

**GYMNÁZIUM, HLINSKÁ 29, 011 80 ŽILINA**

**Množiny a množinové operácie**

**Autor: Andrej Šišila**

**Školský rok: 2012/13**

**Trieda: IV.A**

# MNOŽINY

## Množina

- je súbor prvkov, ktoré spĺňajú určitú vlastnosť
- je jednoznačne určená, keď o každom prvku viem povedať, či danú vlastnosť má alebo nemá, t.j. či do množiny patrí alebo nepatrí
- prvok  $x$  patrí do množiny  $A$  zapisujeme:  $x \in A$
- prvok  $x$  nepatrí do množiny  $A$  zapisujeme:  $x \notin A$
- označenie množiny:  $A, B, R \dots$
- prvky:  $a, b, 1, 2, \dots$

## Určovanie množín:

Množinu určujeme vymenovaním všetkých jej prvkov; platí pri konečných množinách

### • Konečná množina:

- je to množina, ktorá má konečný počet prvkov

- napr.  $A = \{2, 4, 6, 8\}$
- môže vzniknúť aj udaním charakteristickej vlastnosti prvku množiny

### • Nekonečná množina:

-je to množina, ktorá má nekonečný počet prvkov

- napr. množina všetkých reálnych čísel;
- napr.  $B = \{x \in \mathbb{Z}; x \geq 6\}$

## VZŤAHY:

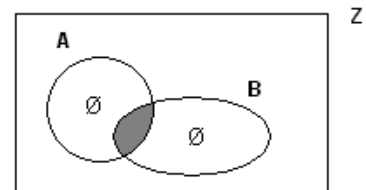
### Rovnosť množín:

• množiny  $A$  a  $B$  sa rovnajú ( $A=B$ ) práve vtedy, keď každý prvok množiny  $A$  je prvkom množiny  $B$  a každý prvok množiny  $B$  je prvkom množiny  $A$

•  $A=B \Leftrightarrow \forall x; x \in A \Leftrightarrow x \in B$

• rovnosť množín je:

- reflexívna:  $A=A$
- symetrická:  $A=B \Rightarrow B=A$
- tranzitívna:  $A=B \wedge B=C \Rightarrow A=C$



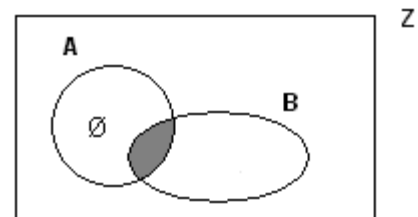
### Množinová inklúzia:

• Množina  $A$  je podmnožinou množiny  $B$  (alebo  $B$  je nadmnožinou množiny  $A$ ) a píšeme  $A \subset B$ , ak každý prvok množiny  $A$  je zároveň prvkom množiny  $B$

•  $A \subset B \Leftrightarrow \forall x; x \in A \Rightarrow x \in B$

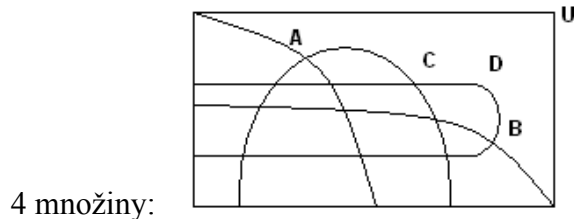
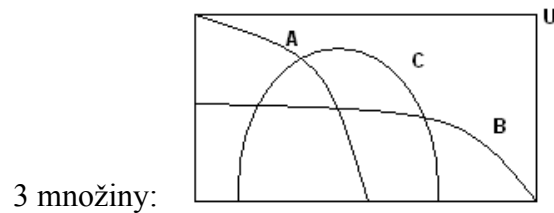
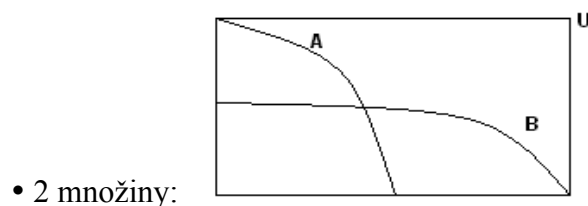
• vlastnosti:

- reflexívnosť:  $A \subset A$
- tranzitívnosť:  $A \subset B \wedge B \subset C \Rightarrow A \subset C$
- každá množina je nadmnožinou prázdnej množiny;  $\emptyset \subset A$



### Grafické vyjadrenie množín:

- vzťahy medzi množinami vyjadrujeme pomocou tzv. **Vennových diagramov**
- množinu  $U$  nazývame základná množina



### OPERÁCIE:

#### Zjednotenie množín:

- Zjednotením množín  $A, B$  nazývame množinu  $A \cup B$  tvorenú práve tými objektmi  $x$ , ktoré sú prvkami aspoň jednej z množín  $A, B$

- $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$

- vlastnosti:

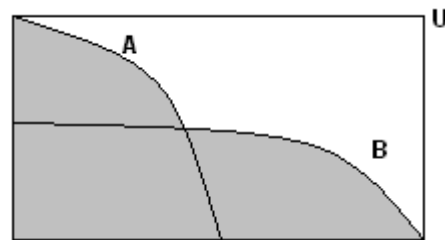
- $A \cup A = A$

- $A \cup B = B \cup A$  komutatívnosť

- $A \cup \emptyset = A$

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  asociatívnosť

- $A \cap B \Rightarrow A \cup B = B$



#### Prienik množín:

- Prienikom množín  $A, B$  nazývame množinu  $A \cap B$  tvorenú práve tými objektmi  $x$ , ktoré sú súčasne prvkami oboch množín  $A, B$

- $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$

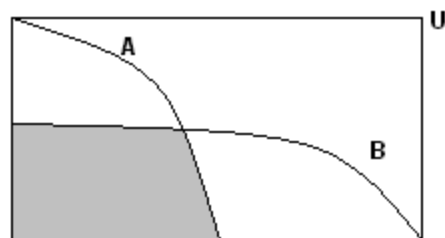
- vlastnosti:

- $A \cap A = A$

- $A \cap B = B \cap A$  komutatívnosť

- $A \cap \emptyset = \emptyset$

- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$  asociatívnosť



#### Rozdiel množín:

- Rozdielom množín  $A, B$  (v uvedenom poradí) nazývame množinu  $A - B$  tvorenú práve tými objektmi  $x$ , ktoré patria do množiny  $A$  a nepatria do množiny  $B$

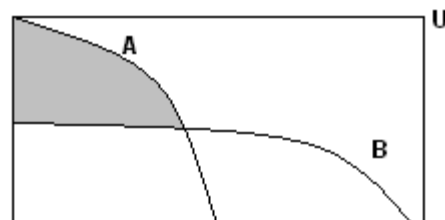
- $x \in A - B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$

- vlastnosti:

- $A - A = \emptyset$

- $A - \emptyset = A$

- $\emptyset - A = \emptyset$

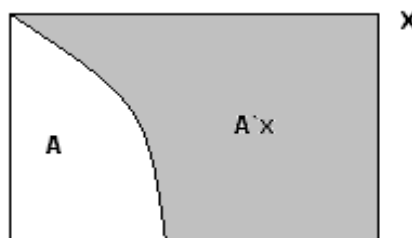


- $(A-B) \subset A$
- ak  $A \neq B$ , tak  $A-B \neq B-A$
- $(A-B) \cap (B-A) = \emptyset$  operácia rozdielu nie je komutatívna
- $A-B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B$

### Doplnok množín:

• Doplnkom (komplementom) množiny  $A$  v jej nadmnožine  $X$  nazývame množinu  $A^c$  tvorenú práve tými objektmi  $x$ , ktoré sú prvkami  $X$ , ale nie sú prvkami  $A$

- vlastnosti:
- $A^c \cup A = X$
- $A^c \cap A = \emptyset$
- $A^c \cup A = X$
- $(A^c)^c = A$



### De Morganove pravidlá:

- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- $A \cap B = \emptyset$  množiny  $A$  a  $B$  sú DISJUNKTNÉ (nemajú žiadny spoločný prvok)

### Distributívne zákony:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

### Princíp inklúzie a exklúzie:

- Počet prvkov konečnej množiny  $A$  označujeme  $|A|$
- Na výpočet prvkov sa často používa princíp inklúzie a exklúzie (zapojenia a vypojenia).
- pre 2 množiny platí:  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

### Zdroje

<http://z maturuj.zones.sk/materialy/maturitne-temy/matematika-teoria/mnoziny.pdf>