Student Crimtab Data for Simulation of T-Distribution

coop711 2015년 3월 25일

Data Manipulation

• Data Frame으로 정리하고, 다시 long format 으로 변환. height를 인치로 변환하면 어떻게 될까?

dimnames(crimtab.2)[[2]]<-as.numeric(dimnames(crimtab.2)[[2]])/2.54
crimtab.2</pre>

```
##
           56
               57 58
                       59
                            60 61
                                     62
                                         63 64
                                                  65
                                                      66
                                                          67
                                                               68
                                                                   69
                                                                      70
                                                                           71 72
                                                                                    73
                                                                                        74
                                                                                             75
                                                                                                 76
                                                                                                     77
##
   9.4
             0
                 0
                     0
                          0
                              0
                                  0
                                      0
                                           0
                                               0
                                                   0
                                                        0
                                                            0
                                                                0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 9.5
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  1
                                      0
                                           0
                                               0
                                                   0
                                                        0
                                                            0
                                                                0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 9.6
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                           0
                                               0
                                                   0
                                                        0
                                                            0
                                                                0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 9.7
                 0
                              0
                                  0
                                           0
                                                       0
                                                                0
                                                                             0
                                                                                          0
                                                                                                       0
             0
                     0
                         0
                                      0
                                               0
                                                   0
                                                            0
                                                                    0
                                                                         0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 9.8
                 0
                                                                                                       0
             0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      1
                                           0
                                               0
                                                   0
                                                       0
                                                            0
                                                                0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 9.9
             0
                 0
                         0
                                  0
                                      1
                                           0
                                               0
                                                        0
                                                            0
                                                                0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
                     1
                              1
                                                   0
##
   10
             1
                 0
                     0
                         1
                              2
                                  0
                                      2
                                           0
                                               0
                                                   1
                                                        0
                                                            0
                                                                0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
##
   10.1
             0
                 0
                     0
                         1
                              3
                                  1
                                      0
                                           1
                                               1
                                                   0
                                                        0
                                                            0
                                                                0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 10.2
             0
                 0
                     2
                         2
                              2
                                           2
                                                        0
                                                                0
                                                                             0
                                                                                                       0
                                  1
                                      0
                                               0
                                                   1
                                                            0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 10.3
                                           5
             0
                 1
                     1
                         3
                              2
                                  2
                                      3
                                               0
                                                   0
                                                        0
                                                            0
                                                                0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 10.4
             0
                 0
                     1
                         1
                              2
                                  3
                                      3
                                           4
                                               3
                                                   3
                                                       0
                                                            0
                                                                0
                                                                    0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 10.5
             0
                 0
                     0
                         1
                              3
                                  7
                                      6
                                           4
                                               3
                                                       3
                                                                0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
                                                   1
                                                            1
                                                                    1
                                                                                              0
                                  5
                                        14
## 10.6
             0
                 0
                     0
                         1
                              4
                                      9
                                               6
                                                   3
                                                        1
                                                            0
                                                                0
                                                                    1
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 10.7
                         2
                                                   7
                                                        3
                                                                2
                                                                                                       0
             0
                 0
                     1
                              4
                                  9 14
                                         16 15
                                                            1
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 10.8
                         2
                              5
                                         27
                                                   7
             0
                 0
                     0
                                  6
                                    14
                                             10
                                                        1
                                                            2
                                                                1
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 10.9
             0
                 0
                     0
                         0
                              2
                                  6 14 24
                                             27 14 10
                                                            4
                                                                1
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
                                                                                              0
##
   11
                 0
                         2
                              6 12 15 31 37 27 17
                                                                     0
                                                                         0
                                                                                          0
                                                                                                       0
             0
                     0
                                                          10
                                                                6
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 11.1
                 0
                     0
                         3
                              3 12 22
                                        26 24 26 24
                                                                4
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                                       0
             0
                                                            7
                                                                    1
                                                                                 0
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 11.2
             0
                 0
                     0
                         3
                              2
                                  7 21 30 38 29 27 20
                                                                4
                                                                     1
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       1
## 11.3
                              0
                                  5 10 24 26 39 26 24
                                                                7
                                                                    2
                                                                                      0
                                                                                                       0
             0
                 0
                     0
                         1
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 11.4
             0
                 0
                     0
                         0
                              3
                                  4
                                      9
                                         29 56 58 26
                                                          22 10 11
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 11.5
                                  5 11 17
                                             33 57
                                                      38
                                                               25
                                                                         2
                                                                             0
                                                                                      0
                                                                                                       0
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                                          34
                                                                   11
                                                                                 0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 11.6
             0
                 0
                     0
                         0
                              2
                                  1
                                      4
                                         13 37 39 48 38 27
                                                                   12
                                                                         2
                                                                             2
                                                                                 0
                                                                                      1
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 11.7
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  2
                                      9
                                         17
                                             30 37 48 45
                                                              24
                                                                     9
                                                                         9
                                                                             2
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
             0
                                                                                              0
## 11.8
             0
                 0
                     0
                         0
                              1
                                  0
                                      2 11 15 35 41 34 29 10
                                                                         5
                                                                             1
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 11.9
             0
                 0
                     0
                         0
                              1
                                  1
                                      2
                                         12 10 27 32 35 19
                                                                   10
                                                                         9
                                                                             3
                                                                                 1
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 12
             0
                 0
                              0
                                           4
                                               8 19 42 39 22 16
                                                                             2
                                                                                      0
                                                                                                       0
                     0
                         0
                                  0
                                      1
                                                                         8
                                                                                 2
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                           2
## 12.1
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                               4
                                                 13 22 28 15 27
                                                                       10
                                                                                 1
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
                                                                             4
## 12.2
                                           2
                                                     23 17 16 11
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      1
                                               5
                                                   6
                                                                         8
                                                                             1
                                                                                 1
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 12.3
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                           0
                                               4
                                                   8 10 13 20 23
                                                                         6
                                                                             5
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 12.4
                 0
                         0
                                  0
                                                   2
                                                       7 12
                                                                     7
                                                                         7
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          1
                                                                                                       0
             0
                     0
                              0
                                      1
                                           1
                                               1
                                                                4
                                                                             1
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 12.5
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                           1
                                               0
                                                   1
                                                       3
                                                          12
                                                               11
                                                                     8
                                                                         6
                                                                             8
                                                                                 0
                                                                                      2
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
## 12.6
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                           0
                                               0
                                                       0
                                                            3
                                                                5
                                                                     7
                                                                         8
                                                                             6
                                                                                 3
                                                                                      1
                                                                                          1
                                                                                                   0
                                                                                                       0
                                                   1
                                                                                              0
## 12.7
                                                            7
                                                                5
                                                                    5
                                                                         8
                                                                             2
                                                                                                       0
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                           0
                                               0
                                                       1
                                                                                 2
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                   1
## 12.8
                 0
                         0
                              0
                                      0
                                           0
                                                            2
                                                                3
                                                                         8
                                                                             5
                                                                                 3
                                                                                                       0
             0
                     0
                                  0
                                               0
                                                   0
                                                       1
                                                                    1
                                                                                      1
                                                                                          1
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 12.9
                                                                2
                                                                     2
                                                                                                       0
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                           0
                                               0
                                                   0
                                                       0
                                                            1
                                                                         0
                                                                             1
                                                                                 1
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
## 13
                                                                                 2
                                                                                                       0
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                           0
                                               0
                                                   0
                                                        3
                                                            0
                                                                1
                                                                     0
                                                                         1
                                                                             0
                                                                                      1
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
##
   13.1
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                           0
                                                   0
                                                        0
                                                            1
                                                                1
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
                                               0
## 13.2
                 0
                              0
                                           0
                                                                0
                                                                             3
                                                                                          0
                                                                                                       0
             0
                     0
                         0
                                  0
                                      0
                                               0
                                                   0
                                                       1
                                                            1
                                                                    1
                                                                         0
                                                                                 0
                                                                                      0
                                                                                              0
                                                                                                  0
## 13.3
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                           0
                                                       0
                                                            0
                                                                0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                      0
                                                                                                       0
             0
                                               0
                                                   0
                                                                                 1
                                                                                          1
                                                                                              0
                                                                                                   0
                 0
                         0
                                                       0
                                                                                 0
                                                                                          0
## 13.4
             0
                     0
                              0
                                  0
                                      0
                                           0
                                               0
                                                   0
                                                            0
                                                                0
                                                                     0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                      0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
                                           0
                                                       0
                                                                     0
                                                                                 0
## 13.5
             0
                 0
                     0
                         0
                              0
                                  0
                                      0
                                               0
                                                   0
                                                            0
                                                                0
                                                                         0
                                                                             0
                                                                                      1
                                                                                          0
                                                                                              0
                                                                                                   0
                                                                                                       0
```

```
crimtab.3<-crimtab.2
crimtab.3.df<-as.data.frame(crimtab.3, stringsAsFactors = F)
head(crimtab.3.df)</pre>
```

```
##
    Var1 Var2 Freq
## 1 9.4
           56
## 2
    9.5
           56
                 0
## 3 9.6
         56
                 0
## 4 9.7
         56
                 0
## 5 9.8
         56
                 0
## 6 9.9
           56
                 0
```

```
str(crimtab.3.df)
```

```
## 'data.frame': 924 obs. of 3 variables:
## $ Var1: chr "9.4" "9.5" "9.6" "9.7" ...
## $ Var2: chr "56" "56" "56" ...
## $ Freq: int 0 0 0 0 0 1 0 0 0 ...
```

```
crimtab.3.df$finger<-as.numeric(crimtab.3.df$Var1)
crimtab.3.df$height<-as.numeric(crimtab.3.df$Var2)
str(crimtab.3.df)</pre>
```

```
## 'data.frame': 924 obs. of 5 variables:
## $ Var1 : chr "9.4" "9.5" "9.6" "9.7" ...
## $ Var2 : chr "56" "56" "56" ...
## $ Freq : int 0 0 0 0 0 1 0 0 0 ...
## $ finger: num 9.4 9.5 9.6 9.7 9.8 9.9 10 10.1 10.2 10.3 ...
## $ height: num 56 56 56 56 56 56 56 56 56 ...
```

```
crimtab.3.long<-apply(crimtab.3.df[,4:5], 2, function(x) rep(x, crimtab.3.d
f[,3]))
str(crimtab.3.long)</pre>
```

```
## num [1:3000, 1:2] 10 10.3 9.9 10.2 10.2 10.3 10.4 10.7 10 10.1 ...
## - attr(*, "dimnames")=List of 2
## ..$ : NULL
## ..$ : chr [1:2] "finger" "height"
```

Student 의 Simulation 재현 -----

- 3,000장의 카드를 잘 섞는 것은 sample() 이용.
- r crimtab.shuffle<-crimtab.3.long[sample(1:3000),]</pre>
 - 표본의 크기가 4인 750개의 표본을 만드는 작업은 rep() 이용.

```
crimtab.shuffle.sample.id<-as.factor(rep(1:750, each=4))</pre>
```

• 각 표본의 평균과 표준편차 계산에는 tapply() 이용.

```
crimtab.shuffle.sample.mean.finger<-tapply(crimtab.shuffle[,1],crimtab.shuffl
e.sample.id,mean)
crimtab.shuffle.sample.sd.finger<-tapply(crimtab.shuffle[,1],crimtab.shuffle.sa
mple.id,sd)</pre>
```

• t-통계량 계산. Student는 표준편차 계산에서 분모에 n을 사용하고 히스토그램을 그려 비교하였으나 자유도 3 인 t-분포와 비교하기 위하여 $t=\frac{\bar{X}_n-\mu}{SD/\sqrt{n}}$ 을 계산함.

```
crimtab.shuffle.sample.t<-(crimtab.shuffle.sample.mean.finger-mean(crimtab.3.lo
ng[,1]))/(crimtab.shuffle.sample.sd.finger/sqrt(4))</pre>
```

• 계산한 t-통계량 값들의 평균과 표준편차, 히스토그램을 그리고 자유도 3인 t-분포의 밀도함수 및 표준정규곡선과 비교. 우선 모두 같은 값들이 나와서 분모가 0인 경우가 있는지 파악. 있으면 모평균과 비교하여 양수인 경우+6, 음수인 경우-6 값 부여(Student가 한 일)

```
t.inf<-is.infinite(crimtab.shuffle.sample.t)
crimtab.shuffle.sample.t[t.inf]</pre>
```

```
## 66
## Inf
```

```
crimtab.shuffle.sample.t[t.inf]<-6*sign(crimtab.shuffle.sample.t[t.inf])</pre>
```

• 문제되는 값이 없는 것을 확인하고, 평균과 표준편차 계산. 자유도 n인 t-분포의 평균과 표준편차은 각각 0과 $\sqrt{\frac{n}{n-2}}$ 임을 상기할 것.

```
mean(crimtab.shuffle.sample.t)
```

```
## [1] -0.03145874
```

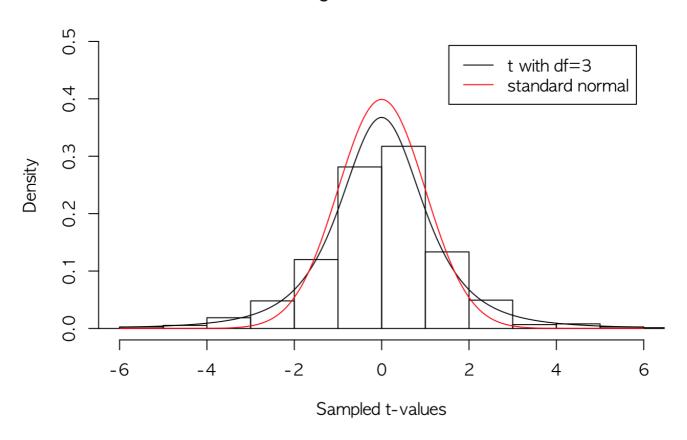
```
sd(crimtab.shuffle.sample.t)
```

```
## [1] 1.55559
```

• t-통계량들의 히스토그램을 그리고, 자유도 3인 t의 밀도함수, 표준정규분포 밀도함수와 비교.

```
hist(crimtab.shuffle.sample.t,prob=T,nclass=20,xlim=c(-6,6), ylim=c(0,0.5), mai n="Histogram of t-statistics", xlab="Sampled t-values") lines(seq(-6,6,by=0.01), dt(seq(-6,6,by=0.01), df=3)) lines(seq(-6,6,by=0.01), dnorm(seq(-6,6,by=0.01)), col="red") legend("topright", inset=0.05, lty=1, col=c("black","red"), legend=c("t with df=3", "standard normal"))
```

Histogram of t-statistics



• qqnorm() 을 그려보면 정규분포와 꼬리에서 큰 차이가 난다는 것을 알 수 있음.

qqnorm(crimtab.shuffle.sample.t)

Normal Q-Q Plot

