

De universele gravitatiekracht

Opmerking 1. Deze open-source cursus is in ontwikkeling. Leerkrachten en leerlingen die van dit materiaal gebruik maken kunnen eenvoudig fouten/verbetering/... melden:

- via de 'wijzig' knop kan je zelf kleine fouten en typo's aanpassen. ([extra uitleg](#))
- een mail sturen naar info@wiskunde.opmaat.org

Dit materiaal wordt ontwikkeld als open-source project via [zulip](#).

Isaac Newton (1642 - 1727) kon aantonen dat wanneer hij aannam dat planeten door de zon werden aangetrokken door een kracht die omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand, de drie wetten van Kepler hieruit af te leiden zijn. Daar waar de wetten van Kepler slechts inductief uit empirische gegevens zijn afgeleid, zijn ze bij Newton een gevolg van zijn bewegingsleer: de gravitatiekracht als oorzaak van beweging en zijn tweede wet als bewegingsvergelijking. Nu zijn de wetten een deductief gevolg uit een theoretisch model.

Een ander argument dat Newton gebruikte om zijn voorstel voor de formule van de universele gravitatiekracht te corroboreren¹, was een redenering over de versnelling van de maan.² Ze gaat als volgt. De maan maakt een nagenoeg cirkelvormige beweging. Haar versnelling is dus te berekenen met de formule voor de versnelling van een ECB. We hebben dan de omlooptijd en de afstand tot de maan nodig. De straal van de cirkelbeweging van de maan is ongeveer 60 keer de straal van de aarde.

$$a = r\omega^2 = r \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$$

$$= 6370 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot 60 \cdot \left(\frac{2\pi}{27,3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \right)^2 = 0,0027 \text{ m/s}^2$$

Dit getal komt overeen met een omgekeerd kwadratische afhankelijkheid van de straal. Nemen we namelijk de valversnelling op aarde, $9,81 \text{ m/s}^2$ en delen we deze door 60^2 (de maan bevindt zich immers 60 keer zo ver), dan krijgen we hetzelfde getal.

$$a = \frac{9,81 \text{ m/s}^2}{60^2} = 0,0027 \text{ m/s}^2$$

Hiermee had Newton een argument om aan te nemen dat de gravitatiekracht omgekeerd evenredig moet zijn met het kwadraat van de onderlinge afstand tussen de massa's.

De *universele of algemene gravitatiekracht*, één van de vier fundamentele natuurkrachten, wordt als volgt geformuleerd:

Twee puntmassa's m en m' , die zich op een afstand r van elkaar bevinden, trekken elkaar aan met een kracht die gericht is volgens de verbindinglijn van de twee massa's en waarvan de grootte recht evenredig is met het product van de twee massa's en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand tussen beide:

$$F = G \frac{mm'}{r^2} \quad (1)$$

De evenredigheidscoëfficiënt G wordt de *gravitatieconstante* genoemd.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Newton bepaalde de constante G niet zelf. Dat werd na zijn dood door Cavendish (1731 - 1810) gedaan.

¹Een moeilijk woord dat 'met argumenten staven' betekent.

²Zijn berekeningen borg hij op omdat ze niet strookte met de realiteit. Enkele jaren later bleek echter dat de door astronomen gebruikte afstand tot de maan fout was. Een nieuwe waarde toonde aan dat Newton een correcte redenering had gebruikt.