

1. 若 $f(x)$ 的一个原函数为 $\arctan x$, 则 $\int x f(1-x) dx = (\quad)$

- A. $\arctan(1-x) + C$ B. $x \arctan(1-x) + C$ C. $-\frac{1}{2} \arctan(1-x) + C$
D. $-\frac{1}{2} x \arctan(1-x) + C$

2. 若 $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$, 则 $f(x) = (\quad)$

- A. $\sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x + C$ B. $x - \frac{1}{2} x^2 + C$ C. $\cos x - \sin x + C$
D. $\frac{1}{2} x^2 - x + C$

3. 设 $\frac{\sin x}{x}$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, 且 $a \neq 0$, 则 $\int \frac{f(ax)}{a} dx = (\quad)$

- A. $\frac{\sin ax}{a^3 x} + C$ B. $\frac{\sin ax}{a^2 x} + C$ C. $\frac{\sin ax}{ax} + C$ D. $\frac{\sin ax}{x} + C$

4. 设 $F(x)$ 为函数 $f(x) = \max\{x, x^2\}$ 的一个原函数, 则 (\quad)

- A. $x=0, x=1$ 都是 $F(x)$ 的间断点 B. $x=0$ 为 $F'(x)$ 的间断点
C. $x=1$ 是 $F'(x)$ 的间断点 D. $F'(x)$ 处处连续

5. $\int \frac{\ln(1-x^2)}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

6. $\int \frac{1}{\cos^2 x \sin^4 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

7. $y = f(x)$ 由方程 $e^y + 6xy + x^2 = 1$ 所确定, 则 $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

8. 已知 $\forall x \in (-\infty, +\infty)$, $f''(x) \geq 0$, 且 $0 \leq f(x) \leq 1 - e^{-x^2}$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

9. (1) 证明: 对 $x > 0$, $x - \frac{1}{3}x^3 < \arctan x < x$.

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arctan \frac{n}{k+1}}{\frac{n}{n^2+k^2}}$

9. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 4]$ 上有二阶导数, 且 $f(0)=0$, $f(1)=1$, $f(4)=2$.

证明存在 $\xi \in (0, 4)$, 使 $f''(\xi) = -\frac{1}{3}$.

10. $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上有二阶导数, 且 $f(0)=f(1)=0$. 试证至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$.

使 $|f'(\xi)| \geq 8 \max_{0 \leq x \leq 1} |f(x)|$.