

1. 设

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases} \quad (1)$$

试证明: $f'(x)$ 在 $x = 0$ 处连续。

2. 设 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上连续, 在 $(0, +\infty)$ 内可微, 且 $f'(x)$ 单调增加, $f(0) = 0$, 证明: $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调增加。

3. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(x+1)}{x^3}$

4. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x^2-e^{-x^2}}{x \sin^3 2x}$