

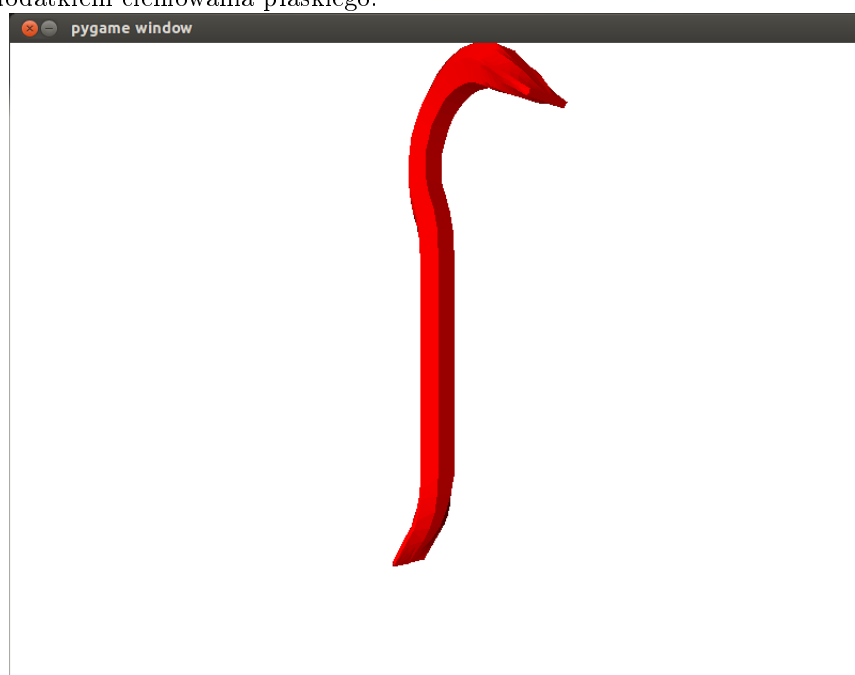
Grafika gier 3D od podstaw

Trójwymiarowe gry komputerowe już niemal od dwóch dekad rządzą się tymi samymi prawami. Spróbujemy zbudować minimalistyczny silnik 3D i zbadać podstawy jego działania. Omawiane przykłady można znaleźć w repozytorium github.com/kwahoo2/basic3d-py-eng Stamtąd polecam pobierać kod źródłowy - interpreter może mieć problemy z kodem skopiowanym z listingów osadzonych w niniejszym PDF-ie.

1. Wprowadzenie

Tekst ten ma być tak prosty jak tylko to możliwe. Zarówno od strony programistycznej jak i matematycznej. W założeniu powinien być on zrozumiały dla bystrego dwunastolatka. Przynajmniej mam taką nadzieję.

W odróżnieniu od większości podobnych przewodników, skupimy się na podstawach, poczynając od pojedynczych pikseli i trójkątów. Stworzymy całkowicie programowy silnik, bez pomocy OpenGL czy innych podobnych bibliotek. Ostatecznie będzie on wyświetlał ruchomy model łomu pobrany z pliku zewnętrznego z dodatkiem cieniowania płaskiego.



Nie będziemy się skupiać na operacjach na macierzach, tam gdzie nie jest to konieczne jak również nie będziemy zajmować się bardziej wymyślnymi rozwiązaniami w grafice 3D jak współrzędne jednorodne. Ludzie zajmujący się już tematyką grafiki 3D nie znajdą tutaj zapewne niczego ciekawego.

Całość powstanie w języku skryptowym Python. Wybór wydaje się mało sensowny dla silnika 3D, z uwagi na bardzo niską wydajność, ale przecież nie chodzi nam o wydajność a o prostotę i walory edukacyjne. Będziemy też unikać bardziej zaawansowanych elementów programowania jak klasy czy obiekty. Całość ma być zrozumiała nawet dla ludzi bez doświadczenia programistycznego,

a kod ma się zamknąć w około 300 liniach i ma działać zarówno pod Linuxem jak i Windowsem.

Oprócz Pythona (użyłem wersji 2.7) wykorzystamy też bibliotekę PyGame, która pomoże nam wyłącznie w rysowaniu okna i wypełnianiu go pikseli. Python jest już zwykle domyślnie zainstalowany w większości dystrykcji, a PyGame można znaleźć w pakiecie *python-pygame*.

Po otwarciu konsoli i wpisaniu wywołaniu w niej Pythona, możemy zacząć eksperymentować widząc na bieżąco wyniki naszych prac:

```
$ python
Python 2.7.4 (default, Jul 5 2013, 08:21:57) [GCC 4.7.3] on linux2 Type "help", "copy
>>>
```

Wychodzimy z interpretera wciskając *Ctrl-D*. Możemy też zapisywać kod w pliku tekstowych i wywoływać je w następujący sposób:

```
$ python naszprogram.py
```

Na początek uruchomimy prosty program wyświetlający puste okno - umożliwi on sprawdzenie czy PyGame jest prawidłowo zainstalowane. Utwórzmy plik z rozszerzeniem *.py mający następującą treść (Kod programu do pobrania):

```
import pygame

def main():

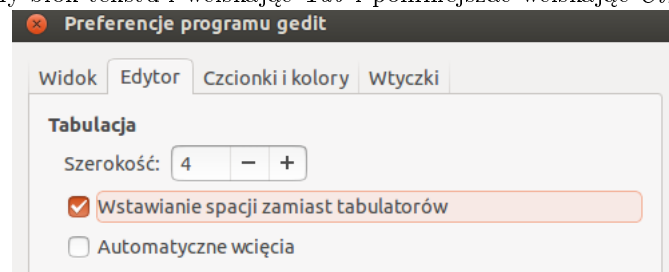
    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))

    running = True

    while running:
        for event in pygame.event.get(): #przerwanie petli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

    main()
```

Warto zauważyć, że Python nie wykorzystuje nawiasów do zamykania pętli (for, while), ani do instrukcji warunkowych (if). Jest za to wrażliwy na wcięcia. Proponuję używać czterech spacji jako wcięcia. Wiele edytorów tekstu ma też opcję umożliwiającą automatyczną konwersję tabulatorów na spacje. Poniżej ustawienia w edytorze *gedit*. Porada: wcięcia można powiększać zaznaczając cały blok tekstu i wciskając *Tab* i pomniejszać wciskając *Ctrl-Tab*.



Najważniejszą częścią powyższego programu jest pętla *while running*;, która będzie tak długo jak długo zmienna *running* będzie miała wartość *True* (prawda). To wewnątrz niej będziemy wpisywać nasz kod. Dalej jest widoczna druga pętla monitorująca zdarzenia pochodzące od okna:

```
for event in pygame.event.get(): #przerwanie petli
    if event.type == pygame.QUIT:
        running = False
```

Gdy wciśniemy “krzyżyk” by zamknąć okno, to zmiennej `running` zostanie przypisana wartość `False`, czyli fałsz. Wtedy główna pętla (*while running:*) zostanie przerwana, bo `running` nie będzie już prawdą, i program zakończony.

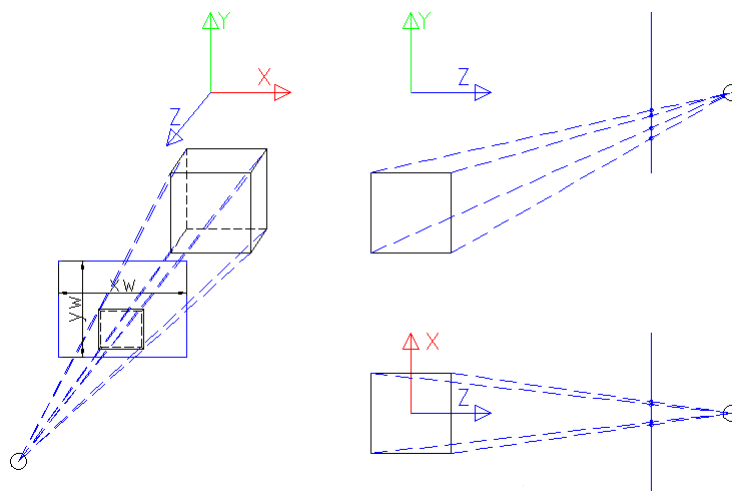
Omówmy sobie też najważniejsze linie programu:

import pygame stąd Python wie, że ma uwzględniać moduł PyGame,
def main(): główna funkcja w programie, którą wywołujemy na końcu przez `main()`,
screen = pygame.display.set_mode((xw, yw)) korzystając z PyGame tworzymy okno o szerokości `xw` (tutaj 800 pikseli) i wysokości `yw` (600 pikseli).

2. Rzutowanie perspektywiczne

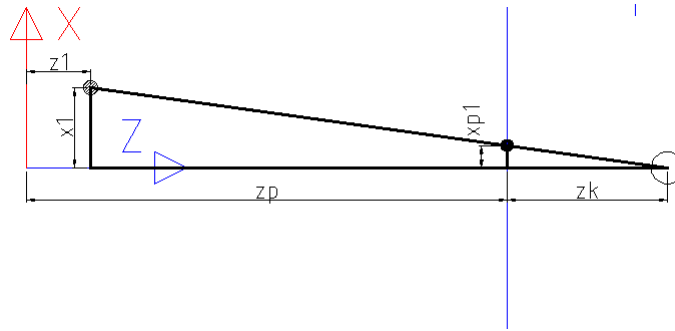
W grach stosowane jest rzutowanie perspektywiczne, odpowiadające rzeczywistości, gdzie dalsze obiekty wydają się mniejsze. W innych zastosowaniach, np. oprogramowanie CAD, można spotkać też rzutowanie równoległe, którym nie będziemy się tutaj zajmować.

Wyobraźmy sobie, że nie patrzymy na ekran komputera a na obiekt znajdujący się za oknem. Szyba tego okna jest odpowiednikiem naszego ekranu, którego nazywać też będziemy płaszczyzną rzutowania. Za oknem znajduje się kartonowe pudło. Bieremy flamaster do ręki i zaczynamy zaznaczać na szybie punkty tak aby się pokrywały z wierzchołkami (narożnikami) pudła. Potem łączymy liniami narysowane punkty i ostatecznie zamalowujemy obszary zamknięte przez te linie. Właśnie utworzyliśmy na szybie rzut perspektywiczny naszego obiektu 3D (pudła).



Rysunek powyżej przedstawia taką sytuację. Widzimy tam nasz sześcian, obserwatora (czarny okrąg) i płaszczyznę rzutowania (nasze okno) pod postacią niebieskiego prostokątu. Do tego wprowadzimy układ współrzędnych z `X` kierowanym w prawo, `Y` w górę i `Z` w kierunku obserwatora.

Po prawej stronie widzimy tę samą sytuację rozbityą na widoki: z boku (`YZ`) u z góry (`XZ`). Płaszczyzna rzutowania jest teraz widoczna jako niebieska linia, a w miejscu jej przecięcia z kreskowymi liniami, od obiektu do obserwatora, powstają rzutowane punkty. Tutaj ciekawostka, we wspomnianym wcześniej rzutowaniu równoległym, linie kreskowe byłyby oczywiście równoległe.



Będziemy musieli, znając współrzędne x , y , z , wyliczyć współrzędne (nazwijmy je xp i yp) położenie projekcji punktu na ekranie. Przyjrzyjmy się rysunkowi powyżej odpowiadającemu na widok z góry na nasz “świat”. Chcemy wyliczyć współrzędną poziomą projekcji $xp1$ mając współrzędne punktu w przestrzeni $x1$ i $z1$. Przyglądając się dokładniej możemy zobaczyć dwa trójkąty prostokątne. Jeden o przyprostokątnych zk i $xp1$, drugi o przyprostokątnych $zp + zk - z1$ oraz $x1$. Wyjaśniając: zp to odległość od środka układu współrzędnych do płaszczyzny rzutowania, zk to odległość od tej płaszczyzny do obserwatora. Potrzebną wielkość $xp1$ można wyliczyć z proporcji dwóch trójkątów:

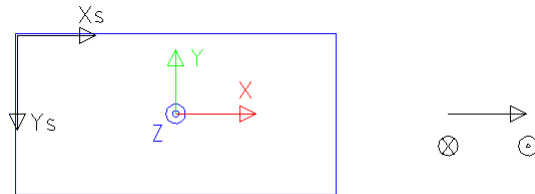
$$xp1 = x1 \cdot \frac{zk}{zp + zk - z1}$$

Analogicznie będzie dla współrzędnej y projekcji:

$$yp1 = y1 \cdot \frac{zk}{zp + zk - z1}$$

Zapiszemy to w naszym kodzie jako:

```
xp = zk * x / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
yp = zk * y / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
```



Trzeba ominąć jeszcze jedną pułapkę. Współrzędne okna (nazwane powyżej x_s , y_s) mają początek w lewym górnym narożniku i nie są spójne z wprowadzonym wcześniej układem. Trzeba dokonać konwersji, przy okazji mnożąc wartości przez jakąś skalę. Skala będzie mówić ilu pikselom ekranowym odpowiada jednostka w przestrzeni 3D.

$$xps1 = \frac{xw}{2} + xp1 \cdot skala$$

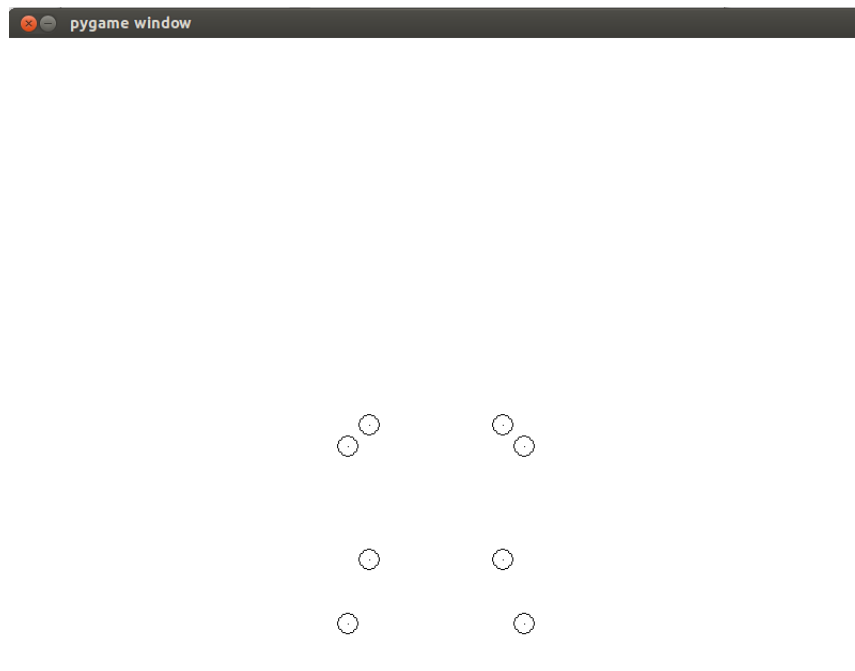
$$yps1 = \frac{yw}{2} - yp1 \cdot skala$$

W kodzie:

```
xps = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie oraz konwersja do liczby
yps = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie i odwrócenie y oraz konwe
```

Warto zwrócić uwagę na konwersję z liczby zmiennoprzecinkowej do całkowitej za pomocą `int()`. Położenie piksela musi być określone liczbami całkowitymi.

Wyświetlanie wierzchołków



Utwórzmy program wyświetlający projekcję wierzchołków sześciangu jak na powyższym zrzucie ekranu. Poniżej znajduje się pełny listing kodu. Kod do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    fizxw = 2.0 # "fizyczna" (w jednostkach przestrzeni 3D) szerokość okna widzenia
    fov = math.radians(75) # określenie szerokości pola widzenia
    zp = 6.0 # odległość od środka układu współrzędnych do "ekranu"
    zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2)) # odległość od "ekranu" do obserwatora
    skala = int(xw / fizxw) # skala n pikseli na 1 jednostkę przestrzeni

    background_colour = (255, 255, 255)
    screen.fill(background_colour)

    p0 = (1.0, -3.0, 1.0) # punkt pierwszy – krotka, w odróżnieniu od listy n
    p1 = (1.0, -1.0, 1.0)
    p2 = (-1.0, -3.0, 1.0)
    p3 = (-1.0, -1.0, 1.0)
    p4 = (1.0, -3.0, -1.0)
    p5 = (1.0, -1.0, -1.0)
    p6 = (-1.0, -3.0, -1.0)
    p7 = (-1.0, -1.0, -1.0)

    chmura = (p0, p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7) # zebranie wszystkich krotek do

    running = True # start głównej pętli programu
    while running:
```

```

screen.fill(background_colour) #czyszczenie klatki

for i in range(0, len(chmura)): #pętla 8-elementowa, 0-7, bo ostatni
    print i
    punkt = chmura[i] #wybranie kolejnej krotki z nadrzędnej
    print punkt
    x = punkt[0] #wybrana pierwsza współrzędna
    y = punkt[1]
    z = punkt[2]
    xp = zk * x / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
    yp = zk * y / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
    xps = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wyśrodkowanie, skalowanie or
    yps = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wyśrodkowanie, skalowanie i
    print "x"+str(xps) #wypisanie wartości w konsoli
    print "y"+str(yps)
    screen.set_at((xps, yps), (0, 0, 0)) #narysowanie punktu w zadany
    pygame.draw.circle(screen, (0, 0, 0), (xps, yps), 10, 1) #obrys

pygame.display.flip()
for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
    if event.type == pygame.QUIT:
        running = False

main()

```

Omówmy jego działanie krok po kroku. Najpierw wypełniony został cały ekran kolorem białym:

```

background_colour = (255,255,255)
screen.fill(background_colour)

```

Trzy następujące się liczby to składowe (liczby całkowite 0 - 255): kolor czerwony, zielony i niebieski.

Należało wprowadzić współrzędne (x, y, z) dla każdego z wierzchołków:

```
p0 = (1.0, -3.0, 1.0)
```

Są one reprezentowane za pomocą trzech liczb zmiennoprzecinkowych, Python liczbę „z przecinkiem” automatycznie traktuje jako zmiennoprzecinkową, zebranych do krotki. Krotka to struktura danych pozwalająca zbierać kilka zmiennych różnych typów (np. liczba całkowita, ciąg znaków), ale w odróżnieniu od listy nie może być modyfikowana po utworzeniu. Krotki w Pythonie zbudowane są z użyciem nawiasów okrągłych (), listy z użyciem nawiasów kwadratowych [].

Dalej zbieramy wszystkie wierzchołki od p0 do p7 w jedną wspólną krotkę nazwaną chmura:

```
chmura = (p0, p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7)
```

Tu warto wspomnieć, że wszystko można by zrobić w jednym przypisaniu:

```
chmura = ((1.0, -3.0, 1.0), (1.0, -1.0, 1.0), (-1.0, -3.0, 1.0), (-1.0, -1.0, 1.0), (1.0, 1.0, -3.0), (1.0, 1.0, -1.0), (-1.0, 1.0, -3.0), (-1.0, 1.0, -1.0))
```

Wewnątrz głównej pętli programu tworzymy podrzędną, której każde przejście będzie odpowiadało za narysowaniu punktu piksela powstałego w wyniku projekcji każdego kolejnego wierzchołka:

```

for i in range(0, len(chmura)):
    punkt = chmura[i]
    x = punkt[0]
    y = punkt[1]
    z = punkt[2]

```

len zwraca długość zmiennej, w tym przypadku, dla naszej krotki będzie to 8. Pętla zostanie wykonana dla *i* równego 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7. zobaczmy przypadek, gdy *i* równa się 3. Z krotki *chmura* zostanie wybrany czwarty element (bo są numerowane od 0, nie od 1), czyli czwarty wierzchołek, i zmienna punkt będzie wtedy równa (-1.0, -1.0, 1.0). Następnie kolejnym współrzędnym x, y, z, zostanie przypisany pierwszy [0], drugi [1] i trzeci [2] element krotki *punkt*, czyli x = -1.0, y = 0.0, z = 1.0.

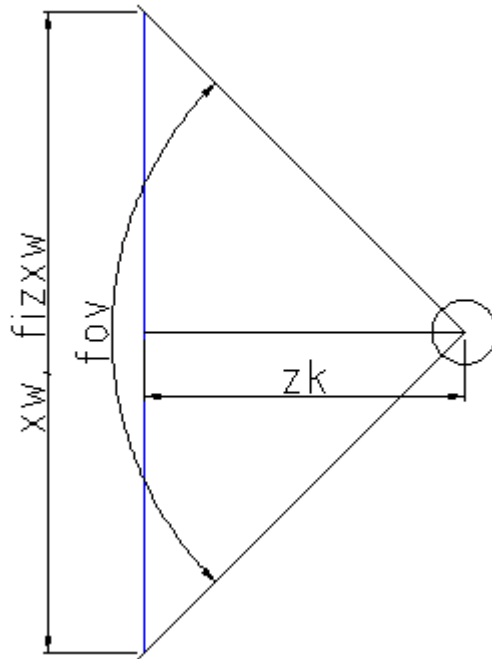
Dalej mamy wyliczenie projekcji, które zostało omówione wyżej. Przy okazji wypisuję wartości niektórych zmiennych do konsoli używając *print*. To nie jest konieczne, ale potrafi być przydatne, gdy program nie działa prawidłowo i szuka się błędu. Ostatecznie wstawiam czarny piksel w zaadany miejscu:

```
screen.set_at((xps, yps), (0, 0, 0))
```

Oraz, już po wyjściu z pętli for, dokonuję wyświetlenia tego co narysowałem:

```
pygame.display.flip()
```

Przy okazji pojawił się kod rysujący okręgi - tak wysokopoziomowe funkcje nie będą nam ostatecznie potrzebne. Tutaj został tylko wykorzystany by położenie wierzchołków było lepiej widoczne.



Dodatkowo, na początku programu wprowadziłem odległość (zk) obserwator - płaszczyzna rzutowania zależną od kąta widzenia (fov):

```
fov = math.radians(75)
zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2))
```

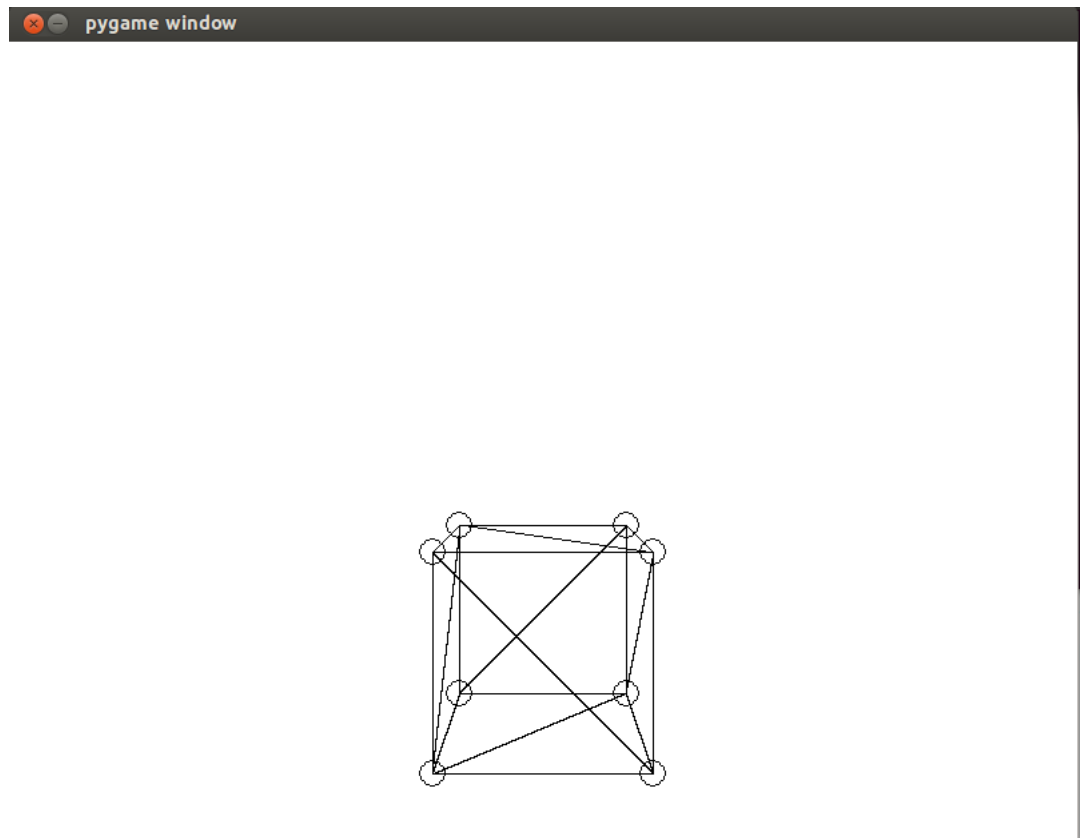
Pierwsza linia to konwersja ze stopni na, używane przez Pythona, radiany. Drugą można wyprowadzić z wykorzystaniem odrobiny trygonometrii:

$$\frac{0,5 \cdot fizxw}{zk} = \tan\left(\frac{fov}{2}\right)$$

$$0,5 \cdot fizxw = zk \cdot \tan\left(\frac{fov}{2}\right)$$

$$zk = \frac{0,5 \cdot fizxw}{\tan\left(\frac{fov}{2}\right)} = \frac{fizxw}{2 \cdot \tan\left(\frac{fov}{2}\right)}$$

Model drutowy, trójkąty



Kod programu do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    fizxw = 2.0 # "fizyczna" (w jednostkach przestrzeni 3D) szerokość okna widzenia
    fov = math.radians(75) # określenie szerokości pola widzenia
    zp = 6.0 # odległość od środka układu współrzędnych do "ekranu"
    zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2)) # odległość od "ekranu" do obserwatora
    skala = int(xw / fizxw) # skala w pikseli na 1 jednostkę przestrzeni

    background_colour = (255, 255, 255)
    screen.fill(background_colour)

    p0 = (1.0, -3.0, 1.0) # punkt pierwszy – krotka, w odróżnieniu od listy nieze
    p1 = (1.0, -1.0, 1.0)
    p2 = (-1.0, -3.0, 1.0)
    p3 = (-1.0, -1.0, 1.0)
    p4 = (1.0, -3.0, -1.0)
    p5 = (1.0, -1.0, -1.0)
    p6 = (-1.0, -3.0, -1.0)
    p7 = (-1.0, -1.0, -1.0)

    chmura = (p0, p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7) # zebranie wszystkich krotek do je
```



```

troj0 = (0, 1, 3) #indeks wierzchołków wybranych z krotki "chmura, dal pier
troj1 = (0, 3, 2)
troj2 = (2, 3, 7)
troj3 = (2, 7, 6)
troj4 = (4, 1, 0)
troj5 = (1, 4, 5)
troj6 = (1, 7, 3)
troj7 = (1, 5, 7)
troj8 = (4, 0, 2)
troj9 = (4, 2, 6)
troj10 = (5, 4, 6)
troj11 = (5, 6, 7) #na szesciobok potrzeba 12 trójkątów

zbiortroj = (troj0, troj1, troj2, troj3, troj4, troj5, troj5, troj7, troj8,
#alternatywnie zbiortroj = ((0, 1, 3), (0, 2, 3), itd)

running = True #start głównej pętli programu
while running:
    screen.fill(background_colour) #czyszczenie klatki

    for tr in range(0, len(zbiortroj)): #pętla 12-elemtowa, 0-11, bo ostat
        trojkat = zbiortroj[tr]
        xps = [0, 0, 0] #tymczasowa lista punktów [] to listy, () to krotki
        yps = [0, 0, 0]
        for i in range(0, 3):
            numerpunktu = trojkat[i] #pobranie indeksu punktu, "zbiortroj"
            punkt = chmura[numerpunktu] #wybranie kolejnej krotki z krotki
            x = punkt[0] #wybrana pierwsza współrzędna
            y = punkt[1]
            z = punkt[2]
            xp = zk * x / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
            yp = zk * y / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
            xps[i] = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wysrodkowanie, skalowan
            yps[i] = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wysrodkowanie, skalowan
            screen.set_at((xps[i], yps[i]), (0, 0, 0)) #narysowanie punktu
            pygame.draw.circle(screen, (0, 0, 0), (xps[i], yps[i]), 10, 1)

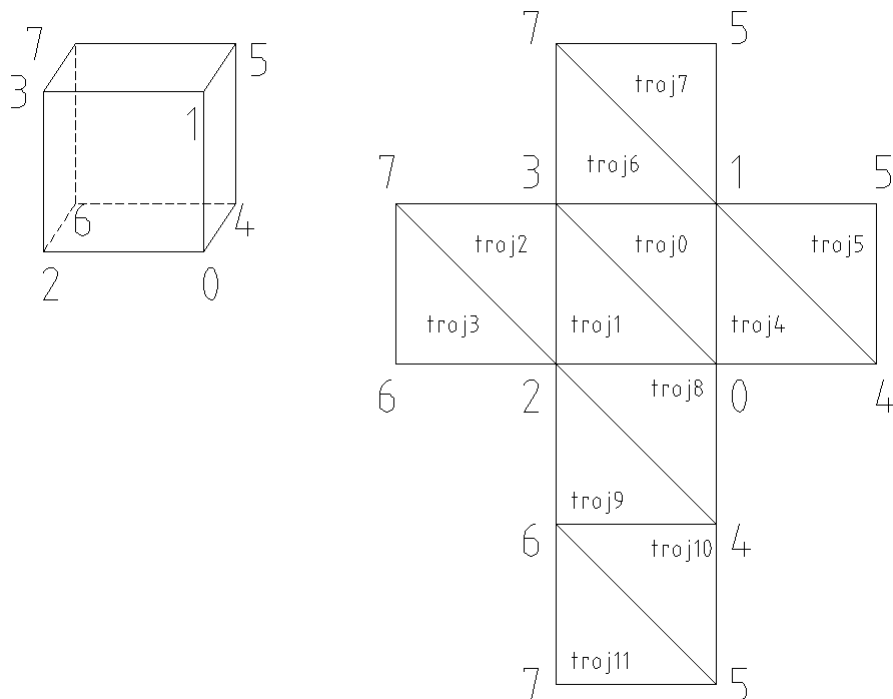
        pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[0], yps[0]), (xps[1], yps[1]))
        pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[1], yps[1]), (xps[2], yps[2]))
        pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[2], yps[2]), (xps[0], yps[0]))

    pygame.display.flip()
    for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
        if event.type == pygame.QUIT:
            running = False

main()

```

Kolejnym etapem jest podział naszego sześcianu na wielokąty. Będą to najprostsze możliwe wielokąty, czyli trójkąty, co ułatwi nam pracy na późniejszym etapie, gdy będziemy budować rasteryzer. Każda ściana sześcianu zostanie podzielona na dwa trójkąty.



Trójkąt zdefiniowany jest za pomocą trzech wierzchołków, ale zamiast ich współrzędnych zostały zapisane pozycje w wcześniej zdefiniowanym zbiorze wierzchołków *chmura*:

```
troj0 = (0, 1, 3)
```

Według powyższego kodu, pierwszy trójkąt wykorzystuje wierzchołki o numerach 0, 1 i 3, czyli (1.0, -3.0, 1.0), (1.0, -1.0, 1.0) i (-1.0, -1.0, 1.0). Zrobiłem to w ten sposób, dlatego, że te same wierzchołki są wykorzystywane w wielu trójkątach. Mamy 12 trójkątów, każdy po 3 wierzchołki, co daje aż 36 wierzchołków. Większość się pokrywa, dzięki czemu potrzebujemy tylko 8, nie 36.

Dla każdego trójkąta wykonywana jest następująca pętla:

```
for i in range (0, 3):
    numerpunktu = trojkat[i]
    punkt = chmura[numerpunktu]
    x = punkt[0]
    y = punkt[1]
    z = punkt[2]
```

Wewnątrz tej pętli, dla każdego z wierzchołków trójkąta, odczytywane są współrzędne x, y i z. Dodatkową różnicą w stosunku do poprzedniego kodu jest wprowadzenie trójelementowych list, które będą zapisywać położenie projekcji wszystkich trzech wierzchołków:

```
xps = [0, 0, 0]
yps = [0, 0, 0]
xps[i] = int((xw / 2) + (xp * skala))
yps[i] = int((yw / 2) - (yp * skala))
```

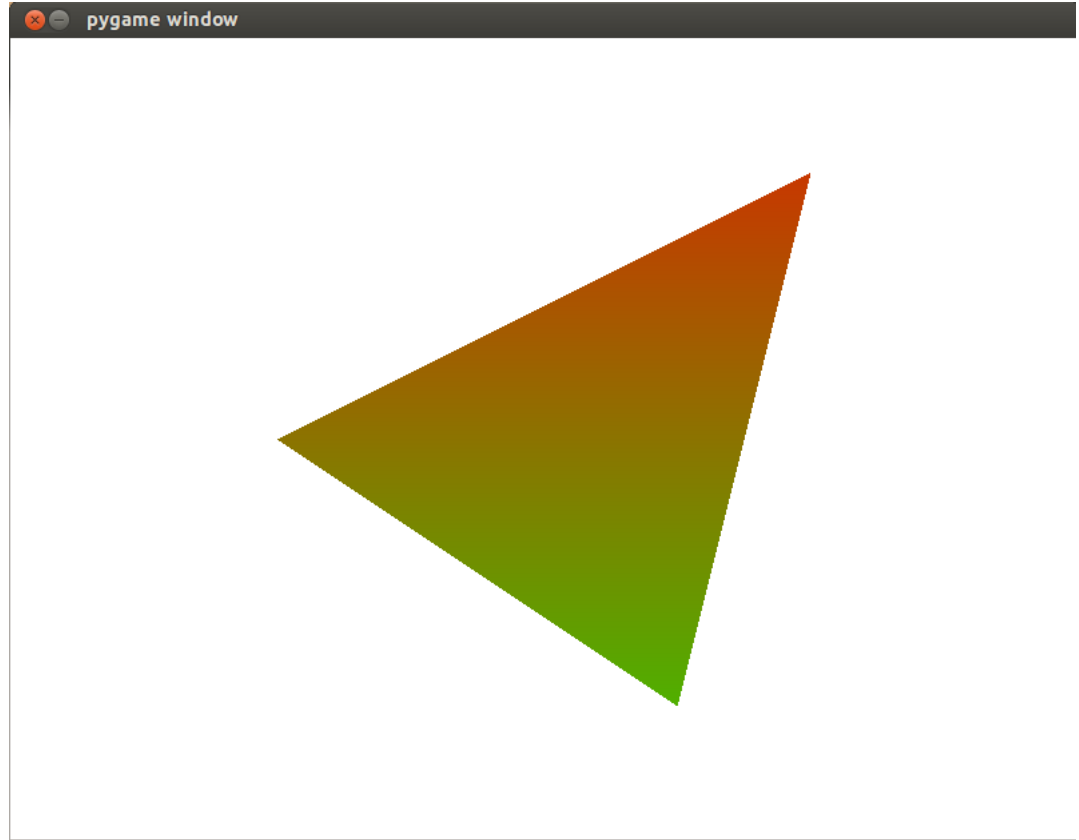
Listy te są odczytywane już po wyjściu z wyżej opisywanej pętli i wykorzystywane do rysowania krawędzi łączących wierzchołki trójkąta (0 z 1, 1 z 2, 2 z 0):

```
pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[0], yps[0]), (xps[1], yps[1]), 1)
pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[1], yps[1]), (xps[2], yps[2]), 1)
pygame.draw.line(screen, (0, 0, 0), (xps[2], yps[2]), (xps[0], yps[0]), 1)
```

Poszliśmy tu nieco na skróty wykorzystując wbudowaną funkcję PyGame. Silniki gier nie działały zwykle w ten sposób, a implementowały własne rasteryzatory linii, które składały linie z pojedynczych pikseli. Przykładem może tu być algorytm Brasenhama.

3. Rasterizer trójkąta

Rasteryzacja pojedynczego trójkąta



Kod programu do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    background_colour = (255,255,255)
    screen.fill(background_colour)

    running = True

    while running:
        xps0 = 600 #od lewej do prawej
        yps0 = 100 #z góry na dół
        zf0 = -10.0 #głębokość Z w float

        xps1 = 200 #współrzędne wierzchołków trojkąta od najmwyzsze (najmniejsze
```

```

yps1 = 300
zf1 = -7.0
#   xps1 = 600
#   yps1 = 300

xps2 = 500
yps2 = 500
zf2 = -4.0

dx10 = xps1 - xps0
dx21 = xps2 - xps1
dx20 = xps2 - xps0
dy10 = yps1 - yps0
dy21 = yps2 - yps1
dy20 = yps2 - yps0
dzf10 = zf1 - zf0
dzf21 = zf2 - zf1
dzf20 = zf2 - zf0

dwypl0 = math.sqrt(float(math.pow(dx10,2)+math.pow((dy10),2))) #początek
dwypl1 = math.sqrt(float(math.pow(dx21,2)+math.pow((dy21),2)))
dwypl2 = math.sqrt(float(math.pow(dx20,2)+math.pow((dy20),2)))

zprop10 = dzf10 / dwypl0 #proporcja przesunięcia XY dla 10 do przesuni
zprop21 = dzf21 / dwypl1
zprop20 = dzf20 / dwypl2

#rasterizer buduje trójkąty z linii poziomych
if ((float(dx10) / float(dy10)) < (float(dx20) / float(dy20))):# przypa
    for y in range(yps0, yps2):
        if y < yps1: #gdzie jest się między 0 a 1
            x0 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10
            x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x0,2)+math.pow((yps1
            z0 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległ
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2
            z1 = zf2 - dwyp * zprop20

        else: #gdzie jest się między 1 a 2
            x0 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
            x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2
            z0 = zf2 - dwyp * zprop21
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2
            z1 = zf2 - dwyp * zprop20

    for x in range(x0, x1):
        if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tyl
            #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
            z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)

            screen.set_at((x, y), (int(abs(z * 20)), 255 - int(abs(z

    else:
        for y in range(yps0, yps2):
            if y < yps1: #gdzie jest się między 0 a 1
                x1 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #zamiana początku z konc
                x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x1,2)+math.pow((yps1

```

```

z1 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległość
dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y0,2)))
z0 = zf2 - dwyp * zprop20

else: #gdy jest się między 1 a 2
x1 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y1,2)))
z1 = zf2 - dwyp * zprop21
dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y0,2)))
z0 = zf2 - dwyp * zprop20
for x in range(x0, x1):
    if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tyl
        #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
        z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)

        screen.set_at((x, y), (int(abs(z * 20)), 255 - int(abs(z * 20)), 0))

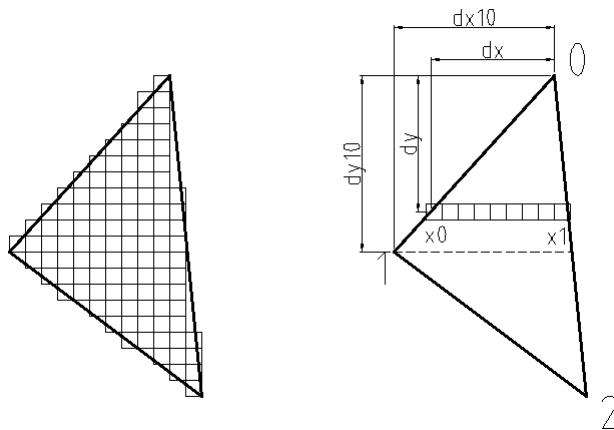
for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
    if event.type == pygame.QUIT:
        running = False

pygame.display.flip()

main()

```

Mając projekcje wierzchołków trójkąta musimy wypełnić jego obszar pikselami. Proces ten nazywa się rasteryzacją i polega na przedstawieniu figury płaskiej za pomocą skończonej liczby elementów (pikseli). Napišmy prosty program do rasteryzacji pojedynczego trójkąta.



Będziemy składać trójkąty z poziomych odcinków rysowanych w kolejności od góry do dołu ekranu. Każdy z tych odcinków zbudowany jest z pikseli wstawianych od lewej (punkt x_0) do prawej (punkt x_1).

Zakładamy, że wierzchołki „0“, „1“ i „2“ są numerowane od góry. Trójkąt należy podzielić na dwa mniejsze za pomocą poziomej linii (kreskowa na rysunku) przechodzącej przez wierzchołek „1“.

Górny trójkąt:

Wyliczamy x_0 znajdujące się na linii 0-1 oraz x_1 znajdujące się na linii 0-2:

$$x_0 = x_{ps0} + (y - y_{ps0}) * dx_{10} / dy_{10}$$

$$x_1 = x_{ps0} + (y - y_{ps0}) * dx_{20} / dy_{20}$$

y jest znane i w pierwszym kroku równe y_{ps0} , czyli współrzędnej wierzchołka „0“. Z każdym przejściem y zostaje zwiększone o 1, co odpowiada kolejnemu (położonemu niżej) odcinkowi.

Podobny proces będzie zachodził dla dolnego trójkąta:

Wyliczamy $x0$ znajdujące się na linii 1-2 oraz $x1$ znajdujące się na linii 0-2:

```
x0 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
```

Ostatnią częścią jest narysowanie pikseli z których zbudowany jest poziomy odcinek (druga linia sprawdza też czy punkt znajduje się w obszarze ekranu):

```
for x in range(x0, x1):
    if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw:
        screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
```

Pozostaje jeszcze jeden problem, a mianowicie współrzędna z . Nie przejmowaliśmy się nią przy modelu drutowym, ale teraz, gdy wypełnianiane są całe powierzchnie musimy sprawdzać ich głębokość. Ostatecznie będziemy wyświetlać tylko te piksele, które odpowiadają punktom znajdującym się najbliżej obserwatora.

Założmy, że chcemy wyliczyć współrzędną $z0$ punktu znajdującego się na odcinku między wierzchołkami „0” i „1”. Mamy współrzędne wierzchołka „0”, czyli $(xps0, yps0$ i $zf0)$, współrzędne wierzchołka 1 $(xps1, yps1$ i $zf1)$, odległości wzdłuż osi x i y między tymi wierzchołkami $(dx10$ i $dy20)$ oraz dwie współrzędne naszego punktu $(x0$ i $y)$. Za znalezienie $z0$ odpowiada:

```
dzf10 = zf1 - zf0
dwy10 = math.sqrt(float(math.pow(dx10,2)+math.pow(dy10,2)))
zprop10 = dzf10 / dwy10
dwy = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x0,2)+math.pow(yps1 - y,2)))
z0 = zf1 - dwy * zprop10
```

Co jest zapisem równania:

$$z0 = zf1 - \sqrt{(xps1 - x0)^2 + (yps1 - y)^2} \cdot \frac{zf1 - zf0}{\sqrt{dx10^2 + dy20^2}}$$

Lub inaczej:

$$z0 = zf1 - \frac{\sqrt{(xps1 - x0)^2 + (yps1 - y)^2}}{\sqrt{dx10^2 + dy20^2}} \cdot (zf1 - zf0)$$

gdzie:

$\sqrt{dx10^2 + dy20^2}$ to odległość między wierzchołkami „0” i „1” na płaszczyźnie XY

$\sqrt{(xps1 - x0)^2 + (yps1 - y)^2}$ odległość od wierzchołka „1” punktu, którego współrzędnej $z0$ szukamy.

Wyliczając w ten sam sposób $z1$, możemy poznać współrzędną z dla każdego punktu poziomego odcinka, dla którego znamy x i y :

$$z = z1 - ((z1 - z0) / \text{float}(x1 - x0)) * \text{float}(x1 - x)$$

Nasz przykładowy program zmienia kolor piksela w zależności od współrzędnej z punktu, któremu ten piksel odpowiada:

```
screen.set_at((x, y), (int(abs(z * 20)), 255 - int(abs(z * 20)), 0))
```

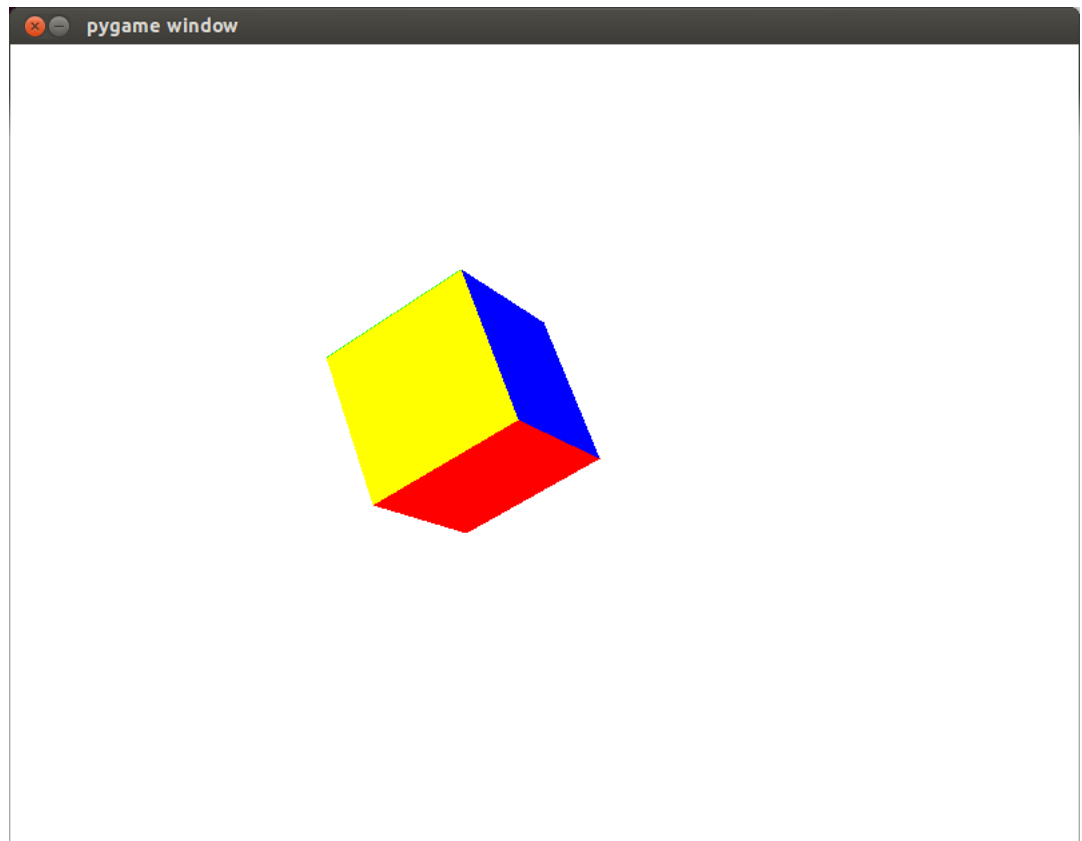
Ten prosty test pozwala stwierdzić czy rasterizer działa prawidłowo. Na rzucie ekranu widoczne jest płynne przejście pomiędzy kolorami, co oznacza, że z zmienia się płynnie.

Omówimy przypadek, gdy wierzchołek „1” znajduje się po lewej stronie odcinka 0-2, ale kod będzie musiał też uwzględnić odmienną sytuację. Za sprawdzenie z którą sytuacją mamy do czynienia odpowiada kod:

```
if ((float(dx10) / float(dy10)) < (float(dx20) / float(dy20)))
```

Konwersja $\text{float}()$ typów z liczb całkowitych na zmiennoprzecinkowe została wykonana w celu zwiększenia precyzji dzielenia.

Projekcja i rasteryzacja bryły



Kod programu do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    lipx = xw * yw #całkowita liczba pikseli
    fizxw = 2.0 #"fizyczna" (w jednostkach przestrzeni 3D) szerokość okna widzenia
    fov = math.radians(75) #określenie szerokości pola widzenia
    zp = 7.0 #odległość od środka układu współrzędnych do "ekranu"
    zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2)) #odległość od "ekranu" do obserwatora
    skala = int(xw / fizxw) #skala n pikseli na 1 jednostkę przestrzeni

    bufram = [] #z-bufor

    for i in range(0, lipx):
        bufram.append(-100000.0) #tworzenie nowej czystej listy dla koloru głębi

    background_colour = (255,255,255)
    screen.fill(background_colour)

    p0 = (1.0, -3.0, 1.0) #punkt pierwszy - krotka, w odróżnieniu od listy niez
    p1 = (1.0, -1.0, 1.0)
    p2 = (-1.0, -3.0, 1.0)
    p3 = (-1.0, -1.0, 1.0)
```

```

p4 = (1.0, -3.0, -1.0)
p5 = (1.0, -1.0, -1.0)
p6 = (-1.0, -3.0, -1.0)
p7 = (-1.0, -1.0, -1.0)

chmura = (p0, p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7) #zebranie wszystkich krotek do je

zbiorkolor = ((0, 0, 255), (0, 255, 0), (255, 0, 0), (0, 255, 255), (255, 255, 0), (255, 0, 255), (0, 0, 0))

troj0 = (0, 1, 3, 0) #indeks wierzchołków wybranych z krotki "chmura, dal
troj1 = (0, 3, 2, 0)
troj2 = (2, 3, 7, 1)
troj3 = (2, 7, 6, 1)
troj4 = (4, 1, 0, 2)
troj5 = (1, 4, 5, 2)
troj6 = (1, 7, 3, 3)
troj7 = (1, 5, 7, 3)
troj8 = (4, 0, 2, 4)
troj9 = (4, 2, 6, 4)
troj10 = (5, 4, 6, 5)
troj11 = (5, 6, 7, 5) #na szesciobok potrzeba 12 trójkątów

zbiortroj = (troj0, troj1, troj2, troj3, troj4, troj5, troj6, troj7, troj8, troj9, troj10, troj11)

running = True #start głównej pętli programu

krok = 0

while running:
    screen.fill(background_colour) #czyszczenie klatki
    for i in range(0, lipx):
        bufram[i] = -100000.0 #wypełnianie Z bufora bardzo małymi wartościami

    for tr in range(0, len(zbiortroj)): #pętla 12-elementowa, 0-11, bo ostatni to jest pusty
        trojkat = zbiortroj[tr]
        #print trojkat
        xps = [0, 0, 0] #tymczasowa lista punktów [] to listy, () to krotki
        yps = [0, 0, 0]
        zf = [0.0, 0.0, 0.0]
        for i in range(0, 3):
            numerpunktu = trojkat[i] #pobranie indeksu punktu, "zbiortroj"
            punkt = chmura[numerpunktu] #wybranie kolejnej krotki z krotki
            x = punkt[0] #wybrany pierwsza współrzędna
            y = punkt[1]
            z = punkt[2]
            x, y, z = transformacja(x, y, z, krok) #wywołanie funkcji transformacji

            xp = zk * x / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
            yp = zk * y / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
            #skala = 100 #skala 100 pikseli na 1 jednostkę przestrzeni
            xps[i] = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie
            yps[i] = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie
            zf[i] = z
        kolortroj = zbiorkolor[trojkat[3]] #czwarty argument trojkata to kolor
        #print [xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2], zf[2]]
        bufram = rysujtrojk([xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2], zf[2]], kolortroj)
    pygame.display.flip()
    krok = krok + 1

```



```

        for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

def rysujtrojk(wierz0, wierz1, wierz2, kolortroj, xw, yw, screen, bufram, zp):

    while 1: #prosty algorytm sortowania 3 elementów
        if wierz0[1] > wierz1[1]:
            wierztemp = wierz0
            wierz0 = wierz1
            wierz1 = wierztemp

        if wierz1[1] > wierz2[1]:
            wierztemp = wierz1
            wierz1 = wierz2
            wierz2 = wierztemp

        if wierz0[1] <= wierz1[1] and wierz1[1] <= wierz2[1]: #przerwanie gdy u
            break

    #print wierz0, wierz1, wierz2

    xps0 = wierz0[0] #od lewej do prawej
    yps0 = wierz0[1] #z góry na dół
    zf0 = wierz0[2] #głębokość Z w float
    xps1 = wierz1[0] #współrzędne wierzchołków trojkąta od najmwyzsze (najmnie
    yps1 = wierz1[1]
    zf1 = wierz1[2]
    xps2 = wierz2[0]
    yps2 = wierz2[1]
    zf2 = wierz2[2]

    dx10 = xps1 - xps0
    dx21 = xps2 - xps1
    dx20 = xps2 - xps0
    dy10 = yps1 - yps0
    dy21 = yps2 - yps1
    dy20 = yps2 - yps0
    dzf10 = zf1 - zf0
    dzf21 = zf2 - zf1
    dzf20 = zf2 - zf0

    if dx10 != 0 or dy10 != 0:
        dwyp10 = math.sqrt(float(math.pow(dx10,2)+math.pow((dy10),2))) #początk
        zprop10 = dzf10 / dwyp10 #proporcja przesunięcia XY dla 10 do przesunie
    else:
        zprop10 = 0

    if dx21 != 0 or dy21 != 0:
        dwyp21 = math.sqrt(float(math.pow(dx21,2)+math.pow((dy21),2)))
        zprop21 = dzf21 / dwyp21
    else:
        zprop21 = 0

    if dx20 != 0 or dy20 != 0:
        dwyp20 = math.sqrt(float(math.pow(dx20,2)+math.pow((dy20),2)))
        zprop20 = dzf20 / dwyp20
    else:
        zprop20 = 0

```

```

#rasterizer buduje trójkąty z linii poziomych

lewy = False #pomocnicza zmienna, jeśli true, to 1 jest po lewej 0-2
if dy10 != 0 and dy21 != 0 and dy20 != 0: #tylko gdy y są różne, bez dzielenia
    if ((float(dx10) / float(dy10)) < (float(dx20) / float(dy20))): #przypadek 0-2
        lewy = True
    else:
        lewy = False
elif dy10 == 0 and dy21 != 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo między 0-1
    if dx10 < 0:
        lewy = True
    else:
        lewy = False
elif dy10 != 0 and dy21 == 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo między 2-1
    if dx21 > 0:
        lewy = True
    else:
        lewy = False
else: #zwykle gdy poziomo między 2-0, to 1-0 i 2-1, linia prosta pozioma
    if dx20 > 0:
        lewy = True
    else:
        lewy = False

if (lewy == True): #przypadek gdy 1 jest po lewej 0-2
    for y in range(yps0, yps2):
        if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
            if dy10 != 0:
                x0 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #x0 zawsze po lewej w stosunku do 0
            else:
                x0 = xps1
            if dy20 != 0:
                x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            else:
                x1 = xps0
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x0,2)+math.pow((yps1 - y),2)))
            z0 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległość
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2)))
            z1 = zf2 - dwyp * zprop20
            #print x0, y, z0

        else: #gdy jest się między 1 a 2
            if dy21 != 0:
                x0 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
            else:
                x0 = xps1
            if dy20 != 0:
                x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            else:
                x1 = xps2
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y),2)))
            z0 = zf2 - dwyp * zprop21
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y),2)))
            z1 = zf2 - dwyp * zprop20
            #print x0, y, z0
        for x in range(x0, x1):

```

```

        if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko d
            #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
            z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
            #print x, y, z
            pozpix = x + y * xw
            if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko
                screen.set_at((x, y), (kolortroj))
                bufram[pozpix] = z
    else:
        for y in range(yps0, yps2):
            if y < yps1: #gdzie jest się między 0 a 1
                if dy10 != 0:
                    x1 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #zamiana początku z konc
                else:
                    x1 = xps1
                if dy20 != 0:
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                else:
                    x0 = xps0
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x1,2)+math.pow((yps1 - y
                z1 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległość
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y
                z0 = zf2 - dwyp * zprop20

            else: #gdzie jest się między 1 a 2
                if dy21 != 0:
                    x1 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
                else:
                    x1 = xps1
                if dy20 != 0:
                    x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
                else:
                    x0 = xps2
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y
                z1 = zf2 - dwyp * zprop21
                dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y
                z0 = zf2 - dwyp * zprop20
            for x in range(x0, x1):
                if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko d
                    #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                    z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
                    pozpix = x + y * xw
                    if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko
                        screen.set_at((x, y), (kolortroj))
                        bufram[pozpix] = z

    #pygame.display.flip()
    return bufram

def transformacja(x, y, z, krok):
    wzrostx = 0.01 * krok
    wzrosty = 0.03 * krok
    wzrostz = -0.02 * krok
    #x = x * (1 + wzrostx) #skalowanie w x
    #y = y * (1 + wzrosty) #skalowanie w y
    #z = z * (1 + wzrostz) #skalowanie w z

    katXY = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Z

```

```

x, y, z = obrotXY(x, y, z, katXY)

katXZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Y
x, y, z = obrotXZ(x, y, z, katXZ)

katYZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi X
x, y, z = obrotYZ(x, y, z, katYZ)

przesx = 0.05 * krok
przesy = 0.025 * krok
przesz = - 0.15 * krok
#x = x + przesx #przesuwanie w kierunku x
#y = y + przesy #przesuwanie w kierunku y
z = z + przesz #przesuwanie w kierunku z

return x, y, z

def obrotXY(x, y, z, katXY):
    xt = x * math.cos(katXY) - y * math.sin(katXY) #konieczny import biblioteki
    yt = x * math.sin(katXY) + y * math.cos(katXY)
    zt = z
    return xt, yt, zt

def obrotXZ(x, y, z, katXZ):
    xt = x * math.cos(katXZ) + z * math.sin(katXZ)
    yt = y
    zt = -x * math.sin(katXZ) + z * math.cos(katXZ)
    return xt, yt, zt

def obrotYZ(x, y, z, katYZ):
    xt = x
    yt = y * math.cos(katYZ) - z * math.sin(katYZ)
    zt = y * math.sin(katYZ) + z * math.cos(katYZ)
    return xt, yt, zt

main()

```

Powyżej widoczny jest pełny kod programu wyświetlającego ruchomy (transformacje opiszę w dalszej części) sześcian z wypełnionymi, kolorowymi ścianami.

Rasteryzer trójkątów zamknięty jest w osobnej funkcji:

```
def rysujtrojk(wierz0, wierz1, wierz2, kolortroj, xw, yw, screen, bufram, zp):
```

Jej zrgumentami wejściowymi są współrzędne wierzchołków danego trójkąta (wierz0, wierz1, wierz2), jego kolor(kolortroj), wielkość okna (xw, yw), obszar rysowania (screen), lista współrzędnych z (bufram) i odległość płaszczyzny rzutowania od układu współrzędnych (zp).

Funkcja modyfikuje obszar rysowania wstawiając kolejne piksele i dla każdego z nich zapisuje współrzędną z w liście bufram. Dzieje się to jednak tylko w przypadku, gdy nowo rzutowany punkt znajduje się bliżej obserwatora i wcześniej zapisany pod danym pikselem:

```

if (z > bufram[pozpix] and z < zp):
    screen.set_at((x, y), (kolortroj))
    bufram[pozpix] = z

```

pozpix to pozycja piksela wyliczona według:

```
pozpix = x + y * xw
```

bufram jest wypełniany bardzo małymi wartościami (co odpowiada bardzo dużej odległości od obserwatora) na początku głównej pętli programu:

```
for i in range(0, lipx):
    bufram.append(-100000.0)
```

Jego wartość jest też zwracana po wykonaniu funkcji rasteryzacji każdego z trójkątów:

```
bufram = rysujtrojk([xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2],
```

Lista bufram zawierająca współrzędne z dla wszystkich punktów, którym odpowiadają wyświetlane piksele, jest prostą implementacją bufora głębi (Z-bufora). By sprawdzić co się dzieje w wyniku jego braku, wystarczy usunąć warunek $z > bufram[pozpix]$. Wtedy widoczne i niewidoczne ściany bryły zaczną się wzajemnie nakładać i ruchomy sześcian zacznie różnokolorowo migotać.

Funkcja rasteryzatora zawiera jeszcze jeden ważny fragment, a mianowicie prosty algorytm sortowania:

```
while 1:
    if wierz0[1] > wierz1[1]:
        wierztemp = wierz0
        wierz0 = wierz1
        wierz1 = wierztemp
    if wierz1[1] > wierz2[1]:
        wierztemp = wierz1
        wierz1 = wierz2
        wierz2 = wierztemp
    if wierz0[1] <= wierz1[1] and wierz1[1] <= wierz2[1]:
        break
```

Porządkuje on 3 wierzchołki trójkąta według współrzędnej y - od najwyżej do najniżej położonego. Zrealizowane jest to przez porównanie sąsiadujących wartości i zamiany ich kolejności, jeśli wcześniejsza jest większa od późniejszej. to konieczne, bo potrzebujemy trójkąta, gdzie wierzchołek „0” jest najwyżej a „2” najniżej położony.

Jako, że ściany bryły mają mieć różne kolory, została wprowadzona dodatkowo krotka będąca kilkuelementową paletą barw:

```
zbiorkolor = ((0, 0, 255), (0, 255, 0), (255, 0, 0), (0, 255, 255), (255, 255, 0), (255
```

Teraz definicja każdego trójkąta jest czteroelementowa - 3 wierzchołki i numer koloru z palety:

```
troj0 = (0, 1, 3, 0)
```

Odczyt składowych z palety odbywa się przed wywołaniem rasteryzatora:

```
kolortroj0 = zbiorkolor[troj0[3]]
```

Są one potem wykorzystywane w chwili wstawiania konkretnych pikseli:

```
screen.set_at((x, y), (kolortroj0))
```

4. Transformacje

Podstawowe transformacje jakie mogą zostać dokonane na bryle to:

- przesuwanie,
- skalowanie,
- obracanie.

Przykładowe transformacje można zobaczyć w funkcji:

```
def transformacja(x, y, z, krok):
```

krok jest jakąś zmienną, w naszym przypadku oznaczającą numer klatki animacji. Przesunięcie punktu wzdłuż osi X , zależne od tej zmiennej, będzie wyglądało np. tak:

```
przesx = 0.05 * krok
x = x + przesx
```

Podobnie dla Y i Z będzie to:

```
y = y + przesy
z = z + przesz
```

Widać, że chcąc przesunąć obiekt musimy dodawać określone wartości do aktualnych współrzędnych, tak by uzyskać nowe współrzędne.

Chcąc przeskalować bryłę w którymś z kierunków musimy za to mnożyć współrzędne przez współczynniki skali. W kodzie ma to następującą postać:

```
x = x * (1 + wzrostx)
y = y * (1 + wzrosty)
z = z * (1 + wzrostz)
```

Przykładowo jeśli *wzrostx* ma wartość 0,5, to bryła zostanie rozciągnięta o 50% względem rozmiarów początkowych. Powyższe równania są wynikiem zależności zapisanych w takich działaniach na macierzach:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 + wzrostx) & 0 & 0 \\ 0 & (1 + wzrosty) & 0 \\ 0 & 0 & (1 + wzrostz) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Przypadek ogólny wygląda następująco:

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{00} & c_{01} & c_{02} \\ c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ c_{20} & c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{00}a_0 + c_{01}a_1 + c_{02}a_2 \\ c_{10}a_0 + c_{11}a_1 + c_{12}a_2 \\ c_{20}a_0 + c_{21}a_1 + c_{22}a_2 \end{bmatrix}$$

Dla pierwszego równania, czyli $x = x * (1 + wzrostx)$:

$$x = (1 + wzrostx) \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z$$

Najbardziej skomplikowanymi transformacjami są obroty. W programie zostały one umieszczone we własnych funkcjach. Wynikowe współrzędne dostały nowe oznaczenia zmiennych (xt, yt, zt) by kolejne obliczenia nie korzystały przypadkowo ze zmienionych współrzędnych zamiast oryginalnych. Wykorzystany został moduł Pythona *math* zaimportowany na początku programu:

```
import math
```

Obrót w płaszczyźnie XY, gdzie *katXY* to kąt obrotu:

$$\begin{bmatrix} xt \\ yt \\ zt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\text{math.cos}(\text{katXY})) & (-\text{math.sin}(\text{katXY})) & 0 \\ (\text{math.sin}(\text{katXY})) & (\text{math.cos}(\text{katXY})) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Co w kodzie programu ma postać:

```
def obrotXY(x, y, z, katXY):
    xt = x * math.cos(katXY) - y * math.sin(katXY)
    yt = x * math.sin(katXY) + y * math.cos(katXY)
    zt = z
    return xt, yt, zt
```

Obrót w płaszczyźnie XZ:

$$\begin{bmatrix} xt \\ yt \\ zt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\text{math.cos}(\text{katXZ})) & 0 & (\text{math.sin}(\text{katXZ})) \\ 0 & 1 & 0 \\ (-\text{math.sin}(\text{katXZ})) & 0 & (\text{math.cos}(\text{katXZ})) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

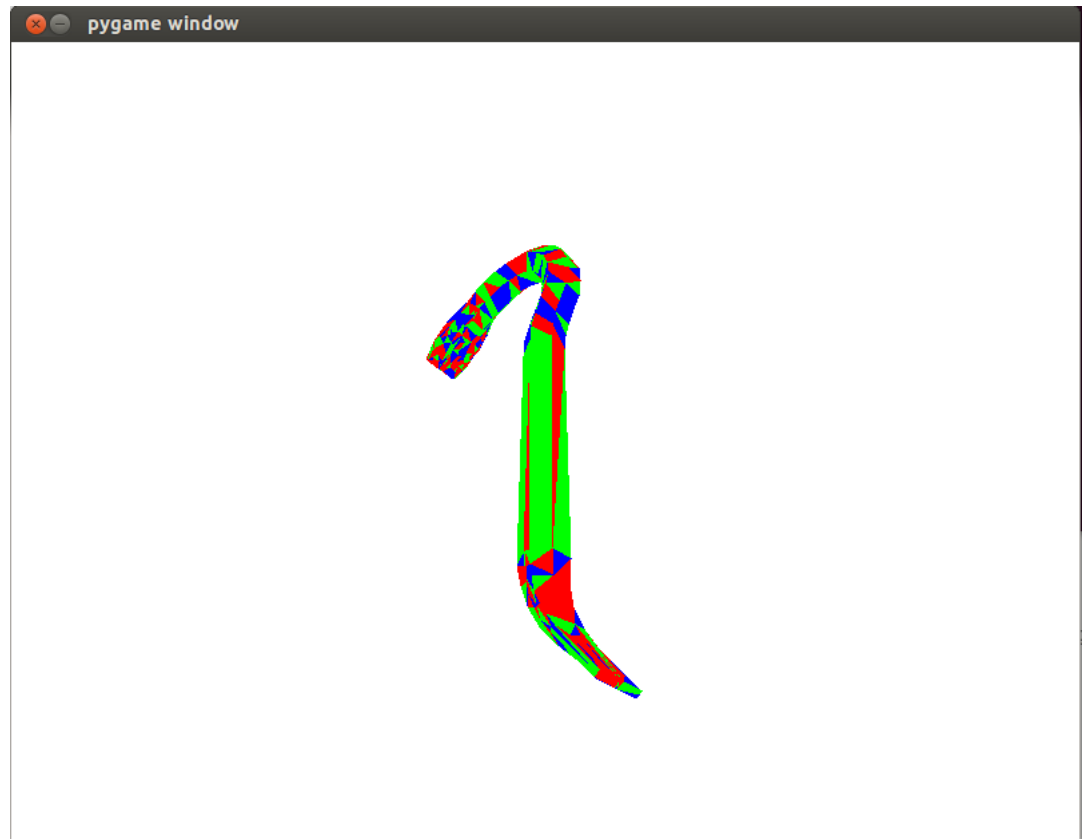
```
def obrotXZ(x, y, z, katXZ):
    xt = x * math.cos(katXZ) + z * math.sin(katXZ)
    yt = y
    zt = -x * math.sin(katXZ) + z * math.cos(katXZ)
    return xt, yt, zt
```

Obrót w płaszczyźnie YZ:

$$\begin{bmatrix} xt \\ yt \\ zt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(katYZ) & -\sin(katYZ) \\ 0 & \sin(katYZ) & \cos(katYZ) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

```
def obrotYZ(x, y, z, katYZ):
    xt = x
    yt = y * math.cos(katYZ) - z * math.sin(katYZ)
    zt = y * math.sin(katYZ) + z * math.cos(katYZ)
    return xt, yt, zt
```

5. Wczytywanie modeli



Kod programu do pobrania

Model (łom) wczytywany przez program do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys, random

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    lipx = xw * yw #całkowita liczba pikseli
    fizxw = 2.0 #"fizyczna" (w jednostkach przestrzeni 3D) szerokość okna widzenia
    fov = math.radians(75) #określenie szerokości pola widzenia
    zp = 1000.0 #odległość od środka układu współrzędnych do "ekranu"
    zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2)) #odległość od "ekranu" do obserwatora
    skala = int(xw / fizxw) #skala n pikseli na 1 jednostkę przestrzeni
```

```

    bufram = [] #z-bufor

    for i in range(0, lipx):
        bufram.append(-100000.0) #tworzenie nowej czystej listy dla koloru głębi

    background_colour = (255,255,255)
    screen.fill(background_colour)

    zbiorkolor = ((0, 0, 255), (0, 255, 0), (255, 0, 0), (0, 255, 255), (255, 255, 0))

    chmura, zbiortroj = importuj dane() #pobranie sanych z pliku

    running = True #start głównej pętli programu

    krok = 0

    while running:
        screen.fill(background_colour) #czyszczenie klatki
        for i in range(0, lipx):
            bufram[i] = -100000.0 #wypełnianie Z bufora bardzo małymi wartościami

        for tr in range(0, len(zbiortroj)): #pętla 12-elementowa, 0-11, bo ostatni element to 12
            trojkat = zbiortroj[tr]
            #print trojkat
            xps = [0, 0, 0] #tymczasowa lista punktów [] to listy, () to krotki
            yps = [0, 0, 0]
            zf = [0.0, 0.0, 0.0]
            for i in range(0, 3):
                numerpunktu = trojkat[i] #pobranie indeksu punktu, "zbiortroj"
                punkt = chmura[numerpunktu] #wybranie kolejnej krotki z krotki
                x = punkt[0] #wybrany pierwsza współrzędna
                y = punkt[1]
                z = punkt[2]
                x, y, z = transformacja(x, y, z, krok) #wywołanie funkcji transformacji

                xp = zk * x / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
                yp = zk * y / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
                #skala = 100 #skala 100 pikseli na 1 jednostkę przestrzeni
                xps[i] = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie
                yps[i] = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie
                zf[i] = z
            kolortroj = zbiorkolor[trojkat[3]] #czwarty argument trojkata to kolor
            #print [xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2], zf[2]]
            bufram = rysujtrojk([xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2], zf[2]], kolortroj)
        pygame.display.flip()
        krok = krok + 1
        for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

def rysujtrojk(wierz0, wierz1, wierz2, kolortroj, xw, yw, screen, bufram, zp):
    while 1: #prosty algorytm sortowania 3 elementów
        if wierz0[1] > wierz1[1]:
            wierztemp = wierz0
            wierz0 = wierz1
            wierz1 = wierztemp

```



```

        if wierz1[1] > wierz2[1]:
            wierztemp = wierz1
            wierz1 = wierz2
            wierz2 = wierztemp

        if wierz0[1] <= wierz1[1] and wierz1[1] <= wierz2[1]: #przerwanie gdy u
            break

#print wierz0 , wierz1 , wierz2

xps0 = wierz0[0] #od lewej do prawej
yps0 = wierz0[1] #z góry na dół
zf0 = wierz0[2] #głębokość Z w float
xps1 = wierz1[0] #współrzędne wierzchołków trójkąta od najmwyzsze (najmnie
yps1 = wierz1[1]
zf1 = wierz1[2]
xps2 = wierz2[0]
yps2 = wierz2[1]
zf2 = wierz2[2]

dx10 = xps1 - xps0
dx21 = xps2 - xps1
dx20 = xps2 - xps0
dy10 = yps1 - yps0
dy21 = yps2 - yps1
dy20 = yps2 - yps0
dzf10 = zf1 - zf0
dzf21 = zf2 - zf1
dzf20 = zf2 - zf0

if dx10 != 0 or dy10 != 0:
    dwyp10 = math.sqrt(float(math.pow(dx10,2)+math.pow((dy10),2))) #początk
    zprop10 = dzf10 / dwyp10 #proporcja przesunięcia XY dla 10 do przesunie
else:
    zprop10 = 0

if dx21 != 0 or dy21 != 0:
    dwyp21 = math.sqrt(float(math.pow(dx21,2)+math.pow((dy21),2)))
    zprop21 = dzf21 / dwyp21
else:
    zprop21 = 0

if dx20 != 0 or dy20 != 0:
    dwyp20 = math.sqrt(float(math.pow(dx20,2)+math.pow((dy20),2)))
    zprop20 = dzf20 / dwyp20
else:
    zprop20 = 0

#rasterizer buduje trójkąty z linii poziomych

lewy = False #pomocnicza zmienna, jeśli true, to 1 jest po lewej 0-2
if dy10 != 0 and dy21 != 0 and dy20 != 0: #tylko gdy y są różne, bez dziel
    if ((float(dx10) / float(dy10)) < (float(dx20) / float(dy20))):#przypad
        lewy = True
    else:
        lewy = False
elif dy10 == 0 and dy21 != 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo miedzy 0-1
    if dx10 < 0:
        lewy = True

```

```

        else:
            lewy = False
    elif dy10 != 0 and dy21 == 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo miedzy 2-1
        if dx21 > 0:
            lewy = True
        else:
            lewy = False
    else: #zwykle gdy poziomo miedzy 2-0, to 1-0 i 2-1, linia prosta pozioma
        if dx20 > 0:
            lewy = True
        else:
            lewy = False

if (lewy == True):#przypadek gdy 1 jest po lewej 0-2
    for y in range(yps0, yps2):
        if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
            if dy10 != 0:
                x0 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #x0 zawsze po lewej w st
            else:
                x0 = xps1
            if dy20 != 0:
                x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            else:
                x1 = xps0
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x0,2)+math.pow((yps1 - y
            z0 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległość
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y
            z1 = zf2 - dwyp * zprop20
            #print x0, y, z0

        else: #gdy jest się między 1 a 2
            if dy21 != 0:
                x0 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
            else:
                x0 = xps1
            if dy20 != 0:
                x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            else:
                x1 = xps2
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y
            z0 = zf2 - dwyp * zprop21
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y
            z1 = zf2 - dwyp * zprop20
            #print x0, y, z0
        for x in range(x0, x1):
            if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko d
                #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
                #print x, y, z
                pozpix = x + y * xw
                if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko
                    screen.set_at((x, y), (kolortroj))
                    bufram[pozpix] = z
    else:
        for y in range(yps0, yps2):
            if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
                if dy10 != 0:

```

```

        x1 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #zamiana początku z konc
    else:
        x1 = xps1
    if dy20 != 0:
        x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
    else:
        x0 = xps0
    dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x1,2)+math.pow((yps1 - y
    z1 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległość
    dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y
    z0 = zf2 - dwyp * zprop20

    else: #gdy jest się między 1 a 2
        if dy21 != 0:
            x1 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
        else:
            x1 = xps1
        if dy20 != 0:
            x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
        else:
            x0 = xps2
        dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y
        z1 = zf2 - dwyp * zprop21
        dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y
        z0 = zf2 - dwyp * zprop20
    for x in range(x0, x1):
        if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko d
            #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
            z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
            pozpix = x + y * xw
            if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko
                screen.set_at((x, y), (kolortroj))
                bufram[pozpix] = z

#pygame.display.flip()
return bufram

def transformacja(x, y, z, krok):
    y = y - 200.0
    #wzrostx = 0.01 * krok
    #wzrosty = 0.03 * krok
    #wzrostz = -0.02 * krok
    #x = x * (1 + wzrostx) #skalowanie w x
    #y = y * (1 + wzrosty) #skalowanie w y
    #z = z * (1 + wzrostz) #skalowanie w z

    katXY = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Z
    #x, y, z = obrotXY(x, y, z, katXY)

    katXZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Y
    x, y, z = obrotXZ(x, y, z, katXZ)

    katYZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi X
    x, y, z = obrotYZ(x, y, z, katYZ)

    #przesx = 0.05 * krok
    #przesy = 0.025 * krok
    #przesz = - 0.15 * krok

```

```

#x = x + przesx #przesuwanie w kierunku x
#y = y + przesy #przesuwanie w kierunku y
#z = z + przesz #przesuwanie w kierunku z

return x, y, z

def obrotXY(x, y, z, katXY):
    xt = x * math.cos(katXY) - y * math.sin(katXY) #konieczny import biblioteki
    yt = x * math.sin(katXY) + y * math.cos(katXY)
    zt = z
    return xt, yt, zt

def obrotXZ(x, y, z, katXZ):
    xt = x * math.cos(katXZ) + z * math.sin(katXZ)
    yt = y
    zt = -x * math.sin(katXZ) + z * math.cos(katXZ)
    return xt, yt, zt

def obrotYZ(x, y, z, katYZ):
    xt = x
    yt = y * math.cos(katYZ) - z * math.sin(katYZ)
    zt = y * math.sin(katYZ) + z * math.cos(katYZ)
    return xt, yt, zt

def importuj dane():
    #nazwa = "szescian.obj"
    nazwa = "crowbar.obj"
    #nazwa = "teapot.obj"
    plikmodelu = open(nazwa, "r").readlines()
    wierz = []
    trojk = []
    for linia in plikmodelu:
        lista_slow = linia.split()
        for slowo in lista_slow:
            if slowo == "v":
                x = float(lista_slow[1])
                y = float(lista_slow[2])
                z = float(lista_slow[3])
                wierz.append((x, y, z))
            if slowo == "f":
                t0 = int(lista_slow[1]) - 1
                t1 = int(lista_slow[2]) - 1
                t2 = int(lista_slow[3]) - 1
                ind = random.randint(0, 2) #losowe kolory z tablicy kolorów
                trojk.append((t0, t1, t2, ind))
    print wierz
    print trojk
    return wierz, trojk

main()

```

Prawdopodobnie najprostszym sposobem zapisu modelu 3D jest plik Wavefront OBJ. Plik opisujący szkielet wygląda następująco:

```

v 0 10 10
v 0 10 0
v 0 0 10
v 0 0 0
v 10 0 10
v 10 10 0

```

```

v 10 10 10
v 10 0 0
f 1 2 3
f 2 4 3
f 5 6 7
f 5 8 6
f 4 8 5
f 3 4 5
f 7 6 2
f 7 2 1
f 4 2 6
f 8 4 6
f 7 1 3
f 7 3 5

```

Każda linijka zaczynająca się od *v* zawiera współrzędne x, y, z wierzchołka (v - vertex). Linijka zaczynająca się od *f* (f - face) wskazuje z których wierzchołków składa się trójkąt. W powyższym pliku widoczne jest 8 wierzchołków i 12 trójkątów.

Opis jest bardzo podobny do tego stosowanego przez nas na samym początku programu. Różnica dotyczy numeracji. Pliki OBJ zaczynają liczyć wierzchołki od 1, my od 0. Kod odpowiadający za import pliku to:

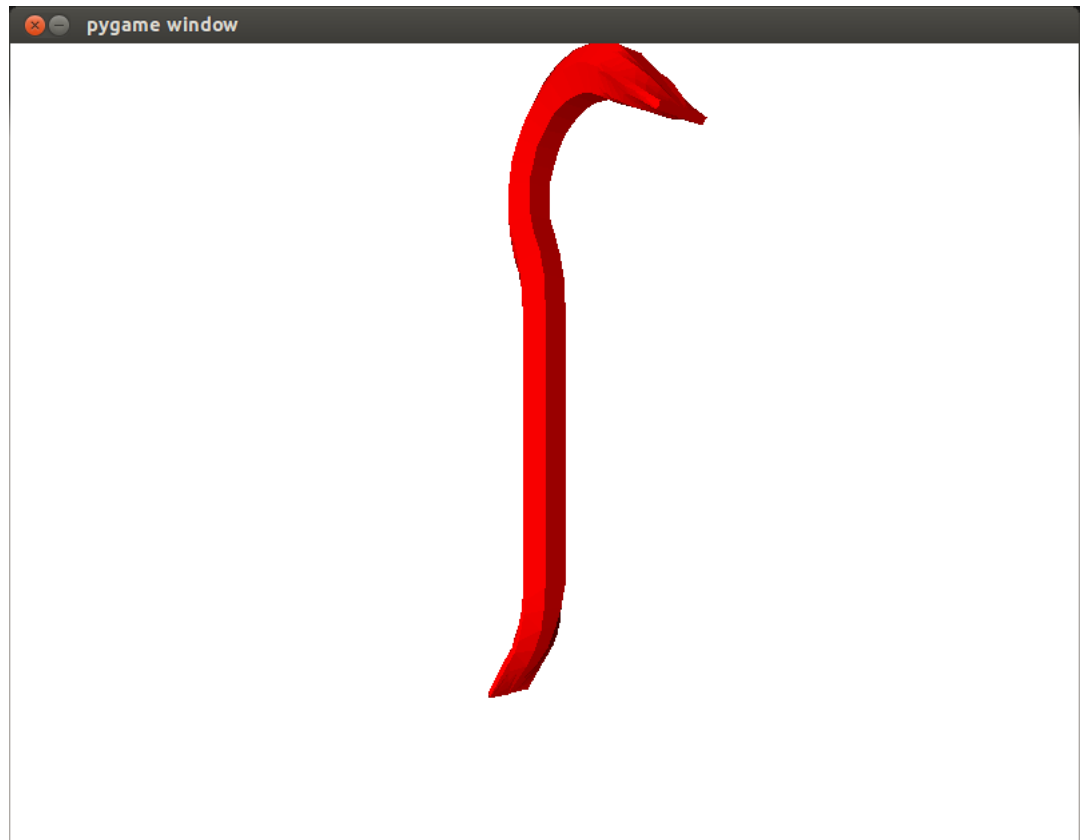
```

def importujdane():
    #nazwa = "szescian.obj"
    nazwa = "crowbar.obj"
    #nazwa = "teapot.obj"
    plikmodelu = open(nazwa, "r").readlines()
    wierz = []
    trojk = []
    for linia in plikmodelu:
        lista_slow = linia.split()
        for slowo in lista_slow:
            if slowo == "v":
                x = float(lista_slow[1])
                y = float(lista_slow[2])
                z = float(lista_slow[3])
                wierz.append((x, y, z))
            if slowo == "f":
                t0 = int(lista_slow[1]) - 1
                t1 = int(lista_slow[2]) - 1
                t2 = int(lista_slow[3]) - 1
                ind = random.randint(0, 2) #losowe kolory z tablicy kolorów
                trojk.append((t0, t1, t2, ind))
    print wierz
    print trojk
    return wierz, trojk

```

Poszczególnym trójkątom zostały przypisane losowe kolory, ponieważ plik OBJ nie zawiera takiej informacji a bryła w jednym kolorze, bez jakiegokolwiek cieniowania sprawiałaby wrażenie płaskiej figury. Uwaga: bardziej zaawansowane pliki OBJ mogą dostarczać dodatkowych informacji jak wektory normalne czy współrzędne tekstur - w takim przypadku powyższy kod może nie działać prawidłowo.

6. Cieniowanie płaskie



Kod programu do pobrania

Model (łom) wczytywany przez program do pobrania

```
#!/usr/bin/python
# -*- coding: utf-8 -*-

import pygame, math, sys, random

def main():

    xw = 800
    yw = 600
    screen = pygame.display.set_mode((xw, yw))
    lipx = xw * yw #całkowita liczba pikseli
    fizxw = 2.0 #"fizyczna" (w jednostkach przestrzeni 3D) szerokość okna widzenia
    fov = math.radians(75) #określenie szerokości pola widzenia
    zp = 1000.0 #odległość od środka układu współrzędnych do "ekranu"
    zk = fizxw / (2 * math.tan(fov / 2)) #odległość od "ekranu" do obserwatora
    skala = int(xw / fizxw) #skala n pikseli na 1 jednostkę przestrzeni

    bufram = [] #z-bufor

    for i in range(0, lipx):
        bufram.append(-100000.0) #tworzenie nowej czystej listy dla koloru głębi

    background_colour = (255,255,255)
    screen.fill(background_colour)

    zbiorkolor = ((0, 0, 255), (0, 255, 0), (255, 0, 0), (0, 255, 255), (255, 255, 0))

    chmura, zbiortroj = importuj dane() #pobranie sanych z pliku
```

```

wektorswiatla = (1.0, 0.0, -1.0) #wektor oświetlenia wykorzystywany przy ci

running = True #start głównej pętli programu

krok = 0

while running:
    screen.fill(background_colour) #czyszczenie klatki
    for i in range(0, lipx):
        bufram[i] = -100000.0 # wypełnianie Z bufora bardzo małymi wartościami

    for tr in range(0, len(zbiortroj)): #pętla 12-elementowa, 0-11, bo ostatni
        trojkat = zbiortroj[tr]
        #print trojkat
        xps = [0, 0, 0] #tymczasowa lista punktów [] to listy, () to krotki
        yps = [0, 0, 0]
        zf = [0.0, 0.0, 0.0]
        trojktrans = [0.0, 0.0, 0.0] #wierzchołki trójkąta po transformacji
        for i in range(0, 3):
            numerpunktu = trojkat[i] #pobranie indeksu punktu, "zbiortroj"
            punkt = chmura[numerpunktu] #wybranie kolejnej krotki z krotki
            x = punkt[0] #wybrany pierwsza współrzędna
            y = punkt[1]
            z = punkt[2]
            x, y, z = transformacja(x, y, z, krok) #wywołanie funkcji transformacji
            trojktrans[i] = [x, y, z] #trojkat po transformacji, wprowadzanie

            xp = zk * x / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla x-ów
            yp = zk * y / (zp + zk - z) #wyliczenie projekcji dla y-ów
            #skala = 100 #skala 100 pikseli na 1 jednostkę przestrzeni
            xps[i] = int((xw / 2) + (xp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie
            yps[i] = int((yw / 2) - (yp * skala)) #wysrodkowanie, skalowanie
            zf[i] = z
        kolortroj = zbiorkolor[trojkat[3]] #czwarty argument trojkata to kolor
        #print [xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2], zf[2]]
        normalny = wnormal(trojkttrans[0], trojkttrans[1], trojkttrans[2]) #wyznaczenie normalnej
        #print normalny
        coswektorow = coswekt(normalny, wektorswiatla)
        #print coswektorow
        kolormod = [0, 0, 0] #dodatkowa lista z kolorami po modyfikacjach
        kolormod[0] = int((1 - coswektorow) * kolortroj[0] * 0.5)
        kolormod[1] = int((1 - coswektorow) * kolortroj[1] * 0.5)
        kolormod[2] = int((1 - coswektorow) * kolortroj[2] * 0.5)
        bufram = rysujtrojk([xps[0], yps[0], zf[0]], [xps[1], yps[1], zf[1]], [xps[2], yps[2], zf[2]], kolormod)
    pygame.display.flip()
    krok = krok + 1
    for event in pygame.event.get(): #przerwanie pętli
        if event.type == pygame.QUIT:
            running = False

def rysujtrojk(wierz0, wierz1, wierz2, kolortroj, xw, yw, screen, bufram, zp):
    while 1: #prosty algorytm sortowania 3 elementów
        if wierz0[1] > wierz1[1]:
            wierztemp = wierz0
            wierz0 = wierz1
            wierz1 = wierztemp

```

```

        if wierz1[1] > wierz2[1]:
            wierztemp = wierz1
            wierz1 = wierz2
            wierz2 = wierztemp

        if wierz0[1] <= wierz1[1] and wierz1[1] <= wierz2[1]: #przerwanie gdy u
            break

#print wierz0 , wierz1 , wierz2

xps0 = wierz0[0] #od lewej do prawej
yps0 = wierz0[1] #z góry na dół
zf0 = wierz0[2] #głębokość Z w float
xps1 = wierz1[0] #współrzędne wierzchołków trójkąta od najmwyzsze (najmniej)
yps1 = wierz1[1]
zf1 = wierz1[2]
xps2 = wierz2[0]
yps2 = wierz2[1]
zf2 = wierz2[2]

dx10 = xps1 - xps0
dx21 = xps2 - xps1
dx20 = xps2 - xps0
dy10 = yps1 - yps0
dy21 = yps2 - yps1
dy20 = yps2 - yps0
dzf10 = zf1 - zf0
dzf21 = zf2 - zf1
dzf20 = zf2 - zf0

if dx10 != 0 or dy10 != 0:
    dwyp10 = math.sqrt(float(math.pow(dx10,2)+math.pow((dy10),2))) #początk
    zprop10 = dzf10 / dwyp10 #proporcja przesunięcia XY dla 10 do przesuni
else:
    zprop10 = 0

if dx21 != 0 or dy21 != 0:
    dwyp21 = math.sqrt(float(math.pow(dx21,2)+math.pow((dy21),2)))
    zprop21 = dzf21 / dwyp21
else:
    zprop21 = 0

if dx20 != 0 or dy20 != 0:
    dwyp20 = math.sqrt(float(math.pow(dx20,2)+math.pow((dy20),2)))
    zprop20 = dzf20 / dwyp20
else:
    zprop20 = 0

#rasterizer buduje trójkąty z linii poziomych

lewy = False #pomocnicza zmienna, jeśli true, to 1 jest po lewej 0-2
if dy10 != 0 and dy21 != 0 and dy20 != 0: #tylko gdy y są różne, bez dziel
    if ((float(dx10) / float(dy10)) < (float(dx20) / float(dy20))):#przypad
        lewy = True
    else:
        lewy = False
elif dy10 == 0 and dy21 != 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo miedzy 0-1
    if dx10 < 0:

```



```

        lewy = True
    else:
        lewy = False
elif dy10 != 0 and dy21 == 0 and dy20 != 0: #gdy poziomo między 2-1
    if dx21 > 0:
        lewy = True
    else:
        lewy = False
else: #zwykle gdy poziomo między 2-0, to 1-0 i 2-1, linia prosta pozioma
    if dx20 > 0:
        lewy = True
    else:
        lewy = False

if (lewy == True):#przypadek gdy 1 jest po lewej 0-2
    for y in range(yps0, yps2):
        if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1
            if dy10 != 0:
                x0 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #x0 zawsze po lewej w st
            else:
                x0 = xps1
            if dy20 != 0:
                x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            else:
                x1 = xps0
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x0,2)+math.pow((yps1 - y
            z0 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległość
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y
            z1 = zf2 - dwyp * zprop20
            #print x0, y, z0

        else: #gdy jest się między 1 a 2
            if dy21 != 0:
                x0 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
            else:
                x0 = xps1
            if dy20 != 0:
                x1 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
            else:
                x1 = xps2
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y
            z0 = zf2 - dwyp * zprop21
            dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y
            z1 = zf2 - dwyp * zprop20
            #print x0, y, z0
        for x in range(x0, x1):
            if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko d
                #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
                z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
                #print x, y, z
                pozpix = x + y * xw
                if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko
                    screen.set_at((x, y), (kolortroj))
                    bufram[pozpix] = z
    else:
        for y in range(yps0, yps2):
            if y < yps1: #gdy jest się między 0 a 1

```

```

        if dy10 != 0:
            x1 = xps0 + (y-yps0) * dx10 / dy10 #zamiana początku z konco
        else:
            x1 = xps1
        if dy20 != 0:
            x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
        else:
            x0 = xps0
        dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps1 - x1,2)+math.pow((yps1 - y
        z1 = zf1 - dwyp * zprop10 #z każdym krokiem mniejsza odległość
        dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y
        z0 = zf2 - dwyp * zprop20

    else: #gdy jest się między 1 a 2
        if dy21 != 0:
            x1 = xps1 + (y-yps1) * dx21 / dy21
        else:
            x1 = xps1
        if dy20 != 0:
            x0 = xps0 + (y-yps0) * dx20 / dy20
        else:
            x0 = xps2
        dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x1,2)+math.pow((yps2 - y
        z1 = zf2 - dwyp * zprop21
        dwyp = math.sqrt(float(math.pow(xps2 - x0,2)+math.pow((yps2 - y
        z0 = zf2 - dwyp * zprop20
    for x in range(x0, x1):
        if x >=0 and x < xw and y >=0 and y < yw: #ograniczenie tylko d
            #screen.set_at((x, y), (0, 0, 0))
            z = z1 - ((z1 - z0) / float(x1 - x0)) * float(x1 - x)
            pozpix = x + y * xw
            if (z > bufram[pozpix] and z < zp): #zapisuje piksel tylko
                screen.set_at((x, y), (kolortroj))
                bufram[pozpix] = z

#pygame.display.flip()
return bufram

def transformacja(x, y, z, krok):
    y = y - 200.0
    #wzrostx = 0.03 * krok
    #wzrosty = 0.03 * krok
    #wzrostz = -0.02 * krok
    #x = x * (1 + wzrostx) #skalowanie w x
    #y = y * (1 + wzrosty) #skalowanie w y
    #z = z * (1 + wzrostz) #skalowanie w z

    katXY = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Z
    #x, y, z = obrotXY(x, y, z, katXY)

    katXZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi Y
    x, y, z = obrotXZ(x, y, z, katXZ)

    katYZ = 0.05 * krok #w radianach, obracanie wokół osi X
    #x, y, z = obrotYZ(x, y, z, katYZ)

    #przesx = 0.05 * krok
    #przesy = 0.025 * krok

```

```

#przesz = - 1.0 * krok
#x = x + przesx #przesuwanie w kierunku x
#y = y + przesy #przesuwanie w kierunku y
#z = z + przes #przesuwanie w kierunku z

return x, y, z

def obrotXY(x, y, z, katXY):
    xt = x * math.cos(katXY) - y * math.sin(katXY) #konieczny import biblioteki
    yt = x * math.sin(katXY) + y * math.cos(katXY)
    zt = z
    return xt, yt, zt

def obrotXZ(x, y, z, katXZ):
    xt = x * math.cos(katXZ) + z * math.sin(katXZ)
    yt = y
    zt = -x * math.sin(katXZ) + z * math.cos(katXZ)
    return xt, yt, zt

def obrotYZ(x, y, z, katYZ):
    xt = x
    yt = y * math.cos(katYZ) - z * math.sin(katYZ)
    zt = y * math.sin(katYZ) + z * math.cos(katYZ)
    return xt, yt, zt

def wnormal(wierz0, wierz1, wierz2): #kalkulacja wektora normalnego dla trójkąta
    normalny = [0.0, 0.0, 0.0]
    U = [wierz1[0] - wierz0[0], wierz1[1] - wierz0[1], wierz1[2] - wierz0[2]] #
    V = [wierz2[0] - wierz0[0], wierz2[1] - wierz0[1], wierz2[2] - wierz0[2]]
    normalny[0] = U[1] * V[2] - U[2] * V[1]
    normalny[1] = U[2] * V[0] - U[0] * V[2]
    normalny[2] = U[0] * V[1] - U[1] * V[0]
    return normalny

def coswekt(wekt0, wekt1): #obliczenie cosinusa między wektorami http://www.ma
    wektdlug0 = math.sqrt((math.pow(wekt0[0], 2) + math.pow(wekt0[1], 2) + math
    wektdlug1 = math.sqrt((math.pow(wekt1[0], 2) + math.pow(wekt1[1], 2) + math
    iloczynskal = (wekt0[0] * wekt1[0]) + (wekt0[1] * wekt1[1]) + (wekt0[2] * v
    coswektor = iloczynskal / (wektdlug0 * wektdlug1)
    return coswektor

def importuj dane():
    #nazwa = "szescian.obj"
    nazwa = "crowbar.obj"
    #nazwa = "teapot.obj"
    plikmodelu = open(nazwa, "r").readlines()
    wierz = []
    trojk = []
    for linia in plikmodelu:
        lista_slow = linia.split()
        for slowo in lista_slow:
            if slowo == "v":
                x = float(lista_slow[1])
                y = float(lista_slow[2])
                z = float(lista_slow[3])
                wierz.append((x, y, z))
            if slowo == "f":
                t0 = int(lista_slow[1]) - 1
                t1 = int(lista_slow[2]) - 1

```

```

        t2 = int(lista_slow[3]) - 1
        ind = 2
        #ind = random.randint(0, 2) #losowe kolory z tablicy kolorów
        trojk.append((t0, t1, t2, ind))

    print wierz
    print trojk
    return wierz, trojk

main()

```

By mózg ludzki zinterpretował jednokolową bryłę jako trójwymiarową należy jej nadać cieniowanie, czyli zmianę jasności poszczególnych ścian w zależności od ustawienia względem źródła światła. Wykorzystamy cieniowanie płaskie, czyli jasność danej ściany będzie jednakowa na całej jej powierzchni. Będzie ona zależeć wyłącznie od kąta padania światła na powierzchnię, nie będzie zależeć od odległości źródła światła.

Potrzebujemy dwóch rzeczy: wektora światła i wektora normalnego (prostopadłego do powierzchni) dla każdej ze ścian.