8. 3 (a)

$$A=\begin{bmatrix}3&0&0\\-4&6&2\\16&-15&-5\end{bmatrix} \quad |A-\lambda I|=\begin{vmatrix}3-\lambda&0&0\\-4&6-\lambda&2\\16&-15&-5-\lambda\end{vmatrix}$$

$$=(3-\lambda)(\lambda^2-\lambda), \quad \lambda=0,1,3$$

$\lambda_1=0$ $(A-\lambda I)\vec{x}=\vec{0}$ 를 풀어보면

$$\begin{bmatrix}3&0&0\\-4&6&2\\16&-15&-5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix} \quad \begin{array}{l}x_1=0,\\3x_2+x_3=0,\\x_1=0,\ x_3=-3x_2\end{array}$$

$$\vec{u}=\begin{bmatrix}0\\1\\-3\end{bmatrix}$$

$\lambda_2=1$

$$\begin{bmatrix}2&0&0\\-4&5&2\\16&-15&-6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix} \quad \begin{array}{l}x_1=0\\5x_2+2x_3=0,\\x_1=0,\ x_3=-\frac{5}{2}x_2\end{array}$$

$$\vec{v}=\begin{bmatrix}0\\2\\-5\end{bmatrix}$$

$\lambda_3=3$

$$\begin{bmatrix}0&0&0\\-4&3&2\\16&-15&-8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix} \quad \begin{array}{l}-4x_1+3x_2+2x_3=0\ (\times 4)\\+)\ 16x_1-15x_2-8x_3=0\\-3x_2=0,\ 4x_1=2x_3\end{array}$$

$$\vec{w}=\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}$$