

# Sprawozdanie nr 7

Kamil Połacik

**Zadanie 7.23.** Oblicz dokładną wartość całki oznaczonej postaci:

$$\int_0^1 \frac{x \, dx}{x^2 + 1}$$

Napisz skrypt wyznaczający złożoną kwadraturę trapezów dla  $n = 12$ .  
Oszacuj błąd teoretyczny i wyznacz błąd rzeczywisty tej kwadratury złożonej.

Obliczanie całki oznaczonej analitycznie:

$$\int_0^1 \frac{x \, dx}{x^2 + 1} = \begin{matrix} t = x^2 + 1 \\ dt = 2x \, dx \\ \frac{1}{2} dt = x \, dx \end{matrix} = \int \frac{\frac{1}{2} dt}{t} = \frac{1}{2} \int \frac{1}{t} \, dt = \frac{1}{2} \ln|t| + c = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c$$

$$\int_0^1 \frac{x \, dx}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \ln(2) - \frac{1}{2} \ln(0) = \frac{\ln(2)}{2} \approx \mathbf{0.34657359027997}$$

## Skrypty

Skrypt z funkcją podcałkową (funkcja.m):

```
function y = funkcja(x)
    y = x/(x^2+1);
endfunction
```

Skrypt z funkcją obliczającą ZKT (ZKT.m):

```
function [kwadratura,blad] = ZKT(f,a,b,n)
    h=(b-a)/n;
    s=0;
    for i=1:(n-1)
        s+=f(a+i*h);
    endfor
    kwadratura = (h/2)*(f(a)+f(b)+2*s);
    blad = ((h^2)/12)*(b-a);
endfunction
```

Skrypt wywołany za pomocą polecenia:

```
[kwadratura,blad]=ZKT(@funkcja,0,1,12)
```

## Wyniki

Całka oznaczona analitycznie wynosi:

0.34657359027997

Funkcja podcałkowa:

$$y = x/(x^2+1);$$

Wynik za pomocą polecenia quad:

$$\text{octava} = 0.346573590279973$$

Wynik za pomocą skryptu ZKT:

$$\text{kwadratura} = 0.345994382891134$$

$$\text{blad} = 5.787037037037037\text{e-}04$$

Błąd rzeczywisty wynosi:

$$\text{b\_rz} = 5.792073888385429\text{e-}04$$