南開大學 作业纸

系别________ 班级________ 姓名________ 第 页

1、设 $f(x)=(2+|x|)(\sqrt{1+\sin x}-1)$，则

A. $f'(0)=0$. B. $f'(0)=1$. C. $f'(0)=2$. D. $f(x)$ 在 $x=0$ 不可导.

2、设 $f(x), g(x)$ 都是在 $[a,b]$ 上恒大于零的可导函数，且

$$f'(x)g(x)-f(x)g'(x)<0,\ x\in[a,b].$$

则当 $a<x<b$ 时，有

A. $f(x)g(b)>f(b)g(x)$. B. $f(x)g(a)>f(a)g(x)$.

C. $f(x)g(x)>f(a)g(a)$. D. $f(x)g(x)>f(b)g(b)$.

3、设 $f(x)=\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{2}{x}}}+\dfrac{\tan x}{|x|}$，则 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的（ ）间断点.

A. 无穷. B. 跳跃 C. 可去. D. 都不是.

4、$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2-2\cos x}{x^2}, & x\neq 0\\ 1, & x=0.\end{cases}$，则 $f''(0)=$ ______.

5、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{\cos x}-1+x^2}{(2^x-1)\tan x}=$ ______.

6、设函数 $y=y(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上可导，且：$y'=x^2+y^2$，$y(0)=0$.

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{y(x)}{x^3}$.

南開大學 作业纸

系别______ 班级______ 姓名______ 第 页

7、设$f(x)$在$x=0$处有二阶导数，且

$$\lim_{x\to 0}\frac{xf(x)-\ln(1+x)}{x^3}=\frac{1}{3}.$$

求$f(0)$，$f'(0)$，$f''(0)$.

8、证明

$$x\ln\frac{1+x}{1-x}+\cos x\geqslant 1+\frac{x^2}{2}，-1<x<1.$$

9、$f(x)$在$[0,1]$上有连续三阶导数，且$f(0)=0$，$f(1)=2$，$f'(\frac{1}{2})=1$.

证：在$(0,1)$内存在ξ_1和ξ_2，使得$f'''(\xi_1)\leq 24\leq f'''(\xi_2)$

10、设$f(x)$是$(-\infty,+\infty)$上有二阶导数的函数，且满足：

(难度较大).

$$f(x)\leq f''(x)，\lim_{x\to\infty}e^{-|x|}f(x)=0.$$

证明：$f(x)\leq 0$，$\forall x\in(-\infty,+\infty)$.