



Artificial Intelligence HW #1

한양대학교 컴퓨터소프트웨어학부
2019024439 신 현

March 14, 2022

Contents

1	Basics: Linear Algebra, Probability, and Information Theory	2
2	Problem-Solving Agents and Search	3
3	Knowledge-based Agents and Logic	5
4	Bayesian Network and Probabilistic Inference	7

1 Basics: Linear Algebra, Probability, and Information Theory

1.1 Linear Algebra

(a)

- 행렬에 역행렬이 존재한다면, 그것은 유일함.
- A 와 A^{-1} 의 차원은 같다.
- A^{-1} 가 존재한다면, A^{-1} 의 역행렬은 A 이다.

(b)

열의 직교 벡터 $v_i \cdot v_j = 1$ or 0 이다. ($i = j$ 면 1 , $i \neq j$ 면 0) (1)

v_i = 열(혹은 행) 하나를 의미

$$A = \begin{pmatrix} - & v_1 & - \\ - & v_2 & - \\ - & \vdots & - \\ - & v_n & - \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} | & | & | & | \\ v_1 & v_2 & \dots & v_n \\ | & | & | & | \end{pmatrix}$$

$$B = A^T A = \begin{pmatrix} - & v_1 & - \\ - & v_2 & - \\ - & \vdots & - \\ - & v_n & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} | & | & | & | \\ v_1 & v_2 & \dots & v_n \\ | & | & | & | \end{pmatrix}$$

$$B_{ij} = v_i \cdot v_j$$

(1)에 따라 $\therefore B = I$

1.2 Probability and Information Theory

(a)

$P(A, C|B) = P(A|B)P(C|B)$ 라는 사실에서, $P(A|B, C) = P(A|B)$ 를 유도한다.

$$\begin{aligned} P(A, C|B) &= P(A|B)P(C|B) \\ \Leftrightarrow \frac{P(A, B, C)}{P(B)} &= \frac{P(A, B)}{P(B)} \frac{P(B, C)}{P(B)} \\ \Leftrightarrow \frac{P(A, B, C)}{P(B, C)} &= \frac{P(A, B)}{P(B)} \\ \Leftrightarrow P(A|B, C) &= P(A|B) \end{aligned}$$

(b)

$E(X) = \phi$ 를 유도한다.

$$\begin{aligned} P(X = 1) &= \phi P(X = 0) = 1 - \phi \\ E(X) &= 1 \cdot P(X = 1) + 0 \cdot P(X = 0) \\ &= 1 \cdot \phi + 0 = \phi \end{aligned}$$

(c)

- **TODD:** I DON'T KNOW

2 Problem-Solving Agents and Search

단어의 첫 알파벳이 unique 하므로, 각 정점은 알파벳 첫글자를 사용해 표기했습니다.

2.1 Uninformed Search Strategies

(a) A에서 P로 가는 BFS 경로 출력

- 첫번째 단계에 A에서 갈 수 있는, Z, S, T 방문
- 두번째 단계에 Z, S, T에서 갈 수 있는, O, F, R, V, L 방문
- 세 번째 단계에 O, F, R, V, L에서 갈 수 있는, B, P, C, M 방문
- 세 번째 단계에 목표지인 P 방문했으므로 종료

(b) N에서 S로 가는 DFS 경로 출력

- N -> I -> V -> U -> B -> G -> (다시 B로 돌아와서) -> P -> R -> S -> F

2.2 Informed Search Strategies

(a) T에서 B로 가는 Greedy BFS 경로 출력

- T에서 A(366)와 L(244)를 탐색한다. L이 244로 제일 작다.
- L에서 M(241)을 탐색한다. M이 241로 제일 작다.
- M에서 D(242)를 탐색한다. D이 242로 제일 작다.
- D에서 C(160)를 탐색한다. C이 160로 제일 작다.
- C에서 P(100)와 R(193)를 탐색한다. P가 100으로 제일 작다.
- P에서 B(0)와 R(193)를 탐색한다. R은 방문했던 곳이라 스킵한다. B가 0으로 제일 작다.
- B를 방문한다.
- 목표지인 B에 방문했으므로 종료

(b) Z에서 B로 가는 A* 경로 출력

- 먼저 **Z**를 방문한다.

Alphabet	$g(n)$	$h(n)$	$Sum(g + h)$
Z	0	374	374

- Z에선 A와 O에 갈 수 있다.

Alphabet	$g(n)$	$h(n)$	$Sum(g + h)$
A	75	366	441
O	71	380	451

- A가 현재 sum이 441로 제일 작다. **A**를 방문하고, A에선 S와 T에 갈 수 있다.

Alphabet	$g(n)$	$h(n)$	$Sum(g + h)$
S	215	253	468
T	193	329	522

- O가 현재 sum이 451로 제일 작다. **O**를 방문하고, O에선 S에 갈 수 있다.

Alphabet	$g(n)$	$h(n)$	$Sum(g + h)$
S	222	253	475

그렇지만 재탐색한 S는 기존에 나왔던 468보다 큰 값이 475라, 갱신되진 않는다.

- S이 현재 sum이 468로 제일 작다. **S**를 방문하고, S에선 F랑 R에 갈 수 있다.

Alphabet	$g(n)$	$h(n)$	$Sum(g + h)$
F	314	176	490
R	295	193	488

- R이 현재 sum이 488로 제일 작다. **R**를 방문하고, R에선 C와 P에 갈 수 있다.

Alphabet	$g(n)$	$h(n)$	$Sum(g + h)$
C	441	160	601
P	392	100	492

- F이 현재 sum이 490로 제일 작다. **F**를 방문하고, F에선 B에 갈 수 있다.

Alphabet	$g(n)$	$h(n)$	$Sum(g + h)$
B	525	0	525

- P이 현재 sum이 492로 제일 작다. **P**를 방문하고, P에선 B에 갈 수 있다.

Alphabet	$g(n)$	$h(n)$	$Sum(g + h)$
B	493	0	493

- B가 현재 sum이 493로 제일 작다. **B**를 방문하고, 목표지 도달로 종료한다.

- **Z -> A -> O -> S -> R -> F -> P -> B**

3 Knowledge-based Agents and Logic

3.1 Propositional Logic

(a)

- 두 식이 동일하다는 것에 대한 표

A	B	$\neg(A \vee B)$	$(\neg A \wedge \neg B)$
F	F	T	T
F	T	F	F
T	F	F	F
T	T	F	F

(b)

- 두 식이 동일하다는 것에 대한 표

A	B	$(A \leftrightarrow B)$	$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
F	F	T	T
F	T	F	F
T	F	F	F
T	T	T	T

3.2 Logical Inference

(a) Specify the difference between model checking and propositional theorem proving in logical inference.

- Propositional theorem is finding a proof can be more efficient (compared to building a truth table or model checking) because the proof can ignore irrelevant propositions.

(b) Theorem Proving

$$R_2 : B_{1,1} \leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$$

$$R_4 : \neg B_{1,1}$$

R_2 와, R_4 에 의해,

$$(P_{1,2} \vee P_{2,1}) = \neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1} = \neg P_{2,1}$$

(c) Model Checking

- P, B, R 에 대한 Model Checking
- R_1 와 R_4 에 의해 $P_{1,1}$, $B_{1,1}$ 는 F 로 두고, 나머지 4개 변수에 대해 2^4 가지를 해본다.

Num	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$B_{1,1}$	$B_{2,1}$	R_1	R_2	R_3	R_4	$R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4$
1	F	F	F	F	F	F	T	T	T	T	T
2	F	F	F	F	F	T	T	T	F	T	F
3	F	F	F	T	F	F	T	T	F	T	F
4	F	F	F	T	F	T	T	T	T	T	T
5	F	F	T	F	F	F	T	F	T	T	F
6	F	F	T	F	F	T	T	F	F	T	F
7	F	F	T	T	F	F	T	F	F	T	F
8	F	F	T	T	F	T	T	F	T	T	F
9	F	T	F	F	F	F	T	F	T	T	F
10	F	T	F	F	F	T	T	F	F	T	F
11	F	T	F	T	F	F	T	F	F	T	F
12	F	T	F	T	F	T	T	F	T	T	F
13	F	T	T	F	F	F	T	F	T	T	F
14	F	T	T	F	F	T	T	F	F	T	F
15	F	T	T	T	F	F	T	F	F	T	F
16	F	T	T	T	F	T	T	F	T	T	F

- $R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4 = True$ 일 때, $P_{2,1}$ 는 언제나 *False* 이다.

4 Bayesian Network and Probabilistic Inference

4.1 Exact Inference

(a)

- *Burglary*이 *true*일 확률과 *Earthquake*이 *true*일 확률
- *Alarm*이 *true*일때, *JohnCalls*이 *true*일 확률과 *MaryCalls*이 *true*일 확률
- *Alarm*이 *false*일때, *JohnCalls*이 *true*일 확률과 *MaryCalls*이 *true*일 확률

(b)

알람이 울리고, John과 Mary 모두 전화를 했을 때, 지진이 났을 확률은?

John과 Mary 이 전화를 한 상황은 이미 일어난 일이므로, 고려하지 않아도 된다.

$$P1 = P(A = \text{true} | B = \text{true}, E = \text{true})P(B = \text{true})P(E = \text{true})$$

$$= 0.95 \times 0.001 \times 0.002 = 0.0000019$$

$$P2 = P(A = \text{true} | B = \text{true}, E = \text{false})P(B = \text{true})P(E = \text{false})$$

$$= 0.94 \times 0.001 \times 0.998 = 0.00093812$$

$$P(A = \text{true}) = \text{아래에 있는 4.1.(c)의 답}$$

$$\frac{P1 + P2}{P(A = \text{true})} = \frac{0.0000019 + 0.00093812}{0.002516442} = 0.3735512282...$$

(c)

알람이 울릴 확률은 B, E가 각각 true, false 일 때 확률 구해서 더한다.

$$P(A = \text{true}) = P(A = \text{true} | B = \text{true}, E = \text{true})P(B = \text{true})P(E = \text{true})$$

$$+ P(A = \text{true} | B = \text{true}, E = \text{false})P(B = \text{true})P(E = \text{false})$$

$$+ P(A = \text{true} | B = \text{false}, E = \text{true})P(B = \text{false})P(E = \text{true})$$

$$+ P(A = \text{true} | B = \text{false}, E = \text{false})P(B = \text{false})P(E = \text{false})$$

$$= 0.95 \times 0.001 \times 0.002$$

$$+ 0.94 \times 0.001 \times 0.998$$

$$+ 0.29 \times 0.999 \times 0.002$$

$$+ 0.001 \times 0.999 \times 0.998$$

$$= 0.002516442$$

(d)

*Earthquake*가 *true* 인지 *false* 인지도 *Alarm* 에 영향을 주니 함께 고려해 주어야 한다.

$$\begin{aligned}
 P1 &= P(A = \text{true}, B = \text{true}, M = \text{true}) \\
 &= P(A = \text{true}, B = \text{true}, E = \text{true}, M = \text{true}) + P(A = \text{true}, B = \text{true}, E = \text{false}, M = \text{true}) \\
 &= 0.95 \times 0.001 \times 0.002 \times 0.70 + 0.94 \times 0.001 \times 0.998 \times 0.70 \\
 &= 0.000658014 \\
 P2 &= P(A = \text{false}, B = \text{true}, M = \text{true}) \\
 &= P(A = \text{false}, B = \text{true}, E = \text{true}, M = \text{true}) + P(A = \text{false}, B = \text{true}, E = \text{false}, M = \text{true}) \\
 &= 0.05 \times 0.001 \times 0.002 \times 0.001 + 0.06 \times 0.001 \times 0.998 \times 0.01 \\
 &= 0.0000005989 \\
 P(A = \text{true} | B = \text{true}, M = \text{true}) &= \frac{P1}{P1 + P2} \\
 &= \frac{0.000658014}{0.000658014 + 0.0000005989} = 0.999090...
 \end{aligned}$$

4.2 Approximate Inference

(a)

Get a Random Sample

<i>Burglary</i>	<i>Earthquake</i>	<i>Alarm</i>	<i>JohnCalls</i>	<i>MarryCalls</i>
<i>False</i>	<i>False</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>
<i>False</i>	<i>False</i>	<i>False</i>	<i>False</i>	<i>False</i>
<i>True</i>	<i>False</i>	<i>True</i>	<i>True</i>	<i>True</i>
<i>False</i>	<i>False</i>	<i>False</i>	<i>True</i>	<i>False</i>

(b)

Alarm 이 울렸을 때 *Burglary* 의 수를 센다.

$$\frac{1}{3}$$