

데이터 통계 분석 기초 3

환경생태데이터사이언스 실습 November 26, 2019

오늘의 학습 목표

1. 다변수 회귀분석

다중 선형 회귀분석 (Multiple linear regression)

- 다중 회귀 분석¹
 - 중선형 회귀, 또는 다변수 선형 회귀 등으로 불림.
 - 여러 독립변수가 사용된 형태의 선형 모형.
 - 다음과 같은 식으로 표현
 - $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_p X_p + \epsilon$

¹출처: 서민구 (2014). R을 이용한 데이터 처리 & 분석 실무. 길벗

- 선형 회귀 모형과 마찬가지로 `lm()` 함수를 이용하여 생성.
 - `'lm(y ~ x1 + x2, data = yourData)'`
 - 붓꽃 자료를 이용한 다중 선형 회귀 분석
 - sepal: 꽃받침
 - petal: 꽃잎
 - Iris setosa : 부채붓꽃
 - Iris versicolor: 북방푸른꽃창포
 - Iris virginica :

다중 선형 회귀 모형의 생성

```
data(iris) # Load iris data
str(iris)  # Check structure of this data

## 'data.frame':    150 obs. of  5 variables:
## $ Sepal.Length: num  5.1 4.9 4.7 4.6 5 5.4 4.6 5 4.4 4.9 ...
## $ Sepal.Width : num  3.5 3 3.2 3.1 3.6 3.9 3.4 3.4 2.9 3.1 ...
## $ Petal.Length: num  1.4 1.4 1.3 1.5 1.4 1.7 1.4 1.5 1.4 1.5 ...
## $ Petal.Width : num  0.2 0.2 0.2 0.2 0.2 0.4 0.3 0.2 0.2 0.1 ...
## $ Species      : Factor w/ 3 levels "setosa","versicolor",...: 1 1

# Create multiple linear model with iris data
irisModel <- lm(Sepal.Length ~
                Sepal.Width + Petal.Length + Petal.Width,
                data = iris)
```

다중 선형 회귀 모형의 생성

```
# Check the model
```

```
irisModel
```

```
##
```

```
## Call:
```

```
## lm(formula = Sepal.Length ~ Sepal.Width + Petal.Length + Petal.Width
```

```
##      data = iris)
```

```
##
```

```
## Coefficients:
```

```
## (Intercept)  Sepal.Width  Petal.Length  Petal.Width
```

```
##      1.8560      0.6508      0.7091     -0.5565
```


다중 선형 회귀 모형 평가

```
summary(irisModel) # Check detailed information of the model
```

```
##  
## Call:  
## lm(formula = Sepal.Length ~ Sepal.Width + Petal.Length + Petal.Width,  
##     data = iris)  
##  
## Residuals:  
##      Min       1Q   Median       3Q      Max   
## -0.82816 -0.21989  0.01875  0.19709  0.84570   
##  
## Coefficients:  
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)      
## (Intercept)   1.85600    0.25078   7.401 9.85e-12 ***  
## Sepal.Width    0.65084    0.06665   9.765 < 2e-16 ***  
## Petal.Length   0.70913    0.05672  12.502 < 2e-16 ***  
## Petal.Width   -0.55648    0.12755  -4.363 2.41e-05 ***  
## ---  
## Signif. codes:  
## 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
##  
## Residual standard error: 0.3145 on 146 degrees of freedom  
## Multiple R-squared:  0.8586, Adjusted R-squared:  0.8557   
## F-statistic: 295.5 on 3 and 146 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

- `summary`를 통해 나온 통계값
 - $\Pr(> |t|)$: t-test를 통해 얻은 검정 값.
 - 통계적으로 절편 혹은 변수의 계수 값이 0인지 아닌지 검정.
 - $\Pr(> |t|) < 0.05$: 절편 혹은 계수가 통계적으로 유의하다.
 - Multiple R-squared: 결정계수
 - Adjusted R-squared: 수정 결정계
 - 다중 회귀 변수에서 F 통계량을 구하기 위한 귀무가설
 - H_0 : 모든 계수가 0이다.
 - H_1 : 하나 이상의 설명 변수의 계수가 0이 아니다.

범주형 변수를 포함한 다중 선형 회귀 분석

- 범주형 변수를 포함한 분석
 - 범주형 변수도 다른 변수와 마찬가지로 + 기호를 통해 추가.

```
irisModel2 <- lm(Sepal.Length ~  
                  Sepal.Width + Petal.Length + Petal.Width + Species,  
                  data = iris)
```

```
irisModel2
```

```
##
```

```
## Call:
```

```
## lm(formula = Sepal.Length ~ Sepal.Width + Petal.Length + Petal.Width +  
##     Species, data = iris)
```

```
##
```

```
## Coefficients:
```

```
##      (Intercept)      Sepal.Width      Petal.Length  
##          2.1713          0.4959          0.8292  
##      Petal.Width Speciesversicolor Speciesvirginica  
##         -0.3152         -0.7236         -1.0235
```

범주형 변수를 포함한 다중 선형 회귀 분석

- 범주형 변수는 각 요인별로 가변수를 생성하여 분석한다.

Species	Speciesversicolor	Speciesvirginica
setosa	0	0
versicolor	1	0
virginica	0	1

- Iris versicolor의 꽃받침 길이
- $$Sepal.Length(versicolor) = 2.171 + 0.496 \cdot Sepal.Width + 0.829 \cdot Petal.Length - 0.315 \cdot Petal.Width - 0.724$$
- Iris virginica의 꽃받침 길이
- $$Sepal.Length(virginica) = 2.171 + 0.496 \cdot Sepal.Width + 0.829 \cdot Petal.Length - 0.315 \cdot Petal.Width - 1.024$$
- Iris setosa의 꽃받침 길이
- $$Sepal.Length(setosa) = 2.171 + 0.496 \cdot Sepal.Width + 0.829 \cdot Petal.Length - 0.315 \cdot Petal.Width$$

범주형 변수를 포함한 다중 선형 회귀 분석 모형의 평가

```
anova(irisModel2)
```

```
## Analysis of Variance Table
```

```
##
```

```
## Response: Sepal.Length
```

##		Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
##	Sepal.Width	1	1.412	1.412	15.0011	0.0001625	***
##	Petal.Length	1	84.427	84.427	896.8059	< 2.2e-16	***
##	Petal.Width	1	1.883	1.883	20.0055	1.556e-05	***
##	Species	2	0.889	0.444	4.7212	0.0103288	*
##	Residuals	144	13.556	0.094			
##	---						
##	Signif. codes:						
##	0	'***'	0.001	'**'	0.01	'*'	0.05
		'.'	0.1	' '			1

다중 회귀 분석을 위한 변수 선택

- 다중 회귀 분석에 필요한 독립변수 선택
 1. 경험을 기반으로 종속변수와 관련이 있는 독립변수 선택.
 2. 변수간 관계를 정확히 모르는 상황에서 회귀분석을 위한 독립변수를 선택.
 - 모든 변수를 선택.
 - 공선성이 있는 변수들을 제거하고 분석 시행.
 - 통계적으로 필수적이면서 최소의 독립변수를 선택.
- 공선성 확인: `vif` 함수 (HH package)
- 통계적 방법: `step` 함수를 이용하여 통계적으로 변수 선택.

다중 회귀 분석을 위한 변수 선택

- 다중공선성

- 다중 회귀 분석 $Y \leftarrow X_1, X_2, \dots, X_p$ 일 때 i 번째 독립변수에 대한 다중 회귀 분석 $X_i \leftarrow X_1, X_2, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_p$ 의 결정계수를 R_i^2 라 하자.

- 분산팽창인자 (Variance Inflation Factor)

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_i^2}$$

- 특정 독립변수의 분산팽창인자가 크다는 것은 다른 독립변수에 의해 많은 부분이 설명되고 있다는 것을 의미 = 공선성이 존재한다.
- 일반적으로 5 혹은 10보다 크면 다중공선성이 크다고 판단할 수 있다.

```
# install.packages("HH")
```

```
library(HH)
```

```
vif(irisModel)
```

```
## Sepal.Width Petal.Length Petal.Width
```

```
##      1.270815      15.097572      14.234335
```

다중 회귀 분석을 위한 변수 선택

- 변수를 더하거나 빼면서 통계적 수치 비교 (AIC: Akaike information criteria)
- 아카이케의 정리
 - 모형의 예측 정확도에 대한 편향되지 않은 추정값 = 모형이 자료를 얼마나 잘 설명하는지 (설명력) - 모형이 가지고 있는 가변변수의 수 (복잡성)
 - AIC 값은 Kullbak-Leibler 정보 측도를 기반으로 하며 값이 작을수록 더 나은 모형이라 할 수 있다.
- 일반적인 변수 선택법
 - 전진 선택 (forward selection)
 - 후진 선택 (backward selection)
 - 모두 선택 (Bidirectional elimination)

다중 회귀 분석을 위한 변수 선택

```
nullModel <- lm(Sepal.Length ~ 1, data = iris)
fullModel <- lm(Sepal.Length ~ ., data = iris)
# forwardR <- step(nullModel,
#                   scope = list(lower=nullModel, upper=fullModel),
#                   direction="forward")
# backwardR <- step(fullModel, direction="backward")
# BidirecR <- step(nullModel, scope=list(upper=fullModel), direction="bidirectional")
```

다중 회귀 분석 결과 시각화

- 공선성 제거 후 모형 (irisModel2)

```
vif(irisModel2)
```

```
##      Sepal.Width      Petal.Length      Petal.Width  
##      2.227466      23.161648      21.021401  
## Speciesversicolor Speciesvirginica  
##      20.423390      39.434378
```

```
irisModel3 <- lm(Sepal.Length ~ Sepal.Width + Petal.Width + Species, data=iris)  
vif(irisModel3)
```

```
##      Sepal.Width      Petal.Width Speciesversicolor  
##      2.143399      18.059816      13.338840  
## Speciesvirginica  
##      27.072194
```

```
irisModel4 <- lm(Sepal.Length ~ Sepal.Width + Species, data=iris)  
vif(irisModel4)
```

```
##      Sepal.Width Speciesversicolor Speciesvirginica  
##      1.668844      2.184184      1.738388
```

다중 회귀 분석 결과 시각화

```
# equation
equation_setosa <- function(x){ coef(irisModel4)[1] +
                                coef(irisModel4)[2]*x}
equation_versicolor <- function(x){ coef(irisModel4)[1] +
                                    coef(irisModel4)[2]*x +
                                    coef(irisModel4)[3]}
equation_virginica <- function(x){ coef(irisModel4)[1] +
                                   coef(irisModel4)[2]*x +
                                   coef(irisModel4)[4]}

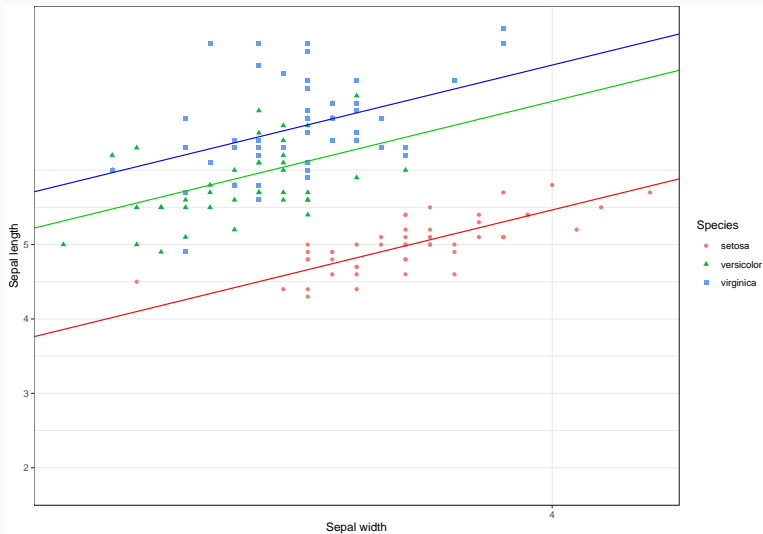
# parameters
s_iris <- coef(irisModel4)[2]
i_setosa <- coef(irisModel4)[1]
i_versicolor <- coef(irisModel4)[1] + coef(irisModel4)[3]
i_virginica <- coef(irisModel4)[1] + coef(irisModel4)[4]
```

다중 회귀 분석 결과 시각화

```
irisPlot <- ggplot(iris,
                   aes(y=Sepal.Length, x=Sepal.Width,
                       color=Species, shape=Species, fill=Species))
  geom_point() +
  geom_abline(slope = s_iris, intercept = i_setosa, color=2)+
  geom_abline(slope = s_iris, intercept = i_versicolor, color=3)+
  geom_abline(slope = s_iris, intercept = i_virginica, color=4)+
  #geom_smooth(method="lm") +
  theme_bw() +
  xlab("Sepal width") + ylab("Sepal length") +
  expand_limits(y=c(1.8,5.2), x=3.8) +
  scale_y_continuous(breaks = 2:5) +
  scale_x_continuous(breaks = 4:8)
```

다중 회귀 분석 결과 시각화

irisPlot



```
irisPlot2 <- ggplot(iris,
                    aes(y=Sepal.Length, x=Sepal.Width,
                        color=Species, shape=Species, fill=Species))
  geom_point() +
  geom_abline(slope = s_iris, intercept = i_setosa, color=2)+
  geom_abline(slope = s_iris, intercept = i_versicolor, color=3)+
  geom_abline(slope = s_iris, intercept = i_virginica, color=4)+
  geom_smooth(method="lm") +
  theme_bw() +
  xlab("Sepal width") + ylab("Sepal length") +
  expand_limits(y=c(1.8,5.2), x=3.8) +
  scale_y_continuous(breaks = 2:5) +
  scale_x_continuous(breaks = 4:8)
```

다중 회귀 분석 결과 시각화

irisPlot2

