

第八次作业——第二章矩阵及其运算

姓名: _____ 班级: _____ 学号: _____

一、选择题

1. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 下列命题正确的是 _____

(A) $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ (B) $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$

(C) $A^2 - E = (A-E)(A+E)$ (D) $(AB)^2 = A^2B^2$

2. 若 A 是方阵, 满足 $AB = AC$, 则有 _____

(A) $A = O$ (B) 当 $B \neq C$ 时, 有 $A = O$

(C) 当 $A \neq O$ 时, 有 $B = C$ (D) 当 $|A| \neq 0$ 时, 有 $B = C$

3. 设 A, B 是 n 阶方阵, 则必有 _____

(A) $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ (B) $|A+B| = |A| + |B|$

(C) $|AB| = |BA|$ (D) $(AB)^T = A^T B^T$

二、填空题

1. 设 A 为 3 阶方阵, 且 $|A| = \frac{1}{3}$, 求 $|3A^* - 2A^{-1}| =$ _____.

2. 设 A 是 4 阶方阵, 已知 $|A| = 3$, 则 $|\frac{1}{3}A^*| =$ _____

3. 设 A 是 3 阶方阵, 已知 $|A| = 2$, 则 $|2(A^*)^{-1}| =$ _____

4. 设 A 为 3 阶方阵, 且 $|A| = 2$, 则 $|\frac{1}{2}A^{-1}| =$ _____.

5. 设方阵 A 满足 $A^2 + A - 4E = 0$, 则 $(A+E)^{-1} =$ _____

6. 设 $\alpha = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, $A = \alpha\beta^T$, 则 $A^{100} =$ _____

7. 设 $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $\Lambda = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $P^{-1}AP = \Lambda$, 则 $A^3 =$ _____

三、计算题

1. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 4 \\ 0 & 5 & 1 \end{bmatrix}$, 求 $2AB - B^T$.

2. 设 $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, 且 $A^*B = B + 3E$, 求 B .

3. 设 $A = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, 且 $A^*B = 4A^{-1} + B$, 求 B .

4. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, 且 $ABA^{-1} = BA^{-1} + 2E$, 求 B .