Kombinatorika

- ***variácie k-tej triedy z n prvkov bez opakovania*** sú <u>usporiadané *k-tice*</u> vytvorené z n prvkov, pričom sa žiadny prvok v *k-tici* neopakuje (teda z *n* prvkov vyberieme *k*, záleží na ich poradí a prvky sa neopakujú $k \leq n$)

$$V(k,n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

- ***variácie k-tej triedy z n prvkov s opakovaním*** sú <u>usporiadané *k-tice*</u> vytvorené z *n* prvkov, pričom prvky sa môžu v *k-tici* ľubovoľne opakovať (teda z *n* prvkov vyberieme *k*, záleží na ich poradí a prvky sa opakujú)

$$V'(n,k) = n^k$$

- ***permutácie n prvkov bez opakovania*** sú <u>usporiadané *n-tice*</u> (čiže všetky možné usporiadania všetkých *n* prvkov)

$$P(n) = n!$$

pozn. dodefinujeme $0! = 1$

- ***kombinácie k-tej triedy z n prvkov bez opakovania*** sú ľubovoľné *k-prvkové podmnožiny n-prvkovej množiny*

$$C(k,n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

$\binom{n}{k}$ je *kombinačné číslo* definované pre $k \leq n$

Základné vlastnosti kombinačných čísel

1. $\binom{n}{1} = n;\ \binom{n}{n} = 1;\ \binom{n}{0} = 1;\ \binom{0}{0} = 1$
2. $\forall k \leq n: \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
3. $\forall k \leq n: \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

Pascalov trojuholník je schéma kombinačných čísel

n = 0					1				
n = 1				1		1			
n = 2			1		2		1		
n = 3		1		3		3		1	
n = 4	1		4		6		4		1

n = 0 $\binom{0}{0}$

n = 1 $\binom{1}{0}$ $\binom{1}{1}$

n = 2 $\binom{2}{0}$ $\binom{2}{1}$ $\binom{2}{2}$

n = 3 $\binom{3}{0}$ $\binom{3}{1}$ $\binom{3}{2}$ $\binom{3}{3}$

n = 4 $\binom{4}{0}$ $\binom{4}{1}$ $\binom{4}{2}$ $\binom{4}{3}$ $\binom{4}{4}$

Pascalov trojuholník teda môžu byť zapísané pomocou kombinačných čísel alebo ich hodnôt

Riadky Pascalovho trojuholníka obsahujú koeficienty binomického rozvoja $(a+b)^n$ pre príslušné n

Binomická veta:

$$\forall a, b \in R, \forall n \in N:$$

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \cdots + \binom{n}{n-1} a^1 b^{n-1} + \binom{n}{n} a^0 b^n$$