která bude překročena s pravděpodobností 10 %. Vyznačte tuto dobu v náčrtku v bodu a). **(1,5b)**
  - d) Určete pravděpodobnost, že celková doba potřebná k objevení a odstranění 100 poruch nepřekročí 65 hodin. **(5b)**
  
4. V přiděleném datovém souboru najdete výsledky měření rychlosti internetového připojení u zákazníků, kteří si vyžádali servisní prohlídku. U každého servisního zásahu jsou uvedeny rychlosti připojení (Mb/s) před příchodem technika a rychlosti připojení po servisním zásahu, doplněno o informaci, o jaký typ připojení se jednalo (ADSL/KABEL/OPTIKA/SATELIT).
  - a) Určete bodový a 95% levostranný intervalový odhad střední hodnoty (popř. mediánu) relativní změny rychlosti (%) internetového připojení po servisním zásahu technika pro zákazníky s typem připojení ADSL a SATELIT. Výsledky interpretujte. **(3b)**
  - b) Rozhodněte, zda servisním zásahem technika došlo u zákazníků s připojením typu SATELIT ke statisticky významnému procentuálnímu (relativnímu) zvýšení rychlosti internetového připojení. K testu využijte intervalový odhad nalezený v bodě a) i příslušný čistý test významnosti. Výsledky interpretujte. **(2b)**
  - c) Na hladině významnosti 5 % ověřte, zda se pozorované střední relativní změny (popř. mediány změn) rychlosti (%) internetového připojení statisticky významně liší pro zákazníky s typem připojení ADSL a SATELIT. **(5b)**

5. V přiděleném datovém souboru najdete výsledky měření rychlosti internetového připojení u zákazníků, kteří si vyžádali servisní prohlídku. U každého servisního zásahu jsou uvedeny rychlosti připojení (Mb/s) před příchodem technika a rychlosti připojení po servisním zásahu, doplněno o informaci, o jaký typ připojení se jednalo (ADSL/KABEL/OPTIKA/SATELIT).

Na hladině významnosti 5 % rozhodněte, zda se rychlosti internetového připojení před zásahem technika statisticky významně liší v závislosti na typu připojení: ADSL, KABEL, SATELIT a OPTIKA. Pokud ano, zjistěte, zda lze některé typy připojení označit (z hlediska střední hodnoty (popř. mediánu) rychlosti internetového připojení před zásahem technika) za homogenní a typy připojení případně dle sledovaného parametru a výsledků post-hoc analýzy seřadte sestupně. **(10b)**

---

5. V přiděleném datovém souboru najdete výsledky měření rychlosti internetového připojení u zákazníků, kteří si vyžádali servisní prohlídku. U každého servisního zásahu jsou uvedeny rychlosti připojení (Mb/s) před příchodem technika a rychlosti připojení po servisním zásahu, doplněno o informaci, o jaký typ připojení se jednalo (ADSL/KABEL/OPTIKA/SATELIT).

Analyzujeme rychlost připojení před zásahem technika pouze u zákazníků s připojením typu ADSL a SATELIT. Rychlost připojení nižší než 18 Mb/s považujeme za nízkou, rychlost připojení alespoň 18 Mb/s považujeme za optimální. Cílem analýzy je zjistit, zda typ připojení statisticky významně souvisí s jeho kvalitou (nízká vs. optimální rychlosti).

- Určete asociační tabulku pro analýzu uvedené závislosti. Tabulku rozšiřte o řádkové relativní četnosti. **(2b)**
- Načrtněte graf pro vizualizaci dané závislosti (korespondující s tabulkou uvedenou v bodě a)) a na základě asociační tabulky, daného grafu a vhodné míry kontingence interpretujte závěry, k nimž jste ohledně sledované závislosti došli. **(2b)**
- Určete bodové odhady šance na výskyt internetového připojení s nízkou rychlostí pro oba srovnávané typy připojení. Výsledky interpretujte. **(3b)**
- Na hladině významnosti 5 % rozhodněte, zda je pozorovaná závislost statisticky významná. Pro ověření výzkumné hypotézy použijte poměr šancí. **(3b)**