

第七次作业——第一章行列式

姓名: _____ 班级: _____ 学号: _____

一、填空题

1. 按自然数从小到大为标准次序, 则排列 4 6 3 7 2 5 1 的逆序数为 _____.
2. 按自然数从小到大为标准次序, 则排列 5 3 4 1 2 的逆序数为 _____.
3. 排列 $1 \ 3 \cdots (2n-1) \ 2 \ 4 \cdots (2n)$ 的逆序数是 _____.

4. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$, 则 $A_{14} + A_{24} + A_{34} + A_{44} =$ _____, $M_{21} + M_{22} + M_{24} =$ _____

二、证明题

1. 证明 $D_n = \begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix} = [x + (n-1)a](x-a)^{n-1}$

2. 证明 $D_n = \begin{vmatrix} 1+x & 2 & \cdots & n \\ 1 & 2+x & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 2 & \cdots & n+x \end{vmatrix} = x^n + \frac{n(n+1)}{2}x^{n-1}$

3. 证明 $D_n = \begin{vmatrix} 1+a_1 & a_1 & \cdots & a_1 \\ a_2 & 1+a_2 & \cdots & a_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_n & a_n & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix} = 1+a_1+a_2+\cdots+a_n$

4. 证明 $D_n = \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix} = a_1 a_2 \cdots a_n (1 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i})$