

系别_____	班级_____	姓名_____	第_____页
---------	---------	---------	---------

1. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\arctan x$, 则 $\int x f(1-x^2) dx = ()$.

A. $\arctan(1-x^2) + C$. B. $x \arctan(1-x^2) + C$. C. $-\frac{1}{2} \arctan(1-x^2) + C$.
D. $-\frac{1}{2} x \arctan(1-x^2) + C$.

2. 若 $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$, 则 $f(x) = ()$.

A. $\sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x + C$. B. $x - \frac{1}{2} x^2 + C$. C. $\cos x - \sin x + C$.
D. $\frac{1}{2} x^2 - x + C$.

3. 设 $\frac{\sin x}{x}$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, 且 $a \neq 0$, 则 $\int \frac{f(ax)}{a} dx = ()$.

A. $\frac{\sin ax}{a^2 x} + C$. B. $\frac{\sin ax}{a^2 x} + C$. C. $\frac{\sin ax}{ax} + C$. D. $\frac{\sin ax}{x} + C$.

4. 设 $F(x)$ 为函数 $f(x) = \max\{x, x^2\}$ 的一个原函数, 则 ().

A. $x=0, x=1$ 都是 $F(x)$ 的间断点. B. $x=0$ 为 $F'(x)$ 的间断点.
C. $x=1$ 是 $F'(x)$ 的间断点. D. $F'(x)$ 处处连续.

5. $\int \frac{\ln(1-x^2)}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. $\int \frac{1}{\cos^2 x \sin^4 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

系别_____	班级_____	姓名_____	第_____页
---------	---------	---------	---------

7. $y = f(x)$ 由方程 $e^y + 6xy + x^2 = 1$ 所确定, 则 $f''(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 已知 $\forall x \in (-\infty, +\infty)$, $f''(x) \geq 0$, 且 $0 \leq f(x) \leq 1 - e^{-x^2}$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. (1) 证明: $\forall x > 0$, $x - \frac{1}{3}x^3 < \arctan x < x$.
(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\arctan \frac{n}{k}}{n^2 + k^2}$

9. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 4]$ 上有二阶导数, 且 $f(0)=0, f(1)=1, f(4)=2$.
证明存在 $\varepsilon \in (0, 4)$, 使 $f''(\varepsilon) = -\frac{1}{3}$.

10. $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上存在二阶导数, 且 $f(0)=f(1)=0$. 试证至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$, 使 $|f''(\xi)| \geq 8 \max_{0 \leq x \leq 1} |f(x)|$.