

# Pravděpodobnost a statistika - verze 220530A

## Praktická část - (0 – 50) bodů, požadované minimum: 25 bodů

1. Na online seznamce je registrováno 40 % žen a 60 % mužů. Jedna čtvrtina mužů se vydává za ženy a 5 % žen se vydává za muže.
  - a) Pokud dotyčná osoba tvrdí, že je žena, s jakou pravděpodobností se skutečně jedná o ženu? **(5b)**
  - b) Kolik procent lidí na této seznamce se vydává za opačné pohlaví? **(5b)**
2. Firma přijala od dodavatele zásilku 20 čipů z nichž 4 jsou poruchové. Náhodnou veličinou  $X$  popíšeme počet poruchových čipů mezi třemi náhodně vybranými čipy z této zásilky.
  - a) Tabulkou запиšte pravděpodobnostní funkci náhodné veličiny  $X$  **(2b)**
  - b) Určete distribuční funkci náhodné veličiny  $X$  a načrtněte její graf. **(2b)**
  - c) Určete střední hodnotu, směrodatnou odchylku a modus počtu poruchových čipů v náhodném výběru tří čipů. **(2b)**

Zisk firmy za implementovaný funkční čip se dá vyčíslit na 2 000 Kč. (Pokud je k implementaci použit čip poruchový, zisk firmy je nulový.) Jestliže jsou pro implementaci vybrány náhodně 3 čipy z uvedené zásilky, určete:

  - d) očekávaný zisk firmy, **(2b)**
  - e) pravděpodobnost, že zisk bude nejvýše 2 000 Kč. **(2b)**
3. Firma pořádá každý měsíc seminář zaměřený na soft skills. Počet zájemců o jeden takový seminář lze modelovat Poissonovým rozdělením se střední hodnotou 11 zájemců. Seminář se uskuteční, je-li přihláшено alespoň 5 zájemců. Kapacita semináře je ovšem omezena na 20 účastníků. Je-li kapacita semináře naplněna, další zájemci jsou jednoduše odmítnuti.
  - a) Načrtněte pravděpodobnostní funkci počtu zájemců o seminář v daném měsíci. **(1b)**
  - b) Jaká je pravděpodobnost, že se seminář v daném měsíci uskuteční? **(2b)**
  - c) Jaká je pravděpodobnost, že se všichni zájemci na seminář v daném měsíci dostanou, jestliže už je minimální potřebná kapacita pro realizaci naplněna? **(3b)**
  - d) Jaká je pravděpodobnost, že z dvanácti seminářů pořádaných za rok se uskuteční alespoň dvě třetiny z nich? Předpokládejme, že jednotlivé semináře mají různá témata a různé přednášející a jejich plánování a realizace jsou navzájem nezávislé. **(4b)**

### Popis datového souboru potřebného pro úlohy 4 a 5:

V rámci výzkumné studie byli probandi s nadváhou, popř. obezitou prvního stupně (BMI 25-35) náhodně rozděleni do čtyř skupin, které po dobu tří měsíců upravily dle instrukcí své chování. Jedna skupina probandů (KETO) dodržovala tzv. KETO dietu, druhá skupina (HIIT) třikrát týdně podstupovala vysoce intenzivní intervalový trénink (cvičení), třetí skupina (KETO+HIIT) kombinovala KETO dietu a vysoce intenzivní intervalový trénink, čtvrtá skupina (KONTROL) své chování nezměnila. Pro každého z probandů byl zjištěn počáteční BMI (BMI.0,  $kg/m^2$ ) a koncový BMI (BMI.1,  $kg/m^2$ ) po daných třech měsících. Informace o skupině, do níž probandi byli zařazeni, a o jejich počátečním a koncovém BMI máte k dispozici v přiděleném datovém souboru.

4. Analyzujte pokles BMI (tj. BMI.0-BMI.1) probandů zařazených do skupin KETO a KONTROL. **Obsahují-li data odlehlá pozorování, do analýzy je nezařazujte.** Nezapomeňte na ověření předpokladů pro použití metod statistické indukce.
  - a) Pro probandy ze skupiny KETO a skupiny KONTROL určete bodové a 95% jednostranné intervalové odhady střední hodnoty, popř. mediánu, poklesu BMI. Výsledek pro probandy ze skupiny KETO interpretujte. **(3b)**
  - b) Pro probandy ze skupiny KETO určete, zda je pozorovaný průměrný pokles BMI, popř. medián poklesu BMI, statisticky významný. K ověření využijte intervalový odhad i příslušný čistý test významnosti. **(3b)**
  - c) Na hladině významnosti 5 % určete, zda se střední hodnota, popř. medián, poklesu BMI pro probandy ze skupin KETO a KONTROL statisticky významně liší. Pro ověření použijte příslušný čistý test významnosti. **(4b)**
5. Definujte novou dichotomickou proměnnou (ZMENA.kat, varianty proměnné: ANO, NE), která bude definovat, zda u probanda došlo během tří měsíců k poklesu BMI o více než 2,5  $kg/m^2$ . Následně ověřte, zda existuje statisticky významný vliv typu změny chování probandů na pokles BMI o více než 2,5  $kg/m^2$ , tj. srovnajte přítomnost poklesu BMI o více než 2,5  $kg/m^2$  u probandů ze skupiny KETO a skupiny HIIT. Nezapomeňte na ověření předpokladů pro použití metod statistické indukce.
  - a) Uveďte asociační tabulku vhodnou pro analýzu závislosti **neexistence** poklesu BMI o více než 2,5  $kg/m^2$  na skupině (KETO vs. HIIT), do níž byli probandi zařazeni. Tabulku rozšiřte o řádkové relativní četnosti. **(2b)**
  - b) Načrtněte graf pro vizualizaci dané závislosti (korespondující s tabulkou uvedenou v bodě a)) a na základě asociační tabulky, daného grafu a vhodné míry kontingence interpretujte závěry, k nimž jste ohledně sledované závislosti došli. **(2b)**
  - c) Určete bodový a 95% oboustranný intervalový odhad rizika, že po 3 měsících užívání KETO diety nedojde k poklesu BMI o více než 2,5  $kg/m^2$ . Výsledek interpretujte. **(3b)**
  - d) Na hladině významnosti 5 % rozhodněte, zda je pozorovaná závislost statisticky významná. Pro ověření výzkumné hypotézy použijte odhad příslušného relativního rizika. (Doplňte interpretaci bodového a 95% intervalového odhadu relativního rizika.) **(3b)**