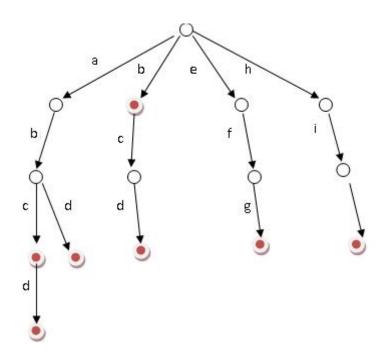
字典树

基本概念

字典树,又称为单词查找树,Tire数,是一种树形结构,它是一种哈希树的变种。



基本性质

- 1. 根节点不包含字符,除根节点外的每一个子节点都包含一个字符
- 2. 从根节点到某一节点。路径上经过的字符连接起来,就是该节点对应的字符串
- 3. 每个节点的所有子节点包含的字符都不相同

应用场景

典型应用是用于统计,排序和保存大量的字符串(不仅限于字符串),经常被搜索引擎系统用于文本词频统计。

优点

利用字符串的公共前缀来减少查询时间,最大限度的减少无谓的字符串比较。

```
In [6]: | #include <cstdio>
      #include <cstring>
      struct trienode{
         char ch;
         int endflag; //是否是某个单词的最后一个字符. 小心有多个重复的单词
         int link[26]; //26个分叉
      class trie{
      public:
         trienode tree[5101]; //树的所有节点
         char s[10010]; //用字符数组代替字符串,在1000000 个字符条件下,速度会快一些。
         int n, len=0; //len为节点数目,也就是使用了多少数组元素
         int root=0;
         int slen=0;
         void add(int k, int node){ //k是s的第k个字符, node为当前节点。
             int chindex=s[k]-'a'; //字符的编号
             if (tree[node].link[chindex]==0){ //前面没有出现过,新开节点
                tree[node].link[chindex]=++len; //新添加一个节点,并将当前节点的link指向新的节点下标
               tree[len].ch=s[k]; //将新的节点赋值对应的字符
                tree[len].endflag=false;
                                      //将新建的节点标记为非end
             int nexnode=tree[node].link[chindex]; //新建的,下一个节点的下标
             if (k==slen-1){ //如果已经是最后一个字符
                tree[nexnode].endflag=true; //标记该节点为end
               return;
            add(k+1, nexnode); //继续计算下一个字符。
         void init(){ //读入数据,多少字符串,对每一个字符串使用add函数构建字典树
             scanf ("%d\n", &n):
             memset(tree, 0, sizeof(tree));
             for (int i=0; i \le n; i++)
                scanf ("%s", s);
                slen=strlen(s); //因为字符串比较多,用了c语言的字符串读入。
                add(0, root); //每添加一个字符串,都要从树根开始逐个判断
         bool dfsfind(int k, int node){ //dfs查找字符串函数,k是要查找字符串s的第k个元素
             int chindex=s[k]-'a'; //计算字符编号
             if (tree[node].link[chindex]==0) return false; //如果字符编号对应的指针为空,就说明没有对应字符串
             int nextnode=tree[node].link[chindex];
                                                    //有对应的指针,指向下一个节点在数组中的编号
             if (k==(slen-1)){ //如果k是最后一个字符
               if (tree[nextnode].endflag){ //最后一个字符对应end标志,说明找到了一个字符串
                  return true;
               }else{ //否则没找到
                  return false;
             }else{ //如果不是最后一个字符,沿着树向下继续寻找
               return dfsfind(k+1, nextnode);
         void find() {
            while(scanf("%s",s)!=EOF){ //循环读入需要查找的字符串,知道文件结尾
                slen=strlen(s); //将当前字符串长度存起来
                if(dfsfind(0,0)){ //从字符串的第0个字符,与字典树的第0个节点(树根)开始寻找
                  printf("%d\n", 1);
               }else{
                  printf("%d\n", 0);
Out[6]:
In [7]: | #include <iostream>
      #include <cstring>
      #include <cstdlib>
      #ifdef cplusplus //曾经的C/C++, 使用这个宏
      extern "C" {
         using namespace std;
         void runtrie() {
```

```
freopen("dp05trie_ac_01.in", "r", stdin);
        trie a;
        a. init();
        a. find();
#endif
```

Out[7]:

AC自动机

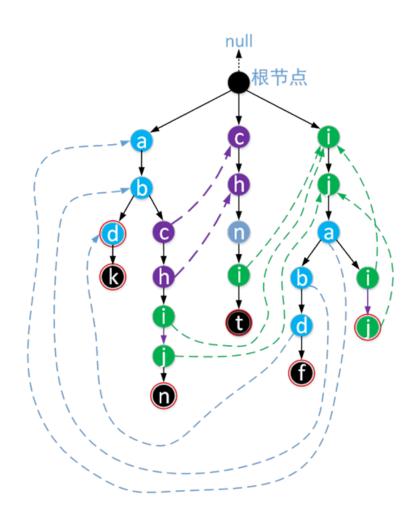
应用场景—多模字符串匹配

在一个文本串text中,我们想找出多个目标字符串target1,target2,.......出现的次数和位置。例如:求出目标字符串集合{"nihao","hao","hao","hsr"}在给定文本"sdmfhsgnshejfgnihaofhsrnihao"中所有可能出现的位置。解决这个问题,我们一般的办法就是在文本串中对每个目标字符串单独查找,并记录下每次出现的位置。显然这样的方式能够解决问题,但是在文本串较大、目标字符串众多的时候效率比较低。为了提高效率,贝尔实验室于1975年发明著名的多模字符串匹配算法——AC自动机。AC自动机在实现上要依托于Trie树(也称字典树)并借鉴了KMP模式匹配算法的核心思想。实际上你可以把KMP算法看成每个节点都仅有一个孩子节点的AC自动机。

运行原理

AC自动机的基础是Trie树。和Trie树不同的是,树中的每个结点除了有指向孩子的指针(或者说引用),还有一个fail指针,它表示输入的字符与当前结点的所有孩子结点都不匹配时(注意,不是和该结点本身不匹配),自动机的状态应转移到的状态(或者说应该转移到的结点)。fail指针的功能可以类比于KMP算法中next数组的功能。

我们现在来看一个用目标字符串集合{abd,abdk, abchijn, chnit, ijabdf, ijaij}构造出来的AC自动机



上图是一个构建好的AC自动机,其中根结点不存储任何字符,根结点的fail指针为null。<mark>虚线表示该结点的fail指针的指向</mark>,所有表示字符串的最后一个字符的结点外部都用红圈 表示,我们称该结点为这个字符串的终结结点。每个结点实际上都有fail指针,但为了表示方便,<mark>本文约定一个原则,即所有指向根结点的 fail虚线都未画出。</mark>

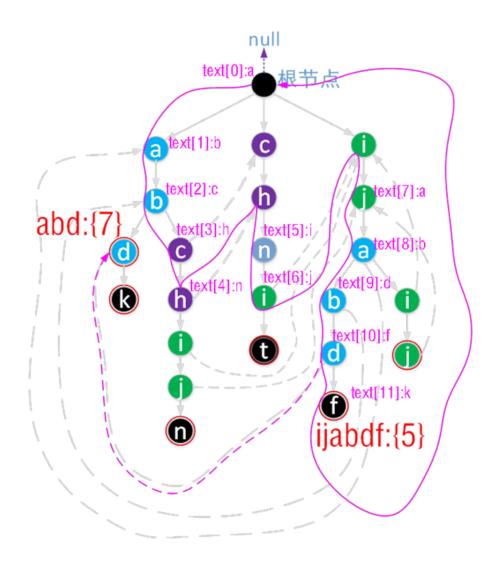
从上图中的AC自动机,我们可以看出一个重要的性质:每个结点的fail指针表示由根结点到该结点所组成的字符序列的所有后缀 和 整个目标字符串集合(也就是整个Trie 树)中的所有前缀 两者中最长公共的部分。

比如图中,由根结点到目标字符串"ijabdf"中的 'd'组成的字符序列"ijabd"的所有后缀在整个目标字符串集{abd,abdk, abchijn, chnit, ijabdf, ijaij}的所有前缀中最长公共的部分就是abd,而图中d结点(字符串"ijabdf"中的这个d)的fail正是指向了字符序列abd的最后一个字符。

AC自动机查找过程

- 1. 表示当前结点的指针指向AC自动机的根结点,即curr = root
- 2. 从文本串中读取(下)一个字符
- 3. 从当前结点的所有孩子结点中寻找与该字符匹配的结点,<mark>若成功</mark>:判断当前结点以及当前结点fail指向的结点是否表示一个字符串的结束,若是,则将文本串中索引起点记录在对应字符串保存结果集合中(索引起点=当前索引-字符串长度+1)。curr指向该孩子结点,继续执行第2步;<mark>若失败:执行第4步。</mark>
- 4. 若fail == null(说明目标字符串中没有任何字符串是输入字符串的前缀,相当于重启状态机)curr = root, 执行第2步, 否则,将当前结点的指针指向fail结点,执行第3步

现在,我们来一个具体的例子加深理解,初始时当前结点为root结点,我们现在假设文本串text = "abchnijabdfk"。



图中的实曲线表示了整个搜索过程中的当前结点指针的转移过程,结点旁的文字表示了当前结点下读取的文本串字符。比如初始时,当前指针指向根结点时,输入字符'a',则当前指指向结点a,此时再输入字符'b',自动机状态转移到结点b,......,以此类推。图中AC自动机的最后状态只是恰好回到根结点。

需要说明的是,当指针位于结点b(图中曲线经过了两次b,这里指第二次的b,即目标字符串"ijabdf"中的b),这时读取文本串字符下标为9的字符(即'd')时,由于b的所有孩子结点(这里恰好只有一个孩子结点)中存在能够匹配输入字符d的结点,那么当前结点指针就指向了结点d,而此时该结点d的fail指针指向的结点又恰好表示了字符串"abd"的终结结点(用红圈表示),所以我们找到了目标字符串"abd"一次。这个过程我们在图中用虚线表示,但状态没有转移到"abd"中的d结点。

在输入完所有文本串字符后,我们在文本串中找到了目标字符串集合中的abd一次,位于文本串中下标为7的位置;目标字符串ijabdf一次,位于文本串中下标为5的位置。

构造AC自动机

首先将所有的目标字符串插入到Trie树中,然后通过广度优先遍历为每个结点的所有孩子节点的fail指针找到正确的指向。

确定fail指针指向的问题和KMP算法中构造next数组的方式如出一辙。具体方法如下:

- 1. 将根结点的所有孩子结点的fail指向根结点,然后将根结点的所有孩子结点依次入列。
- 2. 若队列不为空:
 - 2.1. 出列,我们将出列的结点记为curr, failTo表示curr的fail指向的结点,即failTo = curr.fail

2.2.

a. 判断curr.child[i] == failTo.child[i]是否成立,

成立: curr.child[i].fail = failTo.child[i],

不成立: 判断 failTo == null是否成立

成立: curr.child[i].fail == root

不成立: 执行failTo = failTo. fail, 继续执行2.2

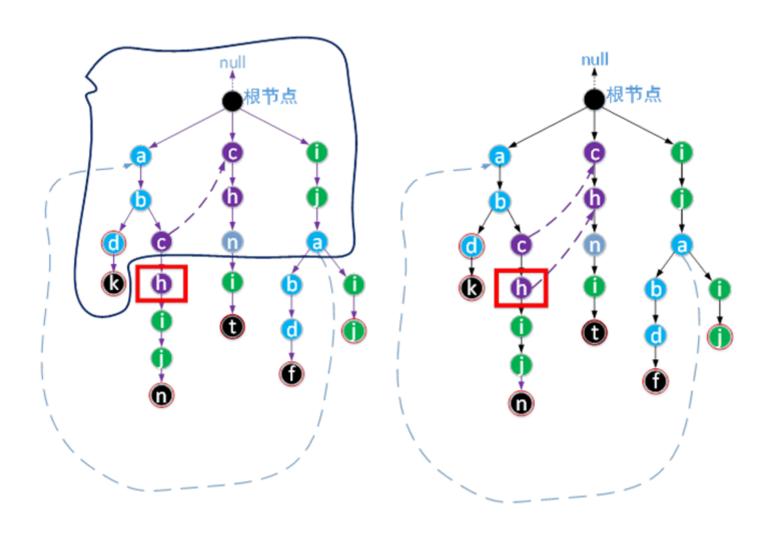
b. curr.child[i]入列,再次执行再次执行步骤2

3. 若队列为空:结束

计算fail指针的过程

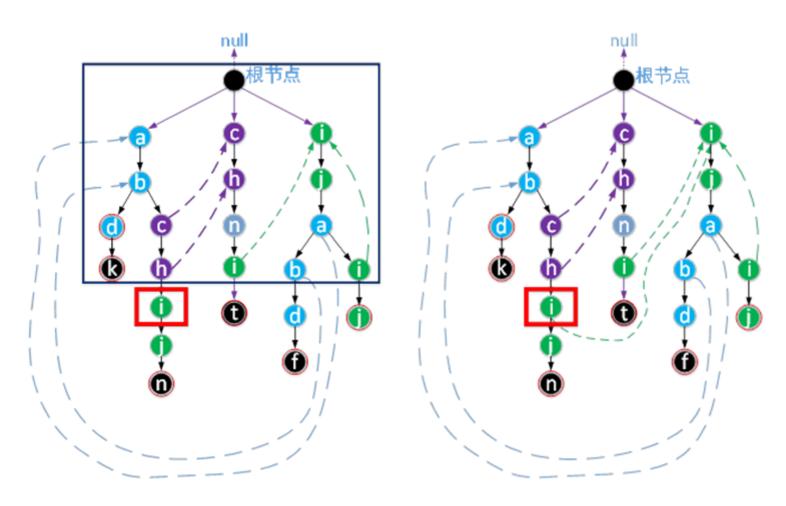
确定图中h结点fail指向的过程

假设我们要确定图中结点c的孩子结点 h 的 fail 指向。图中每个结点都应该有表示 fail 的虚线,所有指向根结点的 fail 虚线均未画出。



左图表示 h. fail 确定之前,右图表示 h. fail 确定之后

左图中,蓝色实线框住的结点的fail都已确定。现在我们应该怎样找到 h. fail 的正确指向?由于且结点 c 的 fail 已知 (c 结点为 h 结点的父结点) ,且指向了Trie树中所有前缀与字符序列' a '' b '' c '的所有后缀 (" bc "和" c ")的最长公共部分。现在我们要解决的问题是目标字符串集合的所有前缀中与字符序列' a '' b '' c '' h '的所有后缀的最长公共部分。显然 c. fail 指向的结点的孩子结点中存在结点 h ,那么 h. fail 就应该指向 c. fail 的孩子结点 h ,所以右图表示了 h. fail 确定后的情况。



左图表示 i. fail 确定之前,右图表示 i. fail 确定之后

确定 i. fail 的指向时,显然 h. fail (h 指图中i的父结点的那个 h)已指向了正确的位置。也就是说我们现在知道了目标字符串集合所有前缀中与字符序列' a '' b '' c '' h '的所有后缀在Trie树中的最长前缀是' c '' h '。显然从图中可知 h. fail 的孩子结点是没有i结点(这里 h. fail 只有一个孩子结点n)。字符序列' c '' h '的所有后缀在Trie树中的最长前缀可由 h. fail 的 fail 得到,而 h. fail 的 fail 指向 root (依据本博客中画图的原则,这条 fail 虚线并未画出),root 的孩子结点中存在表示字符i的结点,所以结果如右图所示。

在知道 i.fail 的情况下,大家可以尝试在纸上画出 j.fail 的指向,以加深AC自动机构造过程的理解。

Fail指针的构造就是在trie树上不停的往回找。

其原理就是用bfs得到trie的层次图,当前节点的子节点的fail指针等于当前节点的fail指针的子节点

```
In [1]: | #include <cstdio>
       #include <cstring>
       struct acnode{
          char ch;
           int endflag; //是否是某个单词的最后一个字符. 小心有多个重复的单词
          int fail; //失败指针
          int link[26]; //26个分叉
       class ac{
       public:
          acnode tree[5101]; //树的所有节点
          char s[10010]; //用字符数组代替字符串,在1000000 个字符条件下,速度会快一些。
          int n, m, len=0, ans, slen;
          int head, tail, root=0;
          int q[510000];
          void add(int k, int node){ //k是s的第k个字符, root为当前节点。
              int chindex=s[k]-'a';
              if (tree[node].link[chindex]==0) { //新开节点
                 tree[node].link[chindex]=++len;
                 tree[len]. endflag=false; //因为存在有多个相同的单词
                 tree[len].fail=root;
                 tree[len].ch=s[k];
              int nexnode=tree[node].link[chindex];
              if (k==slen-1) { //恰好是一个单词的结尾。
                 tree[nexnode].endflag=true;
                 return;
              add(k+1, nexnode);
          void init() {
              \operatorname{scanf}("%d\n", \&n);
              memset(tree, 0, sizeof(tree));
              for (int i=0; i < n; i++) {
                 scanf ("%s", s);
                 slen=strlen(s); //因为字符串比较多,用了c语言的字符串读入。
                 add (0, root);
          void buildac(){//生成fail指针,建好AC自动机
          //用bfs生成一个层次序列, fail指针肯定往前跳。按层次依次求出fail指针
              head=tail=0;
              q[tail]=root;
              while (head<=tail){ //bfs广度优先遍历 trie树
                 int now=q[head++];// 当前的节点
                 int temp; //用来存储临时的fail指针,是tree的下标
                 for (int i=0; i<26; i++) { //---->当前节点的子节点的fail指针等于当前节点的fail指针的子节点
                     if(tree[now].link[i]){ //求link[i].fail指针
                        int nextnode=tree[now].link[i]; //---->当前节点的子节点
                        if (now!=root) {//如果不是树根,则进行下面的操作。如果是根,那么fail肯定是root自己
                            temp=tree[now].fail;
                                                  //---->当前节点的fail指针
                            while(!tree[temp].link[i] && temp)//找不到与 link[i]匹配的前缀 且没有退到根
                               temp=tree[temp].fail; //继续向上退
                            tree[nextnode].fail=tree[temp].link[i];
                        q[++tail]=nextnode; //让这个子节点进队。
          void find() {
              while (scanf ("%s", s) !=EOF) {
                 ans=0;
                 int now=root;
                 //printf("%s\n", s);
                 slen=strlen(s); //这里用的也是c语言的字符。
                 for (int i=0; i \le len; i++) {
                    int chindex=s[i]-'a'
                     while(!tree[now].link[chindex] && now!=root)//如果没有匹配的字符,且不是树根。往回返
                        now=tree[now].fail;
                     now=tree[now].link[chindex];//如果该字符存在,下一层传递。
                     int temp=now;//如果找到某个单词
                     while(temp!=root && tree[temp].endflag){//如果找到某个单词,累加到结果
                        temp=tree[temp].fail; //沿着指针寻找,看看能不能找到另一个单词
                 printf("%d\n", ans);
```

```
In [2]: #include <iostream>
         #include <cstring>
         #include <cstdlib>
         #ifdef __cplusplus //曾经的C/C++, 使用这个宏
         extern "C" {
            using namespace std;
            void runac() {
                freopen("dp05trie_ac_01.in", "r", stdin);
                ac a;
                a.init();
                a.buildac();
                a.find();
         #endif
Out[2]:
In [3]: runac();
        adb
        1
        aaa
        0
        \verb|chnita| a a d b b
        2
Out[3]: (void) nullptr
```

这里查询输出的只是有没有找到单词,但具体是那个单词,哪里起始哪里结束并不知道。同学们能对代码进行微调,获得更具体的数据呢?

例题:

<u>HDU 2222 Keywords Search (http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2222)</u>

```
In []:
```