

Kvadratická funkcia

Kvadratická funkcia je každá funkcia daná predpisom $f: y = ax^2 + bx + c$ pričom $a, b, c \in \mathbb{R}$ a $a \neq 0$. Grafom je parabola, ktorá má os rovnobežnú s osou y a vrchol paraboly je jej priesečník s jej osou. Pretína y -ovú os v hodnote absolútneho člena c , x -ovú os v hodnotách koreňov príslušnej kvadratickej rovnice.

Súradnice vrcholu paraboly

Zistíme ich na základe posunutia „základnej“ paraboly $y = x^2$, ktorá má vrchol v bode $V[0; 0]$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - a \frac{b^2}{4a^2} + c$$

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c$$

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} \right) + c$$

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

Vrchol sa teda posunul oproti pôvodnému do bodu

$$V \left[-\frac{b}{2a}; c - \frac{b^2}{4a} \right]$$

Druhy kvadratických funkcií

Podľa hodnoty parametra a delíme funkcie na:

$$a > 0$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = \left\langle c - \frac{b^2}{4a}; \infty \right)$$

Funkcia je rastúca na intervale $\left(-\frac{b}{2a}; \infty \right)$,

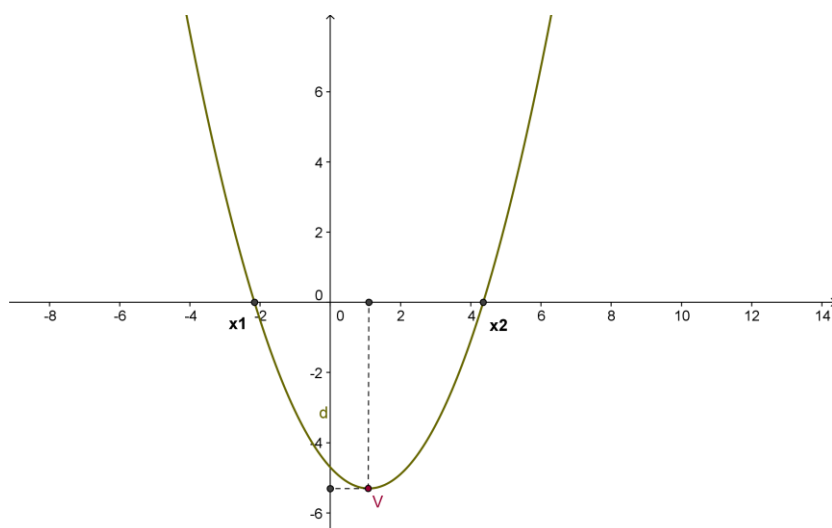
klesajúca na intervale $\left(-\infty; -\frac{b}{2a} \right)$, zdola

ohraničená hodnotou $c - \frac{b^2}{4a}$,

zhora neohraničená,

dosahuje ostré minimum

v bode $-\frac{b}{2a}$, maximum nemá, je párna v prípade, že $b = 0$, inak nie je ani párna ani nepárna, nie je prostá. Je konvexná na celom definičnom obore.



$$a < 0$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

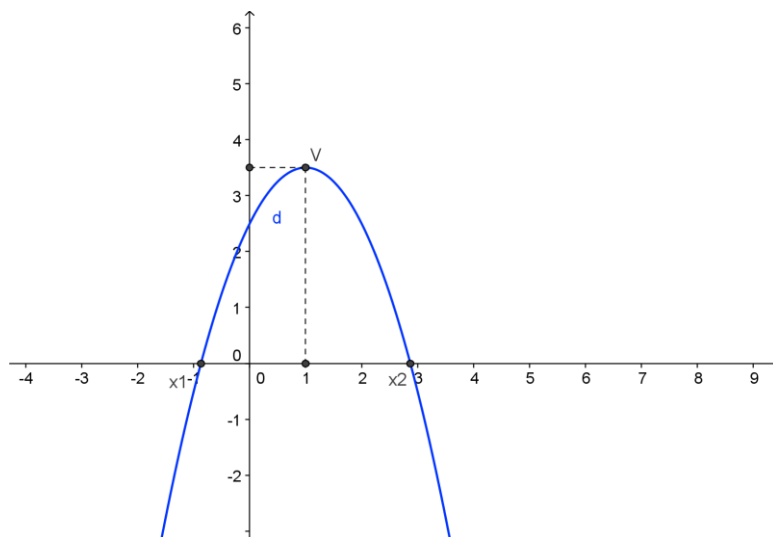
$$H(f) = \left(-\infty; c - \frac{c^2}{4a}\right)$$

Funkcia je klesajúca na intervale

$\left(-\frac{b}{2a}; \infty\right)$, rastúca na intervale

$\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$, zhora ohraničená

hodnotou $c - \frac{b^2}{4a}$, zdola



neohraničená, dosahuje maximum v bode $-\frac{b}{2a}$, minimum nemá, je párna v prípade, že $b = 0$, inak nie je ani párna ani nepárna, nie je prostá. Je konkávna na celom definičnom obore.

Ak príslušná kvadratická rovnica $ax^2 + bx + c = 0$ má dva korene grafom je parabola, ktorá pretína os x v dvoch bodoch, ak má jeden dvojnásobný koreň, tak má parabola vrchol na osi x, ak nemá korene, nemá graf s osou x spoločné body. S osou y má jeden priesečník vždy.