Kinga Wawrzyńczak 236688
Wojciech Stefaniak 236657

Rok akademicki 2021/22
środa, 12:00

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 2 – rozwiązywanie układów równań liniowych za pomocą metody eliminacji Gaussa

Opis rozwiązania

Metoda eliminacji Gaussa służy do rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia. Polega na sprowadzeniu macierzy powstałej z równań do postaci macierzy trójkątnej górnej. Za pomocą operacji na wierszach, wszystkie elementy pod główną przekątną musimy zamienić w zera. Następnie rozwiązujemy układ od dołu i uzyskujemy wynik. Aby możliwe było użycie tej metody, wybrana macierz musi mieć wymiary n x n, a elementy na głównej przekątnej nie mogą być równe 0.

Algorytm:

- Pobieramy współczynniki równań liniowych z pliku
- Szukamy elementu podstawowego, poprzez zamianę sprawdzanego wiersza na wiersz, który w danej kolumnie ma największy współczynnik (częściowy wybór elementu głównego)
- Macierz sprowadzamy do postaci macierzy trójkątnej za pomocą operacji na wierszach
- Rozwiązujemy układ za pomocą algorytmu podstawiania w tył
- Prezentujemy wynik

lub

- W przypadku układu nieoznaczonego lub sprzecznego, pokazujemy odpowiedni komunikat i kończymy program

Układ jest nieoznaczony, jeżeli wszystkie współczynniki oraz wyraz wolny ostatniego wiersza są równe zeru. Jeżeli natomiast współczynniki są równe zeru, a wyraz wolny jest różny od zera, układ ten jest sprzeczny.

Wyniki

Przykład	Układ równań	Niewiadome	Rozwiązanie
a	$3x_1 + 3x_2 + x_3 = 12$ $2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 33$ $x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$	3	$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$
b	$3x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$ $2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 20$ $- 4x_1 - 10x_2 - 14x_3 = - 40$	3	układ nieoznaczony
c	$3x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$ $2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 20$ $- 4x_1 - 10x_2 - 14x_3 = - 20$	3	układ sprzeczny
d	$0.5x_1 – 0.0625x_2 + 0.1875x_3 + 0.0625x_4 = 1.5$ $- 0.0625x_1 + 0.5x_2 = - 1.625$ $0.1875x_1 + 0.375x_3 + 0.125x_4 = 1$ $0.0625x_1 + 0.125x_3 + 0.25x_4 = 0.4375$	4	$x_1 = 2, x_2 = - 3, x_3 = 1.5, x_4 = 0.5$
e	$3x_1 + 2x_2 + x_3 – x_4 = 0$ $5x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = - 4$ $1x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4$ $7x_1 + 8x_2 + x_3 – 7x_4 = 6$	4	układ sprzeczny

f	$3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -13$ $3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1$ $x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 21$ $-x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -5$	4	$x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = -4, x_4 = 5$
g	$x_3 = 3$ $x_1 = 7$ $x_2 = 5$	3	$x_1 = 7, x_2 = 5, x_3 = 3$
h	$10x_1 - 5x_2 + x_3 = 3$ $4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = -4$ $5x_1 + x_2 + 4x_3 = 19$	3	$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$
i	$6x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 4$ $-5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 11$ $0.9x_1 + 0.9x_2 + 3.6x_3 = 13.5$	3	układ nieoznaczony
j	$x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 = 1.5$ $2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 0.8$ $-0.1x_1 - 0.2x_2 + x_3 = 0.7$	3	$x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$

Wnioski

1. Uzyskane wyniki są zgodne z wynikami zaprezentowanymi w treści zadania.
2. Metoda jest prosta w użyciu, ponieważ wymaga użycia jedynie elementarnych działań na wierszach macierzy.
3. Metoda dobrze sprawdza się w przypadku macierzy o niedużych wymiarach.
4. Metoda sprawdza się najlepiej, kiedy elementy na głównej przekątnej nie są bliskie zeru. W przeciwnym wypadku uzyskane wyniki mogą okazać się błędne.
5. Ponieważ program wykonuje działania na liczbach zmiennoprzecinkowych, mogą występować błędy przy zaokrąglaniu wyników.