Numerical Python - numpy

TEAMLAB director

최성철



어떻게 행렬과 매트릭스를 코드로 표현할 것인가?



$$2x_{1} + 2x_{2} + x_{3} = 9$$

$$2x_{1} - x_{2} + 2x_{3} = 6$$

$$x_{1} - x_{2} + 2x_{3} = 5$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 9 \\ 2 & -1 & 2 & 6 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

```
coefficient_matrix = [[2, 2, 1], [2, -1, 2], [1, -1, 2]]
constant_vector = [9,6,5]
```

```
coefficient_matrix = [[2, 2, 1], [2, -1, 2], [1, -1, 2]]
constant_vector = [9,6,5]
```

- 다양한 Matrix 계산을 어떻게 만들 것 인가?
- 굉장히 큰 Matrix에 대한 표현
- 처리 속도 문제 python은 Interpreter 언어

적절한 패키지의 활용



파이썬 과학 처리 패키지 numpy



- Numerical Python
- 파이썬의 고성능 과학 계산용 패키지
- Matrix와 Vector와 같은 Array 연산의 사실상의 표준
- 한글로 넘파이로 주로 통칭
- 누군가는 넘피/늄파이라고 부르기도 함

- 일반 List에 비해 빠르고, 메모리 효율적
- 반복문 없이 데이터 배열에 대한 처리를 지원함
- 선형대수와 관련된 다양한 기능을 제공함
- C, C++, 포트란 등의 언어와 통합 가능

From <u>파이썬 라이브러리를 활용한 데이터 분석</u>

activate ml conda install numpy

- Windows 환경에선 conda로 패키지 관리 필요 (C 패키지 핸들링 등)
- jupyter 등을 설치한 상태에서는 추가 설치 필요 없음

ndarray



import numpy as np

- numpy의 호출 방법
- 일반적으로 numpy는 np라는 alias(별칭) 이용해서 호출함
- 특별한 이유는 없음, 세계적인 약속 같은 것

```
test_array = np.array([1, 4, 5, 8], float)
print(test_array)
type(test_array[3])
```

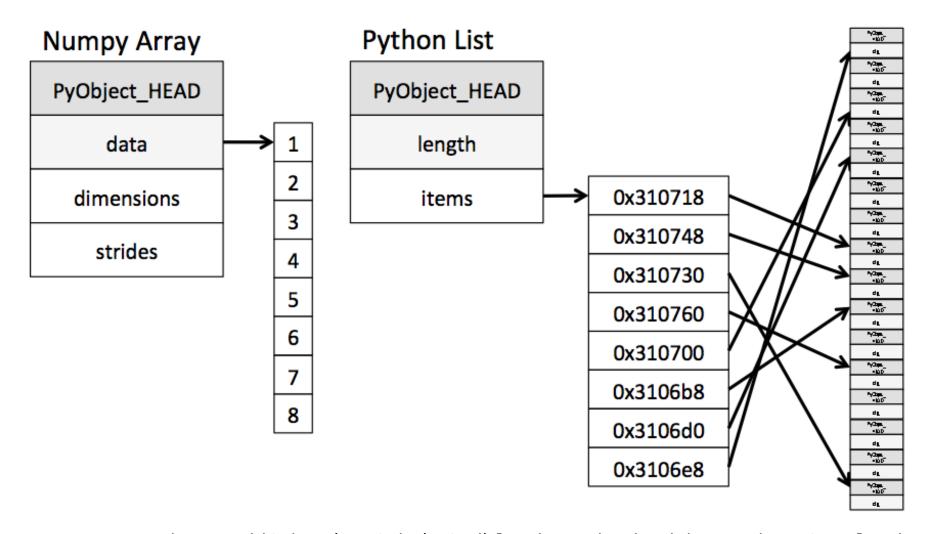
- numpy는 np.array 함수를 활용 배열을 생성함
 → ndarray
- numpy는 하나의 데이터 type만 배열에 넣을 수 있음
- List와 가장 큰 차이점→ dynamic typing not supported
- C의 Array를 사용하여 배열을 생성함

```
test_array = np.array([1, 4, 5, 8], float)
test_array
```

```
array([ 1., 4., 5., 8.])
```

```
type(test_array[3])
```

numpy.float64





https://jakevdp.github.io/blog/2014/05/09/why-python-is-slow/

NDArray Data Structure The float32 data type describes the dtype float32 array data elements 2 dim count 12 bytes 3 3 dimensions 4 bytes 12 strides data Memory block

https://www.slideshare.net/enthought/numpy-talk-at-siam

- shape: numpy array의 dimension 구성을 반환함
- dtype: numpy array의 데이터 type을 반환함

```
test_array = np.array([1, 4, 5, "8"], float) # String Type의 데이터를 입력해도

print(test_array)

print(type(test_array[3])) # Float Type으로 자동 형변환을 실시

print(test_array.dtype) # Array(배열) 전체의 데이터 Type을 반환함

print(test_array.shape) # Array(배열) 의 shape을 반환함
```

https://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/arrays.scalars.html#arrays-scalars-built-in

boostcamp Al Tech

```
test_array = np.array([1, 4, 5, "8"], float) # String Type의 데이터를 입력해도
test_array
array([ 1., 4., 5., 8.])
type(test_array[3]) # Float Type으로 자동 형변환을 실시
numpy.float64
test array.dtype # Array(배열) 전체의 데이터 Type을 반환함
dtype('float64')
test_array.shape # Array(배열) 의 shape을 반환함
(4,)
```

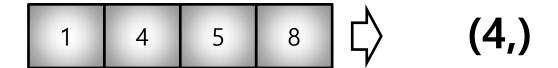
- array의 RANK에 따라 불리는 이름이 있음

Rank	Name	Example		
0	scalar	7		
1	vector	[10, 10]		
2	matrix	[[10, 10], [15, 15]]		
3	3-tensor	[[[1, 5, 9], [2, 6, 10]], [[3, 7, 11], [4, 8, 12]]]		
n	n-tensor			



- shape: array의 크기, 형태 등에 대한 정보

```
test_array = np.array([1, 4, 5, "8"], float)
test_array
array([ 1., 4., 5., 8.])
```

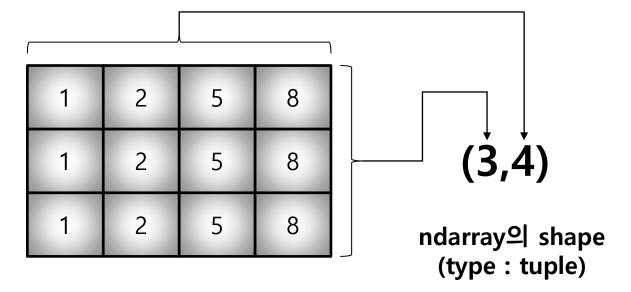


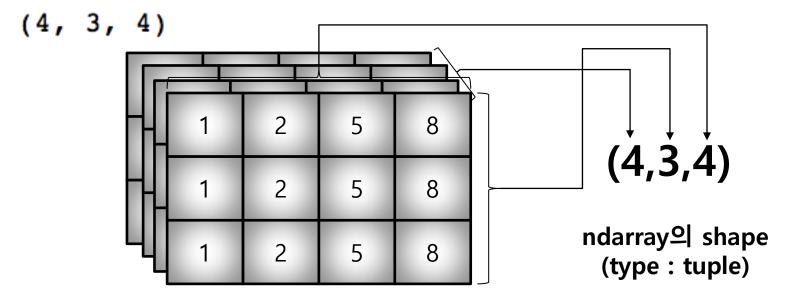
ndarray의 구성

ndarray의 shape (type : tuple)

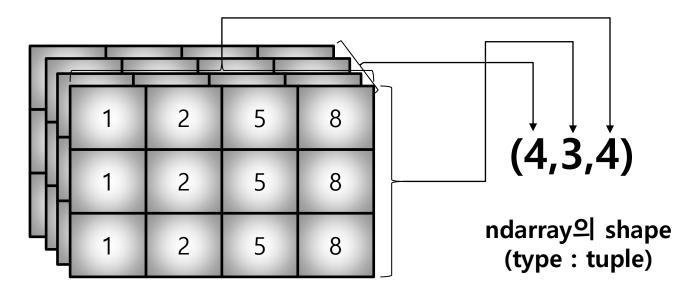
```
matrix = [[1,2,5,8],[1,2,5,8],[1,2,5,8]]
np.array(matrix, int).shape
```

(3, 4)





- ndim number of dimensions
- size data의 개수



- ndarray의 single element가 가지는 data type
- 각 element가 차지하는 memory의 크기가 결정됨

23

- C의 data type과 compatible

Basic Type	Available NumPy types			
Boolean	bool			
Integer	int8, int16, int32, int64, int128, int			
Unsigned Integer	uint8, uint16, uint32, uint64, uint128, uint			
Float	float32, float64, float, longfloat,			
Complex	complex64, complex128, complex			
Strings	str, unicode			
Object	object			
Records	void			

Data Types	Size in Bytes	Can contain:	
boolean	1	true (1) or false (0)	
char	1	ASCII character or signed value between -128 and 127	
unsigned char, byte,		ASCII character or unsigned value	
uint8_t	1 between 0 and 255		
int, short	2	signed value between -32,768 and 32,767	
unsigned int, word, uint16_t	2	unsigned value between 0 and 65,535	
long	4	signed value between -2,147,483,648 and 2,147,483,647	
unsigned long, uint32_t	4	unsigned value between 0 and 4,294,967,295	
		floating point value between - 3.4028235E+38 and 3.4028235E+38 (Note that double is the same as a	
float, double	4	float on this platform.)	



https://www.slideshare.net/enthought/numpy-talk-at-siam

- nbytes - ndarray object의 메모리 크기를 반환함

```
np.array([[1, 2, 3], [4.5, "5", "6"]], dtype=np.float32).nbytes

24

32bits = 4bytes → 6 * 4bytes

np.array([[1, 2, 3], [4.5, "5", "6"]], dtype=np.int8).nbytes

8bits = 1bytes → 6 * 1bytes

np.array([[1, 2, 3], [4.5, "5", "6"]], dtype=np.float64).nbytes

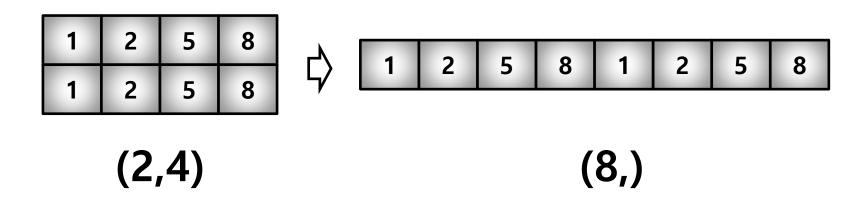
48

64bits = 8bytes → 6 * 48bytes
```

Handling shape



- reshape : Array의 shape의 크기를 변경함, element의 갯수는 동일



- reshape : Array의 shape의 크기를 변경함, element의 갯수는 동일

```
test matrix = [[1,2,3,4], [1,2,5,8]]
np.array(test_matrix).shape
(2, 4)
np.array(test_matrix).reshape(8,)
array([1, 2, 3, 4, 1, 2, 5, 8])
np.array(test matrix).reshape(8,).shape
(8,)
```

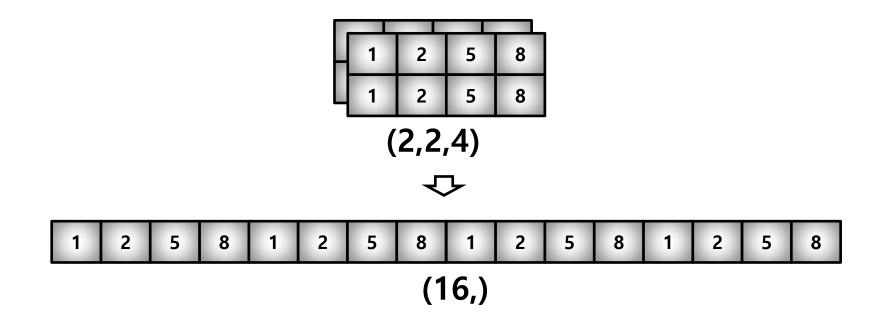
- reshape : Array의 shape의 크기를 변경함, element의 갯수는 동일

```
np.array(test_matrix).reshape(2,4).shape
(2, 4)

np.array(test_matrix).reshape(-1,2).shape
(4, 2)

-1: size를 기반으로 row 개수 선정
```

- flatten : 다차원 array를 1차원 array로 변환





- flatten : 다차원 array를 1차원 array로 변환

```
test_matrix = [[[1,2,3,4], [1,2,5,8]], [[1,2,3,4], [1,2,5,8]]]
np.array(test_matrix).flatten()

array([1, 2, 3, 4, 1, 2, 5, 8, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 5, 8])
```

boostcamp Al Tech

indexing & slicing



- list와 달리 이차원 배열에서 [0,0] 표기법을 제공함
- matrix 일 경우 앞은 row 뒤는 column을 의미함

```
a = np.array([[1, 2, 3], [4.5, 5, 6]], int)
print(a)
print(a[0,0]) # Two dimensional array representation #1
print(a[0][0]) # Two dimensional array representation #2

a[0,0] = 12 # Matrix 0,0 에 12 할당
print(a)
a[0][0] = 5 # Matrix 0,0 에 12 할당
print(a)
```

boostcamp Al Tech

```
test_exmaple = np.array([[1, 2, 3], [4.5, 5, 6]], int)
test exmaple
array([[1, 2, 3],
       [4, 5, 6]])
test exmaple[0][0]
test_exmaple[0,0]
```

```
test_exmaple[0,0] = 12 # Matrix 0,0 에 12 할당
test_exmaple
array([[12, 2, 3],
       [4, 5, 6]])
```

```
test_exmaple[0][0] = 5 # Matrix 0,0 에 12 할당
test_exmaple[0,0]
```

5

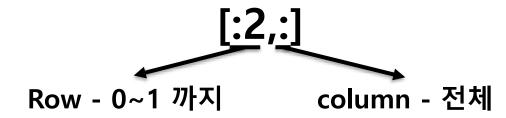
- list와 달리 행과 열 부분을 나눠서 slicing이 가능함
- matrix의 부분 집합을 추출할 때 유용함

```
a = np.array([[1, 2, 3, 4, 5], [6, 7, 8, 9, 10]], int)
a[:,2:] # 전체 Row의 2열 이상
a[1,1:3] # 1 Row의 1열 ~ 2열
a[1:3] # 1 Row ~ 2Row의 전체
```

1	2	5	8
1	2	5	8
1	2	5	8
1	2	5	8



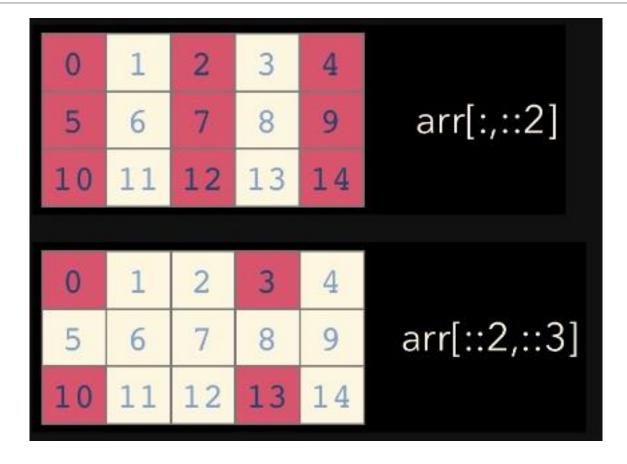
1	2	5	8
1	2	5	8
1	2	5	8
1	2	5	8



test_exmaple[:,1:3]
test_exmaple[1,:2]

1	2	5	8
1	2	5	8
1	2	5	8
1	2	5	8

```
test_exmaple = np.array([[1, 2, 3, 4, 5], [6, 7, 8, 9, 10]], int)
test exmaple[:,2:] # 전체 Row의 2열 이상
array([[ 3, 4, 5],
      [ 8, 9, 10]])
test_exmaple[1,1:3] # 1 Row의 1열 ~ 2열
array([7, 8])
test_exmaple[1:3] # 1 Row ~ 2Row의 전체
array([[ 6, 7, 8, 9, 10]])
```



https://www.slideshare.net/PyData/introduction-to-numpy

creation function



- array의 범위를 지정하여, 값의 list를 생성하는 명령어

```
np.arange(30) # range: List의 range와 같은 효과, integer로 0부터 29까지 배열추출
array([ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16,
      17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29])
     (시작, 끝, step)
np.arange(0, 5, 0.5) # floating point도 표시가능함
array([ 0. , 0.5, 1. , 1.5, 2. , 2.5, 3. , 3.5, 4. , 4.5])
np.arange(30).reshape(5,6)
array([[ 0, 1, 2, 3, 4, 5],
      [6, 7, 8, 9, 10, 11],
      [12, 13, 14, 15, 16, 17],
      [18, 19, 20, 21, 22, 23],
      [24, 25, 26, 27, 28, 29]])
```

- zeros - 0으로 가득찬 ndarray 생성

np.zeros(shape, dtype, order)

```
np.zeros(shape=(10,), dtype=np.int8) # 10 - zero vector 생성
array([0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], dtype=int8)

np.zeros((2,5)) # 2 by 5 - zero matrix 생성
array([[ 0., 0., 0., 0., 0.],
       [ 0., 0., 0., 0., 0.]])
```



- ones - 1로 가득찬 ndarrary 생성

np.ones(shape, dtype, order)

- empty – shape만 주어지고 비어있는 ndarray 생성 (memory initialization 이 되지 않음)

```
np.empty(shape=(10,), dtype=np.int8)
array([ 0,  0,  0,  0,  0,  0,  0,  64, -74, 105], dtype=int8)
np.empty((3,5))
array([[ 2.0000000e+000,
                            2.00000000e+000,
                                              6.42285340e-323,
         0.00000000e+000,
                            0.00000000e+0001,
         0.00000000e+000,
                            0.00000000e+000,
                                              0.00000000e+000,
         0.00000000e+000,
                            0.00000000e+0001,
         0.00000000e+000, 2.12199579e-314,
                                              2.00000000e+000,
         2.00000000e+000,
                            3.45845952e-32311)
```

- 기존 ndarray의 shape 크기 만큼 1, 0 또는 empty array를 반환

identity creation function

- 단위 행렬(i 행렬)을 생성함

$n \rightarrow number of rows$

- 대각선인 1인 행렬, k값의 시작 index의 변경이 가능

- 대각 행렬의 값을 추출함

0	1	2
3	4	5
6	7	8

```
matrix = np.arange(9).reshape(3,3)
np.diag(matrix)
```

```
array([0, 4, 8])
```

```
    0
    1
    2

    3
    4
    5

    6
    7
    8
```

```
np.diag(matrix, k=1) k → start index
array([1, 5])
```

boostcamp Al Tech

- 데이터 분포에 따른 sampling으로 array를 생성

```
np.random.uniform(0,1,10).reshape(2,5) 균등분포

array([[ 0.67406593,  0.71072857,  0.06963986,  0.09194939,  0.47293574],
        [ 0.13840676,  0.97410297,  0.60703044,  0.04002073,  0.08057727]])

np.random.normal(0,1,10).reshape(2,5) 정규분포

array([[ 1.02694847,  0.39354215,  0.63411928, -1.03639086, -1.76669162],
        [ 0.50628853, -1.42496802,  1.23288754,  1.26424168,  0.53718751]])
```

operation functions



- ndarray의 element들 간의 합을 구함, list의 sum 기능과 동일

```
test_array = np.arange(1,11)
test_array
array([ 1,  2,  3,  4,  5,  6,  7,  8,  9, 10])
```

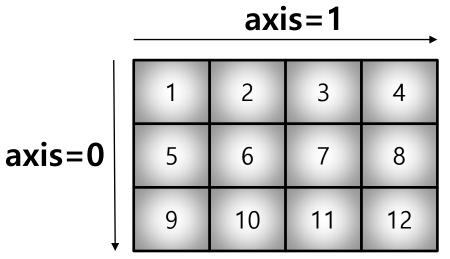
```
test_array.sum(dtype=np.float)
```

55.0

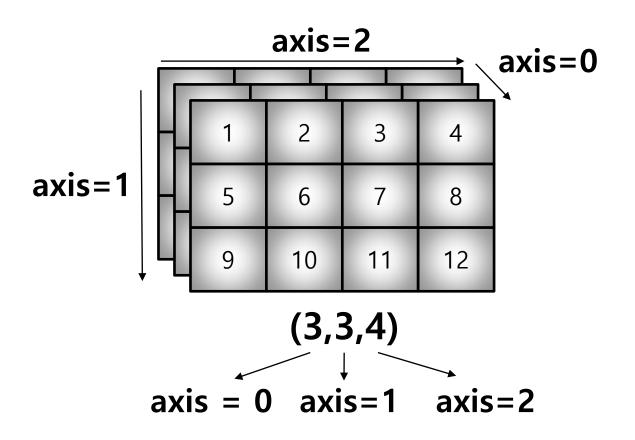


axis

- 모든 operation function을 실행할 때 기준이 되는 dimension 축



```
(3,4) axis = 0 axis=1
```



```
third order tensor.sum(axis=2)
array([[10, 26, 42],
       [10, 26, 42],
       [10, 26, 42]]
third_order_tensor.sum(axis=1)
array([[15, 18, 21, 24],
       [15, 18, 21, 24],
       [15, 18, 21, 24]]
third_order_tensor.sum(axis=0)
array([[ 3, 6, 9, 12],
       [15, 18, 21, 24],
       [27, 30, 33, 36]])
```

mean & std

- ndarray의 element들 간의 평균 또는 표준 편차를 반환

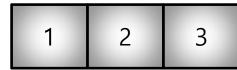
- 그 외에도 다양한 수학 연산자를 제공함 (np.something 호출)

```
exponential: exp, expm1, exp2, log, log10, log1p, log2,
power, sqrt
trigonometric: sin, cos, tan, acsin, arccos, atctan
hyperbolic: sinh, cosh, tanh, acsinh, arccosh, atctanh
```

- 그 외에도 다양한 수학 연산자를 제공함 (np.something 호출)

```
np.exp(test array), np.sqrt(test array)
(array([[ 2.71828183e+00, 7.38905610e+00,
                                      2.00855369e+01,
         5.45981500e+01],
      [ 1.48413159e+02, 4.03428793e+02,
                                     1.09663316e+03,
         2.98095799e+03],
        8.10308393e+03, 2.20264658e+04,
                                      5.98741417e+04,
         1.62754791e+05]]),
[ 2.23606798, 2.44948974, 2.64575131, 2.82842712],
          , 3.16227766, 3.31662479, 3.46410162]]))
```

- numpy array를 합치는(붙이는) 함수





vstack



1	2	3
2	3	4

<pre>a = np.array([1,</pre>	2,	3])
<pre>b = np.array([2,</pre>	3,	4])
np.vstack((a,b))		

```
array([[1, 2, 3], [2, 3, 4]])
```

```
2
```







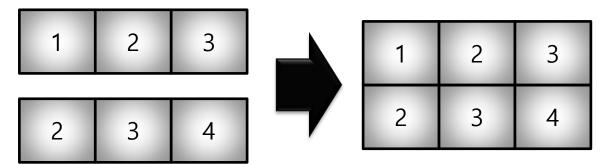
1	2
2	3
3	4

```
a = np.array([ [1], [2], [3]])
b = np.array([ [2], [3], [4]])
np.hstack((a,b))
```

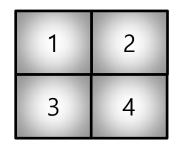
```
array([[1, 2],
[2, 3],
[3, 4]])
```

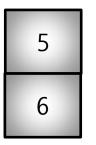
- numpy array를 합치는(붙이는) 함수

concatenate / axis=0



concatenate / axis=1







1	2	5
3	4	6

```
array([[1, 2, 5], [3, 4, 6]])
```

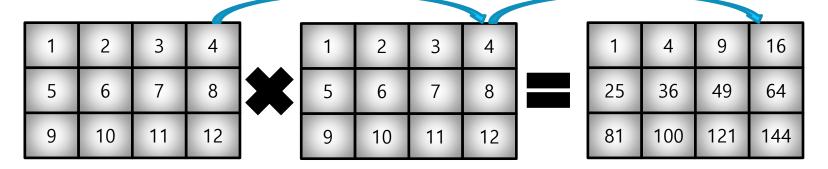
array operations



- numpy는 array간의 기본적인 사칙 연산을 지원함

```
test_a = np.array([[1,2,3],[4,5,6]], float)
test a + test a # Matrix + Matrix 연산
array([[2., 4., 6.],
      [ 8., 10., 12.]])
test a - test a # Matrix - Matrix 연산
array([[ 0., 0., 0.],
     [0., 0., 0.]
test a * test a # Matrix내 element들 간 같은 위치에 있는 값들끼리 연산
array([[ 1., 4., 9.],
     [ 16., 25., 36.]])
```

- Array간 shape이 같을 때 일어나는 연산



```
matrix_a = np.arange(1,13).reshape(3,4)
matrix_a * matrix_a

array([[ 1,  4,  9,  16],
        [ 25,  36,  49,  64],
        [ 81,  100,  121,  144]])
```

- Matrix의 기본 연산, dot 함수 사용

```
test_a = np.arange(1,7).reshape(2,3)
test_b = np.arange(7,13).reshape(3,2)
```

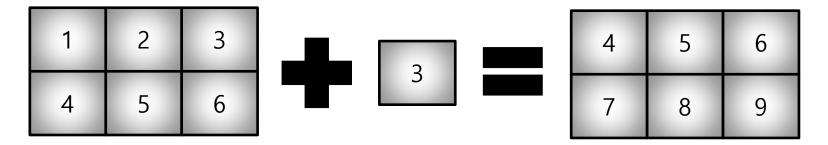
```
\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11112 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 58 \\ \end{bmatrix}
```

https://www.mathsisfun.com/algebra/matrix-multiplying.html

- transpose 또는 T attribute 사용

```
test_a.transpose()
test_a = np.arange(1,7).reshape(2,3)
test a
                                        array([[1, 4],
                                               [2, 5],
array([[1, 2, 3],
                                                [3, 6]])
       [4, 5, 6]])
test_a.T.dot(test_a) # Matrix 간 곱셈
                                         test_a.T
array([[ 17., 22., 27.],
                                         array([[1, 4],
       [ 22., 29., 36.],
                                                [2, 5],
       [ 27., 36., 45.]])
                                                [3, 6]])
```

- Shape이 다른 배열 간 연산을 지원하는 기능



```
test_matrix = np.array([[1,2,3],[4,5,6]], float)
scalar = 3
```

```
test_matrix + scalar # Matrix - Scalar 덧셈
array([[ 4., 5., 6.],
[ 7., 8., 9.]])
```

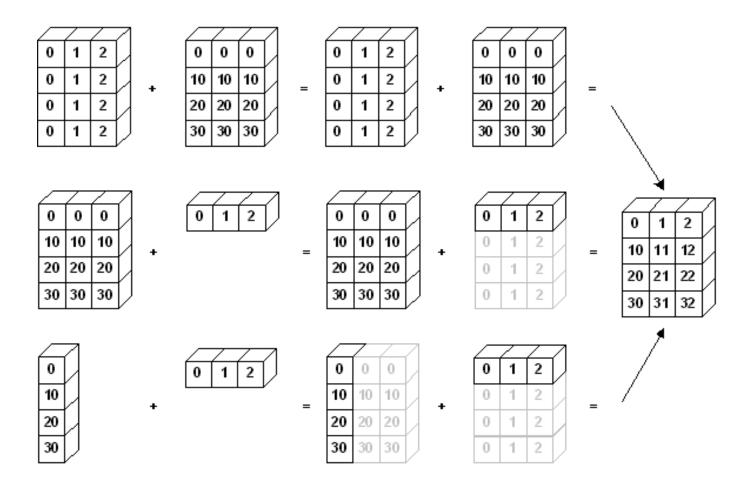


```
test_matrix - scalar # Matrix - Scalar 빨셈
array([-4., -3., -2.],
      [-1., 0., 1.]
test_matrix * 5 # Matrix - Scalar 곱셈
array([[ 5., 10., 15.],
      [ 20., 25., 30.]])
test_matrix / 5 # Matrix - Scalar 나눗셈
array([[ 0.2, 0.4, 0.6],
      [ 0.8, 1., 1.2]])
```

```
test_matrix // 0.2 # Matrix - Scalar 景
array([[ 4., 9., 14.],
        [ 19., 24., 29.]])

test_matrix ** 2 # Matrix - Scalar 제音
array([[ 1., 4., 9.],
        [ 16., 25., 36.]])
```

Scalar – vector 외에도 vector – matrix 간의 연산도 지원



1	2	3	10	20	30	11	22	33
4	5	6				14	25	36
7	8	9				17	28	39
10	11	12				20	31	42

timeit: jupyter 환경에서 코드의 퍼포먼스를 체크하는 함수

```
def sclar_vector_product(scalar, vector):
   result = []
   for value in vector:
       result.append(scalar * value)
   return result
iternation max = 1000000000
vector = list(range(iternation max))
scalar = 2
%timeit sclar vector product(scalar, vector) # for loop을 이용한 성능
%timeit [scalar * value for value in range(iternation_max)]
# list comprehension을 이용한 성능
%timeit np.arange(iternation max) * scalar # numpy를 이용한 성능
```

- 일반적으로 속도는 아래 순 for loop < list comprehension < numpy
- 100,000,000 번의 loop이 돌 때, 약 4배 이상의 성능 차이를 보임
- Numpy는 C로 구현되어 있어, 성능을 확보하는 대신 파이썬의 가장 큰 특징인 dynamic typing을 포기함
- 대용량 계산에서는 가장 흔히 사용됨
- Concatenate 처럼 계산이 아닌, 할당에서는 연산 속도의 이점이 없음

comparisons



- Array의 데이터 전부(and) 또는 일부(or)가 조건에 만족 여부 반환

```
a = np.arange(10)
а
array([0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9])
np.any(a>5), np.any(a<0)
(True, False) any → 하나라도 조건에 만족한다면 true
np.all(a>5) , np.all(a < 10)
(False, True)
              all → 모두가 조건에 만족한다면 true
```

- numpy는 배열의 크기가 동일 할 때 element간 비교의 결과를 Boolean type으로 반환

```
test a = np.array([1, 3, 0], float)
test_b = np.array([5, 2, 1], float)
test a > test b
array([False, True, False], dtype=bool)
test a == test b
array([False, False, False], dtype=bool)
(test_a > test_b).any()
True
             any → 하나라도 true라면 true
```

```
a = np.array([1, 3, 0], float)
np.logical_and(a > 0, a < 3) # and 조건의 condition
array([ True, False, False], dtype=bool)
b = np.array([True, False, True], bool)
np.logical not(b) # NOT 조건의 condition
array([False, True, False], dtype=bool)
c = np.array([False, True, False], bool)
np.logical or(b, c) # OR 조건의 condition
array([ True, True, True], dtype=bool)
```

np.where comparisons

```
np.where(a > 0, 3, 2) # where(condition, TRUE, FALSE)
array([3, 3, 2])
a = np.arange(10)
                   Index 값 반환
np.where(a>5)
(array([6, 7, 8, 9]),)
a = np.array([1, np.NaN, np.Inf], float)
np.isnan(a)
                   Not a Number
array([False, True, False], dtype=bool)
                is finite number
np.isfinite(a)
array([ True, False, False], dtype=bool)
```

boostcamp Al Tech

- array내 최대값 또는 최소값의 index를 반환함

```
a = np.array([1,2,4,5,8,78,23,3])
np.argmax(a) , np.argmin(a)
(5, 0)
```

- axis 기반의 반환

```
a=np.array([[1,2,4,7],[9,88,6,45],[9,76,3,4]])
np.argmax(a, axis=1) , np.argmin(a, axis=0)

(array([3, 1, 1]), array([0, 0, 2, 2]))

9 76 3 4
```

boolean & fancy index



boostcamp Al Tech

- 특정 조건에 따른 값을 배열 형태로 추출
- Comparison operation 함수들도 모두 사용가능

```
test_array = np.array([1, 4, 0, 2, 3, 8, 9, 7], float)
test array > 3
array([False, True, False, False, False, True, True, True], dtype=bool)
test_array[test_array > 3] 조건이 True인 index의 element만 추출
array([ 4., 8., 9., 7.])
condition = test array < 3
test array[condition]
array([ 1., 0., 2.])
```

- numpy는 array를 index value로 사용해서 값 추출

```
a = np.array([2, 4, 6, 8], float)
b = np.array([0, 0, 1, 3, 2, 1], int) # 반드시 integer로 선언
a[b] #bracket index, b 배열의 값을 index로 하여 a의 값들을 추출함

array([2., 2., 4., 8., 6., 4.])

a.take(b) #take 함수: bracket index와 같은 효과 0 1 2 3

array([2., 2., 4., 8., 6., 4.])
```

- matrix 형태의 데이터도 가능

a = np.array([[1, 4], [9, 16]], float)
b = np.array([0, 0, 1, 1, 0], int)
c = np.array([0, 1, 1, 1, 1], int)
a[b,c] # b를 row index, c를 column index로 변환하여 표시함

array([1., 4., 16., 16., 4.])

numpy data i/o



- text type의 데이터를 읽고, 저장하는 기능

Int type 변환

int_data.csv 로 저장

```
1.90000000000000000e+03,3.00000000000000000e+04,4.0000000000000000e+03,4.830000000000000e+04
1.901000000000000000e+03,4.72000000000000000e+04,6.10000000000000000e+03,4.8200000000000000e+04
1.902000000000000000e+03,7.02000000000000000e+04,9.80000000000000000e+03,4.150000000000000e+04
1.903000000000000000e+03,7.740000000000000000e+04,3.52000000000000000e+04,3.8200000000000000e+04
1.904000000000000000e+03,3.63000000000000000e+04,5.94000000000000000e+04,4.06000000000000000e+04
1.905000000000000000e+03,2.06000000000000000e+04,4.1700000000000000e+04,3.98000000000000000e+04
1.906000000000000000e+03,1.81000000000000000e+04,1.9000000000000000e+04,3.8600000000000000e+04
1.907000000000000000e+03,2.14000000000000000e+04,1.30000000000000000e+04,4.2300000000000000e+04
1.908000000000000000e+03,2.20000000000000000e+04,8.3000000000000000e+03,4.4500000000000000e+04
1.90900000000000000e+03,2.54000000000000000e+04,9.1000000000000000e+03,4.210000000000000e+04
1.910000000000000000e+03,2.71000000000000000e+04,7.4000000000000000e+03,4.6000000000000000e+04
1.91100000000000000e+03,4.03000000000000000e+04,8.0000000000000000e+03,4.6800000000000000e+04
1.912000000000000000e+03,5.70000000000000000e+04,1.2300000000000000e+04,4.3800000000000000e+04
1.913000000000000000e+03,7.660000000000000000e+04,1.95000000000000000e+04,4.0900000000000000e+04
1.914000000000000000e+03,5.23000000000000000e+04,4.5700000000000000e+04,3.94000000000000000e+04
1.915000000000000000e+03,1.950000000000000000e+04,5.1100000000000000e+04,3.90000000000000000+04
1.916000000000000000e+03,1.12000000000000000e+04,2.9700000000000000e+04,3.6700000000000000e+04
1.917000000000000000e+03,7.60000000000000000e+03,1.58000000000000000e+04,4.180000000000000e+04
1.918000000000000000e+03,1.460000000000000000e+04,9.70000000000000000e+03,4.3300000000000000e+04
1.919000000000000000e+03,1.62000000000000000e+04,1.0100000000000000e+04,4.1300000000000000e+04
1.920000000000000000e+03,2.47000000000000000e+04,8.60000000000000000e+03,4.730000000000000e+04
```

- transpose 또는 T attribute 사용



End of Document Thank You.

