

Sústavy lineárnych rovníc a nerovníc

Sústava dvoch lineárnych rovníc s dvomi neznámymi

- je to dvojica rovníc, ktoré sú v tvare:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

(alebo sa na tento tvar dajú upraviť pomocou ekvivalentných úprav)

- *riešiť sústavu dvoch rovníc s dvomi neznámymi* znamená hľadať také hodnoty premenných (oboch), aby vyhovovali oboch rovniciam súčasne – čiže prienik riešení oboch rovníc
- sústava rovníc môže mať:
 - a) *jedno riešenie*, ktorým je usporiadaná dvojica $[x; y]$
 - b) *nekonečne veľa riešení* – ak sú si rovnice navzájom násobkom, teda sú v tvare:

$$ax + by = c$$

$$kax + kby = kc \text{ kde } k \in R$$

riešením je ľubovoľná usporiadaná dvojica v tvare $\left[x; \frac{c-ax}{b}\right]$ resp. $\left[\frac{c-by}{a}; y\right]$

- c) *žiadne riešenie* – ak jedny strany rovníc sú si násobkom a druhé nie

$$ax + by = c$$

$$k_1ax + k_1by = k_2c \text{ kde } k_1, k_2 \in R; k_1 \neq k_2$$

Metódy riešenia sústav dvoch rovníc s dvomi neznámymi

1. *sčítacia* – rovnice sústavy vynásobíme zvolenými číslami tak, aby sa po sčítaní rovníc jedna neznáma vylúčila
 - tak dostaneme jednu rovnicu s jednou neznámou, ktorú riešime pomocou ekvivalentných úprav
2. *dosadzovacia* – jednu neznámu vyjadríme z jednej rovnice a dosadíme do druhej, čím sa táto neznáma vylúči
 - opäť dostávame rovnicu s jednou neznámou
3. *porovnávaciacia* – vyjadríme rovnakú neznámu z oboch rovníc a dáme ich do rovnosti, čím sa táto neznáma vylúči
4. *grafická* – znázorníme karteziánske grafy oboch rovníc – priamky v súradnicovej sústave
 - a) riešením sústavy rovníc sú súradnice priesečníka $[x; y]$ – *jedno riešenie*
 - b) sústava *nemá riešenie* práve vtedy, ak sú priamky rovnobežné rôzne
 - c) sústava má *nekonečne veľa riešení*, ak sú priamky rovnobežné totožné

***sústava troch rovníc s tromi neznámymi sa rieši rovnako, teda obdobou sčítacej metódy je riešenie pomocou matice (úprava na diagonálny, resp. horný alebo dolný trojuholníkový tvar),

dosadzovacia metóda sa používa rovnako ako pri dvoch rovniciach; grafická je pomerne nepraktická, keďže karteziánskym grafom rovnice s tromi neznámymi je rovina v priestore

***Sústava rovnice a nerovnice s dvomi neznámymi
resp. dvoch nerovníc s dvomi neznámymi***

- *lineárna nerovnica* s dvomi neznámymi x a y je nerovnica typu:

$$ax + by > c$$

$$ax + by < c$$

$$ax + by \geq c$$

$$ax + by \leq c$$

kde $a, b, c \in \mathbb{R}$; $[a; b] \neq [0; 0]$

- karteziánskym grafom takejto lineárnej nerovnice je *polrovina* s hraničnou priamkou

$$ax + by = c$$

- riešením sústavy dvoch lineárnych nerovníc s dvomi neznámymi sú všetky usporiadané dvojice $[x; y]$, ktoré vyhovujú obom nerovniciam súčasne – z grafického hľadiska to znamená tie, ktoré ležia súčasne v oboch polrovinách určených nerovnicami (t.j. v ich prieniku)
- metóda riešenia sústavy dvoch nerovníc resp. rovnice a nerovnice s dvomi neznámymi je výlučne *grafická metóda*
- *riešenie sústavy dvoch nerovníc* je:
 1. nekonečne veľa
 - a) časť roviny (ak sú hraničné priamky rôznobežné, alebo rovnobežné rôzne a polroviny majú spoločný bod,...)
 - b) priamka (ak majú totožnú hraničnú priamku, ktorá do oboch polrovín patrí, teda obe nerovnice obsahujú jeden zo znakov nerovnosti „ \leq “, „ \geq “, a nemajú spoločné ďalšie body, riešením sú body tejto hraničnej priamky)
 2. žiadne riešenie (ak polroviny nemajú spoločné body...)
- *riešením sústavy rovnice a nerovnice* s dvomi neznámymi je:
 1. priamka
 2. polpriamka
 3. žiadne riešenie

(podľa vzájomnej polohy priamky a polroviny)