

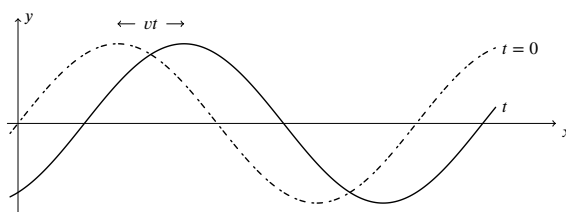
## Periodieke golven

**Opmerking 1.** Deze open-source cursus is in ontwikkeling. Leerkrachten en leerlingen die van dit materiaal gebruik maken kunnen eenvoudig fouten/verbetering/... melden:

- via de 'wijzig' knop kan je zelf kleine fouten en typo's aanpassen. ([extra uitleg](#))
- een mail sturen naar [info@wiskunde.opmaat.org](mailto:info@wiskunde.opmaat.org)

Dit materiaal wordt ontwikkeld als open-source project via [zulip](#).

Zoals we de positie van een voorwerp konden beschrijven met een functie  $x(t)$ , willen we ook een golf m.b.v. een functie kunnen beschrijven. Omdat een golf niet te lokaliseren is in een punt maar zich uitstrekt over de hele ruimte en daarnaast in de tijd evolueert, hebben we een iets uitgebreidere functie nodig. De uitwijking  $y$  van het medium is zowel afhankelijk van de plaats  $x$  waarop je kijkt als het moment  $t$  dat je interesseert. De oplossing bestaat erin een functie in twee variabelen te gebruiken. We beschouwen een sinusoidale golf die naar rechts beweegt – volgens de  $x$ -as. Om een wiskundige beschrijving van een golf te vinden, bekijken we twee momentopnames op willekeurige tijdstippen. Voor het gemak nemen we als eerste tijdstip  $t = 0$  en noemen we het tweede tijdstip  $t$ . In de tijdsspanne  $t$  is de golf  $vt$  eenheden naar rechts opgeschoven, zie figuur (??).  $v$  is uiteraard de golfsnelheid.



Figuur 1: De uitwijking van een golf in functie van de tijd op  $t = 0$  en een willekeurig tijdstip  $t$   
De verschijningsvorm van de golf in de ruimte kunnen we op  $t = 0$  weergeven met volgende sinusfunctie:

$$y = A \sin(kx) \quad \text{met} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Het symbool  $k$  noemen we het *golfgetal*.<sup>1 2</sup> Een tijd  $t$  later is de verschijningsvorm van de golf een afstand  $vt$  (de afstand die een top gedurende de tijd  $t$  heeft afgelegd) naar rechts opgeschoven. De vergelijking vinden we dan door een overeenkomstige verschuiving door te voeren:

$$\begin{aligned} y &= A \sin(k(x - vt)) \\ &= A \sin\left(kx - \frac{2\pi v}{\lambda} t\right) \\ &= A \sin\left(kx - \frac{2\pi}{T} t\right) \\ &= A \sin(kx - \omega t) \end{aligned}$$

We hebben de uitwijking  $y$  kunnen schrijven in functie van de variabelen  $x$  en  $t$ . We hebben een algemene uitdrukking voor een rechtslopende golf:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad (1)$$

Om de vergelijking voor een linkslopende golf te vinden, verschuiven we naar links in plaats van naar rechts of vervangen we  $v$  door  $-v$ . We krijgen dan

$$y(x, t) = A \sin(kx + \omega t) \quad (2)$$

<sup>1</sup>De  $k$  is eigenlijk niets anders dan de 'b' zoals je die kent in de algemene sinusfunctie  $f(x) = a \sin(b(x - c)) + d$ .  $b = \frac{2\pi}{p}$  met  $p$  de periode. In deze context is de periode de golflengte  $\lambda$ , uitgedrukt in meters.

<sup>2</sup>De  $k$  heeft niets te maken met de veerconstante. Het is niet omdat Jantje Jantje heet en Jantje Jantje, dat Jantje en Jantje dezelfde personen zijn. Jantje en Jantje kunnen bijvoorbeeld – al is het onwaarschijnlijk – broers zijn.

## Periodieke golven

---

Deze functie in twee variabelen kunnen we iets beter verstaan wanneer we één van de variabelen constant houden en de afhankelijkheid van de overblijvende variabele bekijken. Zo hebben we, wanneer we op een vaste plaats  $x = x_0$  kijken, een harmonische trilling:

$$y_{x_0}(t) = y(x_0, t) = A \sin(\omega t + \underbrace{kx_0}_{\text{beginfase}})$$

Het is als het ware een patrijspoort van een stilstaand schip ter hoogte van de waterlijn. Een voorbijkomende golf is door het kleine venstertje slechts waar te nemen door het op- en neergaan van het waterniveau. Als we de tijd vastleggen door te kijken op één bepaald tijdstip  $t = t_0$ , hebben we een functie die enkel de golf in de ruimte beschrijft.

$$y_{t_0}(x) = y(x, t_0) = A \sin(kx + \omega t_0)$$

Het is alsof we een foto trekken van de golf.