Test course (test.tex)

4 september 2025

Inhoudsopgave

Deel I

Basisbegrippen van de kinematica

Inleiding

Kinematica (afkomstig van het Griekse woord $\kappa\iota\nu\eta\mu\alpha$) is het onderdeel van de fysica dat -zonder zich af te vragen wat de oorzaak ervan is- de **bewegingen van voorwerpen beschrijft**. Vallende appels, rollende knikkers of rijdende auto's, maar ook over de beweging van de maan rond de aarde of de aarde rond de zon worden in de kinematica bestudeerd.

In dit hoofdstuk worden de **basisbegrippen** en **basisgrootheden** van de kinematica behandeld waarmee in een volgende fase enkele concrete basisbewegingen (rechtlijnige, cirkelvormige, snelle, trage, versnellende en vertragende, enzovoort) worden beschreven.

Kwantitatief behandelt kinematica steeds de vectoriële grootheden **positie**, **snelheid** en **versnelling**, hun verbanden onderling en hun afhankelijk met de scalaire grootheid **tijd**.

Example 1. Als een appel van een boom valt, kan je allerlei vragen stellen over deze valbeweging:

- Hoe ver valt de appel van de boom?
- Hoe lang duurt het voor de appel de grond raakt?
- Hoe snel valt de appel? Is die snelheid altijd dezelfde, of valt een appel altijd maar sneller?
- Als de snelheid van de appel verandert, hoe groot is ze dan bij het begin van de val? En na 1 seconde? Wat op het moment dat de appel de grond raakt?

De kinematica vraagt zich niet af *waarom* een appel naar beneden valt, en bijvoorbeeld niet naar boven. In het latere onderdeel *dynamica* worden *krachten* bestudeerd die de bewegingen beïnvloeden. We zullen zien dat krachten eigenlijk alleen maar de *veranderingen van bewegingen* veroorzaken.

Example 2. Als je een krijtje gooit naar het bord, kan je je daarover allerlei vragen stellen:

- Vliegt dat krijtje in een rechte lijn naar het bord? Of eerder in een cirkelbaan? Of misschien een ellips?

Author(s): Bart Lambregs, Vincent Gellens

- Hoe snel vliegt het krijtje? Vertraagt het tijden zijn vlucht omdat het kracht verliest, of versnelt het eerder omdat het ook wat naar beneden valt?
- Als de leerkracht het laatste stukje van de baan van het krijtje nauwkeurig heeft geregistreerd, kan hij dan weten welke leerling gegooid heeft?
- Vliegen lange en korte krijtjes even snel? Vliegen witte en rode krijtjes even snel? Vliegen krijtjes met een scherpe punt sneller?
- Mag je eigenlijk wel met krijtjes gooien?
- Als je snel genoeg gooit, en opzettelijk het bord mist, is het dan theoretisch mogelijk om het krijtje in een baan om de aarde te krijgen? Hoe snel zou je moeten gooien?

Sommige van deze vragen worden behandeld in de kinematica, andere in de dynamica.

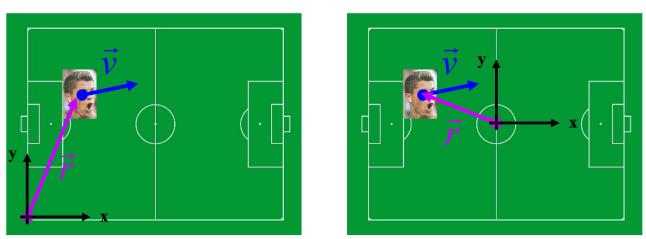
Het referentiestelsel

Elk bewegend systeem wordt beschreven ten opzichte van een **referentiestelsel**. Deze omvat een assenstelsel met een oorsprong (= het **referentiepunt**). Binnen dit referentiestelsel worden de vectoriële grootheden beschreven waaruit de kinematica is opgebouwd.

Als je een vogel ziet vliegen kan je deze beweging op verschillende manieren beschrijven: de vogel kan *stijgen* of een *duikvlucht* nemen. De vogel kan *omdraaien* of -indien het een kolibri is- misschien zelfs *blijven hangen*. Om deze bewegingen kwantitatief en nauwkeurig te bespreken kies je een referentiestelsel en coördinaatassen. Op die manier krijgt de vogel een positievector die de positie aangeeft, een snelheidsvector die de snelheid aangeeft, ...

De keuze van het referentiestelsel is altijd relatief. Toch is het erg belangrijk om telkens duidelijk te maken van waaruit een beweging beschreven wordt. Stel je voor dat je op dit moment gedreven natuurkunde aan het studeren bent aan een bureau en je houdt je pen op *ooghoogte*, hoe 'hoog' bevindt je pen zich dan? Meet je dit vanaf je tafelblad, de vloer, het straatniveau, het aantal meters boven de zeespiegel, ...? In welke eenheid meet je dit? Wat is je eenheidsvector en in welke richting kies je de positieve as?

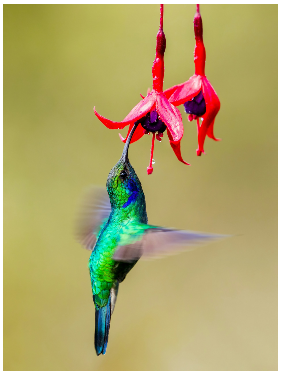
Meestal wordt geopteerd voor een referentiestelsel waarvoor de 'waarnemer' stilstaat. In onderstaand voorbeeld van het voetbalveld is de positie $\vec{r}$ van de voetballer duidelijk verschillend is naargelang het referentiepunt. Voor een toeschouwer in het publiek staan beide referentiestelsels stil, bijgevolg is de snelheid $\vec{v}$ voor beiden dezelfde.



Figuur 1: Twee verschillende referentiestelsels

Oefening 1 *De kolibri in onderstaande foto blijft ter plekke in de lucht hangen onder de bloem. Geef twee referentiestelsels waarin deze vogel **niet** stilstaat.*

Author(s): Bart Lambregs

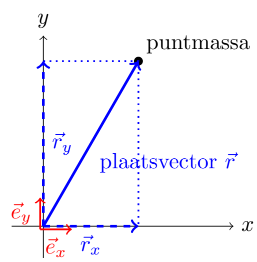


- *Een referentiestelsel met de kern van de aarde als oorsprong. (De kolibri draait nu rond de as van de aarde...)*
- *Een referentiestelsel met de zon als middelpunt (De kolibri draait nu ook rond de zon...)*

De positie

Positie en plaatsfunctie

Met behulp van een referentiestelsel kan elke plaats van een puntmassa in de ruimte worden beschreven met een **positie- of plaatsvector**, algemeen genoteerd door $\vec{r}$. Afhankelijk van het aantal dimensies waarin de beweging beschreven wordt heeft deze plaatsvector één, twee of drie componenten volgens de gekozen assen, doorgaans $\vec{x}$, $\vec{y}$ en $\vec{z}$ genaamd. De (scalaire) getalcomponenten van deze vectoren zijn de plaatscoördinaten x,y en z.



Figuur 2: De plaatsvector $\vec{r}$

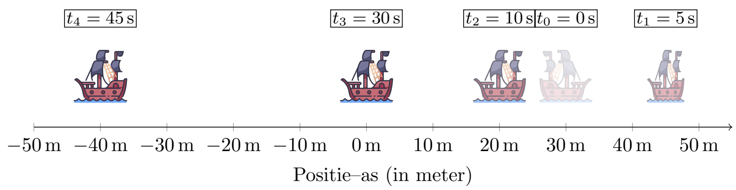
Als een puntmassa beweegt, verandert haar plaatsvector $\vec{r}$. De beweging van een puntmassa wordt beschreven door een *functie* die de **plaats** $\vec{r}$ weergeeft in functie van de **tijd**. De **plaatsfunctie** $\vec{r} = \vec{r}(\mathrm{t})$ geeft voor elk tijdstip t de positie $\vec{r}$ waar de puntmassa zich bevindt. In het algemeen is een dergelijke vectorfuncties ingewikkeld om te hanteren, daarom wordt er gewerkt met de tijdsafhankelijke getalcomponenten $x(t)$,$y(t)$ en $z(t)$. Elke coordinaatsfunctie geeft voor elk moment t de coordinaat van de puntmassa volgens een welbepaalde-as. Al deze componentsfuncties samen beschrijven de volledige beweging van de puntmassa. Bij een ééndimensionale bewegingen is er slechts één coordinaats-as nodig om de beweging te beschrijven. Dat is een scalaire grootheid, namelijk de positie op de enige coördinaatas en t is de variabele die symbool staat voor de tijd. [1]
De positie op een welbepaald tijdstip t_1 wordt genoteerd als

$$x_1 = x(t_1)$$

Author(s): Bart Lambregs, Vincent Gellens

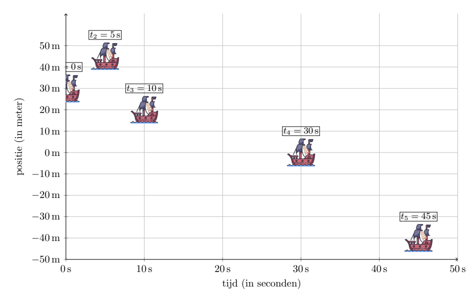
[1] In de fysica gebruiken we de wiskunde als 'taal' om de wetmatigheden van de natuur in uit te drukken. Wiskundige variabelen en objecten zoals functies krijgen nu een fysische betekenis. $x(t)$ is dus niets anders dan een functie $f(x)$ of $y(x)$ zoals je die in wiskunde kent. Alleen nemen wij nu niet voor de onafhankelijke variabele het symbool x maar het symbool t omdat deze symbool moet staan voor de tijd. En voor het symbool f gebruiken wij nu het symbool x omdat de beeldwaarden van de functie nu als betekenis een positie op een coördinaatas hebben.

In onderstaande figuur zie je de tocht dat een zeilship aflegde. Op verschillende tijdstippen $t_0, t_1, t_2, \ldots$ wordt weergegeven waar het ship zich bevindt.



Figuur 3: De positie van de zeilboot voor elke tijd t

In de natuurkunde is **tijd een dimensie**.[2] In bovenstaande figuur wordt boven elke zeilboot aangegeven op welk tijdstip de boot daar werd waargenomen. Zo bevindt de boot zich op $t_3 = 10\,\mathrm{s}$ op de positie $20\,\mathrm{m}$. De startpositie van de zeilboot x_0 is gelijk aan $30\,\mathrm{m}$ want voor $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ geldt $x(0) = 30\,\mathrm{m}$. In plaats van de tijd boven elke zeilboot te noteren, is het ook mogelijk om de tocht op een tijd-as uit te zetten.



Figuur 4: De positie van de zeilboot met een tijd-as

Er zit **geen** extra informatie in bovenstaande figuur! We hebben enkel de tijdsdimensie uitgezet op een horizontale-as en de positie op de verticale-as. Als je nu ijverig natuurkunde aan het studeren bent, kan je 'de positie' van dit blad papier onderzoeken. Dit blad ligt stil op je bureau en je probeert te begrijpen wat er uitgelegd wordt. Dan verandert de positie volgens de positie-as natuurlijk niet, maar het blad beweegt zich wel voort op de tijd-as. [3]

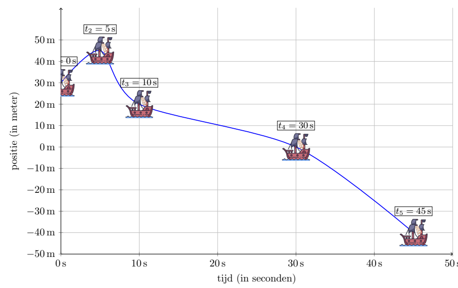
De positie van de zeilboot is enkel weergegeven voor een aantal specifieke momenten t_0, t_1, t_2, t_3 en t_4. De boot heeft natuurlijk ook op *elk moment hiertussen* een positie …

[2] Einstaan gaf een beschrijving voor de zwaartekracht in de *4-dimensionale ruimte-tijd*.

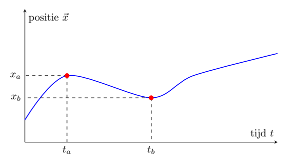
[3] Want terwijl je dit aan het lezen bent staat de tijd natuurlijk niet stil...[4]

[4] Je blad beweegt zich -eerder saai- constant voort op de tijdsdimensie. Het is echter mogelijk -in de relativiteitstheorie- om ook op meer interessantere manieren op de tijd-as te bewegen.[5]

[5] Aangezien je enkel constant op de tijd-as kan voortbewegen, en dus niet terug kan, lijkt het aangewezen om je tijd goed te benutten. Bijvoorbeeld door wat natuurkunde te leren.



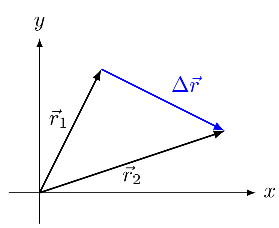
Definition 1. De **plaatsfunctie** $\vec{x}(t)$ geeft voor elke moment t de positievector x. In één dimensie is $\vec{x}$ een scalar en is de plaatsfuncie een grafiek waarop horizontaal de tijd wordt weergegeven en verticaal de positie.



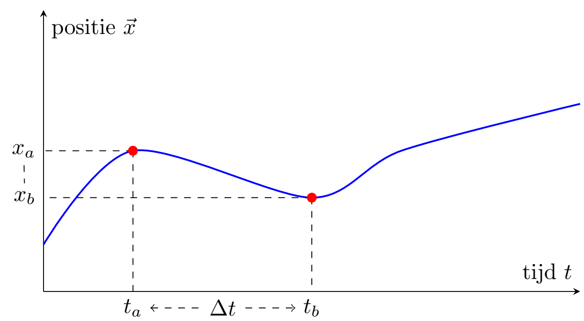
De **verplaatsing** tussen t_1 en t_2 is het verschil in positie tussen de twee tijdstippen t_1 en t_2, genoteerd met een $\Delta\vec{r}$ (Delta, een Griekse hoofdletter D van het Engelse 'displacement' of het Franse 'déplacement').

Definition 2. De **verplaatsing** $\Delta\vec{r}$ is het verschil tussen twee posities:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

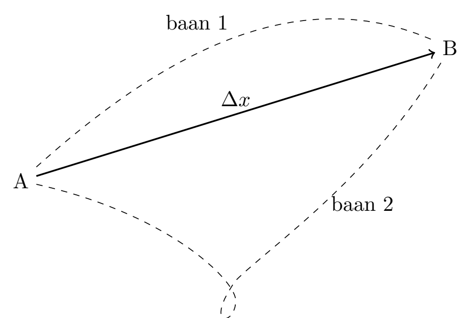


Voor ééndimensionale bewegingen is de verplaatsing eenvoudig scalair te berekenen met: $\Delta x = x_{eind} - x_{begin}$. De verplaatsing van de zeilboot tussen de tijdstippen t_0 en t_1 is gelijk aan $\Delta x = x_1 - x_0 = 45\,\mathrm{m} - 30\,\mathrm{m} = 15{,}0\,\mathrm{m}$ en is de verplaatsing tussen de tijdstippen t_2 en t_4 gelijk aan $\Delta x = x_4 - x_2 = -40{,}0\,\mathrm{m} - 20\,\mathrm{m} = -60{,}0\,\mathrm{m}$. Deze laatste verplaatsing is negatief, wat aangeeft dat de zeilboot netto naar achteren is bewogen – tegengesteld aan de zin van de gekozen as. Op de plaatsfunctie kan de verplaatsing eenvoudig afgelezen worden:



Quick Question 2 *Bereken de verplaatsing $\Delta x = x_4 - x_1$ van de zeilboot en duidt deze verplaatsing aan op de grafiek.*

Let op, de verplaatsing hoeft niet noodzakelijk gelijk te zijn aan de *afgelegde weg* tussen de twee bijbehorende tijdstippen. Als je een rondje hebt gelopen op de atletiekpiste en terug aan start staat is je (netto) verplaatsing nul, maar heb je wel degelijk afstand afgelegd.
Wanneer een voorwerp beweegt, doorloopt het meerdere posities. De verbindingslijn van al deze gepasseerde posities, noemt men de **baan** van de beweging. Een ééndimensionale beweging heeft een rechte baan. Een tweedimensionale is doorgaans krom en kan meerdere vormen hebben (willekeurig, cirkelvormig, paraboolvormig, ellipsvormig,...).



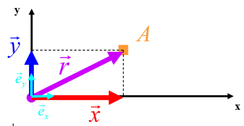
Figuur 5: Verplaatsing en afgelegde weg

Samengevat voor ééndimensionale bewegingen:

	Vectoriële notatie	Scalaire notatie
Positie op moment t:	$\boxed{\vec{x}_t = x(t) \cdot \vec{e}_x = x \cdot \vec{e}_x}$	$\boxed{x(t) = x}$ (kan negatief zijn)
Verplaatsing op het tijdsinterval $\Delta t = t_2 - t_1$:	$\boxed{\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1}$ $\Delta x \cdot \vec{e}_x = (x_2 - x_1) \cdot \vec{e}_x = x_2 \cdot \vec{e}_x - x_1 \cdot \vec{e}_x$	$\boxed{\Delta x = x_2 - x_1}$ (kan negatief zijn bij een verplaatsing tegen de zin van de x-as.)
Afgelegde weg op moment t:	/	$s(t)$ kan negatief zijn; zie wiskunde

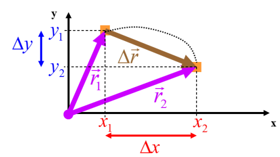
Voor tweedimensionale bewegingen worden de begrippen positie, verplaatsing en afgelegde weg complexer.

➢<u>Positie (plaats)</u> wordt vectorieel beschreven met de plaatsvector $\vec{r}$ of scalair met behulp van de coördinaten x en y. In dat laatste geval is de positie van een voorwerp A = co(A) = (x,y).



Vectoriële notatie & definitie	Scalaire notatie & definitie
$\vec{r}(t) = \vec{r} = \vec{x} + \vec{y} = x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y$	$x(t) = x$ $y(t) = y$ $r(t) = r = \sqrt{x^2 + y^2}$

➢<u>Verplaatsing</u> wordt vectorieel beschreven met de verplaatsingsvector $\Delta\vec{r}$ of scalair met de horizontale verplaatsing Δx, de verticale verplaatsing Δy en de totale verplaatsing Δr.



Vectoriële notatie & definitie	Scalaire notatie & definitie
$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \left(x_2 \cdot \vec{e}_x + y_2 \cdot \vec{e}_y\right) - \left(x_1 \cdot \vec{e}_x + y_1 \cdot \vec{e}_y\right)$ $= \left(x_2 - x_1\right) \cdot \vec{e}_x + \left(y_2 - y_1\right) \cdot \vec{e}_y = \Delta x \cdot \vec{e}_x + \Delta y \cdot \vec{e}_y$	$\Delta x = x_2 - x_1$ $\Delta y = y_2 - y_1$ $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

- Verwar verplaatsing niet met afgelegde weg!
  Verplaatsing = rechtlijnige afstand tussen begin- en eindpunt (= afstand in vogelvlucht)
  Afgelegde weg = effectieve afstand die voorwerp heeft afgelegd (meestal langer)
- Zie ook figuren applet 2D bewegingen op Smartschool

Deel II

Tweedimensionale bewegingen

Inleiding

Als we in een vlak bewegen, hebben we te maken met een tweedimensionale beweging. Ten opzichte van een referentiestelsel met twee assen, kunnen we de beweging beschrijven.

Figuur 6: Sterrentrajecten aan de hemel

We behandelen twee concrete bewegingen in dit hoofdstuk, de horizontale worp en de eenparig cirkelvormige beweging.

Author(s): Bart Lambregs

Het onafhankelijkheidsbeginsel

Denkvraag 3 *Kan je in het filmpje vaststellen dat de horizontale beweging van de bal die wordt opgeworpen vanuit de laadbak van een pickup truck een invloed heeft op de manier waarop de bal in verticale zin beweegt?*

YouTube link: `https://www.youtube.com/watch?v=j1URC2G2qnc`

Definition 3. onafhankelijkheidsbeginsel Het onafhankelijkheidsbeginsel stelt dat een beweging in een bepaalde richting geen invloed uitoefent op de beweging in een andere richting.

Als gevolg kunnen we de beweging beschrijven als een samenstelling van een horizontale en een verticale beweging, onafhankelijk van elkaar.

Author(s): Bart Lambregs

De eenparig cirkelvormige beweging

De cirkelbeweging is op het eerste zicht misschien een zeer eenvoudige beweging maar wel alom tegenwoordig. Denk maar aan een tol, een kermisattractie zoals een carrousel, wielen, planeetbanen of aan het nemen van een bocht met de auto of de fiets. Vandaar dat het een toch een erg belangrijke beweging is. Wij bestuderen een eenparige cirkelvormige beweging (ECB). Dat betekent dat de baan van het object een cirkel is en dat de grootte van de snelheid waarmee de baan wordt doorlopen, constant is.

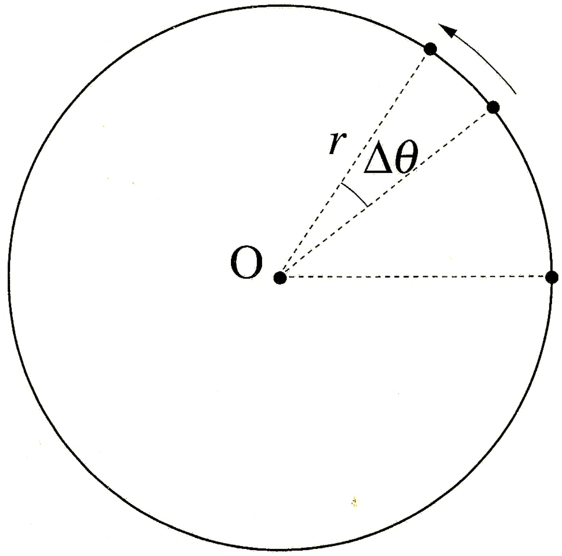
0.1 Enkele begrippen

Om een cirkelbeweging te beschrijven, hebben we enkele begrippen nodig die je eventueel nog onbekend zijn. Zo is er de *frequentie*. Het is algemeen het aantal trillingen of cyclussen van een periodieke beweging die per seconde worden doorlopen. Specifiek voor de cirkelbeweging is de frequentie dan het aantal keren dat de cirkel doorlopen wordt per tijdseenheid. De frequentie krijgt het symbool f en heeft als eenheid de Hertz, $[f] = \mathrm{Hz} = \mathrm{s}^{-1}$. Het begrip *periode* gebruiken we voor de tijdsduur die nodig is voor het doorlopen van één cyclus. Het symbool is T en de eenheid seconde, $[T] = s$. Het aantal cyclussen dat in de periode wordt doorlopen is één zodat de volgende relatie tussen de frequentie en de periode bestaat.

$$f = \frac{1}{T}$$

Als laatste hebben we nog het begrip *hoeksnelheid*.

Author(s): Bart Lambregs



Verschillende punten op je fietswiel hebben verschillende snelheden als hun afstand tot het centrum verschilt. Het ventieldopje moet immers in eenzelfde tijd meer afstand afleggen dat het sensortje van je snelheidsmeter. Toch bestaat het wiel uit één geheel. Als je naar de omwentelingshoek kijkt die een straal vanuit het centrum door een punt op het wile maakt, dan is die voor alle punten gelijk. Hoe sneller het wiel draait, hoe groter ook de omwentelingshoek is die een straal gemaakt heeft. Daarom definiëren we de hoeksnelheid ω als de verandering van de omwentelingshoek tot de benodigde tijd.[6]

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

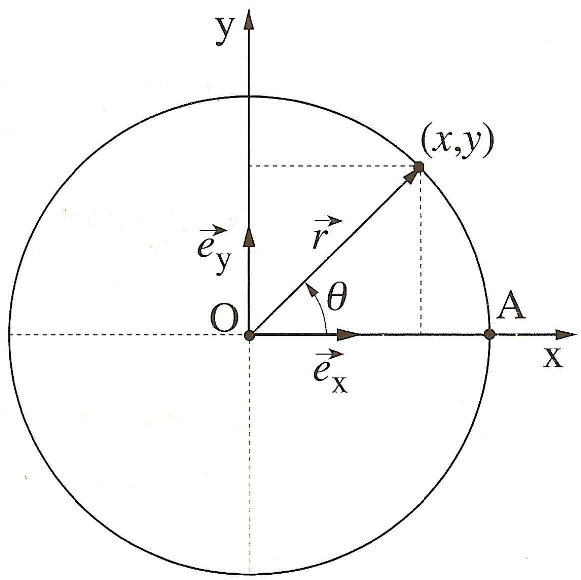
De eenheid is radialen per seconde, $[\omega]$ = rad/s. Aangezien een volledige omwentelingshoek 2π bedraagt en de tijd nodig om rond te gaan de periode is, geldt

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{1}$$

0.2 Kinematica van de cirkelbeweging

We beschouwen een punt dat een cirkelbeweging maakt met straal r. We voeren een assenstelsel in met de oorsprong in het middelpunt van de cirkel.

[6]De letter ω is de kleine letter van Ω en de laatste letter in het Griekse alfabet. Spreek ω uit als omega. Een ω is geen w, zoals ook een w geen ω is. O wee (ω?) als je je op het examen in juni vergist ...



Als we de omwentelingshoek θ meten vanaf de positieve x-as en en het tijdstip $t_0 = 0$ nemen, kunnen we de doorlopen omwentelingshoek als volgt in functie van de tijd schrijven.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0} = \frac{\theta}{t} \quad \Rightarrow \quad \theta = \omega t$$

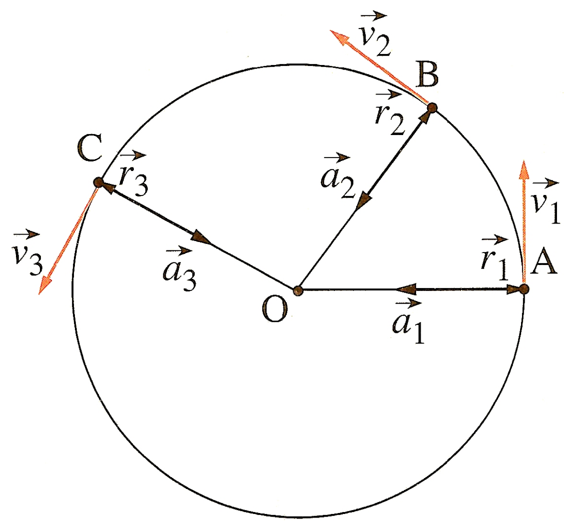
De coördinaatfuncties vinden we dan als projecties op de x- en y-as.

$$\begin{aligned} x(t) &= r\cos\omega t \\ y(t) &= r\sin\omega t \end{aligned}$$

We krijgen dan voor de plaatsvector, de snelheid en de versnelling:

$$\begin{aligned}
\vec{r} &= r\cos\omega t \cdot \vec{e}_x + r\sin\omega t \cdot \vec{e}_y \\
&\Downarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} v_x = \dfrac{dx}{dt} = -\omega r \sin\omega t \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = \omega r \cos\omega t \end{array} \right. \\
\vec{v} &= -\omega r \sin\omega t \cdot \vec{e}_x + \omega r \cos\omega t \cdot \vec{e}_y \\
&\Downarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = -\omega^2 r \cos\omega t \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -\omega^2 r \sin\omega t \end{array} \right. \\
\vec{a} &= -\omega^2 r\cos\omega t \cdot \vec{e}_x - \omega^2 r \sin\omega t \cdot \vec{e}_y \\
&= -\omega^2 (r\cos\omega t \cdot \vec{e}_x + r\sin\omega t \cdot \vec{e}_y) \\
&\Updownarrow \\
\vec{a} &= -\omega^2 \vec{r} \qquad (2)
\end{aligned}$$

Deze laatste gelijkheid is erg belangrijk. We vinden dat de versnelling steeds naar het middelpunt van de cirkel is geöriënteerd . . . ! We noemen het bijgevolg een centripetale[7] of middelpuntzoekende versnelling.

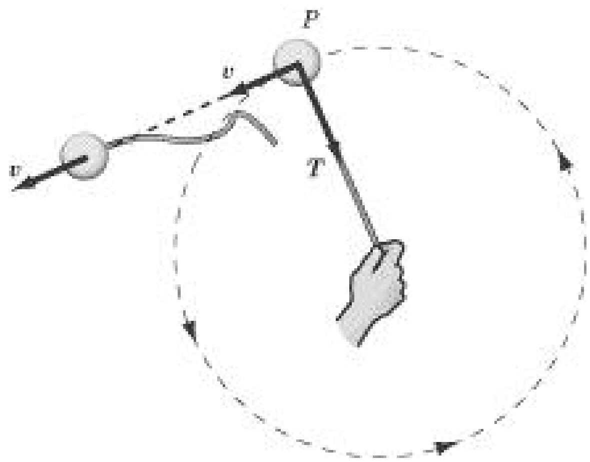


Je zou dit resultaat opmerkelijk kunnen noemen aangezien de snelheid een constante grootte heeft.

$$
\begin{aligned}
v = \parallel \vec{v} \parallel &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\
&= \sqrt{(-\omega r \sin \omega t)^2 + (\omega r \cos \omega t)^2} \\
&= \sqrt{r^2 \omega^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)} \\
&\Updownarrow \\
v &= r\omega \qquad (3)
\end{aligned}
$$

Echter verandert de richting van de snelheid en aangezien de versnelling de verandering van de snelheid is, moet er een versnelling zijn. Deze is naar het centrum geöriënteerd omdat een fractie van een seconde later het object – in vergelijking met de baan die het zou afleggen moest het volgens de snelheid die het op een bepaald moment heeft, voortbewegen – iets dichter naar het centrum moet zijn gekomen. De snelheidsvector is in grootte niet veranderd maar wel gedraaid, in de richting van het centrum. Moest bovendien de versnelling niet loodrecht op de snelheid staan, dan zou de versnelling een component volgens de snelheid hebben wat zou betekenen dat de snelheid in die richting zou moeten toenemen.

[7] Dit is niet hetzelfde als centrifugaal.



Toelichting figuur: Moest er geen versnelling naar het centrum zijn – bv. in het geval dat een touwtje met een ronddraaiend object aan, knapt – dan zou de snelheid niet veranderen en het object op een rechte baan in het verlengde van de snelheid met een constante snelheid voortbewegen.

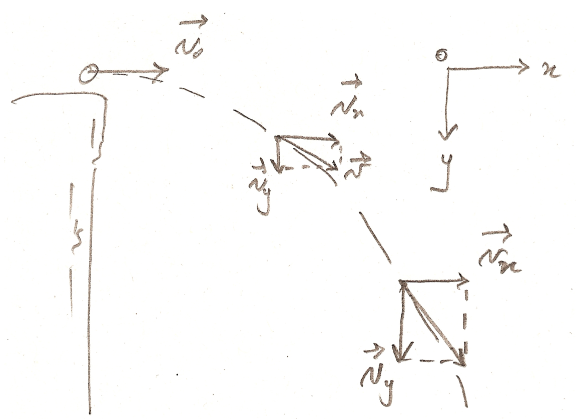
Uit (**??**), (**??**) en (**??**) vinden we nog:

$$a = r\omega^2 = v\omega = \frac{v^2}{r} \tag{4}$$

Merk op dat de snelheid een kwadratische invloed op de grootte van de versnelling heeft.

De horizontale worp

We bekijken een voorbeeld van een tweedimensionale beweging. Wanneer een object horizontaal met een bepaalde beginsnelheid wordt gekatapulteerd, noemen we die beweging een horizontale worp. Wij beschouwen de worp in het luchtledige.



Figuur 7: De snelheid in horizontale richting verandert niet, die in de verticale richting neemt lineair toe in de tijd

In de beschrijving kunnen we de x-as horizontaal en de y-as verticaal naar beneden nemen. Omdat er volgens de x-as geen versnelling is het lichaam volgens de y-as valt met de valversnelling g, kunnen we de formules voor een ERB en een EVRB op de afzonderlijke assen toepassen en zo de volledige beweging beschrijven.

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

De baanvergelijking vinden we zoals eerder vermeld, door t in functie van x te schrijven $x = v_0 t \Leftrightarrow t = \dfrac{x}{v_0}$ en dit in $y(t)$ te substitueren:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

De baan is dus een parabool.

Example 3. Een vliegtuig vliegt met een snelheid van 450 km/h op een hoogte van 920 m.

Author(s): Bart Lambregs

(a) Hoever voor het doel moeten de voedselpakketten gelost worden om op het doel terecht te komen?

(b) Hoeveel tijd hebben de pakketten nodig om het doel te bereiken?

De afstand waarover de voedselpakketten in horizontale richting zijn vooruit gegaan, kunnen we vinden met de baanvergelijking. We weten namelijk hoever de pakketten naar beneden zijn gevallen en wat hun beginsnelheid is:

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{g}{2v_0^2}x^2 \\
&\Downarrow \\
x &= v_0\sqrt{\frac{2y}{g}} = 1712\,\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

De valtijd voor de pakketten vinden we o.a. door naar de verticale valbeweging te kijken. Deze gebeurt onafhankelijk van wat er in de horizontale richting gebeurt, zodat:

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{1}{2}gt^2 \\
&\Downarrow \\
t &= \sqrt{\frac{2y}{g}} = 13{,}7\,\mathrm{s}
\end{aligned}
$$