

# MELL のカット除去規則に基づく 階層グラフ書換え言語の拡張

JSSST2024 2 日目 [4b-3-R]

2024/9/11

早稲田大学 基幹理工学研究科 情報理工・情報通信専攻

田久健人 上田和紀

**背景** 階層グラフ書換え系は有用なモデリング・計算体系である。  
しかしながら、論理体系との対応関係が自明ではない。

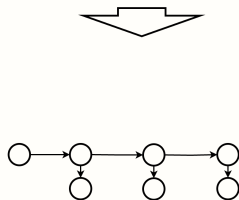
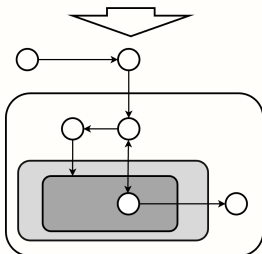
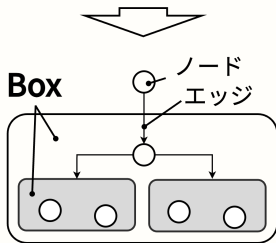
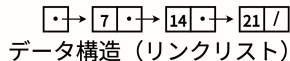
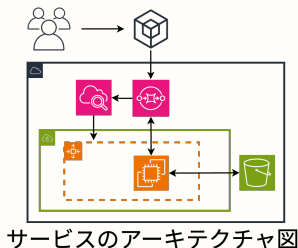
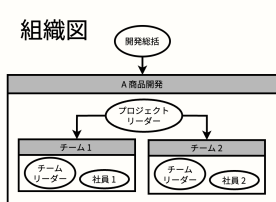
**先行研究** 階層グラフ書換え言語 LMNtal 上で、  
MELL Proof Nets のカット除去規則のエンコードを行った [TU23]。

**課題** 既存のエンコードでは、Contraction, Weakening の操作を  
直接的に表現できない。

**貢献** これらに直接的に対応する操作を定義、実装した上で、

- これらの操作の有用性を示した。
- LMNtal の Proof Nets のワークベンチとしての有用性を示した。

接続関係，階層構造は普遍的．



階層グラフ(ノード + エッジ + **Box**) でこれらを表現できる．

## 階層グラフ書き換え系：

階層グラフの書換えにより計算・モデリングを行う体系．

- CHAM (Chemical Abstract Machine) [BB92]
- BRS (Bigraphical Reactive System) [Mil01]
- Hierarchical Graph Transformation [DHP02]
- LMNtal (elemental と発音) [Ued09]
- Attributed Hierarchical Port Graph [EFP18]

これらは主にモデリング言語として提案されている．

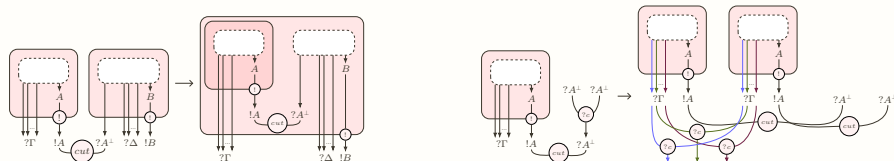
多くのものは処理系，ツールの実装もされている．

位置付けの明瞭化のため、他体系との対応関係の明示が重要。  
特に、論理体系との対応があるとより嬉しい。

- 例：Curry-Howard 同型

Multiplicative Exponential Linear Logic (MELL) [Gir87]：

- Exponential を持つ体系の **Proof Nets** は、**Promotion Box** [Gir87] と呼ばれる Box 構造を持つ
- MELL Proof Nets のカット除去規則は、階層グラフの書換えを行う



➔ MELL Proof Nets とそのカット除去は、  
階層グラフ書換え系と何らかの対応関係が考えられる？

## 定義. MELL の論理式

MELL の論理式は以下のように定義される.

$$\text{formula } F ::= X(\text{atomic}) \mid F^\perp \mid F \otimes F \mid F \wp F \mid !F \mid ?F$$

(結合の強さ:  $^\perp > !, ? > \otimes, \wp$ )

$$A^{\perp\perp} := A \quad (A \otimes B)^\perp := A^\perp \wp B^\perp \quad (A \wp B)^\perp := A^\perp \otimes B^\perp$$

$$(!A)^\perp := ?(A^\perp) \quad (?A)^\perp := !(A^\perp)$$

$$A \multimap B := A^\perp \wp B$$

古典論理の含意  $\rightarrow$  は線形含意  $\multimap$  により以下のように埋め込まれる.

$$A \rightarrow B \mapsto !A \multimap B$$

# 背景：MELL の推論規則 (one-sided)

7/54

$A, B$ : formula,  $\Gamma, \Delta$ : lists of formulae

$$\frac{}{\vdash A, A^\perp} ax$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A \quad \vdash \Delta, A^\perp}{\vdash \Gamma, \Delta} cut$$

$$\frac{}{\vdash 1} 1$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A, B}{\vdash \Gamma, A \wp B} \wp$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A \quad \vdash \Delta, B}{\vdash \Gamma, \Delta, A \otimes B} \otimes$$

$$\frac{\vdash \Gamma}{\vdash \Gamma, \perp} \perp$$

$$\frac{\vdash ?\Gamma, A}{\vdash ?\Gamma, !A} !$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A}{\vdash \Gamma, ?A} ?d$$

$$\frac{\vdash \Gamma, ?A, ?A}{\vdash \Gamma, ?A} ?c$$

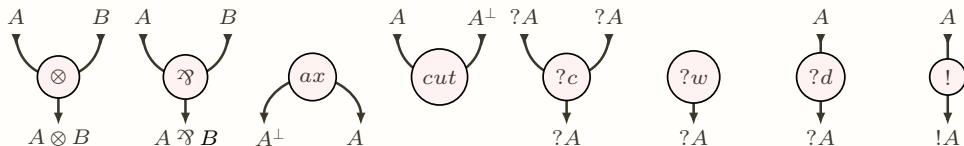
$$\frac{\vdash \Gamma}{\vdash \Gamma, ?A} ?w$$

カット除去定理が成り立つ [Gir87].

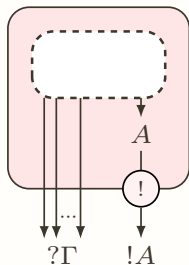
MELL のシーケントに対応するグラフ構造を定義する.

1. **証明構造**と呼ばれるグラフ構造を導入する
2. 証明構造の中で MELL シーケントと対応の取れるものを **Proof Nets** と呼ぶ
  - 整合性条件 ([DR89] 等) を満たすものとして定義される





- 有向非巡回多重グラフ
- セル (ノード) は MELL の推論規則でラベル付けされる
- ワイヤー (エッジ) は MELL 論理式でラベル付けされる
- **セル  $\otimes$ ,  $\wp$  のみ入力順序づけられる**  
( $cut$  と  $?c$  は入力に区別がない)



$$\frac{\vdash ?\Gamma, A}{\vdash ?\Gamma, !A} !$$

- !-規則に対応する
- 点線内には任意の証明構造が入る
- 必ず互いに分離しているか入れ子になる必要がある
- 内部を変換から保護し，簡約を順序づける

## 定義. MELL の証明構造

MELL の証明構造は，  
セル，ワイヤーと Promotion Box からなる有向非巡回多重グラフである．

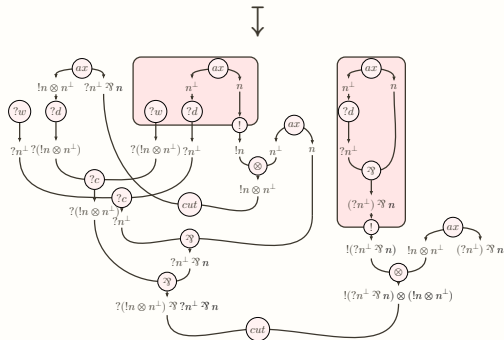
## 定義. MELL Proof Nets

MELL Proof Nets は，  
MELL の証明構造のうち，整合性条件 [DR89] を満たすものである．

(詳細は省略，本文に記載．)

Proof Nets は，対応する MELL シークエントがある．

$\int n^{\perp} \delta n$



# カット除去規則の例 ① box-nested

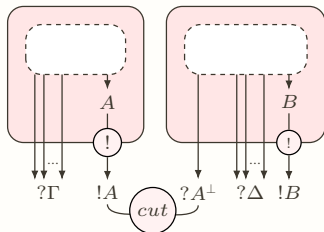
13/54

$$\frac{\frac{? \Gamma, A}{\vdash ? \Gamma, !A} ! \quad \frac{? \Delta, B, ? A^\perp}{? \Delta, !B, ? A^\perp} !}{\vdash ? \Gamma, ? \Delta, !B} cut$$

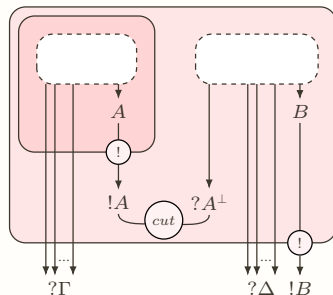
→

$$\frac{\frac{? \Gamma, A}{\vdash ? \Gamma, !A} ! \quad ? \Delta, B, ? A^\perp}{\vdash ? \Gamma, ? \Delta, B} cut \quad \frac{}{\vdash ? \Gamma, ? \Delta, !B} !$$

↓



→



Box の移動をしている.

# カット除去規則の例 ② box-weakening

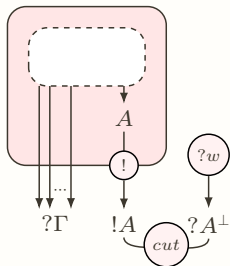
14/54

$$\frac{\frac{? \Gamma, A}{\vdash ? \Gamma, !A} ! \quad \frac{\Delta}{\Delta, ?A^\perp} ?w}{\vdash ? \Gamma, \Delta} cut$$

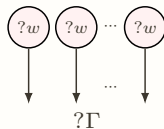
$\rightarrow$

$$\frac{\Delta}{\vdash ? \Gamma, \Delta} ?w^*$$

$\Downarrow$



$\rightarrow$



Box の削除をしている.

# カット除去規則の例 ③ box-contraction

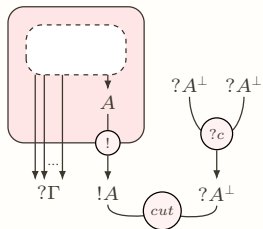
15/54

$$\frac{\frac{? \Gamma, A}{\vdash ? \Gamma, !A} ! \quad \frac{\Delta, ?A^\perp, ?A^\perp}{\Delta, ?A^\perp} ?c}{\vdash ? \Gamma, \Delta} cut$$

→

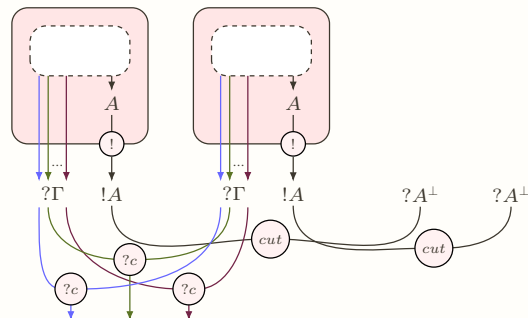
$$\frac{\frac{? \Gamma, A}{\vdash ? \Gamma, !A} ! \quad \frac{\frac{? \Gamma, A}{? \Gamma, !A} ! \quad \Delta, ?A^\perp, ?A^\perp}{? \Gamma, \Delta, ?A^\perp} cut}{\frac{\vdash ? \Gamma, ? \Gamma, \Delta}{\vdash ? \Gamma, \Delta} ?c^*} cut$$

↓

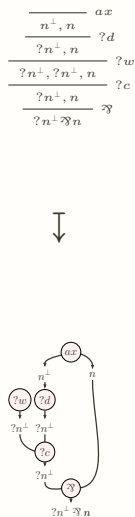


↓

→



Box の複製をしている.





## 定理. カット除去定理 [Gir87]

MELL Proof Nets は任意のカットを除去できる.

## 定理. 安定性 [Gir87]

任意の MELL Proof Net は, カット除去後も MELL Proof Net である.

## 定理. 合流性 [Gir87; PF10]

MELL Proof Nets のカット除去は合流性を持つ.

## 定理. 強正規化性 [Gir87; PF10]

MELL Proof Nets のカット除去は強正規化性を持つ.

Proof Nets から出発した (階層) グラフ書換え系の例：

- Interaction Nets [Laf89]
  - Interaction Nets with Boxes [AFM11]
  - Hypernet [Mur20]
- ✓ 主に関数型言語の計算モデルとして有用
- ▲ 表現可能なグラフ構造が限定されていて、  
モデリング言語としては十分とは言えない

本研究では、モデリング目的で設計された階層グラフ書換え系から出発し、論理体系との対応を考察する。

今回は、**階層グラフ書換え言語 LMNtal** を採用する。

- ✓ 構造的操作的意味論 (SOS) を持つ
  - グラフ変換は、Double Pushout(圏論) による意味論が主流
- ✓ 様々な他体系との対応が調べられている
  - 並行計算モデルやラムダ計算等
- ✓ オープンソースの処理系 [石川 +08] がある
  - <https://github.com/lmntal>, メンテナンスが続いている
- ✓ 処理系がモデル検査器機能を提供している [GHU11]

## The syntax of LMNtal

### プロセス

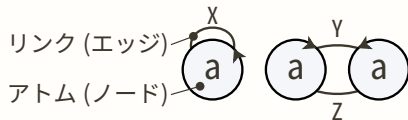
$P ::= 0$  (空)  
|  $p(X_1, \dots, X_m)$  (アトム)  
|  $P, P$  (分子)  
|  $\{P\}$  (膜)  
|  $[RuleName @@] T :- T$  (ルール)

### プロセステンプレート

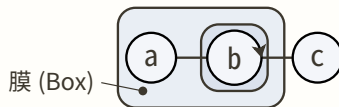
$T ::= 0$  (空)  
|  $p(X_1, \dots, X_m)$  (アトム)  
|  $T, T$  (分子)  
|  $\{T\}$  (膜)  
|  $[RuleName @@] T :- T$  (ルール)  
|  $@ p$  (ルール文脈)  
|  $\$p[X_1, \dots, X_m | A]$  (プロセス文脈)  
|  $p(*X_1, \dots, *X_m)$  (アトム集団)

### 剰余引数

$A ::= []$   
|  $*X$  (リンク束)



$a(X,X), a(Y,Z), a(Y,Z).$



$\{a(X), \{b(Y,X)\}\}, c(Y).$

- アトム (小文字), リンク (大文字)
- 無向多重ポートグラフ [PMD12]
- 矢印は引数順序に対応する
- リンク名は  $\alpha$  変換可能 (重要でない)

## The syntax of LMNtal

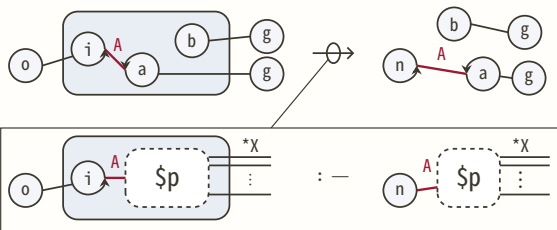
### プロセス

$$\begin{aligned}
 P &::= 0 && (\text{空}) \\
 &| p(X_1, \dots, X_m) && (\text{アトム}) \\
 &| P, P && (\text{分子}) \\
 &| \{P\} && (\text{膜}) \\
 &| [\text{RuleName} @@] T :- T && (\text{ルール})
 \end{aligned}$$

### プロセステンプレート

$$\begin{aligned}
 T &::= 0 && (\text{空}) \\
 &| p(X_1, \dots, X_m) && (\text{アトム}) \\
 &| T, T && (\text{分子}) \\
 &| \{T\} && (\text{膜}) \\
 &| [\text{RuleName} @@] T :- T && (\text{ルール}) \\
 &| @p && (\text{ルール文脈}) \\
 &| \$p[X_1, \dots, X_m | A] && (\text{プロセス文脈}) \\
 &| p(*X_1, \dots, *X_m) && (\text{アトム集団})
 \end{aligned}$$

### 剰余引数

$$\begin{aligned}
 A &::= [] \\
 &| *X && (\text{リンク束})
 \end{aligned}$$


```

o(B), {i(A,B), a(A,G1), b(G2)}, g(G1), g(G2). //init
o(B), {i(A,B), $p[A|*X]} :- n(A), $p[A|*X]. //rule
    
```

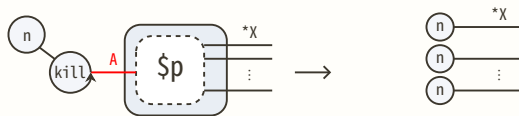
- 自由リンク：片側が接続先未定のリンク
- $\$p$ ：ワイルドカード
- $*X$ ：不特定多数本の自由リンクの列

ルールの適用は SOS[Ued09] に従う。

ライブラリ nlmem(non-linear membrain) [乾 +08] :

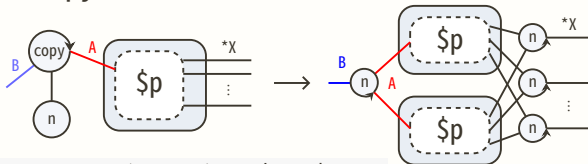
不特定多数の自由リンクを持つ 膜の消去, 複製を安全に行う

膜の消去 nlmem.kill :



`nlmem.kill(A,n), {$p[A|*X]}`

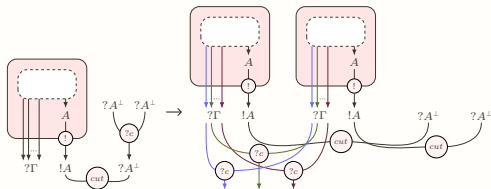
膜の複製 nlmem.copy :



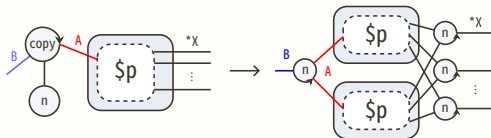
`nlmem.copy(A,n,B), {$p[A|*X]}`

※ ルール前後の自由リンクの本数が等しい = ポインタ安全

エンコード [TU23] において, Contraction に関して,

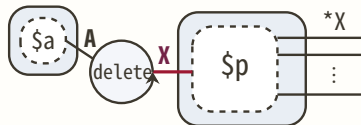


`nlmem.copy` を用いたが,

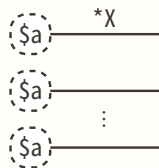


- ✗ アトム以外の構造を不特定多数個生成できない
- ✗ `cut` セル接続部分が直接的でない
- ➡ 直接的に記述することはできなかった

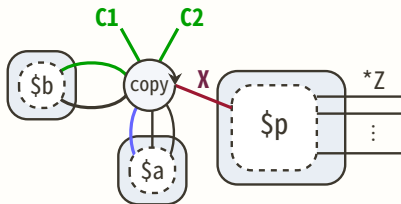
膜の消去 mell.delete :



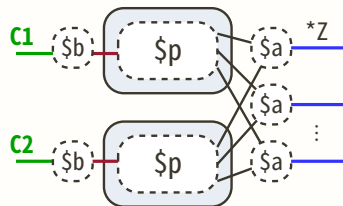
→



膜の複製 mell.copy :



→



※ 詳しい仕様は本発表では省略



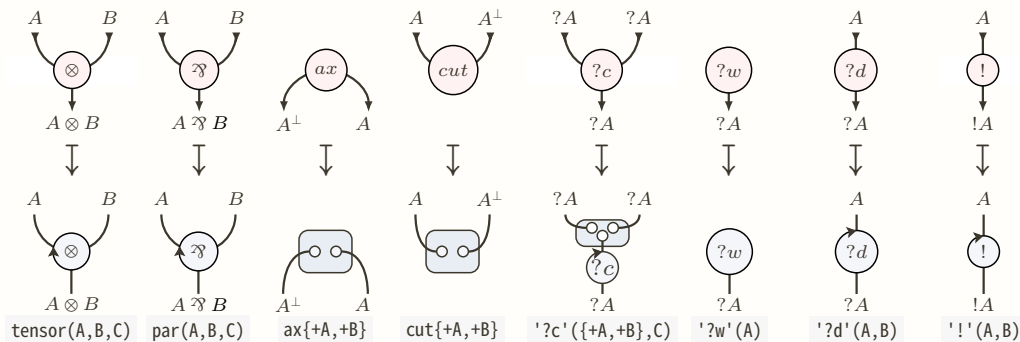
mell.delete, mell.copy を実装した.

- LMNtal 処理系上のライブラリとして実装
- feature/mell ブランチで公開：  
<https://github.com/lmntal/slim/tree/feature/mell>
- 本ブランチをビルドで使用可能

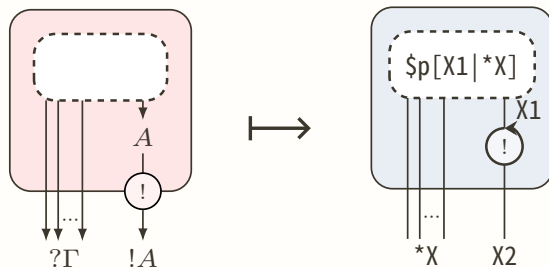
※ 以降の例題は全て処理系上で動作確認済み.

MELL Proof Nets を拡張 LMNtal でエンコードする.

1. 証明構造の構成要素のエンコード
2. カット除去規則のエンコード
3. 実行例：単純型付きラムダ計算の  $\beta$  簡約の状態空間描画
4. エンコードの正しさに関する議論
5. 応用例：ルールの追加，検証

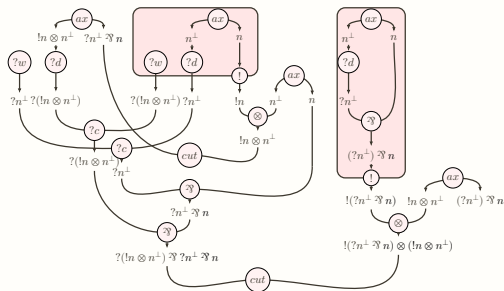


- $\otimes$ ,  $\wp$  の入力の順序づけは, アトムで表現
  - $ax$ ,  $cut$  は入力に順序がないので, 膜で表現
  - $?c$  は, 入出力の区別はアトム, 順序のない入力は膜
- ※ 論理式を表す自由リンクは, アトム formula を繋げる



$\{ '!' (X1, X2), \$p[X1 | *X] \}.$

- Box の外枠は膜で表す.
- $? \Gamma$  は, リンク束  $*X$  で表す.
- 空白部分は, プロセス文脈  $\$p[X1 | *X]$  で表す.



$\mathbf{ax}\{+A1, +A2\}, '?d'(A1, A3), '?w'(A4).$

$\{\mathbf{ax}\{+B1, +B2\}, '?d'(B1, B3), '?w'(B4), '!(B2, B5)\}.$

$'?c'(\{+A3, +B4\}, C1). '?c'(\{+A4, +B3\}, C2). \mathbf{tensor}(B5, T1, D2), \mathbf{ax}\{+T1, +T2\}.$

$\mathbf{cut}\{+A2, +D2\}. \mathbf{par}(C2, T2, P1). \mathbf{par}(C1, P1, F).$

$\mathbf{cut}\{+F, +D4\}.$

$\{\mathbf{ax}\{+E1, +E2\}, '?d'(E1, E3), \mathbf{par}(E3, E2, E4), '!(E4, E5)\}.$

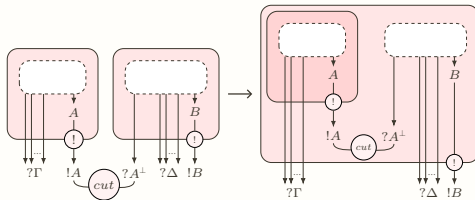
$\mathbf{tensor}(E5, T3, D4), \mathbf{ax}\{+T3, +T4\}. \mathbf{formula}(T4).$

愚直にルールとして落とし込む。

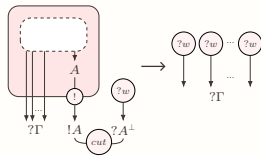
実装：

<https://github.com/kyawaway/MELL-Nets-in-LMNtal/tree/mell-module>

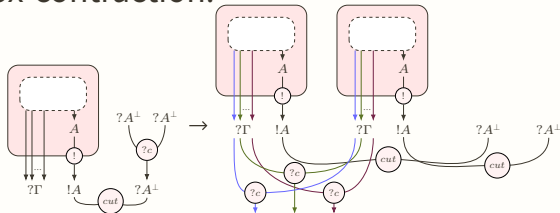
box-nested:

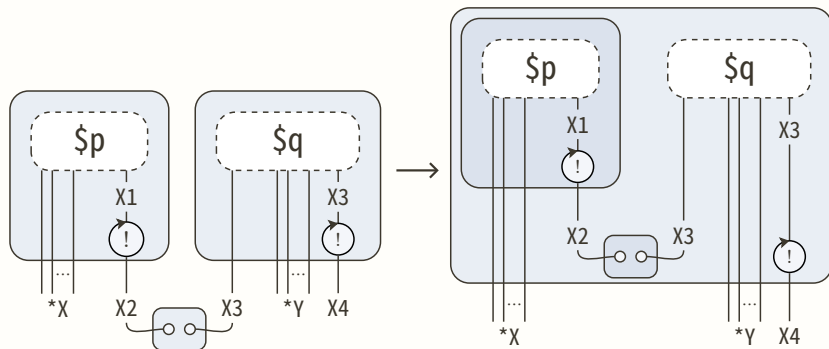


box-weakening:



box-contraction:





```
box_nested@@
```

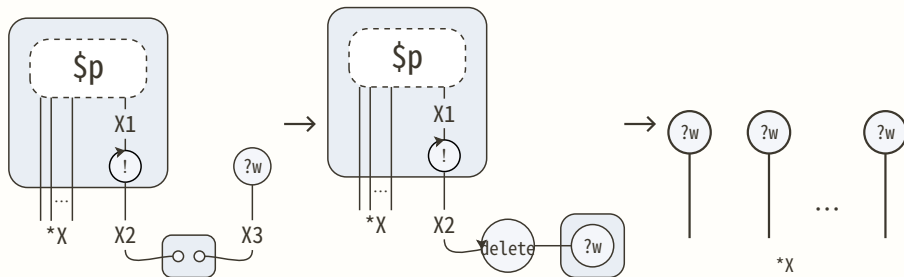
```
{'!'(X1,X2), $p[X1|*X]}, {$q[X3|*Y]}, cut{+X2,+X3}
```

```
:- {{'!'(X1,X2), $p[X1|*X]}, $q[X3|*Y], cut{+X2,+X3}}.
```



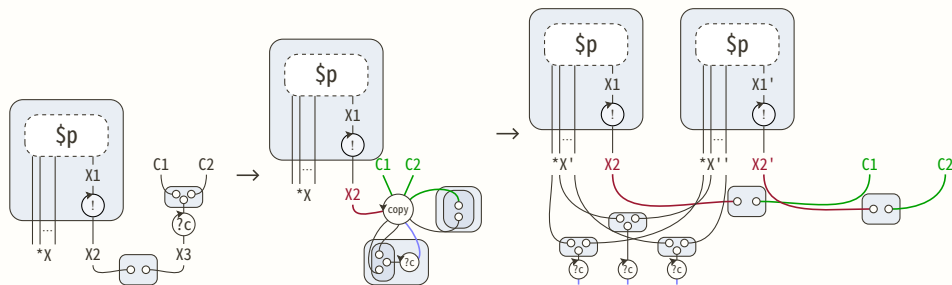
# エンコード 2 : box-weakening

33/54



box\_weakening@@

```
{'!'(X1,X2), $p[X1|*X]}, cut{+X2,+X3}, '?w'(X3)  
:- mell.delete(X,A), {$p[X|*X]}, {'?w'(A)}.
```



box\_contraction@@

$\{ '!' (X1, X2), \$p[X1 | *X] \}, '?c'(\{ +C1, +C2 \}, X3), \text{cut}\{ +X2, +X3 \},$

$:- \text{mell.copy}(X2, A1, A2, A3, B1, B2, C1, C2),$

$\{ '!' (X1, X2), \$p[X1 | *X] \},$

$\{ '?c'(\{ +A1, +A2 \}, A3) \}, \{ \text{cut}\{ +B1, +B2 \} \}.$

旧バージョン (n1mem.copy を使用) :

```
box_contraction_step1@@  
{'!'(X1,X2), $p[X1|*X]}, cut{+X2,+X3}, '?c'({+C1,+C2},X3)  
:- n1mem.copy(X2, '?c_sub',C), {'!'(X1,X2), $p[X1|*X]}, cut_sub(C,C1,C2).
```

```
box_contraction_step2@@  
'?c_sub'(A,B,C) :- '?c'({+A,+B},C).
```

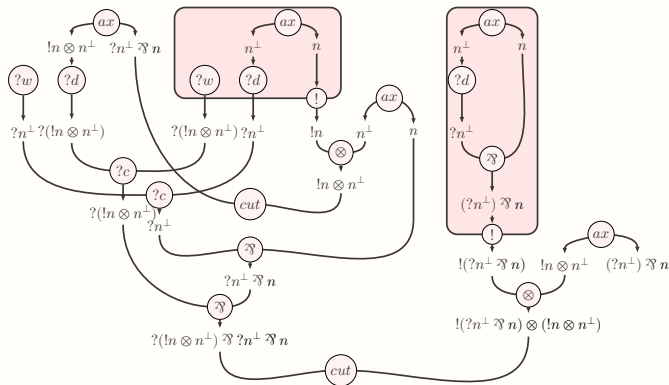
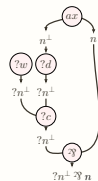
```
box_contraction_step3@@  
'?c'({+X21,+X22},XC), cut_sub(XC,C1,C2) :- cut{+X21,+C1}, cut{+X22,+C2}.
```

✓ 3 ステップに分けていたが, 1 ステップで記述できた

$$(\lambda f:n \rightarrow n . \lambda x:n . f x) (\lambda x:n . x)$$

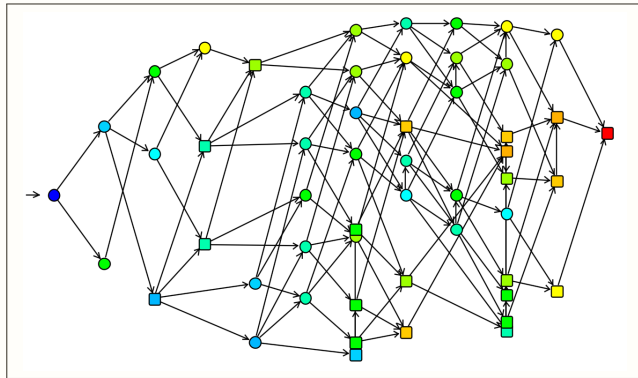
 $\Rightarrow$ 

$$(\lambda x:n . x)$$

 $\Downarrow$ 

 $\Rightarrow$ 
 $\Downarrow$ 


この書換えの状態空間を出力する。

状態空間 (StateViewer [綾野 +10] により出力)：



任意の状態から有限ステップで唯一の終了状態 (赤) に到達。

→ 合流性，強正規性が現れている

一般的には,,,

1. 仕様が与えられ,
2. それを満たすアルゴリズムを記述し,
3. アルゴリズムの健全性, 完全性, 決定性などを証明する

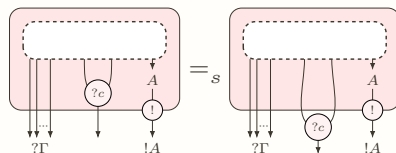
今回の場合は, **アルゴリズムが限りなく仕様に近い.**

→ どちらも図表現があり, 非形式的には図より明らか

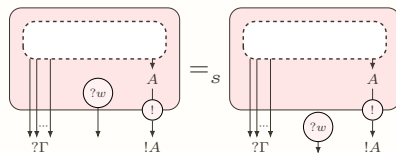
※ 形式的には, それぞれの数学的定義間の対応を取る

以下の同値関係  $=_s$  [Dan90; DG99] の導入を考える.

(a) contraction-pull-equivalence



(b) weakening-pull-equivalence



- 代入表現に関する細かい区別において必要となる

これらを追加した時のカット除去の性質はどうなるか？

```
box_contraction_pull@@
```

```
{'!'(X1,X2), '?c'({+X3,+X4},X5), $p[X1,X3,X4|*X]}  
:- {'!'(X1,X2), $p[X1,X3,X4|*X]}, '?c'({+X3,+X4},X5).
```

```
box_contraction_push@@
```

```
{'!'(X1,X2), $p[X1,X3,X4|*X]}, '?c'({+X3,+X4},X5)  
:- {'!'(X1,X2), $p[X1,X3,X4|*X]}, '?c'({+X3,+X4},X5)}.
```

```
box_weakening_pull@@
```

```
{'!'(X1,X2), '?w'(X3), $p[X1|*X]} :- {'!'(X1,X2), $p[X1|*X]}, '?w'(X3).
```

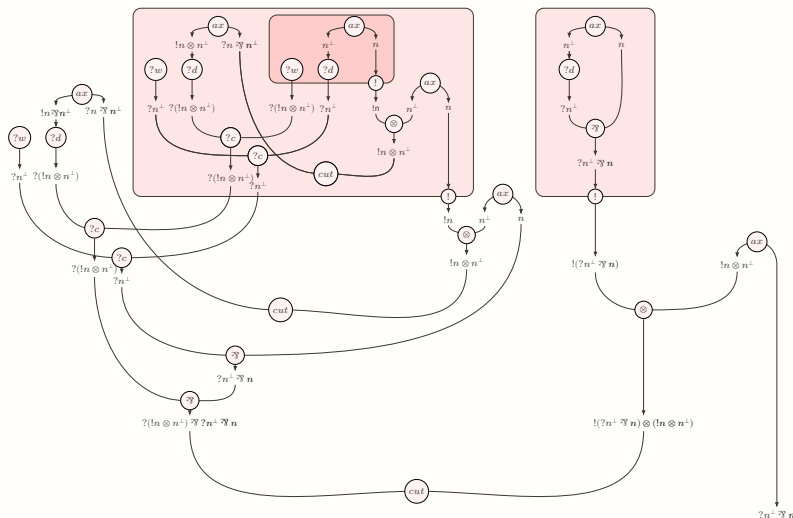
```
box_weakening_push@@
```

```
{'!'(X1,X2), $p[X1|*X]}, '?w'(X3) :- {'!'(X1,X2), '?w'(X3), $p[X1|*X]}.
```

$\rightarrow_s$  : pull(Box から取り出す),  $\leftarrow_s$  : push(Box に入れる)



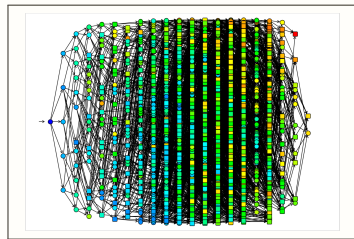
$(\lambda f:n \rightarrow n . \lambda x:n . f (f x)) (\lambda x:n . x)$  に対応する：



# 応用例：Contraction の $=_s$

42/54

pull:

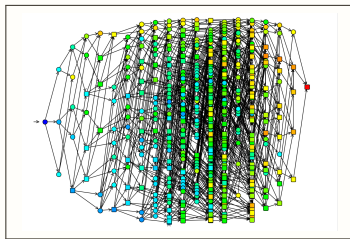


状態数：1808

終了状態数：1

(CR, SN)

push:

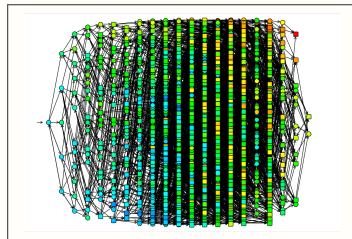


状態数：476

終了状態数：1

(CR, SN)

equivalence:



状態数：1808

終了状態数：1

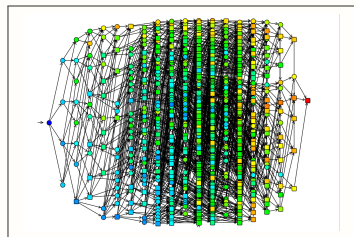
(CR)

※ equivalence ( $=_s$ ) = pull ( $\rightarrow_s$ ) + push ( $\leftarrow_s$ )

# 応用例：Weakening の $=_s$

43/54

pull:

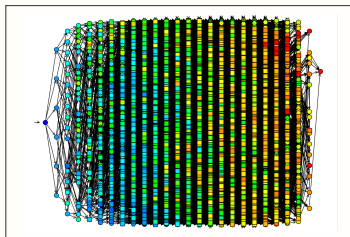


状態数：756

終了状態数：1

(CR, SN)

push:

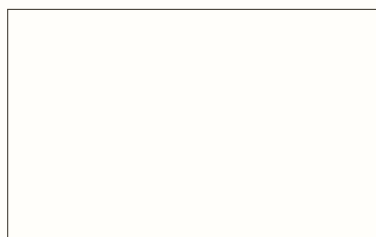


状態数：41216

終了状態数：16

(SN)

equivalence:

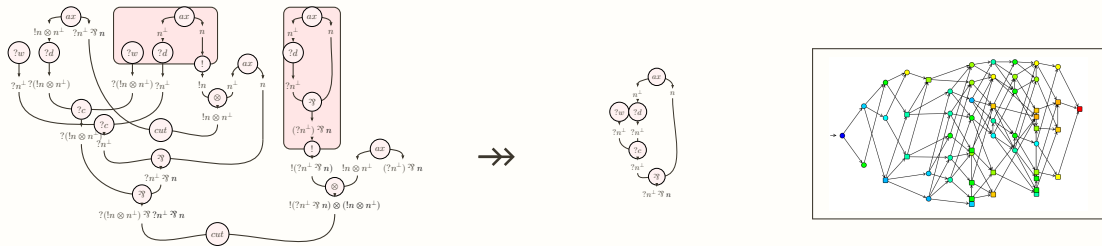


状態数：? (爆発)

- ✓ Promotion Box の書換え規則を容易に追加できた
- ✓ 状態空間描画機能を用いて，性質の変化を視覚化できた

- 自然にエンコードできた

- Proof Nets のワークベンチとして有用である



mell ライブラリの階層グラフ書換えにおける有用性を、  
例題の記述によって検討する．

? Promotion Box は，階層グラフ書換えによる  
計算やモデリングにおいて有用か？

→ ①  $\pi$  計算や ② Ambient 計算等，  
プロセス計算のエンコードにおいて使用可能  
(Ambient の表現や，プロセスの複製，強制終了等)

プロセスの複製，強制終了のエンコードで使用可能：

1. 同期  $\pi$  計算 [Ued09]：プロセスの強制終了

$$(x(y).P + M \mid \bar{x}\langle z \rangle.Q + N) \rightarrow P[z/y] \mid Q$$

`nlmem.kill`：

```
comm@@ { $\$x$ ,+C1,+C2},{get(C1,Y,{ $\$p[Y]*V1$ })}, $\$m$ },{snd(C2,Z,{ $\$q$ })}, $\$n$ }  
:- { $\$x$ }, $\$p[Z]*V1$ }, $\$q$ ,nlmem.kill({ $\$m$ , $\$n$ }).
```

`mell.delete`：

```
comm@@ { $\$x$ ,+C1,+C2},{get(C1,Y,{ $\$p[Y]*V1$ })}, $\$m$ },{snd(C2,Z,{ $\$q$ })}, $\$n$ }  
:- { $\$x$ }, $\$p[Z]*V1$ }, $\$q$ ,mell.delete({ $\$m$ , $\$n$ },d).
```

## 2. Ambient 計算 [Ued08]：プロセスの複製

$$!(\text{open } m.P) \mid m[Q] \rightarrow P \mid Q \mid !(\text{open } m.P)$$

nlmem.copy :

```
open_repl@@ open_repl(M,{ $p }),{ amb(M1),{ id,+M1,-M2,$mm },$q,@q},{ id,+M,+M2,$m }
:- nlmem.copy({ $p },cp,Copies),copies(Copies,P),
   $q,{ id,+M3,$m,$mm },open_repl(M3,P).
open_repl_aux@@ copies(cp(C1,C2),P),{+C1,$p1} :- $p1,P=C2.
```

mell.copy :

```
open_repl@@ open_repl(M,{ $p }),{ amb(M1),{ id,+M1,-M2,$mm },$q,@q},{ id,+M,+M2,$m }
:- mell.copy({ $p },A1,A2,A3,B1,B2,remove,P),{ cp(A1,A2,A3) },{ B1=B2 },
   $q,{ id,+M3,$m,$mm },open_repl(M3,P).
open_repl_aux@@ remove({ $p }) :- $p.
```

LMNtal 上で、MELL の Promotion Box の動作に基づく操作を定義し、処理系に実装した。

- 膜の copy, delete 操作を定義した

プロセス計算におけるプロセスの削除、複製が表現できた。

- Promotion Box は排除されることが多い
  - Optimal Reduction 等，局所的書換えに基づく書換え系

✓ 一方で、**並行性が求められる動作の記述においては有用**



LMNtal 上で, MELL Proof Nets の Promotion Box の動作に基づく操作を実装し, 階層グラフ書換えへの応用を考えた.

- 膜の copy, delete 操作を定義, 実装した
- 並行計算におけるプロセスの複製, 削除が記述できた

→ **並行性のある動作の記述において有用であった**

LMNtal 上で MELL のカット除去を自然にエンコードできた.

- カット除去の適用パターンの状態空間が構築できた
- ルールの追加と検証が容易であった

→ **Proof Nets のワークベンチとして有用である**

- [TU23] Kento Takyu and Kazunori Ueda. “Encoding MELL Cut Elimination into a Hierarchical Graph Rewriting Language”. In: *The 21st Asian Symposium on Programming Languages and Systems SRC&Posters*. 2023.
- [BB92] Gérard Berry and Gérard Boudol. “The chemical abstract machine”. In: *Theoretical Computer Science* 96.1 (1992), pp. 217–248. ISSN: 0304-3975. DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-3975\(92\)90185-I](https://doi.org/10.1016/0304-3975(92)90185-I).
- [Mil01] Robin Milner. “Bigraphical Reactive Systems”. In: *Proceedings of the 12th International Conference on Concurrency Theory*. CONCUR '01. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2001, pp. 16–35. ISBN: 3-540-42497-0.
- [DHP02] Frank Drewes, Berthold Hoffmann, and Detlef Plump. “Hierarchical Graph Transformation”. In: *Journal of Computer and System Sciences* 64.2 (2002), pp. 249–283. ISSN: 0022-0000. DOI: <https://doi.org/10.1006/jcss.2001.1790>.

- [Ued09] Kazunori Ueda. “LMNtal as a hierarchical logic programming language”. In: *Theoretical Computer Science* 410.46 (2009), pp. 4784–4800. ISSN: 0304-3975. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2009.07.043>.
- [EFP18] Nneka Chinelo Ene, Maribel Fernández, and Bruno Pinaud. “Attributed hierarchical port graphs and applications”. English. In: *Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science, EPTCS* 265 (Feb. 2018). Publisher: Open Publishing Association, pp. 2–19. ISSN: 2075-2180.
- [Gir87] Jean-Yves Girard. “Linear logic”. In: *Theoretical Computer Science* 50.1 (1987), pp. 1–101. ISSN: 0304-3975. DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-3975\(87\)90045-4](https://doi.org/10.1016/0304-3975(87)90045-4).
- [DR89] Vincent Danos and Laurent Regnier. “The Structure of Multiplicatives”. In: *Archive for Mathematical Logic* 28.3 (1989), pp. 181–203. DOI: [10.1007/bf01622878](https://doi.org/10.1007/bf01622878).

- [PF10] Michele Pagani and Lorenzo Tortora de Falco. “Strong normalization property for second order linear logic”. In: *Theoretical Computer Science* 411.2 (2010), pp. 410–444. ISSN: 0304-3975. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2009.07.053>.
- [Laf89] Yves Lafont. “Interaction Nets”. In: *Proceedings of the 17th ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages*. POPL ’90. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 1989, pp. 95–108. ISBN: 0-89791-343-4. DOI: [10.1145/96709.96718](https://doi.org/10.1145/96709.96718).
- [AFM11] Sandra Alves, Maribel Fernández, and Ian Mackie. “A new graphical calculus of proofs”. In: *Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science* 48 (Feb. 2011). DOI: [10.4204/EPTCS.48.8](https://doi.org/10.4204/EPTCS.48.8).
- [Mur20] Koko Muroya. “Hypernet semantics of programming languages”. Ph.D. thesis. University of Birmingham, 2020.

- [石川 +08] 石川 力 et al. “軽量な LMNtal 実行時処理系 SLIM の設計と実装”. In: 全国大会講演論文集. Vol. 第 70 回. Mar. 2008, pp. 153–154.
- [GHU11] Masato Gocho, Taisuke Hori, and Kazunori Ueda. “Evolution of the LMNtal runtime to a parallel model checker”. English. In: *Computer Software* 28.4 (2011), pp. 137–157. ISSN: 0289-6540.
- [PMD12] Bruno Pinaud, Guy Melançon, and Jonathan Dubois. “PORGY: A Visual Graph Rewriting Environment for Complex Systems”. In: *Computer Graphics Forum*. Eurographics Conference on Visualization (EuroVis 2012) 31.3 (2012). Publisher: Wiley, pp. 1265–1274. DOI: [10.1111/j.1467-8659.2012.03119.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2012.03119.x).
- [乾 +08] 乾 敦行 et al. “階層グラフ書換えモデルに基づく統合プログラミング言語 LMNtal”. In: コンピュータソフトウェア 25.1 (2008), 1\_124–1\_150. DOI: [10.11309/jssst.25.1\\_124](https://doi.org/10.11309/jssst.25.1_124).

- [綾野 +10] 綾野 貴之 et al. “統合開発環境による LMNtal モデル検査”. In: コンピュータソフトウェア 27.4 (2010), 4\_197–4\_214. DOI: [10.11309/jssst.27.4\\_197](https://doi.org/10.11309/jssst.27.4_197).
- [Dan90] Vincent Danos. “La Logique Linéaire appliquée à l’étude de divers processus de normalisation (principalement du Lambda-calcul)”. Ph.D. thesis. University of Paris VII, 1990.
- [DG99] Roberto Di Cosmo and Stefano Guerrini. “Strong Normalization of Proof Nets Modulo Structural Congruences”. In: *Rewriting Techniques and Applications*. Ed. by Paliath Narendran and Michael Rusinowitch. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1999, pp. 75–89. ISBN: 978-3-540-48685-5.
- [Ued08] Kazunori Ueda. “Encoding Distributed Process Calculi into LMNtal”. In: *Electronic Notes in Theoretical Computer Science* 209 (2008), pp. 187–200. ISSN: 1571-0661. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.entcs.2008.04.012>.