



南 京 大 学 作 业 纸

系别 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 第 _____ 页

(练习(中值定理及以前))

1. 函数 $f(x)$ 在 x_0 生的某邻域内有定义, 则极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = a$ 存在是函数 $f(x)$ 在 x_0 生可导的 () 条件.

A. 充分不必要; B. 必要不充分; C. 充要; D. 不充分不必要.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = ()$

A. 1; B. ∞ ; C. 2; D. 0.

3. $f(x)$ 是 $[0, +\infty)$ 上的单调函数, 则数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$ 存在是函数极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 存在的 () 条件.

A. 充分不必要; B. 必要不充分; C. 充要; D. 不充分不必要.

4. 函数 $y=f(x)$ 有连续导数, 且 $f'(x) > 0$, 已知 $f(1)=4, f(1)=3$, 则 $y=f(2e-1)$ 的反函数在 $y=4$ 处的导数 $\frac{dx}{dy} \Big|_{y=4} =$ _____.

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+2x} - 2\sqrt{x^2+x} + x) =$ _____.

6. $a \neq b$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{bx} - e^{ax}}{\sin bx - \sin ax} =$ _____.

7. 求证不等式 $(\frac{n+1}{e})^n < n!$;



南 京 大 学 作 业 纸

系别 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 第 _____ 页

8. 设函数 $f(x)$ 在 $[x_1, x_2]$ 上可微, 且 $x_1, x_2 > 0$. 证明:

$$\frac{1}{x_1 - x_2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ f(x_1) & f(x_2) \end{vmatrix} = f(\xi) - f(\eta), \quad x_1 < \xi < x_2.$$

(其中行列式 $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{vmatrix} = x_1 x_4 - x_2 x_3$. 补充).

9. 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{1}{2}]$ 上连续, 在 $(0, \frac{1}{2})$ 内可导, 且在该区间上满足 $|f'(x)| \leq |f(x)|$ 以及 $f(0)=0$, 求证: $f(x) \equiv 0$.

($f(x) \equiv 0$ 意思为 $f(x)$ 恒等于 0. 补充).

10. 附加题. 只需使用高中知识.

使用几何方法求 $\cos \frac{2}{3}\pi$ 与 $\cos \frac{4}{3}\pi$ 之和.