

## De snelheid

Een voorwerp heeft snelheid als het beweegt, er is een verandering van de positie in de tijd. De snelheidsvector grijpt altijd aan op het voorwerp en wijst in de zin van de ogenblikkelijke beweging, rakend aan de baan dus. In animaties lijkt het alsof de snelheidsvector aan de positievector "trekt". Bezie hiervoor animaties te vinden op <https://www.hansbekaert.be/fysica/new/applets6.html>.

### Gemiddelde snelheid bij ééndimensionale bewegingen

De tijd nodig voor een bepaalde verplaatsing geeft aanleiding tot de *gemiddelde snelheid*.

**Definitie 1.** De gemiddelde snelheid  $\bar{v}$  van een voorwerp tussen twee tijdstippen wordt gedefiniëerd als

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

De eenheid van snelheid is meter per seconde  $[v] = \text{m/s}$ .

In de figuur is de gemiddelde snelheid van de auto tussen de tijdstippen  $t_1$  en  $t_2$  gelijk aan  $\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{40 \text{ m} - 50 \text{ m}}{20 \text{ s} - 10 \text{ s}} = -1 \text{ m/s}$ . Als de snelheid negatief is betekent dit dat de auto achteruit rijdt.

### Ogenblikkelijke snelheid bij ééndimensionale bewegingen

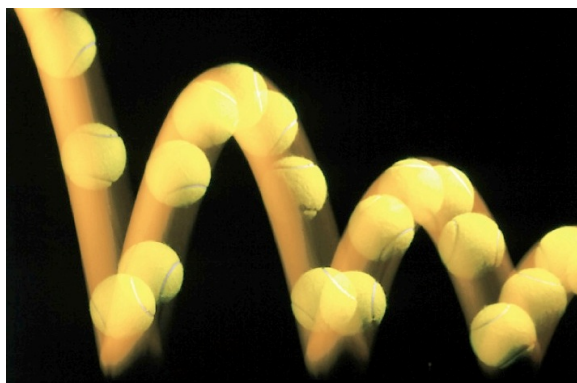
De gemiddelde snelheid  $\bar{v}$  is enkel gedefiniëerd *tussen* twee posities  $x_1$  en  $x_2$ . De plaatsfunctie  $x(t)$  kent voor elk tijdstip  $t$  aan een puntmassa een positie  $x$  toe. Op dezelfde manier zou je op elk tijdstip de snelheid willen kennen.

De eenheid van snelheid is  $\text{m/s}$ , het gaat dus over het aantal meter dat in een bepaald tijdsinterval wordt afgelegd. Op één bepaald moment  $t$ , één ogenblik, is er helemaal geen tijdsverloop en bijgevolg kan er ook geen verplaatsing zijn ...! Er is immers geen tijd verstreken om afstand te kunnen afleggen.

Om even over na te denken ...

Als een raket opstijgt vanuit stilstand is de snelheid duidelijk groter dan nul. **Wat is volgens jou de snelheid op het eerste moment dat een opstijgende raket de grond niet meer raakt?**

'Ja, maar', ga je zeggen, 'de snelheidsmeter van mijn fiets zegt toch hoe hard ik ga?!' Dat *lijkt* inderdaad een ogenblikkelijke snelheid te zijn maar in werkelijkheid is dat steeds de gemiddelde snelheid over het tijdsinterval dat het sensortje op je wiel nodig heeft om één omwenteling te maken. Je snelheidsmeter berekent dus de gemiddelde snelheid door je wielomtrek<sup>1</sup> te delen door de tijd van één omwenteling. Als je plots remt gaat je snelheid afnemen maar je metertje gaat dit niet ogenblikkelijk kunnen aangeven. Het moet wachten totdat het sensortje weer rond is geweest om de tijd te kennen en zo de snelheidsverandering te kunnen registreren.



<sup>1</sup>Die je hebt moeten ingeven...

## De snelheid

Figuur 1: Stuiterende tennisbal

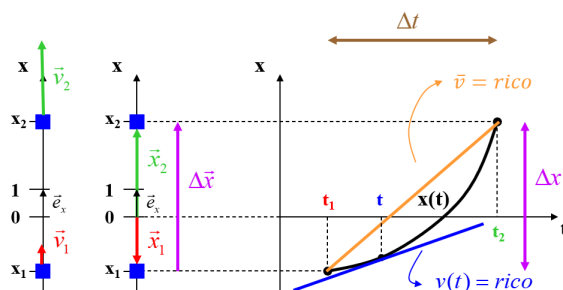
Hoe kan dit probleem opgelost worden? Op de stroboscopische foto van de stuiterende tennisbal is te zien dat de bal bovenaan trager beweegt dan wanneer hij de grond nadert. Bovenaan liggen de beelden immers dichter bij elkaar zodat de tennisbal minder afstand aflegt in de tijdsspanne tussen twee opeenvolgende opnames. Deze kwantitatieve<sup>2</sup> informatie die levert echter opnieuw gemiddelde snelheid en niet zomaar de ogenblikkelijke snelheid. De tennisbal verandert immers nog van snelheid tussen twee opeenvolgende opnames. Door de frequentie<sup>3</sup> waarmee de foto's worden genomen op te drijven, krijgen we een accurater beeld van de snelheid die de tennisbal op een gegeven moment heeft. De tijdsintervallen zijn nu immers korter zodat de bal minder van snelheid kan veranderen gedurende de intervallen en zodoende de gemiddelde snelheid een indicatie wordt van de ogenblikkelijke snelheid. De ogenblikkelijke snelheid wordt dus beter en beter benaderd door het tijdsinterval kleiner en kleiner en kleiner en kleiner... te nemen. Echter, hoe kort het tijdsinterval ook is, de snelheid zal veranderen gedurende dat hele kleine tijdsinterval. Daarom, je raadt het misschien al, wordt de ogenblikkelijke snelheid gedefinieerd als de *limiet* van de gemiddelde snelheid over een tijdsinterval waarbij we dat interval naar nul laten gaan.

**Definitie 2.** De **ogenblikkelijke snelheid** is de afgeleide van de plaatsfunctie:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} = \frac{dx}{dt}$$

De notatie met een accent  $v(t) = x'(t)$  of  $v = x'$  wordt op dezelfde manier als in de wiskunde gebruikt. De functie  $v(t)$  geeft op elk moment  $t$  de snelheid  $v(t)$ .

Grafisch kan je de afgeleide terugvinden als de richtingscoëfficiënt van de raaklijn. In een  $x - t$  grafiek (de grafiek van de functie  $x(t)$ ,  $x$  in functie van  $t$ ) vind je de snelheid als de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in het beschouwde punt.



	Vectoriële notatie & definitie	Scalaire notatie & definitie
Gemiddelde snelheid op tijdsinterval $\Delta t = t_2 - t_1$ :	$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \vec{e}_x$	$\langle v \rangle = \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ <small>(kan negatief zijn bij verplaatsing tegen de zin van x-as)</small>
Ogenblikkelijke snelheid op willekeurig tijdstip $t$	$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$ $= \frac{d(x \cdot \vec{e}_x)}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{e}_x + x \cdot \frac{d\vec{e}_x}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{e}_x = v \cdot \vec{e}_x$	$v(t) = v = \frac{dx}{dt}$ <small>(kan negatief zijn bij verplaatsing tegen de zin van x-as)</small>

**Opmerking 1.** Het woord 'ogenblikkelijk' mag je weglaten. Wanneer we het over snelheid hebben, bedoelen we vanaf nu steeds ogenblikkelijke snelheid.

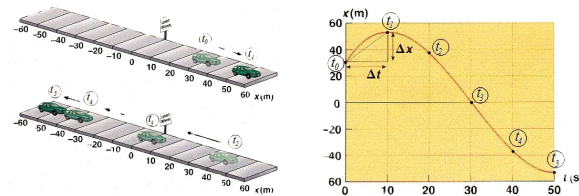
**Oefening 1.** Hieronder staat opnieuw de plaatsfunctie  $x(t)$  van het autotje. Bepaal enkel met de grafiek en zonder te rekenen:

<sup>2</sup>Kwantitatief wil zeggen dat het over een hoeveelheid of een grootte gaat.

<sup>3</sup>Frequentie is een grootte die aangeeft hoeveel cyclussen er per seconde worden doorlopen. Hier gaat het dus over het aantal beelden dat per seconde wordt gemaakt. De eenheid van frequentie is  $s^{-1}$  oftewel Hz (de Hertz).

## De snelheid

- Waar staat de auto stil?
- Waar heeft de auto een positieve snelheid?
- waar is de snelheid negatief?
- Op welk moment bewoog de auto het snelst?



Figuur 2: Verschillende posities en de grafiek van de plaatsfunctie