

중간고사

학번 _____, 이름 _____

2016년 10월 17일

1. 행렬 $A = \{a_{ij}\}$ 에 대하여 다음 계산을 확인하고, R로 옳게 표현한 것을 고르시오. (36점)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 17 & 9 & -2 & 3 \\ 3 & 13 & 10 & 2 & 6 \\ 11 & -9 & 0 & -3 & 2 \\ -6 & -8 & 1 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \{a_{ij}\}$$

(a)(6점) $a_{1\cdot} = 26, a_{\cdot 3} = 20$

(풀이)

(R 표현)

- 가. `rowSums(A)[, 1], colSums(A)[3,]`
 - 나. `rowSums(A)[, 1], colSums(A)[, 3]`
 - 다. `rowSums(A)[1], colSums(A)[3]`
 - 라. `rowSums(A)[1,], colSums(A)[, 3]`
-

(b)(6점) $\sum_{i=1}^3 a_{i2} = 21, \sum_{i=1, i \neq 2}^4 a_{i5} = 10$

(풀이)

(R 표현)

- 가. `sum(A[1:3, 2]), sum(A[-2, 5])`
- 나. `sum(A[-4, 2]), sum(A[2, 5])`
- 다. `sum(A[1:3, 2]), sum(A[2, -5])`
- 라. `sum(A[4, 2]), sum(A[c(1, 3, 4), 5])`

(c)(6점) $\sum_3^4 a_{i.}^2 = 17, a_{..} = 57$

(풀이)

(R 표현)

ㄱ). sum((rowSums(A)[3:4,])^2), (a.. <- sum(A))

ㄴ). sum((rowSums(A)[3:4])^2), (a.. <- sum(A))

ㄷ). sum((rowSums(A)[, 3:4])^2), (a.. <- sum(A))

ㄹ). (sum(rowSums(A)[3:4]))^2, (a.. <- sum(A))

(d)(8점) $\sum_{i=1, i \neq 2}^4 \sum_{j=2, j \neq 4}^5 a_{ij} = 20, \prod_{j=1}^3 a_{4j} = \prod_{i=1}^4 a_{i4} = 48.$

(풀이)

(R 표현)

ㄱ). sum(A[-2, c(2, 3, 5)]), prod(A[1:3, 4]), prod(A[1:4, 4])

ㄴ). sum(A[-2, -c(1, 4)]), prod(A[4, 1:3]), prod(A[4, 1:4])

ㄷ). sum(A[-2, -c(1, 4)]), prod(A[1:3, 4]), prod(A[1:4, 4])

ㄹ). sum(A[-2, c(2, 3, 5)]), prod(A[4, 1:3]), prod(A[1:4, 4])

(e)(6점) $\sum_{i=1}^4 a_{i1} a_{i4} = -49, \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 a_{i.} = 1140.$

(풀이)

(R 표현)

ㄱ). A[, 1] %% A[, 4], 20 * sum(A)

ㄴ). A[1,] %% A[, 4], 20 * sum(A)

ㄷ). A[, 1] %% A[4,], 20 * sum(A)

ㄹ). A[1,] %% A[4,], 20 * sum(A)

(f)(4점) $i = 2$ 일 때, $\sum_{j=1, j \neq 3}^5 (a_{ij} - a_{i+2,j})^2 = 527$

(풀이)

(R 표현)

가. $(A[2, -3] - A[4, -3]) \%*% (A[2, -3] - A[4, -3])$

나. $(A[-2, 3] - A[4, -3]) \%*% (A[-2, 3] - A[4, -3])$

다. $(A[2, -3] - A[-4, 3]) \%*% (A[2, -3] - A[-4, 3])$

라. $(A[-2, 3] - A[-4, 3]) \%*% (A[-2, 3] - A[-4, 3])$

2. (6점)

모든 $i = 1, 2, \dots, m$ 에 대하여 $x_i = \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} v_j$, $\sum_{j=1}^n \lambda_{ij} = 1$, 그리고 $\sum_{i=1}^m \mu_i = 1$ 일 때, $\sum_{i=1}^m \mu_i x_i$ 에서 v_j 의 계수들의 합이 1이 됨을 보이시오.

(a)(3점) \sum 기호를 이용하시오.

(b)(3점) summing vector $1^t = (1, 1, \dots, 1)$ 를 이용하시오.

3. (18점)

$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ 에 대하여 다음을 계산하시오.

(a)(4점)

$A B$, 그리고 $A^t B$

(b)(4점)

$(A + A^t)B, A B + A^t B$

(c)(4점)

$B B^t$, 그리고 $B^t B$

(d)(4점)

$\text{tr}(B B^t) = \text{tr}(B^t B)$

(e)(2점)

$A^2 - 4A - 9I = 0.$

4. (5점)

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $y = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ 일 때, 다음 표현 중에서 어떤 것이 정의될 수 없는가?

- (a) $y = A x$
- (b) $x y = A^t B$
- (c) $x^t B x$
- (d) $y B x$
- (e) $y^t B^t A x$
- (f) $x^t = y^t B^t$
- (g) $x^t A y$
- (h) $y^t A^t B y$
- (i) $x y^t = B^t$
- (j) $y + \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} = A B^t x$

5. (5점)

$X^t X = X$ 이면 $X = X^t = X^2$ 임을 보여라.

6. (12점)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$$
 일 때 $A B$ 를

(a) A 의 행과 B 의 열의 내적을 이용하여 계산하시오(3점)

(b) B 의 행들의 선형결합으로 계산하시오(3점)

(c) A 의 열들의 선형결합으로 계산하시오(3점)

(d) A 의 열과 B 의 행의 외적을 이용하여 계산하시오.(3점)

7. (8점)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 10 \\ -1 & -2 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

일 때 다음을 보이시오.

(a) $A^2 = O$ (4점)(b) $B^2 = I$ (4점)**8. R에서 다음 계산 결과는 어떻게 나오는가? (4점)**(a)(2점) `diag(1:3)`(b)(2점) `diag(3)`

9. R에서 다음의 계산 결과는 어떻게 나타나는가? (6점)

(a)(2점) `M <- matrix(1:4, 2)`

(b)(2점) `M[, 2]`

(c)(2점) `M[, 2, drop = FALSE]`

“There’s a difference between knowing the path and walking the path.” (Morpheus, The Matrix)