Parte 1

Para essa parte foi necessário calcular uma função $g(x)$ em que valesse a seguinte propriedade $g(x^*) = x^* \iff f(x^*) = 0$, para $f(x) = e^x - 2x^2$ foram testadas as seguintes funções:

$$
\begin{aligned}
g_1(x) &= \frac{e^x}{2x} \\
g_2(x) &= \ln(2x^2) \\
g_3(x) &= \frac{\sqrt{2e^2}}{2} \\
g_4(x) &= x - \frac{f(x)}{f'(x)}
\end{aligned}
$$

Para haver convergência no método é necessário que $|g'(x)| \leq \rho$ tal que $\rho < 1$ próximo a raiz. Ao analisarmos os gráficos das funções g_i vemos que apenas g_4 satisfaz essa condição em todas as raízes.

Figura 1: funções parte 1

O programa implementado calcula as raizes da função $f(x)$ pelo método do ponto fixo, utilizando $g_4(x)$. Para tal é possível passar os limites $[a, b]$ assim como o número de pontos para busca de intervalos suspeitos.

Parte 2

Para a segunda parte o programa criado calcula e gera uma imagem das bacias de Newton, com cores associadas as raízes e sombreamento associado ao número de iterações executadas até a conversão. Caso não convergisse até *max_iter* o ponto é associado ao preto.
As funções testadas foram as seguintes:

$$
\begin{aligned}
f_0(x) &= e^x - 2x^2 \\
f_1(x) &= x^4 - 1 \\
f_2(x) &= x^3 - 1 \\
f_3(x) &= x^3 - 2x + 2 \\
f_4(x) &= \sqrt{x^3} - 2x \\
f_5(x) &= e^{x^2} - e^x
\end{aligned}
$$

Para seleção de cores foi usada uma implementação do sistema **HSV** em que após contar e numerar as raízes cada raiz era associada a um ponto equidistante dos outros da banda de *hue* usando a seguinte conversão pra **RGB** de acordo com a seguinte tabela:

Figura 2: conversão HSV - RGB

Com isso algumas das imagens geradas foram as seguintes:

(a) $f_1(x) = x^4 - 1$ (b) $f_2(x) = x^3 - 1$ (c) $f_3(x) = x^3 - 2x + 2$

Figura 3: Polinomiais com $l = -2 + 2i$; $u = 2 - 2i$

(a) shading $= 1$ (b) shading $= 2$

Figura 4: Função $f_4(x)$ com $l = -2 + 2i$; $u = 2 - 2i$

(a) $l = -0.25 + 0.25i$; $u = 0.75 - 0.25i$ (b) $l = -1 + 1.5i$; $u = 0.5i$

Figura 5: (a): $f_0(x) = e^x - 2x^2$; (b): $f_5(x) = e^{x^2} - e^x$