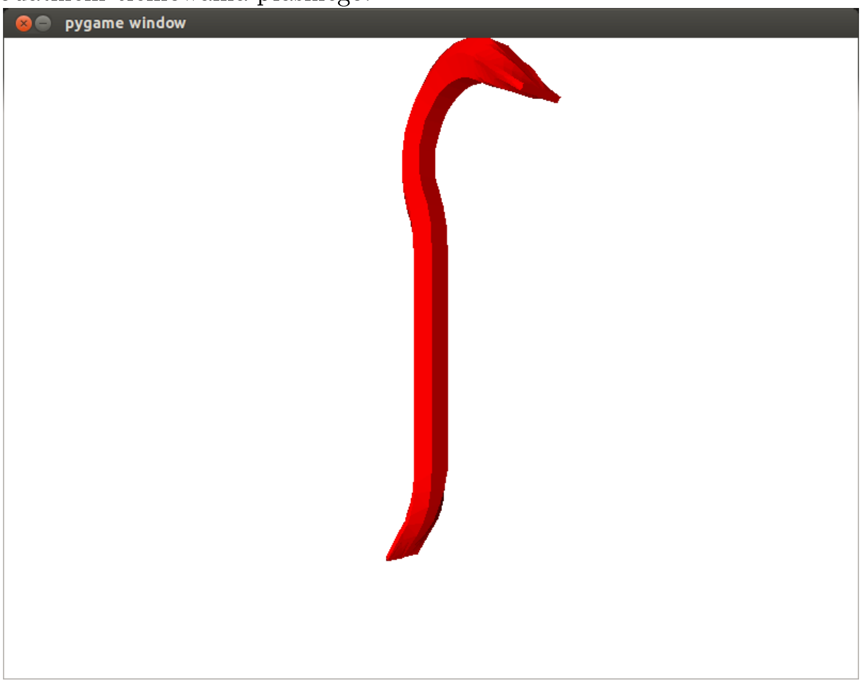
Grafika gier 3D od podstaw

Trójwymiarowe gry komputerowe już niemal od dwóch dekad rządzą się tymi samymi prawami. Spróbujemy zbudować minimalistyczny silnik 3D i zbadać podstawy jego działania. Omawiane przykłady można znaleźć w repozytorium github.com/kwahoo2/basic3d-py-eng Stamtąd polecam pobierać kod źródłowy - interpreter może mieć problemy z kodem skopiowanym z listingów osadzonych w niniejszym PDF-ie.

1. Wprowadzenie

Tekst ten ma być tak prosty jak tylko to możliwe. Zarówno od strony programistycznej jak i matematycznej. W założeniu powinien być on zrozumiały dla bystrego dwunastolatka. Przynajmniej mam taką nadzieję.

W odróżnieniu od większości podobnych przewodników, skupimy się na podstawach, poczynając od pojedyńczych pikseli i trójkątów. Stworzymy całkowicie programowy silnik, bez pomocy OpenGL czy innych podobnych bibliotek. Ostatecznie będzie on wyświetlał ruchomy model łomu pobrany z pliku zewnętrznego z dodatkiem cieniowania płaskiego.



Nie będziemy się skupiać na operacjach na macierzach, tam gdzie nie jest to konieczne jak również nie będziemy zajmować się bardziej wymyślnymi rozwiązaniami w grafice 3D jak współrzędne jednorodne. Ludzie zajmujący się już tematyką grafiki 3D nie znajdą tutaj zapewne niczego ciekawego.

Całość powstanie w języku skryptowym Python. Wybór wydaje się mało sensowny dla silnika 3D, z uwagi na bardzo niską wydajność, ale przecież nie chodzi nam o wydajność a o prostotę i walory edukacyjne. Będziemy też unikać bardziej zaawansowanych elementów programowania jak klasy czy obiekty. Całość ma być zrozumiała nawet dla ludzi bez doświadczenia programistycznego, a kod ma się zamknąć w około 300 liniach i ma działać zarówno pod Linuksem jak i Windowsem.

Oprócz Pythona (użyłem wersji 2.7) wykorzystamy też bibliotekę PyGame, która pomoże nam wyłącznie w rysowaniu okna i wypełnianiu go pikseli. Python jest już zwykle domyślnie zainstalowany w większości dystrycucji, a PyGame można znaleźć w pakiecie *python-pygame*.

Po otwarciu konsoli i wpisaniu wywołaniu w niej Pythona, możemy zacząć eksperymentować widząc na bieżąco wyniki naszych prac:

```
$ python
Python 2.7.4 (default, Jul  5 2013, 08:21:57)  [GCC 4.7.3] on linux2 Type "help", "copyright", "credits" or
>>>
```

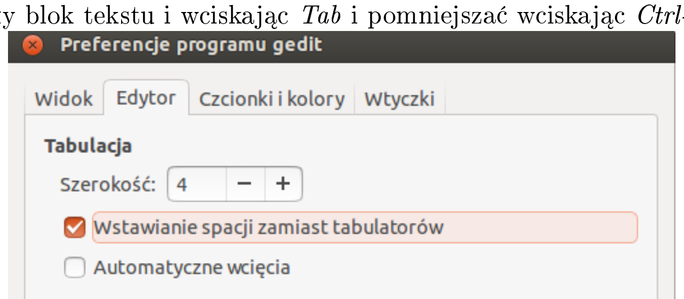
Wychodzimy z interpretera wciskając *Ctrl-D*. Możemy też zapisywać kod w plikać tekstowych i wywoływać je w następujący sposób:

```
$ python naszprogram.py
```

Na początek uruchomimy prosty program wyświetlający puste okno - umożliwi on sprawdzenie czy PyGame jest prawidłowo zainstalowane. Utwórzmy plik z rozszerzeniem *.py mający następującą treść (Kod progamu do pobrania):

```
import pygame

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))

    running = True

    while running:
        for event in pygame.event.get(): #przerwanie petli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

main()
```

Warto zauważyć, że Python nie wykorzystuje nawiasów do zamykanie pętli (for, while), ani do instrukcji warunkowych (if). Jest za to wrażliwy na wcięcia. Proponuję używać czterech spacji jako wcięcia. Wiele edytorów tekstu ma też opcję umożliwiającą automatyczą konwersję tabulatorów na spacje. Poniżej ustawienia w edytorze *gedit*. Porada: wcięcia można powiększać zaznaczając cały blok tekstu i wciskając *Tab* i pomniejszać wciskając *Ctrl-Tab*.



Najważniejszą częścią powyższego programu jest pętla *while running:*, która będzie tak długo jak długo zmienna *running* będzie miała wartość *True* (prawda). To wewnątrz niej będziemy wpisywać nasz kod. Dalej jest widoczna druga pętla monitorująca zdarzenia pochodzące od okna:

```
for event in pygame.event.get(): #przerwanie petli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False
```

Gdy wciśniemy "krzyżyk" by zamknąć okno, to zmiennej running zostanie przypisana wartość *False*, czyli fałsz. Wtedy główna pętla (*while running:*) zostanie przerwana, bo running nie będzie już prawdą, i program zakończony.

Omówmy sobie też najważniejsze linie programu:

import pygame stąd Python wie, że ma uwzględniać moduł PyGame,

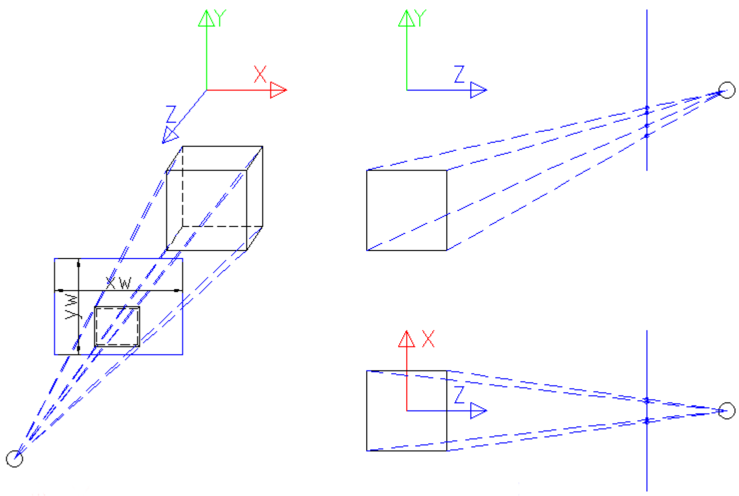
def main(): główna funkcja w programie, którą wywołujemy na końcu przez *main()*,

screen = pygame.display.set_mode((xw, yw)) korzystając z PyGame tworzymy okno o szerokości *xw* (tutaj 800 pikseli) i wysokości *yw* (600 pikseli).

2. Rzutowanie perspektywiczne

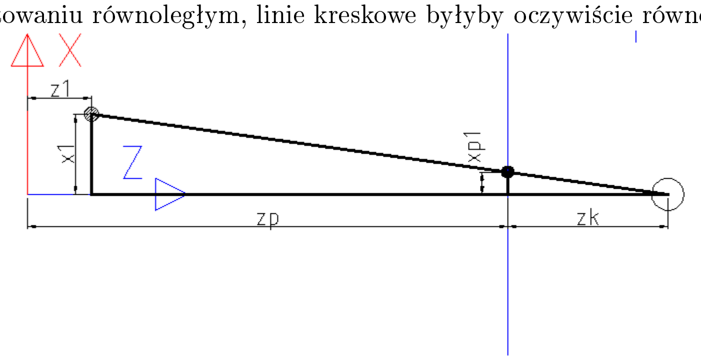
W grach stosowane jest rzutowanie perspektywiczne, odpowiadające rzeczywistości, gdzie dalsze obiekty wydają się mniejsze. W innych zastosowaniach, np. oprogramowanie CAD, można spotkać też rzutowanie równoległe, którym nie będziemy się tutaj zajmować.

Wyobraźmy sobie, że nie patrzymy na ekran komputera a na obiekt znajdujący się za oknem. Szyba tego okna jest odpowiednikiem naszego ekranu, którego nazywać też będziemy płaszczyzną rzutowania. Za oknem znajduje się kartonowe pudło. Bierzemy flamaster do ręki i zaczynamy zaznaczać na szybie punkty tak aby się pokrywały z wierzchołkami (narożnikami) pudła. Potem łączymy liniami narysowane punkty i ostatecznie zamalowujemy obszary zamknięte przez te linie. Właśnie utworzyliśmy na szybie rzut perspektywiczny naszego obiektu 3D (pudła).



Rysunek powyżej przedstawia taką sytuację. Widzimy tam nasz sześcian, obserwatora (czarny okrąg) i płaszyznę rzutowania (nasze okno) pod postacią niebieskiego prostokątu. Do tego wprowadzimy układ współrzędnych z X kierowanym w prawo, Y w górę i Z w kierunku obserwatora.

Po prawej stronie widzimy tę samą sytuację rozbitą na widoki: z boku (YZ) u z góry (XZ). Plaszczyzna rzutowania jest teraz widoczna jako niebieska linia, a w miejscu jej przecięcia z kreskowymi liniami, od obiektu do obserwatora, powstają rzutowane punkty. Tutaj ciekawostka, we wspominanym wcześniej rzutowaniu równoległym, linie kreskowe byłyby oczywiście równoległe.



Będziemy musieli, znając współrzędne x, y, z, wyliczyć współrzędne (nazwijmy je xp i yp) położenie projekcji punktu na ekranie. Przyjrzyjmy się rysunkowi powyżej odpowiadającemu na widok z góry na nasz "świat". Chcemy wyliczyć współrzędną poziomą projekcji xp1 mając współrzędne punktu w przestrzeni x1 i z1. Przyglądając się dokłądniej możemy zobaczyć dwa trójkąty prostkątne. Jeden o przyprostokątnych zk i xp1, drugi o przyprostokątnych zp + zk - z1 oraz x1. Wyjaśniając: zp to odległość od środka układu współrzędnych do płaszczyzny rzutowania, zk to odległość od tej płasczyzny do obserwatora. Potrzebną wielkość xp1 można wyliczyć z proporcji dwóch trójkątów:

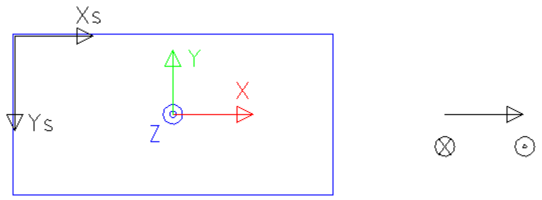
$xp1 = x1 \cdot \frac{zk}{zp+zk-z1}$

Analogicznie będzie dla wpółrzędnej y projekcji:

$yp1 = y1 \cdot \frac{zk}{zp+zk-z1}$

Zapiszemy to w naszym kodzie jako:

```
xp = zk * x /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
yp = zk * y /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
```



Trzeba ominąć jeszcze jedną pułapkę. Współrzędne okna (nazwane powyżej xs, ys) mają początek w lewym górnym narożniku i nie są spójne z wprowadzonym wcześniej układem. Trzeba dokonać konwersji, przy okazji mnożąc wartości przez jakąś skalę. Skala będzie mówić ilu pikselom ekranowym odpowiada jednostka w przestrzeni 3D.

$xps1 = \frac{xw}{2} + xp1 \cdot skala$

$yps1 = \frac{yw}{2} - yp1 \cdot skala$

W kodzie:

```
xps = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie oraz konwersja do liczby całkowitej
yps = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie i odwrócenie y oraz konwersja do liczby całko
```

Warto zwrócić uwagę na konwersję z liczby zmiennoprzecinkowej do całkowitej za pomocą *int()*. Położenie piksela musi być określone liczbami całkowitymi.

Wyświetlanie wierzchołków

Utwórzmy program wyświetlający projekcję wierzchołków sześcianu jak na powyższym zrzucie ekranu. Poniżej znajduje się pełny listing kodu. Kod do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    fizxw = 2.0 #"fizyczna" (w jednostach przestrzeni 3D) szerokość okna widzenia
    fov = math.radians(75) #określenie szerokości pola widzenia
    zp = 6.0 #odległość od środka układu współrzędnych do "ekranu"
    zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2)) #odległość od "ekranu" do obserwatora
    skala = int(xw / fizxw) #skala n pikseli na 1 jednostkę przestrzeni

    background_colour = (255,255,255)
    screen.fill(background_colour)

    p0 = (1.0, -3.0, 1.0) #punkt pierwszy - krotka, w odróżnieniu od listy niezmienna, 1.0, bo 
    p1 = (1.0, -1.0, 1.0)
    p2 = (-1.0, -3.0, 1.0)
    p3 = (-1.0, -1.0, 1.0)
    p4 = (1.0, -3.0, -1.0)
    p5 = (1.0, -1.0, -1.0)
    p6 = (-1.0, -3.0, -1.0)
    p7 = (-1.0, -1.0, -1.0)

    chmura = (p0, p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7) #zebranie wszystkich krotek do jednej nadrzędnej

    running = True #start głównej pętli programu
    while running:
        screen.fill(background_colour) #czyszczenie klatki

        for i in range(0, len(chmura)): #pętla 8-elementowa, 0-7, bo ostatnia jest pomijana, len
            print i
            punkt = chmura[i] #wybranie kolejnej krotki z nadrzędnej
            print punkt
            x = punkt[0] #wybrana pierwsza współrzedna
            y = punkt[1]
            z = punkt[2]
            xp = zk * x /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
            yp = zk * y /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
            xps = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wyśrodkowanie, skalowanie oraz konwersja do licz
            yps = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wyśrodkowanie, skalowanie i odwrocenie y oraz k
            print "x"+str(xps) #wypisanie wartości w konsoli
            print "y"+str(yps)
            screen.set_at((xps, yps), (0, 0, 0)) #narysowanie punktu w zadanym miejscu
            pygame.draw.circle(screen, (0, 0, 0), (xps, yps), 10, 1) #obrysowanie punktów okręga

        pygame.display.flip()
        for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

main()
```

Omówmy jego działanie krok po kroku. Najpierw wypełniony został cały ekran kolorem białym:

```
background_colour = (255,255,255)
screen.fill(background_colour)
```

Trzy następujące się liczby to składowe (liczby całkowite 0 - 255): kolor czerwony, zielony i niebieski.

Należało wprowadzić współrzędne (x, y, z) dla każdego z wierzchołków:

```
p0 = (1.0, -3.0, 1.0)
```

Są one reprezentowane za pomocą trzech liczb zmiennoprzecinkowych, Python liczbę „z przecinkiem“ automatycznie traktuje jako zmiennoprzecinkową, zebranych do krotki. Krotka to struktura danych pozwalająca zbierać kilka zmiennych różnych typów (np. liczba całkowita, ciąg znaków), ale w odróżnieniu od listy nie może być modyfikowana po utworzeniu. Krotki w Pythonie zbudowane są z użyciem nawiasów okrągłych (), listy z użyciem nawiasów kwadratowych [].

Dalej zbieramy wszystkie wierzchołki od p0 do p7 w jedną wspólną krotkę nazwaną chmura:

```
chmura = (p0, p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7)
```

Tu warto wspomnieć, że wszystko można by zrobić w jednym przypisaniu:

```
chmura = ((1.0, -3.0, 1.0), (1.0, -1.0, 1.0), (-1.0, -3.0, 1.0), (-1.0, -1.0, 1.0), (1.0, -3.0, -1.0), (1.0
```

Wewnątrz głównej pętli programu tworzymy podrzędną, której każde przejście będzie odpowiadało za narysowaniu punktu piksela postałego w wyniku projekcji każdego kolejnego wierzchołka:

```
for i in range(0, len(chmura)):
    punkt = chmura[i]
    x = punkt[0]
    y = punkt[1]
    z = punkt[2]
```

len zwraca długość zmiennej, w tym przypadku, dla naszej krotki będzie to 8. Pętla zostanie wykonana dla *i* równego 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7. zobaczmy przypadek, gdy *i* równa się 3. Z krotki *chmura* zostanie wybrany czwarty element (bo są numerowane od 0, nie od 1), czyli czwarty wierzchołek, i zmienna punkt będzie wtedy równa (-1.0, -1.0, 1.0). Następnie kolejnym współrzędnym x, y, z, zostanie przypisamy pierwszy [0], drugi [1] i trzeci [2] element krotki *punkt*, czyli x = -1.0, y = 0.0, z = 1.0.

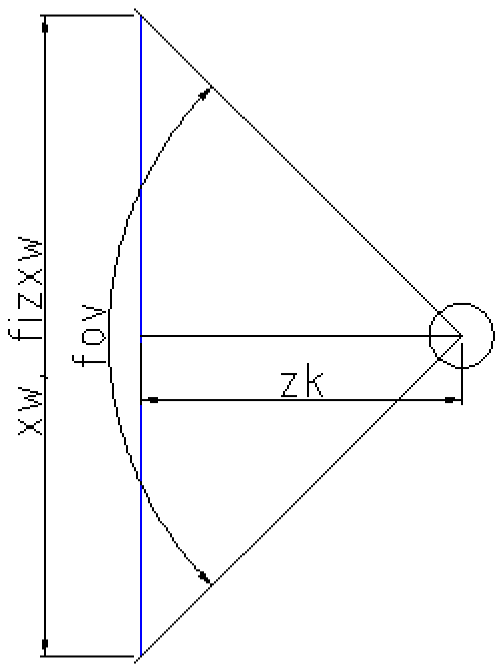
Dalej mamy wyliczenie projekcji, które zostało omówione wyżej. Przy okazji wypisuję wartości niektórych zmiennych do konsoli używając *print*. To nie jest konieczne, ale potrafi być przydatne, gdy program nie działa prawidłowo i szuka się błędu. Ostatecznie wstawiam czarny piksel w zaadanym miejscu:

```
screen.set_at((xps, yps), (0, 0, 0))
```

Oraz, już po wyjściu z pętli for, dokonuję wyświetlenia tego co narysowałem:

```
pygame.display.flip()
```

Przy okazji pojawił się kod rysujący okręgi - tak wysokopoziomowe funkcje nie będą nam ostatecznie potrzebne. Tutaj został tylko wykorzystany by położenie wierzchołków było lepiej widoczne.



Dodatkowo, na początku programu wprowadziłem odległość (zk) obserwator - płaszczyzna rzutowania zależną od kąta widzenia (fov):

```
fov = math.radians(75)
zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2))
```

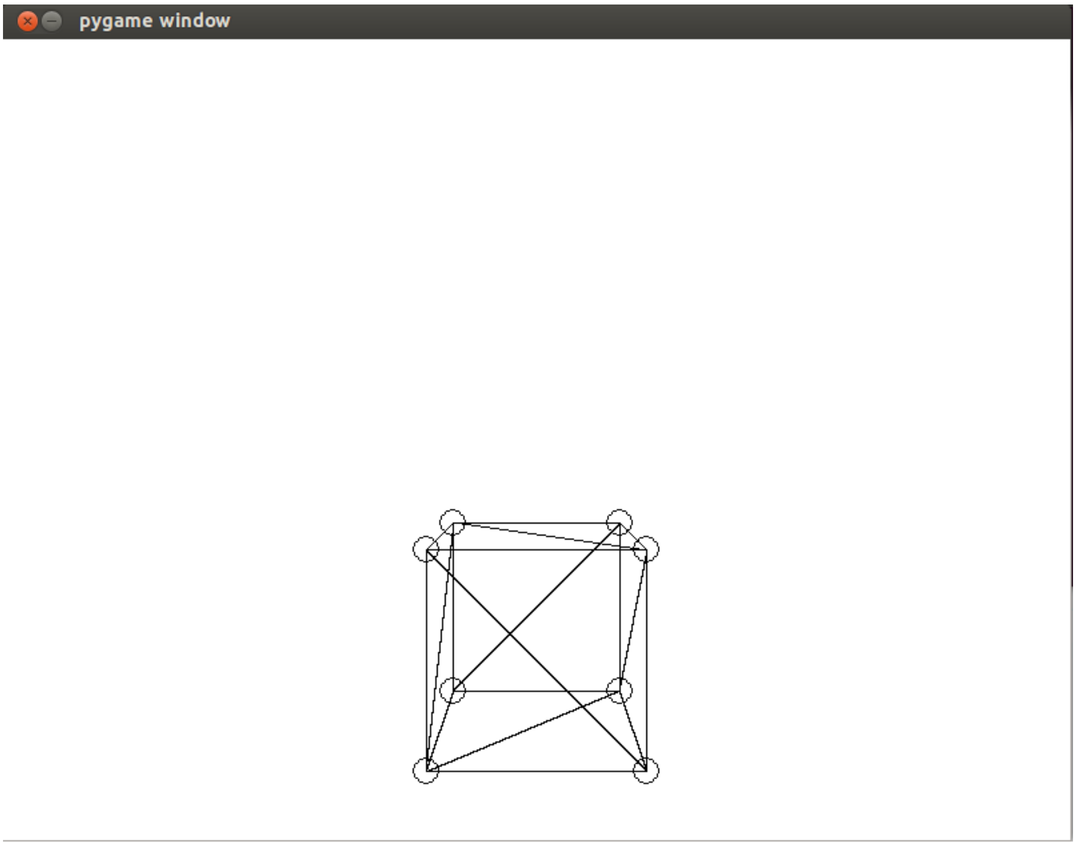
Pierwsza linia to konwersja ze stopni na, używane przez Pythona, radiany. Drugą można wyprowdzić z wykorzystaniem odrobiny trygonometrii:

$$\frac{0{,}5 \cdot fizxw}{zk} = \tan\left(\frac{fov}{2}\right)$$

$$0,5 \cdot fizxw = zk \cdot \tan\left(\frac{fov}{2}\right)$$

$$zk = \frac{0{,}5 \cdot fizxw}{\tan\left(\frac{fov}{2}\right)} = \frac{fizxw}{2 \cdot \tan\left(\frac{fov}{2}\right)}$$

Model drutowy, trójkąty

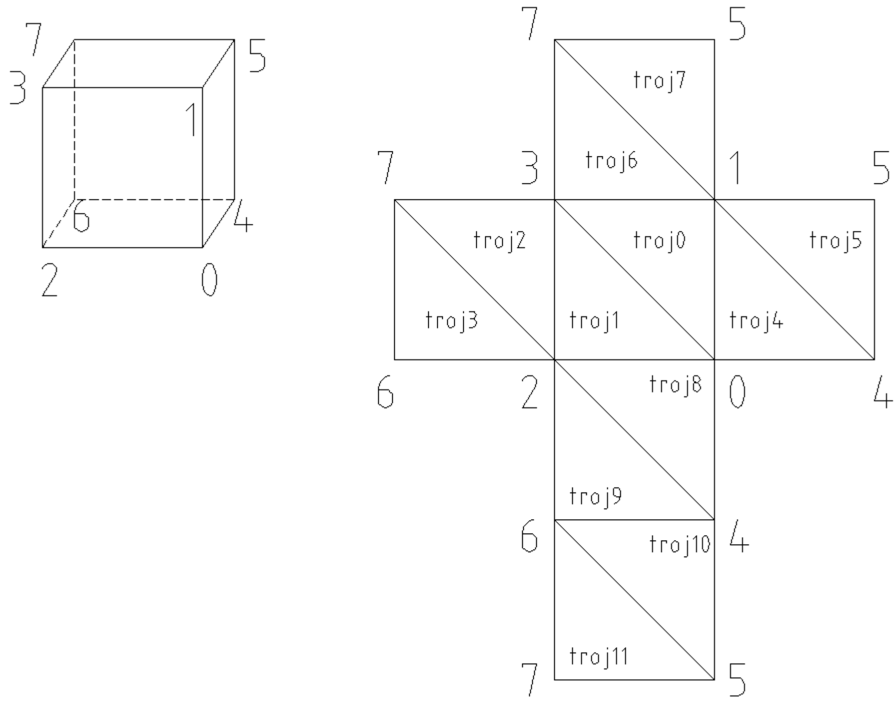


Kod programu do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    fizxw = 2.0 #"fizyczna" (w jednostach przestrzeni 3D) szerokość okna widzenia
    fov = math.radians(75) #określenie szerokości pola widzenia
    zp = 6.0 #odległość od środka układu współrzędnych do "ekranu"
    zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2)) #odległość od "ekranu" do obserwatora
    skala = int(xw / fizxw) #skala n pikseli na 1 jednostkę przestrzeni

    background_colour = (255,255,255)
    screen.fill(background_colour)

    p0 = (1.0, -3.0, 1.0) #punkt pierwszy - krotka, w odróżnieniu od listy niezmienna, 1.0, bo licz
    p1 = (1.0, -1.0, 1.0)
    p2 = (-1.0, -3.0, 1.0)
    p3 = (-1.0, -1.0, 1.0)
    p4 = (1.0, -3.0, -1.0)
    p5 = (1.0, -1.0, -1.0)
    p6 = (-1.0, -3.0, -1.0)
    p7 = (-1.0, -1.0, -1.0)

    chmura = (p0, p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7) #zebranie wszystkich krotek do jednej nadrzędnej

    troj0 = (0, 1, 3) #indeks wierzchołków wybranych z krotki "chmura, dal pierwszego trójkąta, + i
    troj1 = (0, 3, 2)
```

```
    troj2 = (2, 3, 7)
    troj3 = (2, 7, 6)
    troj4 = (4, 1, 0)
    troj5 = (1, 4, 5)
    troj6 = (1, 7, 3)
    troj7 = (1, 5, 7)
    troj8 = (4, 0, 2)
    troj9 = (4, 2, 6)
    troj10 = (5, 4, 6)
    troj11 = (5, 6, 7) #na szesciobok potrzeba 12 trójkątów

    zbiortroj = (troj0, troj1, troj2, troj3, troj4, troj5, troj5, troj7, troj8, troj9, troj10, troj
#alternatywnie zbiortroj = ((0, 1, 3), (0, 2, 3), itd)

    running = True #start głównej pętli programu
    while running:
        screen.fill(background_colour) #czyszczenie klatki

        for tr in range(0, len(zbiortroj)): #pętla 12-elemetowa, 0-11, bo ostania jest pomijana, le
            trojkat = zbiortroj[tr]
            xps = [0, 0, 0] #tymczasowa lista punktów [] to listy, () to krotki
            yps = [0, 0, 0]
            for i in range (0, 3):
                numerpunktu = trojkat[i] #pobranie indeksu punktu, "zbiortroj" ma wskazywac kolejne
                punkt = chmura[numerpunktu] #wybranie kolejnej krotki z krotki "chmura"
                x = punkt[0] #wybrana pierwsza współrzedna
                y = punkt[1]
                z = punkt[2]
                xp = zk * x /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
                yp = zk * y /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
                xps[i] = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie oraz konwersja do
                yps[i] = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie i odwrócenie y ora
                screen.set_at((xps[i], yps[i]), (0, 0, 0)) #narysowanie punktu w zadanym miejscu
                pygame.draw.circle(screen, (0, 0, 0), (xps[i], yps[i]), 10, 1) #obrysowanie punktów

            pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[0], yps[0]), (xps[1], yps[1]), 1)#rysuj linię
            pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[1], yps[1]), (xps[2], yps[2]), 1)#rysuj linię
            pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[2], yps[2]), (xps[0], yps[0]), 1)#rysuj linię

        pygame.display.flip()
        for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

main()
```

Kolejnym etapem jest podział naszego sześcianu na wielokąty. Będą to najprostsze możliwe wielokąty, czyli trójkąty, co ułatwi nam pracy na późniejszym etapie, gdy będziemy budować rasteryzer. Każda ściana sześcianu zostanie podzielona na dwa trójkąty.



Trójkąt zdefiniowany jest za pomocą trzech wierzchołków, ale zamiast ich współrzednych zostały zapisane pozycje w wcześniej zdefiniowanym zbiorze wierzchołków *chmura*:

```
troj0 = (0, 1, 3)
```

Według powyższego kodu, pierwszy trójkąt wykorzystuje wierzchołki o numerach 0, 1 i 3, czyli (1.0, -3.0, 1.0), (1.0, -1.0, 1.0) i (-1.0, -1.0, 1.0). Zrobiłem to w ten sposób, dlatego, że te same wierzchołki są wykorzystywane w wielu trójkątach. Mamy 12 trójkątów, każdy po 3 wierzchołki, co daje aż 36 wierchołków. Większość się pokrywa, dzięki czemu potrzebujemy tylko 8, nie 36.

Dla każdego trójkąta wykonywana jest następująca pętla:

```
for i in range (0, 3):
    numerpunktu = trojkat[i]
    punkt = chmura[numerpunktu]
    x = punkt[0]
    y = punkt[1]
    z = punkt[2]
```

Wewnątrz tej pętli, dla każdego z wierzchołków trójkąta, odczytywane są współrzędne x, y i z. Dodatkową różnicą w stosunku do poprzedniego kodu jest wprowadzenie trójelementowych list, które będą zapisywać położenie projekcji wszystkich trzech wierzchołków:

```
xps = [0, 0, 0]
yps = [0, 0, 0]
xps[i] = int((xw / 2) + (xp * skala))
yps[i] = int((yw / 2) - (yp * skala))
```

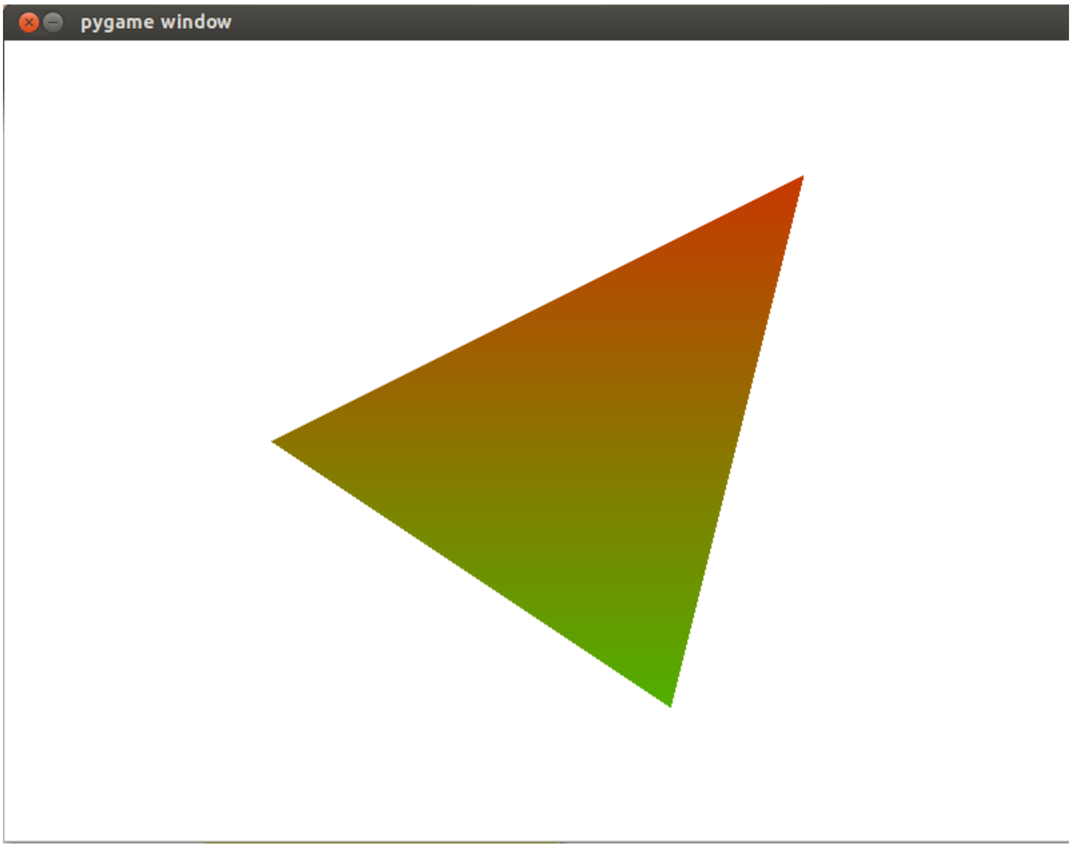
Listy te są odczytywane już po wyjściu z wyżej opisywanej pętli i wykorzystywane do rysowania krawędzi łączących wierzchołki trójkąta (0 z 1, 1 z 2, 2 z 0):

```
pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[0], yps[0]), (xps[1], yps[1]), 1)
pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[1], yps[1]), (xps[2], yps[2]), 1)
pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[2], yps[2]), (xps[0], yps[0]), 1)
```

Poszliśmy tu nieco na skróty wykorzystując wbudowaną funkcję PyGame. Silniki gier nie działały zwykle w ten sposób, a implementowały własne rasteryzatory linii, które składały linie z pojedyńczych pikseli. Przykładem może tu być algorytm Brasenhama.

3. Rasterizer trójkąta

Rasteryzacja pojedyńczego trójkąta

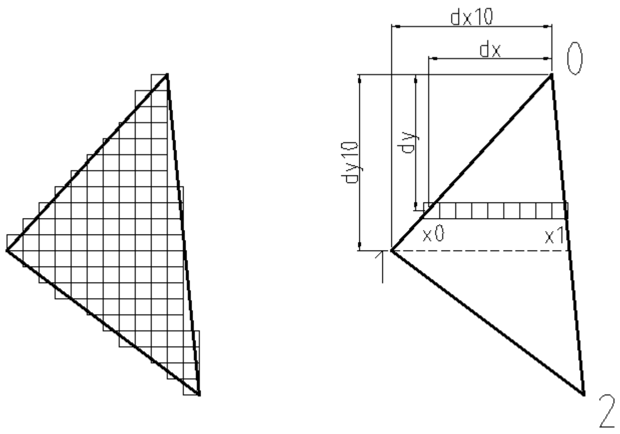


Kod programu do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    background_colour = (255,255,255)
    screen.fill(background_colour)

    running = True

    while running:
        xps0 = 600 #od lewej do prawej
        yps0 = 100 #z góry na dół
        zf0 = -10.0 #głębość Z w float

        xps1 = 200 #współrzedne wierzchołków trojkąta od najmwyzsze (najmniejsze y) do najniższego
        yps1 = 300
        zf1 = -7.0
#         xps1 = 600
#         yps1 = 300

        xps2 = 500
        yps2 = 500
        zf2 = -4.0

        dx10 = xps1 - xps0
        dx21 = xps2 - xps1
        dx20 = xps2 - xps0
        dy10 = yps1 - yps0
        dy21 = yps2 - yps1
        dy20 = yps2 - yps0
        dzf10 = zf1 - zf0
        dzf21 = zf2 - zf1
        dzf20 = zf2 - zf0
```

```
        dwyp10 = math.sqrt(float(math.pow(dx10,2)+math.pow((dy10),2))) #początkowa odległość międzу
        dwyp21 = math.sqrt(float(math.pow(dx21,2)+math.pow((dy21),2)))
        dwyp20 = math.sqrt(float(math.pow(dx20,2)+math.pow((dy20),2)))

        zprop10 = dzf10 / dwyp10 #proporcja przesunięcia XY dla 10 do przesunięcia Z do użycia na k
        zprop21 = dzf21 / dwyp21
        zprop20 = dzf20 / dwyp20

#rasterizer buduje trójkąty z linii poziomych
        if ((float(dx10) / float(dy10)) < (float(dx20) / float(dy20))):# przypadek gdy 1 jest po lew
            for y in range(yps0, yps2):
                if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10
                    x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                    dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x0,2)+math.pow((yps1 - y),2))) #x0 i y p
                    z0 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległośc, to coraz mniej
                    dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y p
                    z1 = zf2 - dwyp * zprop20

                else: #gdy jest się między 1 a 2
                    x0 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
                    x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                    dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y p
                    z0 = zf2 - dwyp * zprop21
                    dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y p
                    z1 = zf2 - dwyp * zprop20

                for x in range(x0, x1):
                    if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko do obszaru ekranu
                        #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                        z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)


                        screen.set_at((x, y), (int(abs(z * 20)), 255 - int(abs(z * 20)), 0))  #test
        else:
            for y in range(yps0, yps2):
                if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
                    x1 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #zamiana początku z koncem w tym przypadku
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                    dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x1,2)+math.pow((yps1 - y),2))) #x1 i y p
                    z1 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległośc, to coraz mniej
                    dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y p
                    z0 = zf2 - dwyp * zprop20

                else: #gdy jest się między 1 a 2
                    x1 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                    dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y p
                    z1 = zf2 - dwyp * zprop21
                    dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y p
                    z0 = zf2 - dwyp * zprop20
                for x in range(x0, x1):
                    if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko do obszaru ekranu
                        #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                        z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)

                        screen.set_at((x, y), (int(abs(z * 20)), 255 - int(abs(z * 20)), 0))  #test


        for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

        pygame.display.flip()

main()
```

Mając projekcje wierzchołków trójkąta musimy wypełnić jego obszar pikselami. Proces ten nazywa się rasteryzacją i polega na przedstawieniu figury płaskiej za pomocą skończonej liczbу elementów (pikseli). Napiszmy prosty program do rateryzacji pojedyńczego trójkąta.



Będziemy składać trójkąty z poziomych odcinków rysowanych w kolejności od góry do dołu ekranu. Każdy z tych odcinków zbudowany jest z pikseli wstawianych od lewej (punkt *x0*) do prawej (punkt *x1*).

Zakładamy, że wierzchołki „0“, „1“ i „2“ są numerowane od góry. Trójkąt należy podzielić na dwa mniejsze za pomocą poziomemej linii (kreskowa na rysunku) przechodzącej przez wierzchołek „1“.

Górny trójkąt:

Wyliczamy *x0* znajdujące się na linii 0-1 oraz *x1* znajdujące się na linii 0-2:

```
x0 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10
x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
```

y jest znane i w pierwszym kroku równe *yps0*, czyli współrzędnej wierzchołka *„0“*. Z każdym przejściem *y* zostaje zwiększone o 1, co odpowiada kolejnemu (położonemu niżej) odcinkowi.

Podobny proces będzie zachodził dla dolnego trójkąta:

Wyliczamy *x0* znajdujące się na linii 1-2 oraz *x1* znajdujące się na linii 0-2:

```
x0 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
```

Ostatnią częścią jest narysowanie pikseli z których zbudowany jest poziomy odcinek (druga linia sprawdza też czy punkt znajduje się w obszarze ekranu):

```
for x in range(x0, x1):
    if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw:
        screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
```

Pozostaje jeszcze jeden problem, a mianowicie współrzędna *z*. Nie przejmowaliśmy się nią przy modelu drutowym, ale teraz, gdy wypełnianiane są całe powierzchnie musimy sprawdzać ich głębokość. Ostatecznie będziemy wyświetlać tylko te piksele, które odpowiadają punktom znajduącym się najbliżej obserwatora.

Załóżmy, że chcemy wyliczyć współrzędną *z0* punktu znajdującego się na odcinku między wierzchołkami „0“ i „1“. Mamy współrzędne wierzchołka „0“, czyli (xps0, yps0 i zf0), współrzedne wierzchołka 1 (xps1, yps1 i zf1), odległości wzdłuż osi x i y między tymi wierzchołkami (dx10 i dy20) oraz dwie współrzędne naszego punktu (x0 i y). Za znalezienie z0 odpowiada:

```
dzf10 = zf1 - zf0
dwyp10 = math.sqrt(float(math.pow(dx10,2)+math.pow((dy10),2)))
zprop10 = dzf10 / dwyp10
dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x0,2)+math.pow((yps1 - y),2)))
z0 = zf1 - dwyp * zprop10
```

Co jest zapisem równania:

$$z0 = zf1 - \sqrt{(xps1 - x0)^2 + (yps1 - y)^2} \cdot \frac{zf1 - zf0}{\sqrt{dx10^2 + dy20^2}}$$

Lub inaczej:

$$z0 = zf1 - \frac{\sqrt{(xps1 - x0)^2 + (yps1 - y)^2}}{\sqrt{dx10^2 + dy20^2}} \cdot (zf1 - zf0)$$

gdzie:

$\sqrt{dx10^2 + dy20^2}$ to odległość między wierzchołkami „0“ i „1“ na płaszczyźnie XY

$\sqrt{(xps1 - x0)^2 + (yps1 - y)^2}$ odległość od wierzchołka „1“ punktu, którego współrzędnej z0 szukamy.

Wyliczając w ten sam sposób z1, możemy poznać współrzędną z dla każdego punktu poziomego odcinka, dla którego znamy x i y:

```
z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
```

Nasz przykładowy program zmienia kolor piksela w zależności od współrzędnej z punktu, któremu ten piksel odpowiada:

```
screen.set_at((x, y), (int(abs(z * 20)), 255 - int(abs(z * 20)), 0))
```

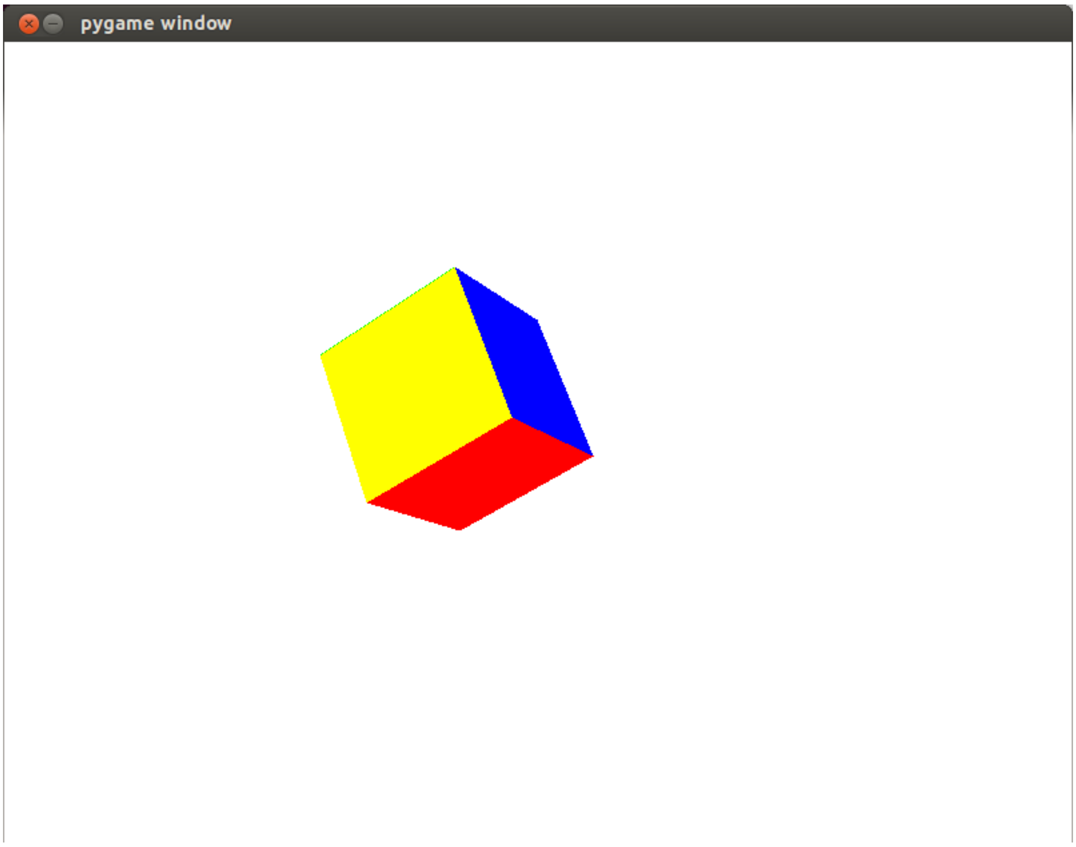
Ten prosty test powala stwierdzić czy rasteryzer działa prawidłowo. Na zrzucie ekranu widoczne jest płynne przejście pomiędzy kolorami, co oznacza, że z zmienia się płynnie.

Omówimy przypadek, gdy wierzchołek „1“ znajduje się po lewej stronie odcinka 0-2, ale kod będzie musiał też uwzględnić odmienną sytuację. Za sprawdzenie z którą sytuacją mamy do czynienie odpowiada kod:

```
if ((float(dx10) / float(dy10)) < (float(dx20) / float(dy20)))
```

Konwersja (float()) typów z liczb całkowitych na zmiennoprzecinkowe została wykonana w celu zwiększenia precyzji dzielenia.

Projekcja i rasteryzacja bryły



Kod programu do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
```

```
    lipx = xw * yw #całkowita liczba pikseli
    fizxw = 2.0 #"fizyczna" (w jednostach przestrzeni 3D) szerokość okna widzenia
    fov = math.radians(75) #określenie szerokosci pola widzenia
    zp = 7.0 #odległość od środka układu współrzednych do "ekranu"
    zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2)) #odległość od "ekranu" do obserwatora
    skala = int(xw / fizxw) #skala n pikseli na 1 jednostkę przestrzeni

    bufram = [] #z-bufor

    for i in range(0, lipx):
        bufram.append(-100000.0) #tworzenie nowej czystej listy dla koloru głębi z (float)

    background_colour = (255,255,255)
    screen.fill(background_colour)

    p0 = (1.0, -3.0, 1.0) #punkt pierwszy - krotka, w odróżnieniu od listy niezmienna, 1.0, bo licz
    p1 = (1.0, -1.0, 1.0)
    p2 = (-1.0, -3.0, 1.0)
    p3 = (-1.0, -1.0, 1.0)
    p4 = (1.0, -3.0, -1.0)
    p5 = (1.0, -1.0, -1.0)
    p6 = (-1.0, -3.0, -1.0)
    p7 = (-1.0, -1.0, -1.0)

    chmura = (p0, p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7) #zebranie wszystkich krotek do jednej nadrzędnej

    zbiorkolor = ((0, 0, 255), (0, 255, 0), (255, 0, 0), (0, 255, 255), (255, 255, 0), (255, 0, 25

    troj0 = (0, 1, 3, 0) #indeks wierzchołków wybranych z krotki "chmura, dal pierwszego trójkąta,
    troj1 = (0, 3, 2, 0)
    troj2 = (2, 3, 7, 1)
    troj3 = (2, 7, 6, 1)
    troj4 = (4, 1, 0, 2)
    troj5 = (1, 4, 5, 2)
    troj6 = (1, 7, 3, 3)
    troj7 = (1, 5, 7, 3)
    troj8 = (4, 0, 2, 4)
    troj9 = (4, 2, 6, 4)
    troj10 = (5, 4, 6, 5)
    troj11 = (5, 6, 7, 5) #na szesciobok potrzeba 12 trójkątów

    zbiortroj = (troj0, troj1, troj2, troj3, troj4, troj5, troj6, troj7, troj8, troj9, troj10, troj

    running = True #start główeje pętli programu

    krok = 0

    while running:
        screen.fill(background_colour) #czyszczenie klatki
        for i in range(0, lipx):
            bufram[i] = -100000.0 # wypełnianie Z bufora bardzo małymi wartościami Z (daleko od obs


        for tr in range(0, len(zbiortroj)): #pętla 12-elementowa, 0-11, bo ostania jest pomijana, l
            trojkat = zbiortroj[tr]
            #print trojkat
            xps = [0, 0, 0] #tymczasowa lista punktów [] to listy, () to krotki
            yps = [0, 0, 0]
            zf = [0.0, 0.0, 0.0]
            for i in range (0, 3):
                numerpunktu = trojkat[i] #pobranie indeksu punktu, "zbiortroj" ma wkazywac kolejne
                punkt = chmura[numerpunktu] #wybranie kolejnej krotki z krotki "chmura"
                x = punkt[0] #wybrany pierwsza współrzedna
                y = punkt[1]
                z = punkt[2]
                x, y, z = transformacja(x, y, z, krok) #wywołanie funcji transformacji

                xp = zk * x /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
                yp = zk * y /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
                #skala = 100 #skala 100 pikseli na 1 jednostkę przestrzeni
                xps[i] = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie oraz konwersja do
                yps[i] = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie i odwrócenie y ora
                zf[i] = z
            kolortrojk = zbiorkolor[trojkat[3]] #czwarty zrgument trojkata to kolor
            #print [xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2], zf[2]], kolor
            bufram = rysujtrojk([xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2],
        pygame.display.flip()
        krok = krok + 1
        for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

def rysujtrojk(wierz0, wierz1, wierz2, kolortrojk, xw, yw, screen, bufram, zp): #rasterizer trójkąt

    while 1: #prosty algorytm sortowania 3 elementów
        if wierz0[1] > wierz1[1]:
            wierztemp = wierz0
            wierz0 = wierz1
```

```
            wierz1 = wierztemp

        if wierz1[1] > wierz2[1]:
            wierztemp = wierz1
            wierz1 = wierz2
            wierz2 = wierztemp

        if wierz0[1] <= wierz1[1] and wierz1[1] <= wierz2[1]: #przerwanie gdy uporządkowane rosnąco
            break

    #print wierz0, wierz1, wierz2

    xps0 = wierz0[0] #od lewej do prawej
    yps0 = wierz0[1] #z góry na dół
    zf0 = wierz0[2] #głębość Z w float
    xps1 = wierz1[0] #współrzedne wierzchołków trojkąta od najmwyzsze (najmniejsze y) do najniższeg
    yps1 = wierz1[1]
    zf1 = wierz1[2]
    xps2 = wierz2[0]
    yps2 = wierz2[1]
    zf2 = wierz2[2]

    dx10 = xps1 - xps0
    dx21 = xps2 - xps1
    dx20 = xps2 - xps0
    dy10 = yps1 - yps0
    dy21 = yps2 - yps1
    dy20 = yps2 - yps0
    dzf10 = zf1 - zf0
    dzf21 = zf2 - zf1
    dzf20 = zf2 - zf0

    if dx10 != 0 or dy10 != 0:
        dwyp10 = math.sqrt(float(math.pow(dx10,2)+math.pow((dy10),2))) #początkowa odległość międzyy
        zprop10 = dzf10 / dwyp10 #proporcja przesunięcia XY dla 10 do przesunięcia Z do użycia na k
    else:
        zprop10 = 0

    if dx21 != 0 or dy21 != 0:
        dwyp21 = math.sqrt(float(math.pow(dx21,2)+math.pow((dy21),2)))
        zprop21 = dzf21 / dwyp21
    else:
        zprop21 = 0

    if dx20 != 0 or dy20 != 0:
        dwyp20 = math.sqrt(float(math.pow(dx20,2)+math.pow((dy20),2)))
        zprop20 = dzf20 / dwyp20
    else:
        zprop20 = 0

#rasterizer buduje trójkąty z linii poziomych

    lewy = False #pomocnicza zmienna, jeśli true, to 1 jest po lewej 0-2
    if dy10 != 0  and dy21 != 0 and dy20 != 0: #tylko gdy y są różne, bez dzielenia przez 0
        if ((float(dx10) / float(dy10)) < (float(dx20) / float(dy20))):#przypadek gdy 1 jest po lew
            lewy = True
        else:
            lewy = False
    elif dy10 == 0 and dy21 != 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo miedzy 0-1
        if dx10 < 0:
            lewy = True
        else:
            lewy = False
    elif dy10 != 0 and dy21 == 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo miedzy 2-1
        if dx21 > 0:
            lewy = True
        else:
            lewy = False
    else: #zwykle gdy poziomo miedzy 2-0, to 1-0 i 2-1, linia prosta pozioma
        if dx20 > 0:
            lewy = True
        else:
            lewy = False



    if (lewy == True):#przypadek gdy 1 jest po lewej 0-2
        for y in range(yps0, yps2):
            if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
                if dy10 != 0:
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #x0 zawsze po lewej w stosunku do x1
                else:
                    x0 = xps1
                if dy20 != 0:
                    x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                else:
                    x1 = xps0
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x0,2)+math.pow((yps1 - y),2))) #x0 i y podąż
```

```
                z0 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległośc, to coraz mniej odej
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y podąż
                z1 = zf2 - dwyp * zprop20
                #print x0, y, z0

            else: #gdy jest się między 1 a 2
                if dy21 != 0:
                    x0 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
                else:
                    x0 = xps1
                if dy20 != 0:
                    x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                else:
                    x1 = xps2
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y podąż
                z0 = zf2 - dwyp * zprop21
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y podąż
                z1 = zf2 - dwyp * zprop20
                #print x0, y, z0
            for x in range(x0, x1):
                if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko do obszaru ekranu
                    #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                    z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
                    #print x, y, z
                    pozpix = x + y * xw
                    if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko gdy jest blizej obse
                        screen.set_at((x, y), (kolortrojk))
                        bufram[pozpix] = z
    else:
        for y in range(yps0, yps2):
            if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
                if dy10 != 0:
                    x1 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #zamiana początku z koncem w tym przypadku
                else:
                    x1 = xps1
                if dy20 != 0:
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                else:
                    x0 = xps0
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x1,2)+math.pow((yps1 - y),2))) #x1 i y podąż
                z1 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległośc, to coraz mniej odej
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y podąż
                z0 = zf2 - dwyp * zprop20

            else: #gdy jest się między 1 a 2
                if dy21 != 0:
                    x1 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
                else:
                    x1 = xps1
                if dy20 != 0:
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                else:
                    x0 = xps2
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y podąż
                z1 = zf2 - dwyp * zprop21
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y podąż
                z0 = zf2 - dwyp * zprop20
            for x in range(x0, x1):
                if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko do obszaru ekranu
                    #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                    z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
                    pozpix = x + y * xw
                    if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko gdy jest blizej obse
                        screen.set_at((x, y), (kolortrojk))
                        bufram[pozpix] = z

    #pygame.display.flip()
    return bufram


def transformacja(x, y, z, krok):
    wzrostx = 0.01 * krok
    wzrosty = 0.03 * krok
    wzrostz = -0.02 * krok
    #x = x * (1 + wzrostx) #skalowanie w x
    #y = y * (1 + wzrosty) #skalowanie w y
    #z = z * (1 + wzrostz) #skalowanie w z

    katXY = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Z
    x, y, z = obrotXY(x, y, z, katXY)

    katXZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Y
    x, y, z = obrotXZ(x, y, z, katXZ)

    katYZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi X
    x, y, z = obrotYZ(x, y, z, katYZ)

    przesx = 0.05 * krok
```

```
    przesy = 0.025 * krok
    przesz = - 0.15 * krok
    #x = x + przesx  #przesuwanie w kierunku x
    #y = y + przesy  #przesuwanie w kierunku y
    z = z + przesz #przesuwanie w kierunku z

    return x, y, z

def obrotXY(x, y, z, katXY):
    xt = x * math.cos(katXY) - y * math.sin(katXY) #konieczny import biblioteki math! pomocniczne z
    yt = x * math.sin(katXY) + y * math.cos(katXY)
    zt = z
    return xt, yt, zt

def obrotXZ(x, y, z, katXZ):
    xt = x * math.cos(katXZ) + z * math.sin(katXZ)
    yt = y
    zt = -x * math.sin(katXZ) + z * math.cos(katXZ)
    return xt, yt, zt

def obrotYZ(x, y, z, katYZ):
    xt = x
    yt = y * math.cos(katYZ) - z * math.sin(katYZ)
    zt = y * math.sin(katYZ) + z * math.cos(katYZ)
    return xt, yt, zt

main()
```

Powyżej widoczny jest pełny kod programu wyświetlającego ruchomy (transformacje opiszę w dalszej części) sześcian z wypełnionymi, kolorowymi ścianami.

Rasteryzer trójkątów zamknięty jest w osobnej funkcji:

```
def rysujtrojk(wierz0, wierz1, wierz2, kolortrojk, xw, yw, screen, bufram, zp):
```

Jej zrgumentami wejściowymi są współrzędne wierchołków danego trójkąta (wierz0, wierz1, wierz2), jego kolor(kolortrojk), wielkość okna (xw, yw), obszar rysowania (screen), lista współrzędnych z (bufram) i odległość płaszczyzny rzutowania od układu współrzędnych (zp).

Funkcja modyfikuje obszar rysowania wstawiając kolejne piksele i dla każdego z nich zapisuje współrzędną z w liście bufram. Dzieje się to jednak tylko w przypadku, gdy nowo rzutowany punkt znajduje się bliżej obserwatora i wcześniej zapisany pod danym pikselem:

```
if (z > bufram[pozpix] and z < zp):
    screen.set_at((x, y), (kolortrojk))
    bufram[pozpix] = z
```

pozpix to pozycja piksela wyliczona według:

```
pozpix = x + y * xw
```

bufram jest wypełniany bardzo małymi wartościami (co odpowiada barzdo dużej odległości od obserwatora) na początku głównej pętli programu:

```
for i in range(0, lipx):
        bufram.append(-100000.0)
```

Jego wartość jest też zwracana po wykonaniu funckji rasteryzacji każdego z trójkątów:

```
bufram = rysujtrojk([xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2], zf[2]], kolortrojk ,
```

Lista bufram zawierająca współrzędne z dla wszystkich punktów, którym odpowiadają wyświetlane piksele, jest prostą implementacją bufora głębi (Z-bufora). By sprawdzić co się dzieje w wyniku jego braku, wystarczy usunąć warunek $z >$ *bufram[pozpix]*. Wtedy widoczne i niewidoczne ściany bryły zaczną się wzajemnie nakładać i ruchomy sześcian zacznie różnokolorowo migotać.

Funkcja rasteryzatora zawiera jeszcze jeden ważny fragment, a mianowicie prosty algorytm sortowania:

```
while 1:
        if wierz0[1] > wierz1[1]:
            wierztemp = wierz0
            wierz0 = wierz1
            wierz1 = wierztemp
```

```
        if wierz1[1] > wierz2[1]:
            wierztemp = wierz1
            wierz1 = wierz2
            wierz2 = wierztemp
        if wierz0[1] <= wierz1[1] and wierz1[1] <= wierz2[1]:
break
```

Porządkuje on 3 wierzchołki trójkąta według współrzędnej y - od najwyżej do najniżej położonego. Zrealizowane jest to przez porównanie sąsiadujących wartości i zamiany ich kolejności, jeśli wcześniejsza jest większa od późniejszej. to konieczne, bo potrzebujemy trójkąta, gdzie wierzchołek „0“ jest najwyżej a „2“ najniżej położony.

Jako, że ściany bryły mają mieć różne kolory, została wprowadzona dodatkowo krotka będąca kilkuelementową paletą barw:

```
zbiorkolor = ((0, 0, 255), (0, 255, 0), (255, 0, 0), (0, 255, 255), (255, 255, 0), (255, 0, 255))
```

Teraz definicja każdego trójkąta jest czteroelementowa - 3 wierzchołki i numer koloru z palety:

```
troj0 = (0, 1, 3, 0)
```

Odczyt składowych z palety odbywa się przed wywołaniem rasteryzatora:

```
kolortrojk = zbiorkolor[trojkat[3]]
```

Są one potem wykorzystywane w chwili wstawiania konkretnych pikseli:

```
screen.set_at((x, y), (kolortrojk))
```

4. Transformacje

Podstawowe transformacje jakie mogą zostać dokonane na bryle to:
— przesuwanie,
— skalowanie,
— obracanie.

Przykładowe transformacje można zobaczyć w funkcji:

```
def transformacja(x, y, z, krok):
```

krok jest jakąś zmienną, w naszym przypadku oznaczającą numer klatki animacji. Przesunięcie punktu wzdłuż osi X, żależne od tej zmiennej, będzie wyglądało np. tak:

```
przesx = 0.05 * krok
x = x + przesx
```

Podobnie dla Y i Z będzie to:

```
y = y + przesy
z = z + przesz
```

Widać, że chcąc przesunąć obiekt musimy dodawać określone wartości do aktuanych współrzednych, tak by uzyskać nowe współrzedne.

Chcąc przeskalować bryłę w którymś z kierunków musimy za to mnożyć współrzedne przez współczynniki skali. W kodzie ma to następującą postać:

```
x = x * (1 + wzrostx)
y = y * (1 + wzrosty)
z = z * (1 + wzrostz)
```

Przykładowo jeśli *wzrostx* ma wartość 0,5, to bryła zostanie rozciągnięta o 50% względem rozmiarów początkowych. Powyższe równania są wynikiem zależności zapisanych w takich działaniach na macierzach:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1+wzrostx) & 0 & 0 \\ 0 & (1+wzrosty) & 0 \\ 0 & 0 & (1+wzrostz) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Przypadek ogólny wygląda następująco:

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{00} & c_{01} & c_{02} \\ c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ c_{20} & c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{00}a_0 + c_{01}a_1 + c_{02}a_2 \\ c_{10}a_0 + c_{11}a_1 + c_{12}a_2 \\ c_{20}a_0 + c_{21}a_1 + c_{22}a_2 \end{bmatrix}$$

Dla pierwszego równania, czyli x = x * (1 + wzrostx):

$x = (1 + wzrostx) \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z$

Najbardziej skomplikowanymi tranformacjami są obroty. W programie zostały one umieszone we wsłasnych funkcjach. Wynikowe współrzędne dostały nowe oznaczenia zmiennych (xt, yt, zt) by kolejne oblicznenia nie korzystały przypadkowo ze zmienionych wspólrzędnych zamiast oryginalnych. Wykorzystany został moduł Pythona math zaimportowany na początku programu:

```
import math
```

Obrót w płaszczyźnie XY, gdzie $katXY$ to kąt obrotu:

$$\begin{bmatrix} xt \\ yt \\ zt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (math.cos(katXY)) & (-math.sin(katXY)) & 0 \\ (math.sin(katXY)) & (math.cos(katXY)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Co w kodzie programu ma postać:

```
def obrotXY(x, y, z, katXY):
    xt = x * math.cos(katXY) - y * math.sin(katXY)
    yt = x * math.sin(katXY) + y * math.cos(katXY)
    zt = z
    return xt, yt, zt
```

Obrót w płaszczyźnie XZ:

$$\begin{bmatrix} xt \\ yt \\ zt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (math.cos(katXZ)) & 0 & (math.sin(katXZ)) \\ 0 & 1 & 0 \\ (-math.sin(katXZ)) & 0 & (math.cos(katXZ)) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

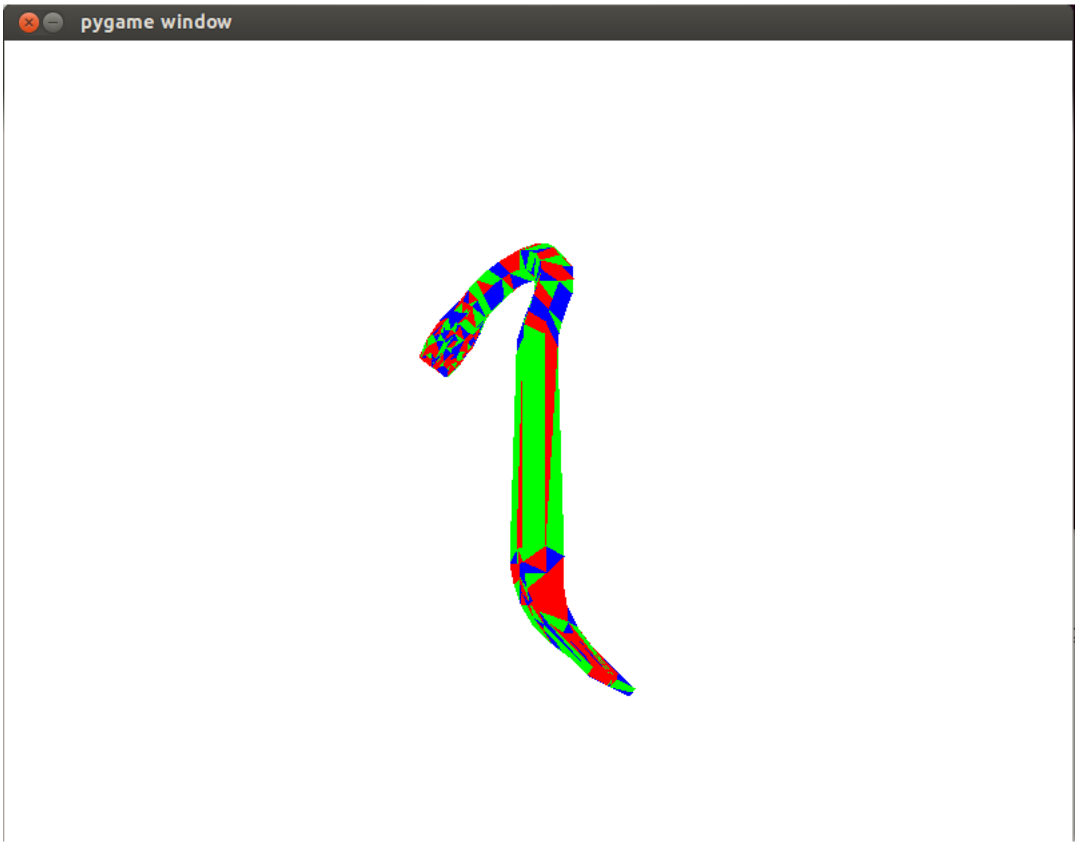
```
def obrotXZ(x, y, z, katXZ):
    xt = x * math.cos(katXZ) + z * math.sin(katXZ)
    yt = y
    zt = -x * math.sin(katXZ) + z * math.cos(katXZ)
    return xt, yt, zt
```

Obrót w płaszczyźnie YZ:

$$\begin{bmatrix} xt \\ yt \\ zt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (math.cos(katYZ)) & (-math.sin(katYZ)) \\ 0 & (math.sin(katYZ)) & (math.cos(katYZ)) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

```
def obrotYZ(x, y, z, katYZ):
    xt = x
    yt = y * math.cos(katYZ) - z * math.sin(katYZ)
    zt = y * math.sin(katYZ) + z * math.cos(katYZ)
    return xt, yt, zt
```

5. Wczytywanie modeli



Kod programu do pobrania
Model (łom) wczytywany przez program do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys, random

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    lipx = xw * yw #całkowita liczba pikseli
    fizxw = 2.0 #"fizyczna" (w jednostach przestrzeni 3D) szerokość okna widzenia
    fov = math.radians(75) #określenie szerokosci pola widzenia
    zp = 1000.0 #odległość od środka układu współrzednych do "ekranu"
    zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2)) #odległość od "ekranu" do obserwatora
    skala = int(xw / fizxw) #skala n pikseli na 1 jednostkę przestrzeni

    bufram = [] #z-bufor

    for i in range(0, lipx):
        bufram.append(-100000.0) #tworzenie nowej czystej listy dla koloru głębi z (float)

    background_colour = (255,255,255)
    screen.fill(background_colour)

    zbiorkolor = ((0, 0, 255), (0, 255, 0), (255, 0, 0), (0, 255, 255), (255, 255, 0), (255, 0, 25

    chmura, zbiortroj = importujdane() #pobranie sanych z pliku

    running = True #start główeje pętli programu

    krok = 0

    while running:
        screen.fill(background_colour) #czyszczenie klatki
        for i in range(0, lipx):
            bufram[i] = -100000.0 # wypełnianie Z bufora bardzo małymi wartościami Z (daleko od obs


        for tr in range(0, len(zbiortroj)): #pętla 12-elementowa, 0-11, bo ostania jest pomijana, l
            trojkat = zbiortroj[tr]
            #print trojkat
```

```
            xps = [0, 0, 0] #tymczasowa lista punktów [] to listy, () to krotki
            yps = [0, 0, 0]
            zf = [0.0, 0.0, 0.0]
            for i in range (0, 3):
                numerpunktu = trojkat[i] #pobranie indeksu punktu, "zbiortroj" ma wkazywac kolejne
                punkt = chmura[numerpunktu] #wybranie kolejnej krotki z krotki "chmura"
                x = punkt[0] #wybrany pierwsza współrzedna
                y = punkt[1]
                z = punkt[2]
                x, y, z = transformacja(x, y, z, krok) #wywołanie funcji transformacji

                xp = zk * x /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
                yp = zk * y /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
                #skala = 100 #skala 100 pikseli na 1 jednostkę przestrzeni
                xps[i] = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie oraz konwersja do
                yps[i] = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie i odwrócenie y ora
                zf[i] = z
            kolortrojk = zbiorkolor[trojkat[3]] #czwarty zrgument trojkata to kolor
            #print [xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2], zf[2]], kolor
            bufram = rysujtrojk([xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2],
        pygame.display.flip()
        krok = krok + 1
        for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

def rysujtrojk(wierz0, wierz1, wierz2, kolortrojk, xw, yw, screen, bufram, zp): #rasterizer trójkąt

    while 1: #prosty algorytm sortowania 3 elementów
        if wierz0[1] > wierz1[1]:
            wierztemp = wierz0
            wierz0 = wierz1
            wierz1 = wierztemp

        if wierz1[1] > wierz2[1]:
            wierztemp = wierz1
            wierz1 = wierz2
            wierz2 = wierztemp

        if wierz0[1] <= wierz1[1] and wierz1[1] <= wierz2[1]: #przerwanie gdy uporządkowane rosnąco
            break

    #print wierz0, wierz1, wierz2

    xps0 = wierz0[0] #od lewej do prawej
    yps0 = wierz0[1] #z góry na dół
    zf0 = wierz0[2] #głębość Z w float
    xps1 = wierz1[0] #współrzedne wierzchołków trojkąta od najmwyzsze (najmniejsze y) do najniższeg
    yps1 = wierz1[1]
    zf1 = wierz1[2]
    xps2 = wierz2[0]
    yps2 = wierz2[1]
    zf2 = wierz2[2]

    dx10 = xps1 - xps0
    dx21 = xps2 - xps1
    dx20 = xps2 - xps0
    dy10 = yps1 - yps0
    dy21 = yps2 - yps1
    dy20 = yps2 - yps0
    dzf10 = zf1 - zf0
    dzf21 = zf2 - zf1
    dzf20 = zf2 - zf0

    if dx10 != 0 or dy10 != 0:
        dwyp10 = math.sqrt(float(math.pow(dx10,2)+math.pow((dy10),2))) #początkowa odległość między
        zprop10 = dzf10 / dwyp10 #proporcja przesunięcia XY dla 10 do przesunięcia Z do użycia na k
    else:
        zprop10 = 0

    if dx21 != 0 or dy21 != 0:
        dwyp21 = math.sqrt(float(math.pow(dx21,2)+math.pow((dy21),2)))
        zprop21 = dzf21 / dwyp21
    else:
        zprop21 = 0

    if dx20 != 0 or dy20 != 0:
        dwyp20 = math.sqrt(float(math.pow(dx20,2)+math.pow((dy20),2)))
        zprop20 = dzf20 / dwyp20
    else:
        zprop20 = 0

#rasterizer buduje trójkąty z linii poziomych

    lewy = False #pomocnicza zmienna, jeśli true, to 1 jest po lewej 0-2
    if dy10 != 0  and dy21 != 0 and dy20 != 0: #tylko gdy y są różne, bez dzielenia przez 0
        if ((float(dx10) / float(dy10)) < (float(dx20) / float(dy20))):#przypadek gdy 1 jest po lew
            lewy = True
```

```
    else:
        lewy = False
elif dy10 == 0 and dy21 != 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo miedzy 0-1
    if dx10 < 0:
        lewy = True
    else:
        lewy = False
elif dy10 != 0 and dy21 == 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo miedzy 2-1
    if dx21 > 0:
        lewy = True
    else:
        lewy = False
else: #zwykle gdy poziomo miedzy 2-0, to 1-0 i 2-1, linia prosta pozioma
    if dx20 > 0:
        lewy = True
    else:
        lewy = False



if (lewy == True):#przypadek gdy 1 jest po lewej 0-2
    for y in range(yps0, yps2):
        if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
            if dy10 != 0:
                x0 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #x0 zawsze po lewej w stosunku do x1
            else:
                x0 = xps1
            if dy20 != 0:
                x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            else:
                x1 = xps0
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x0,2)+math.pow((yps1 - y),2))) #x0 i y podąż
            z0 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległośc, to coraz mniej odej
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y podąż
            z1 = zf2 - dwyp * zprop20
            #print x0, y, z0

        else: #gdy jest się między 1 a 2
            if dy21 != 0:
                x0 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
            else:
                x0 = xps1
            if dy20 != 0:
                x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            else:
                x1 = xps2
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y podąż
            z0 = zf2 - dwyp * zprop21
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y podąż
            z1 = zf2 - dwyp * zprop20
            #print x0, y, z0
        for x in range(x0, x1):
            if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko do obszaru ekranu
                #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
                #print x, y, z
                pozpix = x + y * xw
                if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko gdy jest blizej obse
                    screen.set_at((x, y), (kolortrojk))
                    bufram[pozpix] = z
else:
    for y in range(yps0, yps2):
        if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
            if dy10 != 0:
                x1 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #zamiana początku z koncem w tym przypadku
            else:
                x1 = xps1
            if dy20 != 0:
                x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            else:
                x0 = xps0
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x1,2)+math.pow((yps1 - y),2))) #x1 i y podąż
            z1 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległośc, to coraz mniej odej
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y podąż
            z0 = zf2 - dwyp * zprop20

        else: #gdy jest się między 1 a 2
            if dy21 != 0:
                x1 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
            else:
                x1 = xps1
            if dy20 != 0:
                x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            else:
                x0 = xps2
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y podąż
            z1 = zf2 - dwyp * zprop21
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y podąż
```

```
                z0 = zf2 - dwyp * zprop20
            for x in range(x0, x1):
                if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko do obszaru ekranu
                    #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                    z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
                    pozpix = x + y * xw
                    if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko gdy jest blizej obse
                        screen.set_at((x, y), (kolortrojk))
                        bufram[pozpix] = z

    #pygame.display.flip()
    return bufram


def transformacja(x, y, z, krok):
    y = y - 200.0
    #wzrostx = 0.01 * krok
    #wzrosty = 0.03 * krok
    #wzrostz = -0.02 * krok
    #x = x * (1 + wzrostx) #skalowanie w x
    #y = y * (1 + wzrosty) #skalowanie w y
    #z = z * (1 + wzrostz) #skalowanie w z

    katXY = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Z
    #x, y, z = obrotXY(x, y, z, katXY)

    katXZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Y
    x, y, z = obrotXZ(x, y, z, katXZ)

    katYZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi X
    x, y, z = obrotYZ(x, y, z, katYZ)

    #przesx = 0.05 * krok
    #przesy = 0.025 * krok
    #przesz = - 0.15 * krok
    #x = x + przesx  #przesuwanie w kierunku x
    #y = y + przesy  #przesuwanie w kierunku y
    #z = z + przesz #przesuwanie w kierunku z

    return x, y, z

def obrotXY(x, y, z, katXY):
    xt = x * math.cos(katXY) - y * math.sin(katXY) #konieczny import biblioteki math! pomocniczne z
    yt = x * math.sin(katXY) + y * math.cos(katXY)
    zt = z
    return xt, yt, zt

def obrotXZ(x, y, z, katXZ):
    xt = x * math.cos(katXZ) + z * math.sin(katXZ)
    yt = y
    zt = -x * math.sin(katXZ) + z * math.cos(katXZ)
    return xt, yt, zt

def obrotYZ(x, y, z, katYZ):
    xt = x
    yt = y * math.cos(katYZ) - z * math.sin(katYZ)
    zt = y * math.sin(katYZ) + z * math.cos(katYZ)
    return xt, yt, zt

def importujdane():
    #nazwa = "szescian.obj"
    nazwa = "crowbar.obj"
    #nazwa = "teapot.obj"
    plikmodelu = open(nazwa, "r").readlines()
    wierz = []
    trojk = []
    for linia in plikmodelu:
        lista_slow = linia.split()
        for slowo in lista_slow:
            if slowo == "v":
                x = float(lista_slow[1])
                y = float(lista_slow[2])
                z = float(lista_slow[3])
                wierz.append((x, y, z))
            if slowo == "f":
                t0 = int(lista_slow[1]) - 1
                t1 = int(lista_slow[2]) - 1
                t2 = int(lista_slow[3]) - 1
                ind = random.randint(0, 2) #losowe kolory z tablicy kolorów
                trojk.append((t0, t1, t2, ind))
    print wierz
    print trojk
    return wierz, trojk

main()
```

Prawdopodobnie najprostszym sposobem zapisu modelu 3D jest plik Wavefront OBJ. Plik opisujący szcześcian wygląda następująco:

```
v 0 10 10
v 0 10 0
v 0 0 10
v 0 0 0
v 10 0 10
v 10 10 0
v 10 10 10
v 10 0 0
f 1 2 3
f 2 4 3
f 5 6 7
f 5 8 6
f 4 8 5
f 3 4 5
f 7 6 2
f 7 2 1
f 4 2 6
f 8 4 6
f 7 1 3
f 7 3 5
```

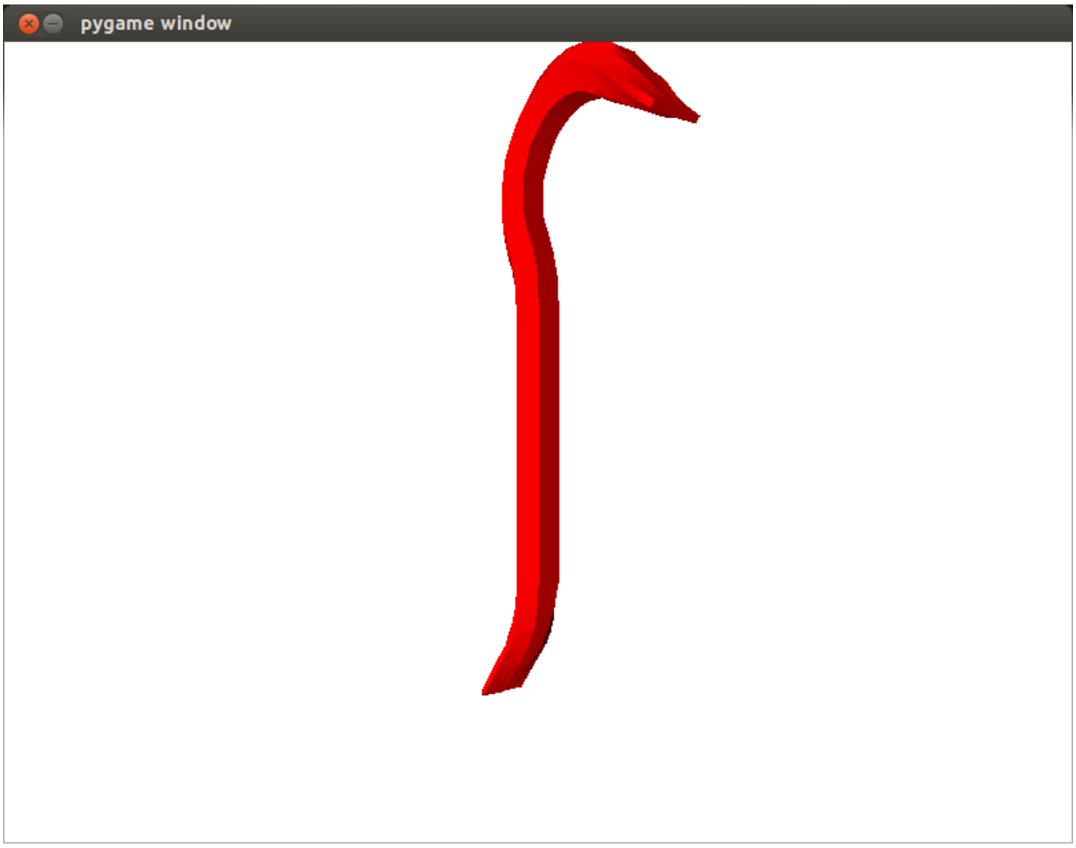
Każda linijka zaczynająca się od *v* zawiera współrzędne x, y, z wierchołka (v - vertex). Linijka zaczynająca się od *f* (f - face) wskazuje z których wierzchołków składa się trójkąt. W powyższym pliku widoczne jest 8 wierzchołków i 12 trójkątów.

Opis jest bardzo podobny do tego stosowanego przez nas na samym początku programu. Różnica dotyczy numeracji. Pliki OBJ zaczynają liczyć wierzchołki od 1, my od 0. Kod odpowiadający za import pliku to:

```
def importujdane():
    #nazwa = "szescian.obj"
    nazwa = "crowbar.obj"
    #nazwa = "teapot.obj"
    plikmodelu = open(nazwa, "r").readlines()
    wierz = []
    trojk = []
    for linia in plikmodelu:
        lista_slow = linia.split()
        for slowo in lista_slow:
            if slowo == "v":
                x = float(lista_slow[1])
                y = float(lista_slow[2])
                z = float(lista_slow[3])
                wierz.append((x, y, z))
            if slowo == "f":
                t0 = int(lista_slow[1]) - 1
                t1 = int(lista_slow[2]) - 1
                t2 = int(lista_slow[3]) - 1
                ind = random.randint(0, 2) #losowe kolory z tablicy kolorów
                trojk.append((t0, t1, t2, ind))
print wierz
    print trojk
    return wierz, trojk
```

Poszczególnym trójkątom zostały przypisane losowe kolory, ponieważ plik OBJ nie zawiera takiej informacji a bryła w jednym kolorze, bez jakiegokolwiek cieniowania sprawiałaby wrażenie płaskiej figury. Uwaga: bardziej zaawansowane pliki OBJ mogą dostarczać dodatkowych informacji jak wektory normalne czy współrzędne tekstur - w takim przypadku powyższy kod może nie działać prawidłowo.

6. Cieniowanie płaskie



Kod programu do pobrania

Model (łom) wczytywany przez program do pobrania

```python
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys, random

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    lipx = xw * yw #całkowita liczba pikseli
    fizxw = 2.0 #"fizyczna" (w jednostach przestrzeni 3D) szerokość okna widzenia
    fov = math.radians(75) #określenie szerokosci pola widzenia
    zp = 1000.0 #odległość od środka układu współrzednych do "ekranu"
    zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2)) #odległość od "ekranu" do obserwatora
    skala = int(xw / fizxw) #skala n pikseli na 1 jednostkę przestrzeni

    bufram = [] #z-bufor

    for i in range(0, lipx):
        bufram.append(-100000.0) #tworzenie nowej czystej listy dla koloru głębi z (float)

    background_colour = (255,255,255)
    screen.fill(background_colour)

    zbiorkolor = ((0, 0, 255), (0, 255, 0), (255, 0, 0), (0, 255, 255), (255, 255, 0), (255, 0, 25

    chmura, zbiortroj = importujdane() #pobranie sanych z pliku

    wektorswiatla = (1.0, 0.0, -1.0) #wektor oświetlenia wykorzystywany przy cieniowaniu

    running = True #start główeje pętli programu

    krok = 0

    while running:
        screen.fill(background_colour) #czyszczenie klatki
        for i in range(0, lipx):
            bufram[i] = -100000.0 # wypełnianie Z bufora bardzo małymi wartościami Z (daleko od obs


        for tr in range(0, len(zbiortroj)): #pętla 12-elementowa, 0-11, bo ostania jest pomijana, l
```

```
            trojkat = zbiortroj[tr]
            #print trojkat
            xps = [0, 0, 0] #tymczasowa lista punktów [] to listy, () to krotki
            yps = [0, 0, 0]
            zf = [0.0, 0.0, 0.0]
            trojktrans = [0.0, 0.0, 0.0] #wierzchołki trójkata po transformacji
            for i in range (0, 3):
                numerpunktu = trojkat[i] #pobranie indeksu punktu, "zbiortroj" ma wkazywac kolejne
                punkt = chmura[numerpunktu] #wybranie kolejnej krotki z krotki "chmura"
                x = punkt[0] #wybrany pierwsza współrzedna
                y = punkt[1]
                z = punkt[2]
                x, y, z = transformacja(x, y, z, krok) #wywołanie funcji transformacji
                trojktrans[i] = [x, y, z] #trojkat po transformacji, wprowszane na potrzeby wektora

                xp = zk * x /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
                yp = zk * y /(zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
                #skala = 100 #skala 100 pikseli na 1 jednostkę przestrzeni
                xps[i] = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie oraz konwersja do
                yps[i] = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie i odwrócenie y or
                zf[i] = z
            kolortrojk = zbiorkolor[trojkat[3]] #czwarty zrgument trojkata to kolor
            #print [xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2], zf[2]], kolo
            normalny = wnormal(trojktrans[0], trojktrans[1], trojktrans[2]) #wyliczenie wektora no
            #print normalny
            coswektorow = coswekt(normalny, wektorswiatla)
            #print coswektorow
            kolormod = [0, 0, 0] #dodatkowa lista z kolorami po modyfikacjach
            kolormod[0] = int((1 - coswektorow) * kolortrojk[0] * 0.5)
            kolormod[1] = int((1 - coswektorow) * kolortrojk[1] * 0.5)
            kolormod[2] = int((1 - coswektorow) * kolortrojk[2] * 0.5)
            bufram = rysujtrojk([xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2],
        pygame.display.flip()
        krok = krok + 1
        for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

def rysujtrojk(wierz0, wierz1, wierz2, kolortrojk, xw, yw, screen, bufram, zp): #rasterizer trójkąt

    while 1: #prosty algorytm sortowania 3 elementów
        if wierz0[1] > wierz1[1]:
            wierztemp = wierz0
            wierz0 = wierz1
            wierz1 = wierztemp

        if wierz1[1] > wierz2[1]:
            wierztemp = wierz1
            wierz1 = wierz2
            wierz2 = wierztemp

        if wierz0[1] <= wierz1[1] and wierz1[1] <= wierz2[1]: #przerwanie gdy uporządkowane rosnąco
            break

    #print wierz0, wierz1, wierz2

    xps0 = wierz0[0] #od lewej do prawej
    yps0 = wierz0[1] #z góry na dół
    zf0 = wierz0[2] #głębość Z w float
    xps1 = wierz1[0] #współrzedne wierzchołków trojkąta od najmwyzsze (najmniejsze y) do najniższeg
    yps1 = wierz1[1]
    zf1 = wierz1[2]
    xps2 = wierz2[0]
    yps2 = wierz2[1]
    zf2 = wierz2[2]

    dx10 = xps1 - xps0
    dx21 = xps2 - xps1
    dx20 = xps2 - xps0
    dy10 = yps1 - yps0
    dy21 = yps2 - yps1
    dy20 = yps2 - yps0
    dzf10 = zf1 - zf0
    dzf21 = zf2 - zf1
    dzf20 = zf2 - zf0

    if dx10 != 0 or dy10 != 0:
        dwyp10 = math.sqrt(float(math.pow(dx10,2)+math.pow((dy10),2))) #początkowa odległość międz
        zprop10 = dzf10 / dwyp10 #proporcja przesunięcia XY dla 10 do przesunięcia Z do użycia na
    else:
        zprop10 = 0

    if dx21 != 0 or dy21 != 0:
        dwyp21 = math.sqrt(float(math.pow(dx21,2)+math.pow((dy21),2)))
        zprop21 = dzf21 / dwyp21
    else:
        zprop21 = 0
```

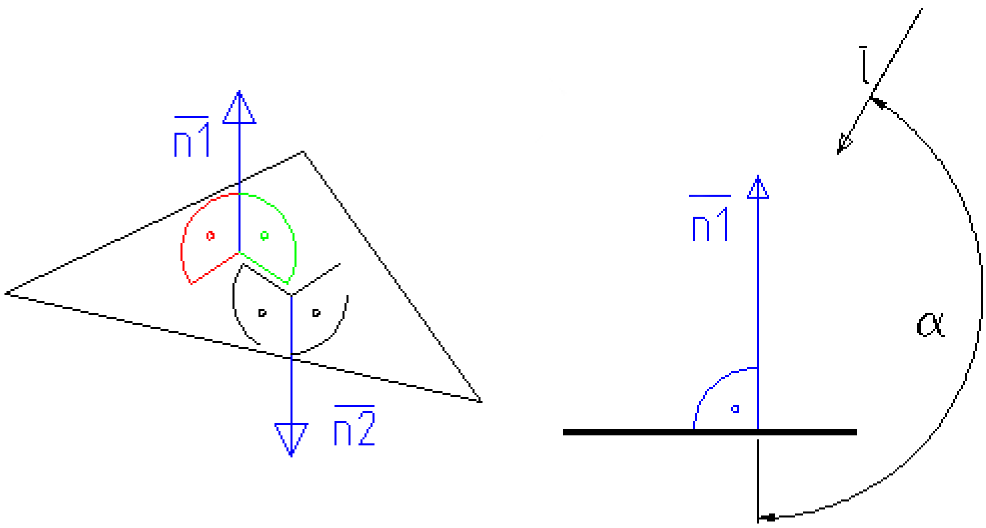
```
    if dx20 != 0 or dy20 != 0:
        dwyp20 = math.sqrt(float(math.pow(dx20,2)+math.pow((dy20),2)))
        zprop20 = dzf20 / dwyp20
    else:
        zprop20 = 0

#rasterizer buduje trójkąty z linii poziomych

    lewy = False #pomocnicza zmienna, jeśli true, to 1 jest po lewej 0-2
    if dy10 != 0  and dy21 != 0 and dy20 != 0: #tylko gdy y są różne, bez dzielenia przez 0
        if ((float(dx10) / float(dy10)) < (float(dx20) / float(dy20))):#przypadek gdy 1 jest po lew
            lewy = True
        else:
            lewy = False
    elif dy10 == 0 and dy21 != 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo miedzy 0-1
        if dx10 < 0:
            lewy = True
        else:
            lewy = False
    elif dy10 != 0 and dy21 == 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo miedzy 2-1
        if dx21 > 0:
            lewy = True
        else:
            lewy = False
    else: #zwykle gdy poziomo miedzy 2-0, to 1-0 i 2-1, linia prosta pozioma
        if dx20 > 0:
            lewy = True
        else:
            lewy = False



    if (lewy == True):#przypadek gdy 1 jest po lewej 0-2
        for y in range(yps0, yps2):
            if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
                if dy10 != 0:
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #x0 zawsze po lewej w stosunku do x1
                else:
                    x0 = xps1
                if dy20 != 0:
                    x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                else:
                    x1 = xps0
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x0,2)+math.pow((yps1 - y),2))) #x0 i y podą
                z0 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległośc, to coraz mniej odej
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y podą
                z1 = zf2 - dwyp * zprop20
                #print x0, y, z0

            else: #gdy jest się między 1 a 2
                if dy21 != 0:
                    x0 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
                else:
                    x0 = xps1
                if dy20 != 0:
                    x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                else:
                    x1 = xps2
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y podą
                z0 = zf2 - dwyp * zprop21
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y podą
                z1 = zf2 - dwyp * zprop20
                #print x0, y, z0
            for x in range(x0, x1):
                if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko do obszaru ekranu
                    #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                    z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
                    #print x, y, z
                    pozpix = x + y * xw
                    if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko gdy jest blizej obse
                        screen.set_at((x, y), (kolortrojk))
                        bufram[pozpix] = z
    else:
        for y in range(yps0, yps2):
            if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
                if dy10 != 0:
                    x1 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #zamiana początku z koncem w tym przypadku
                else:
                    x1 = xps1
                if dy20 != 0:
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                else:
                    x0 = xps0
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x1,2)+math.pow((yps1 - y),2))) #x1 i y podą
                z1 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległośc, to coraz mniej odej
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y podą
                z0 = zf2 - dwyp * zprop20
```

```
            else: #gdy jest się między 1 a 2
                if dy21 != 0:
                    x1 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
                else:
                    x1 = xps1
                if dy20 != 0:
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                else:
                    x0 = xps2
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x1 i y podą
                z1 = zf2 - dwyp * zprop21
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2))) #x0 i y podą
                z0 = zf2 - dwyp * zprop20
            for x in range(x0, x1):
                if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko do obszaru ekranu
                    #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                    z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
                    pozpix = x + y * xw
                    if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko gdy jest blizej obs
                        screen.set_at((x, y), (kolortrojk))
                        bufram[pozpix] = z

    #pygame.display.flip()
    return bufram


def transformacja(x, y, z, krok):
    y = y - 200.0
    #wzrostx = 0.03 * krok
    #wzrosty = 0.03 * krok
    #wzrostz = -0.02 * krok
    #x = x * (1 + wzrostx) #skalowanie w x
    #y = y * (1 + wzrosty) #skalowanie w y
    #z = z * (1 + wzrostz) #skalowanie w z

    katXY = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Z
    #x, y, z = obrotXY(x, y, z, katXY)

    katXZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Y
    x, y, z = obrotXZ(x, y, z, katXZ)

    katYZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi X
    #x, y, z = obrotYZ(x, y, z, katYZ)

    #przesx = 0.05 * krok
    #przesy = 0.025 * krok
    #przesz =- 1.0 * krok
    #x = x + przesx  #przesuwanie w kierunku x
    #y = y + przesy  #przesuwanie w kierunku y
    #z = z + przesz #przesuwanie w kierunku z

    return x, y, z

def obrotXY(x, y, z, katXY):
    xt = x * math.cos(katXY) - y * math.sin(katXY) #konieczny import biblioteki math! pomocnicze z
    yt = x * math.sin(katXY) + y * math.cos(katXY)
    zt = z
    return xt, yt, zt

def obrotXZ(x, y, z, katXZ):
    xt = x * math.cos(katXZ) + z * math.sin(katXZ)
    yt = y
    zt = -x * math.sin(katXZ) + z * math.cos(katXZ)
    return xt, yt, zt

def obrotYZ(x, y, z, katYZ):
    xt = x
    yt = y * math.cos(katYZ) - z * math.sin(katYZ)
    zt = y * math.sin(katYZ) + z * math.cos(katYZ)
    return xt, yt, zt

def wnormal(wierz0, wierz1, wierz2): #kalkulacja wektora normalnego dla trójkąta
    normalny = [0.0, 0.0, 0.0]
    U = [wierz1[0] - wierz0[0], wierz1[1] - wierz0[1], wierz1[2] - wierz0[2]] #metoda http://www.o
    V = [wierz2[0] - wierz0[0], wierz2[1] - wierz0[1], wierz2[2] - wierz0[2]]
    normalny[0] = U[1] * V[2] - U[2] * V[1]
    normalny[1] = U[2] * V[0] - U[0] * V[2]
    normalny[2] = U[0] * V[1] - U[1] * V[0]
    return normalny

def coswekt(wekt0, wekt1): #obliczenie cosinusa miedzy wektorami http://www.mathsisfun.com/algebra/
    wektdlug0 = math.sqrt((math.pow(wekt0[0], 2) + math.pow(wekt0[1], 2) + math.pow(wekt0[2], 2)))
    wektdlug1 = math.sqrt((math.pow(wekt1[0], 2) + math.pow(wekt1[1], 2) + math.pow(wekt1[2], 2)))
    iloczynskal = (wekt0[0] * wekt1[0]) + (wekt0[1] * wekt1[1]) + (wekt0[2] * wekt1[2])
    coswektor = iloczynskal / (wektdlug0 * wektdlug1)
    return coswektor

def importujdane():
```

```
    #nazwa = "szescian.obj"
    nazwa = "crowbar.obj"
    #nazwa = "teapot.obj"
    plikmodelu = open(nazwa, "r").readlines()
    wierz = []
    trojk = []
    for linia in plikmodelu:
        lista_slow = linia.split()
        for slowo in lista_slow:
            if slowo == "v":
                x = float(lista_slow[1])
                y = float(lista_slow[2])
                z = float(lista_slow[3])
                wierz.append((x, y, z))
            if slowo == "f":
                t0 = int(lista_slow[1]) - 1
                t1 = int(lista_slow[2]) - 1
                t2 = int(lista_slow[3]) - 1
                ind = 2
                #ind = random.randint(0, 2) #losowe kolory z tablicy kolorów
                trojk.append((t0, t1, t2, ind))
    print wierz
    print trojk
    return wierz, trojk

main()
```

By mózg ludzki zinterpretował jednokolową bryłę jako trójwymiarową należy jej nadać cieniowanie, czyli zmianę jasności poszególnych ścian w zależności od ustawienia względem źródła światła. Wykorzystamy cieniowanie płaskie, czyli jasność danej ściany będzie jednakowa na całej jej powierzchni. Będzie ona zależeć wyłącznie od kąta padania światła na powierzchnię, nie będzie zależeć od odległości źródła światła.

Potrzebujemy dwóch rzeczy: wektora światła i wektora normalnego (prostopadłego do powierzchni) każdej ze ścian.



Każdy trójkąt ma dwa wektory normalne. Mają one ten sam kierunek, ale przeciwne zwroty. Potrzebujemy tylko jednego z nich, ważne żeby wybór był spójny dla wszystkich trójkątów modelu - np. wszystkie wektory, które są zorientowane na zewnątrz bryły. Cieniowanie uzależnimy od cosinusa kąta między wektorem normalnym a wektorem światła. W kodzie są za to odpowiedzialne te linijki:

```
kolormod[0] = int((1 - coswektorow) * kolortrojk[0] * 0.5)
kolormod[1] = int((1 - coswektorow) * kolortrojk[1] * 0.5)
kolormod[2] = int((1 - coswektorow) * kolortrojk[2] * 0.5)
```

kolortrojk to wstępnie zdefiniowany kolor dla danego trójkąta, *kolormod* to kolor z uwzględnieniem cieniowania. Gdy kąt między wektorem światła i wektorem normalnym będzie wynosił 0 radianów($\cos 0 = 1$) to *kolormod* wyniesie 0. Odpowiada to ścianie odwróconej tyłem do źródła światła. Gdy natomiast kąt wyniesie 3,14 radianów, czyli 180 stopni($\cos\pi = -1$)to *kolormod* będzie równy *kolortrojk*, czyli ściana jest skierowana prosto na źródło światła.

Wektor normalny można obliczyć znając współrzędne wierchołków trójkąta. Metoda opisana jest na wiki biblioteki OpenGL i w kodzie ma postać funkcji:

```
def wnormal(wierz0, wierz1, wierz2):
    normalny = [0.0, 0.0, 0.0]
    U = [wierz1[0] - wierz0[0], wierz1[1] - wierz0[1], wierz1[2] - wierz0[2]]
    V = [wierz2[0] - wierz0[0], wierz2[1] - wierz0[1], wierz2[2] - wierz0[2]]
    normalny[0] = U[1] * V[2] - U[2] * V[1]
    normalny[1] = U[2] * V[0] - U[0] * V[2]
    normalny[2] = U[0] * V[1] - U[1] * V[0]
    return normalny
```

Mając wektor normalny dla danego trójkąta i wcześniej zdefiniowany wektor światła *wektorswiatla = (1.0, 0.0, -1.0)* możemy wyliczyć cosinus kąta między wektorami. Jest to możliwe dzięki instnieniu dwóch metod obliczania iloczynu skalarnego wektorów.

Pierwsza to wykorzystanie długości wektorów i kąta między nimi:
$\vec{a} \circ \vec{b} = |\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\alpha$
$|\vec{a}| = \sqrt{(a_0)^2 + (a_1)^2 + (a_2)^2}$
$\left|\vec{b}\right| = \sqrt{(b_0)^2 + (b_1)^2 + (b_2)^2}$
Druga metoda to wykorzystanie współrzędnych wektorów $[a_0, a_1, a_2]$ i $[b_0, b_1, b_2]$:
$\vec{a} \circ \vec{b} = [a_0, a_1, a_2] \circ [b_0, b_1, b_2] = a_0b_0 + a_1b_1 + a_2b_2$
Ostatecznie:
$\cos\alpha = \frac{a_0b_0 + a_1b_1 + a_2b_2}{|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right|}$
Co jest zawarte w funkcji:

```
def coswekt(wekt0, wekt1):
    wektdlug0 = math.sqrt((math.pow(wekt0[0], 2) + math.pow(wekt0[1], 2) + math.pow(wekt0[2], 2)))
    wektdlug1 = math.sqrt((math.pow(wekt1[0], 2) + math.pow(wekt1[1], 2) + math.pow(wekt1[2], 2)))
    iloczynskal = (wekt0[0] * wekt1[0]) + (wekt0[1] * wekt1[1]) + (wekt0[2] * wekt1[2])
    coswektor = iloczynskal / (wektdlug0 * wektdlug1)
    return coswektor
```