



南開大學 作業紙

系別_____ 班級_____ 姓名_____ 第_____頁

1. 設函數 $\varphi(x) = \begin{cases} x^2(2+\sin\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$, 且函數 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可導, 則函數

$f(\varphi(x))$ 在 $x=0$ 处 () .

- A. 不連續. B. 連續但不可導. C. 可導且導數為 0. D. 可導且導數不為 0.

2. 設 $f(x), g(x)$ 定義在 $(-1, 1)$ 上, 都在 $x=0$ 处連續, 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{x}, & x \neq 0 \\ 2, & x=0 \end{cases}$.

$$g(0) = ? \quad g'(0) = ?$$

- A. 0 0 B. 0 1 C. 0 2 D. 1 0.

3. 奇函數 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上可導, 且 $|f'(x)| \leq M$ ($M > 0$), 則 $|f(x)|$.

- A. $\geq M$. B. $> M$. C. $\leq M$. D. $< M$.

4. 比較 e^π 和 π^e 大小.



南開大學 作業紙

系別_____ 班級_____ 姓名_____ 第_____頁

5. 已知動點 P 在曲線 $y=x^3$ 上運動, 記坐標原點與距離為 t , 若橫坐標 x 與時間變率為常數 v_0 , 則當點 P 運動到點 (t, t) 時, y 對時間的變化率為 _____.

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\cos x)^{\sin x}}{x^3} =$ _____.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^4} =$ _____.

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{\pi}{2} - \arctan x)^{\frac{1}{\ln x}} =$ _____.

9. (1) 證明: $\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$.

(2) 設 $x_n = (1 + \frac{n^2-n+1}{n^2})(1 + \frac{n^2+n+3}{n^3}) \cdots (1 + \frac{n^2+n-1}{n^2})$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

10. 設 $a_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} - 2\sqrt{n}$. 證明數列 $\{a_n\}$ 收斂.