

Teória pravdepodobnosti

Definícia: Daná je konečná množina Ω . **Udalosťou** (= **javom**) nazývame ľubovoľnú podmnožinu množiny Ω .

Pravdepodobnosťou $P(A)$ udalosti A nazývame číslo

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

kde m je počet prvkov množiny A , n je počet prvkov množiny Ω .

Príklad: Vo vrecúšku je 7 červených a 9 žltých guľôčok. Aká je pravdepodobnosť, že náhodným výberom vytiahneme červenú guľôčku?

Riešenie:

Ω = množina guľôčok vo vrecúšku – počet guľôčok $n = 7 + 9 = 16$

A = množina červených guľôčok - počet „priaznivých možností“ pri výbere $m = 7$

pravdepodobnosť, že vytiahneme červenú guľôčku je

$$P(A) = \frac{7}{16} = 0,4375$$

Veta: Pre ľubovoľnú množinu $A \subset \Omega$ platí:

- a) $0 \leq P(A) \leq 1$
- b) $P(\emptyset) = 0$
- c) $P(\Omega) = 1$

Dôkaz:

- a) Nech n je počet prvkov množiny Ω , m je počet prvkov množiny $A \subset \Omega$. Pretože n je prirodzené číslo a m je nezáporné číslo, platí $0 \leq \frac{m}{n} = P(A)$.

Pretože $m \leq n$, platí $P(A) = \frac{m}{n} \leq 1$.

- b) $P(\emptyset) = \frac{0}{n} = 0$
- c) $P(\Omega) = \frac{n}{n} = 1$

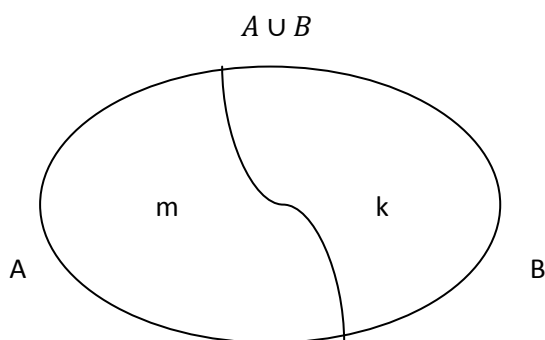
Veta: Nech $A, B \subset \Omega$, $A \cap B = \emptyset$. Potom

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Dôkaz:

Všeobecne platí, že ak A má m prvkov, B má k prvkov a $A \cap B = \emptyset$, tak $A \cup B$ má $m+k$ prvkov. Preto

$$P(A \cup B) = \frac{m+k}{n} = \frac{m}{n} + \frac{k}{n} = P(A) + P(B)$$

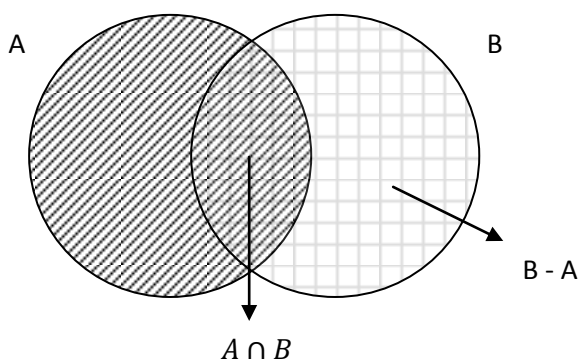


Dôsledok 1 Pre ľubovoľnú množinu $A \subset \Omega$ platí

$$P(A') = 1 - P(A)$$

Dôsledok 2 Pre ľubovoľné množiny $A, B \subset \Omega$ platí

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Dôkaz:

Pretože množiny A a $B - A$ sú disjunktné (= ich prienik je prázdna množina), podľa predchádzajúcej vety platí

$$P(A \cup B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \quad (1)$$

Pretože sú disjunktné aj množiny $A \cap B$ a $B - A$, podľa tej istej vety platí

$$P(B) = P(B - A) + P(A \cap B)$$

a teda

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \quad (2)$$

Po dosadení (2) do (1) dostaneme

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Definícia: Udalosti $A, B \subset \Omega$ sa nazývajú **nezávislé**, ak

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

*** príkladom nezávislých udalostí sú opakujúce sa pokusy, kde ďalší pokus nezávisí od predchádzajúceho, hod kockou, mincou, ...