Oefeningen cursus Bart

9 september 2025

Inhoudsopgave

Oefeningen (per bestand)

Oefening 1 *Beargumenteer het gebruik van het model van een eenparig versnelde beweging (EVB) voor de vrije beweging van een wagentje op een helling. Denk daarbij aan een proefneming die we in de klas deden. De notie kracht moet je hier even buiten beschouwing laten.*

Het model beschrijft de meetgegevens accuraat.

M.a.w. zijn de meetgegevens van de positie van het wagentje op de helling in functie van de tijd, gemeten met een (ultrasone) positiesensor, accuraat te beschrijven met de plaatsfunctie van een eenparig versnelde beweging.

Toelichting. De vraag gaat over de relatie tussen de theorie en de realiteit. Het is maar door metingen te doen dat we kunnen nagaan of gevolgen van de theorie (in dit geval bijvoorbeeld dat de positie kwadratisch in de tijd verloopt voor een beweging met constante versnelling) overeenkomen met de realiteit. In het gegeven geval van een wagentje op een helling, is bijvoorbeeld een model van constante snelheid niet van toepassing. Het zou immers impliceren dat het wagentje niet van zin kan veranderen. Dat laatste wordt door metingen of waarnemingen weerlegd.

Oefening 2 *Toon aan dat de positie en de snelheid van een eendimensionale beweging met constante versnelling gegeven worden door de volgende functies:*

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$
$$v(t) = v_0 + at$$

Oefening 3 *Een auto vertrekt vanuit rust en bereikt na* 3,0 km *een snelheid van* 450 km/h *We onderstellen de versnelling constant en de baan recht. Bereken de versnelling en de tijd, nodig om die* 3,0 km *af te leggen. Omdat voor een EVRB de gemiddelde snelheid gegeven wordt door* $\overline{v} = \frac{v_0 + v}{2}$ *en we de afgelegde afstand kennen, kunnen we de benodigde tijd gemakkelijk vinden. We kiezen* $t_0 = 0$, $x_0 = 0$. *De beginsnelheid is nul zodat:*

$$\begin{aligned} \Delta x &= \overline{v}\Delta t \\ &\Downarrow \\ t &= \frac{x}{\left(\frac{v}{2}\right)} = \frac{2x}{v} \end{aligned}$$

Invullen van de gegevens levert een tijd van 48 s. *Met de formule* $v = v_0 + at$ *voor de snelheid vinden we de versnelling door de tijd erin te substitueren, en*

Author(s): Bert Lambregs

de beginsnelheid nul te nemen:

$$\begin{aligned} a &= \frac{v}{t} = \frac{v}{\left(\frac{2x}{v}\right)} \\ &= \frac{v^2}{2x} \end{aligned}$$

Invullen van de gegeven grootheden levert een versnelling van $2{,}6\,\mathrm{m/s^2}$.

Oefening 4 *Bewijs voor een eenparig veranderlijke rechtlijnige beweging (EVRB) de volgende formule voor de gemiddelde snelheid:*

$$\overline{v} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Oefening 5 *Een massa vertrekt vanuit rust om een EVB uit te voeren. Als haar beginpositie* $0\,\mathrm{m}$ *is, welke van de volgende betrekkingen is dan juist? Toon aan*

(a) $t = \dfrac{x}{2v}$ (b) $t = \dfrac{2x}{v}$ (c) $t = \dfrac{v}{2x}$ (d) $t = \dfrac{2v}{x}$

(b)

Oefening 6 *[80 % (b)] Een vliegtuig start vanuit rust en versnelt met een constante versnelling langs de grond alvorens op te stijgen. Het legt* $600\,\mathrm{m}$ *af in* $12\,\mathrm{s}$. *Bepaal de versnelling, de snelheid na* $12\,\mathrm{s}$ *en de afstand afgelegd gedurende de twaalfde seconde.*

$a = \dfrac{2x}{t^2} = 8{,}33\,\mathrm{m/s^2}$, $v = \dfrac{2x}{t} = 100\,\mathrm{m/s}$, $x(t = 12) - x(t = 11) = \dfrac{1}{2}a(t_{12}^2 - t_{11}^2) = 95{,}8\,\mathrm{m}$

Oefening 7 *Kan de snelheid van een voorwerp gelijk zijn aan nul, terwijl de versnelling verschillend is van nul? Motiveer je antwoord.*

Oefening 8 *Kan de bewegingsrichting van een voorwerp omkeren terwijl de versnelling gelijk blijft? Zo ja, geef dan een voorbeeld. Zo nee, leg uit waarom dat niet kan.*

Ja, dat kan. Als je een bal opwerpt zal op het hoogste punt de bewegingszin omdraaien terwijl de versnelling gelijk blijft. We kunnen immers een verticale worp modelleren als een EVB. Kiezen we de referentieas om de beweging te beschrijven omhoog, dan is de snelheid van de bal positief bij het naar boven bewegen en negatief wanneer hij naar beneden komt, terwijl de verandering van de snelheid in de tijd (de versnelling) systematisch gelijk is aan de negatieve valversnelling.

ChatGPT:

Ja, de bewegingsrichting van een voorwerp kan omkeren terwijl de versnelling gelijk blijft. Dit gebeurt wanneer de versnelling tegengesteld is aan de bewegingsrichting van het voorwerp. In zo'n geval zal het voorwerp eerst vertragen totdat het stopt, en daarna versnellen in de tegenovergestelde richting.

Voorbeeld:

Stel je voor dat je een bal recht omhoog gooit. De zwaartekracht zorgt voor een constante versnelling naar beneden (ongeveer $9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$*). Terwijl de bal omhoog beweegt, is de snelheid van de bal naar boven gericht, maar de versnelling door de zwaartekracht blijft naar beneden gericht.*

- *Op het hoogste punt komt de bal kort tot stilstand (de snelheid is nul), maar de versnelling naar beneden verandert niet.*
- *Na dat punt keert de bal om en begint naar beneden te vallen, met een toenemende snelheid in de richting van de versnelling (naar beneden).*

In dit scenario keert de bewegingsrichting van de bal om van omhoog naar omlaag, terwijl de versnelling constant naar beneden blijft gericht.

Oefening 9 *Kan een voorwerp dat een positieve versnelling heeft een negatieve snelheid hebben? Kan het omgekeerde ook? Licht je antwoord toe.*

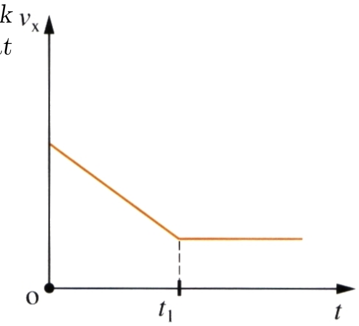
Ja, dat kan. Neem bijvoorbeeld een voorwerp dat je verticaal omhoog gooit. Als je de referentieas waarmee je de beweging wil beschrijven verticaal naar benden kiest, zal de versnelling van de beweging positief zijn en de snelheid negatief. De snelheid is negatief omdat je tegengesteld aan de as beweegt en de versnelling is positief omdat de snelheid minder negatief wordt.

Het omgekeerde kan ook, draai gewoon de referentieas om.

Oefening 10 *Vanop een grote hoogte laat men achtereenvolgens twee stenen vallen met een tussentijd van 2 seconden. Op welke wijze verandert de afstand tussen beide stenen in de tijdsduur dat beide vallen? (Begin met een grafische voorstelling.)*

De afstand verandert lineair in functie van de tijd: $\Delta x(t) = gt_0 \cdot t - \frac{1}{2}gt_0^2$ $(= \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g(t-t_0)^2$ *met* $t \geqslant t_0 = 2\,\mathrm{s})$

Oefening 11 *Teken de overeenkomstige $x(t)$- en $a(t)$-grafiek bij de gegeven $v(t)$-grafiek. Ga ervan uit dat* $x_0 = 0\,\mathrm{m}$.



Oefening 12 *Een trein met veel rijtuigen heeft een snelheid van* $100\,\mathrm{km/h}$ *en komt over een afstand van* $520\,\mathrm{m}$ *tot stilstand. Hoe groot is zijn versnelling?*

Oefeningen (één bestand)

Oefening 13 *Toon aan dat de positie en de snelheid van een eendimensionale beweging met constante versnelling, worden gegeven door de volgende functies:*

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v &= v_0 + a t \end{aligned}$$

Oefening 14 *Bewijs dat de plaatsfunctie $x(t)$ van een EVRB met versnelling a gegeven wordt door:*

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

Oefening 15 *Toon aan dat voor een EVRB de snelheid als functie van de tijd wordt gegeven door:*

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

Oefening 16 *Laat zien dat voor een EVRB de volgende formule geldt:*

$$x - x_0 = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) (t - t_0)$$

Oefening 17 *Bewijs voor een EVRB de volgende formule voor de gemiddelde snelheid:*

$$\overline{v} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Oefening 18 *Bewijs dat de remweg van een met constante versnelling remmende auto, evenredig is met het kwadraat van de beginsnelheid. Bewijs : Bij het tot stilstand komen is de snelheid van de auto nul, zodat de tijd die hij hiervoor nodig heeft als volgt te vinden is:*

$$\begin{aligned} v &= 0 \\ &\Updownarrow \\ v_0 + a t &= 0 \\ &\Updownarrow \\ t &= -\frac{v_0}{a} \end{aligned}$$

Author(s): Bert Lambregs

Door deze tijd in de plaatsfunctie in te vullen, weten we welke afstand de auto heeft afgelegd gedurende het remmen.

$$\begin{aligned} x &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ &= v_0 \left(-\frac{v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} a \left(-\frac{v_0}{a}\right)^2 \\ &= -\frac{v_0^2}{a} + \frac{v_0^2}{2a} \\ &= -\frac{v_0^2}{2a} \end{aligned}$$

De factor $-\frac{1}{2a}$ *is een (positieve, de versnelling is negatief) constante. De afgele afstand* x *en het kwadraat van de beginsnelheid* v_0^2 *zijn dus recht evenredig.*

Oefening 19 *Vanaf welke hoogte* x *moet een lichaam vallen om met een snelheid* v *de grond te bereiken?*

$x = \frac{v^2}{2g}$

Oefening 20 *Een voorwerp beweegt op een rechte baan en voert een eenparig versnelde beweging uit. Twee seconden na zijn doorkomst in een referentiepunt R is de snelheid verdubbeld ten opzichte van deze in R.*

Dan was één seconde na zijn doorkomst in het referentiepunt R de snelheid:

(a) *3/2 maal zo groot als deze in R.*

(b) *1/2 maal zo groot als deze in R.*

(c) *2/3 maal zo groot als deze in R.*

(d) $\sqrt{2}$ *maal zo groot als deze in R.*

[1]

[1] antw. a

Oefeningen (per bestand)

Oefening 21 *Vergelijk de begrippen verplaatsing en afgelegde weg met elkaar. Geef dus enkele gelijkenissen en enkele verschillen. Zie p. 12 van het handboek en voorbeeld 3 op pagina 13.*

De twee begrippen hebben gemeen dat ze beide

(a) *een fysische grootheid zijn;*

(b) *een verandering in de positie beschrijven;*

(c) *als eenheid de meter hebben;*

(d) *een gelijke numerieke waarde voor de grootte hebben als de beweging in één dimensie volgens eenzelfde zin plaatsvindt.*

Een verschil tussen de begrippen is

(a) *dat de verplaatsing een vectorieële grootheid is, daar waar de afgelegde weg een scalaire grootheid is.*

(b) *dat de verplaatsing gedefinieerd is als het verschil tussen de eind- en de beginpositie ($\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$) en de netto verandering in de ruimte weergeeft terwijl de afgelegde weg de totaal aantal afgelegde meters gemeten langs de baan weergeeft. Het is de lengte van de route.*

(c) *dat de numerieke waarde van de grootte kan verschillen, ook als de beweging in één dimensie plaatsvindt.*

Oefening 22 *De plaatsvector van een deeltje wordt (voor $t \geqslant 0$) gegeven door*

$$\vec{r} = -t\vec{e}_x + (t-1)^2\vec{e}_y$$

(a) *Geef de baanvergelijking.*

$y(x) = (x+1)^2$

(b) *Wanneer is één van de snelheidscomponenten nul?*

De snelheidscomponent volgens de x-as is nooit nul. Die volgens de y-as is nul wanneer: $2(t-1) = 0$ oftewel wanneer $t = 1$.

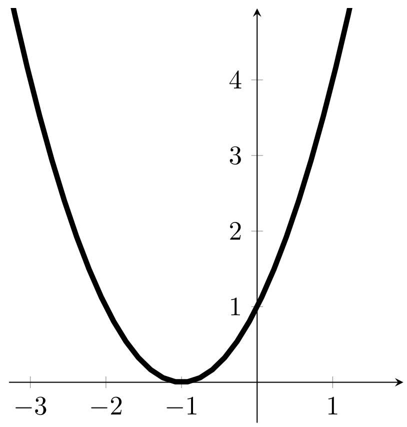
(c) *Hoe groot is dan de snelheid?*

$v(1) = \sqrt{v_x^2(1) + v_y^2(1)} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = 1\,s$

Author(s): Bert Lambregs

(d) *Waar is het deeltje dan?*

$\vec{r}(1) = -\vec{e}_x$



(e) *Geef de versnellingsvector.*

$\vec{a} = 2\vec{e}_y$, $(\vec{v} = -\vec{e}_x + 2(t-1)\vec{e}_y)$

(f) *Raakt de versnellingsvector aan de baan? Licht toe.*

Nee, de versnellingsvector is niet rakend aan de baan. Hij is altijd verticaal georiënteerd terwijl de afgeleide van de baanvergelijking ($y' = 2(x+1)$) overal bestaat en dus nergens een verticale helling heeft.

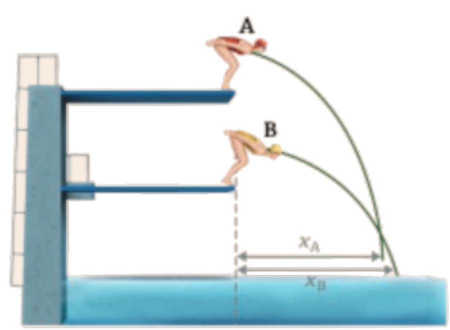
Oefening 23 *Twee duikers duiken horizontaal van een duikplatform. De bovenste duiker A start tweemaal hoger boven het water dan de onderste duiker. De horizontale beginsnelheid van de onderste duiker is tweemaal zo groot als die van de bovenste. De duikers komen terecht in het water op horizontale afstanden x_a en x_b van de plank. Wat is de verhouding van de horizontale afstanden?*

(a) $\dfrac{x_a}{x_b} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(b) $\dfrac{x_a}{x_b} = 1$

(c) $\dfrac{x_a}{x_b} = \sqrt{2}$

(d) $\dfrac{x_a}{x_b} = 2$

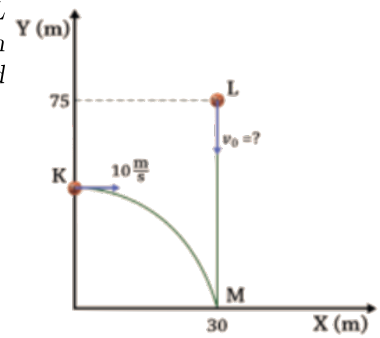


In verticale zin hebben beide duikers geen beginsnelheid en versnellen ze met de valversnelling. In verticale zin voeren ze dus een EVRB uit. De valtijd vind je dan uit $y = \dfrac{1}{2}gt^2$, nl. $t = \sqrt{\dfrac{2y}{g}}$.

In horizontale zin hebben de duikers geen versnelling en houden dus (volgens de wet van de traagheid) hun initiële snelheid aan. De afgelegde weg volgens de horizontale x-as vinden we dan ook met $x = v_0 t$ waarin v_0 de (horizontale) beginsnelheid is en waarin we t door de valtijd kunnen vervangen.

Gebruik nu dat $y_a = 2y_b$ en $v_{0b} = 2v_{0a}$ en bereken de gevraagde verhouding.

Oefening 24 *[6 p. 92] Een bal K gooi je vooruit en een bal L gooi je tegelijk naar beneden. Ze komen tegelijk aan in M. Met welke snelheid heb je bal L gegooid?*



In horizontale zin voert bal K een ERB uit. Hij heeft dan ook 3 seconden nodig om M te bereiken. Die tijd is ook de valtijd voor L en kunnen we gebruiken om v_0 in verticale zin te bepalen. Uit $0 = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ (de as staat omhoog gericht) vinden we

$$v_0 = \frac{\frac{1}{2}gt^2 - y_0}{t}$$

of $v_0 = -10{,}29\,\mathrm{m/s}$. Merk op dat die beginsnelheid negatief is. De zin is tegengesteld aan de omhoog gerichte y-as.

Oefening 25 *Een steen wordt aan een touwtje rondgeslingerd met een snelheid die in grootte constant is.*

(a) *Heeft de steen een versnelling?*

(b) *Ondervindt de steen een resulterende kracht?*

Leg uit.

Oefening 26 *De coördinaten van een deeltje zijn als functie van de tijd: $x = t^2$; $y = t^2$.*

(a) *Dan is de versnelling steeds evenwijdig aan de x-as;*

(b) *Dan is de versnelling steeds evenwijdig aan de y-as;*

(c) *Dan maakt de versnelling steeds een hoek van 45° met de x-as;*

(d) *Dan wordt het deeltje niet versneld.*