第二章

稳恒磁场
（二）

§5. 磁场对载流导线的作用

（安培力的应用）

一、安培力

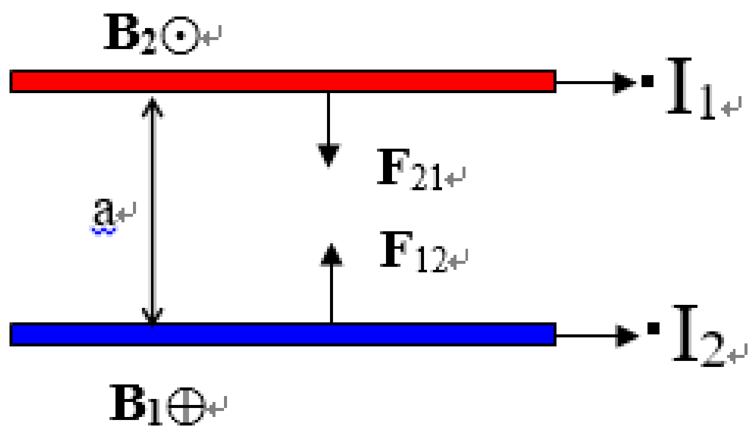
安培力公式：磁场对载流导线的作用力为：

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \int_L d\vec{F} = \int_L Id\vec{l} \times \vec{B}$$

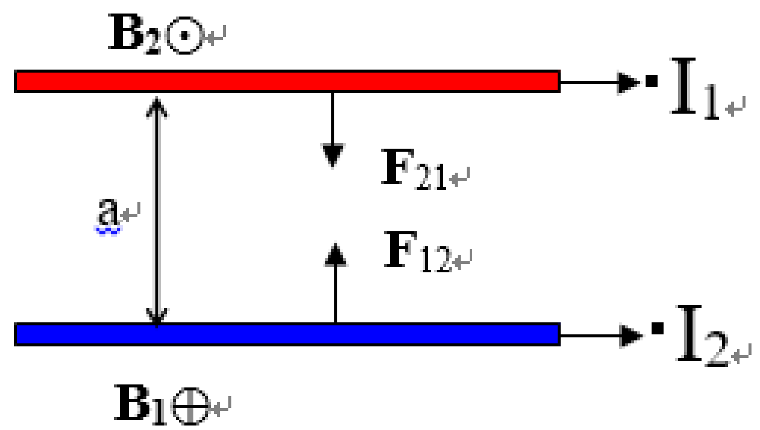
例题：

平行无限长直导线间的相互作用力。



例题：

平行无限长直导线间的相互作用力。



解：　1在2处产生的磁场：

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

2的一段dl_2受到力的大小

$$dF_{12} = I_2 dl_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} dl_2$$

同理 $$dF_{21} = I_1 dl_1 B_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} dl_1$$

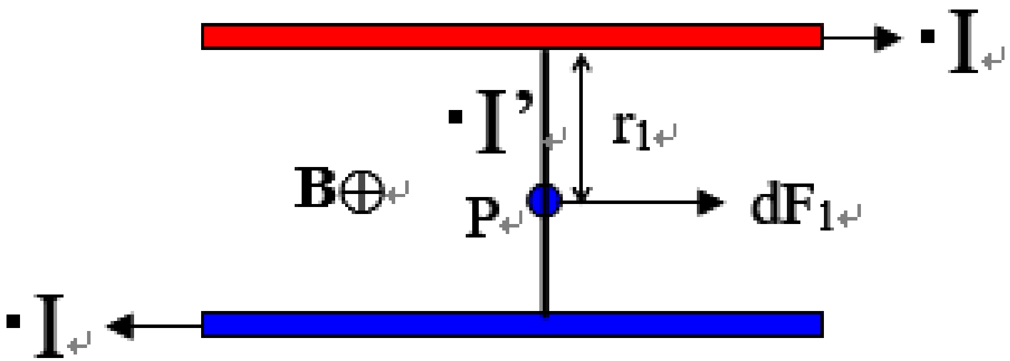
单位长度上作用力的大小为：

$$f = \frac{dF_{12}}{dl_2} = \frac{dF_{21}}{dl_1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

例9.14(P.391)：

平行导轨由两个半径为R的无限长圆柱导体构成，两导轨轴线间距为l，另有一段同导轨垂直的导线AB可沿导轨平行滑动。电流I沿一导轨流入，从另一导轨流回，流经AB导线的电流为I’（I’<<I）。

求：导线AB受到的安培力。



解：导轨1在AB上任一点产生的磁感应强度

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}$$

导线AB受到的安培力F的方向向右，大小为：

$$F_1 = \int_R^{l-R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} I' dr_1 = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi} \ln\frac{l-R}{R}$$

同样的分析可知，导轨2的电流对导线AB作用的安培力F_2的大小和方向与F_1相同，

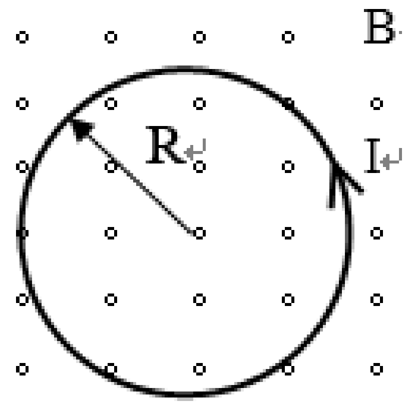
∴导线AB受到的总的安培力的大小为：

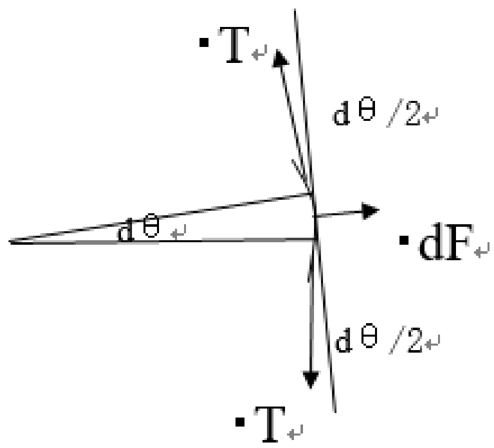
$$F = 2F_1 = \frac{\mu_0 I I'}{\pi} \ln\frac{l-R}{R}$$

习题9.2（5）（P. 429）（重点）：

一线圈半径为R，载有电流I，放在匀强磁场B中，如图所示。

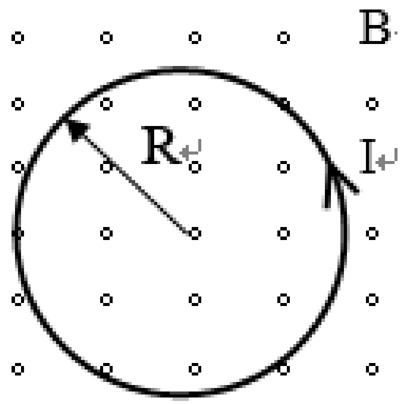
求：此线圈中的张力。





习题9.2（5）（P. 429）（重点）：

一线圈半径为R，载有电流I，放在匀强磁场B中，如图所示。



求：此线圈中的张力。

解：取电流元 Idl =I Rdθ

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

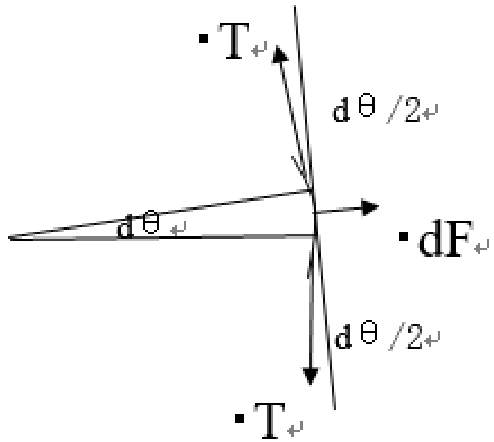
$$dF = IdlB$$

$$2T\sin\frac{d\theta}{2} = IBdl$$

$$\sin\frac{d\theta}{2} = \frac{d\theta}{2}; dl = Rd\theta$$

$$Td\theta = IBRd\theta$$

$$T = IBR$$

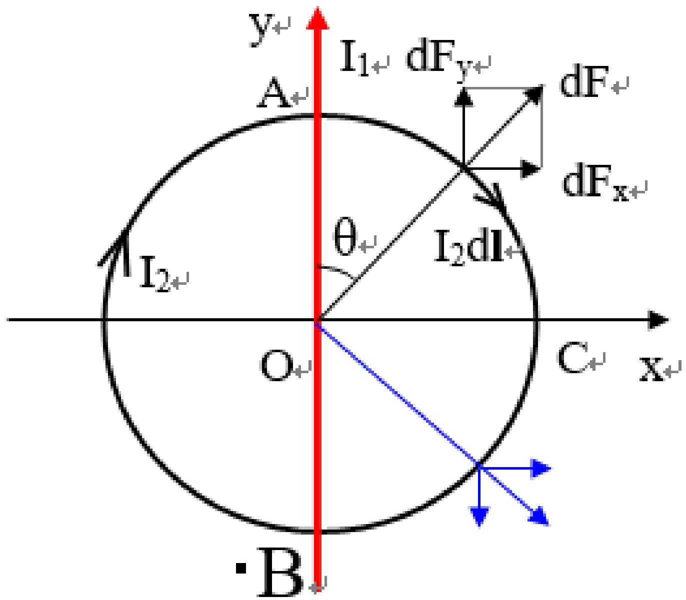


例9.13(P.390)

无限长载流直导线I_1沿半径为R的圆形载流导线I_2的直径AB放置。

求：（1）半圆弧ACB所受安培力的大小和方向；

（2）整个圆形电流所受安培力的大小和方向。



例9.13(P.390)

无限长载流直导线I_1沿半径为R的圆形载流导线I_2的直径AB放置。

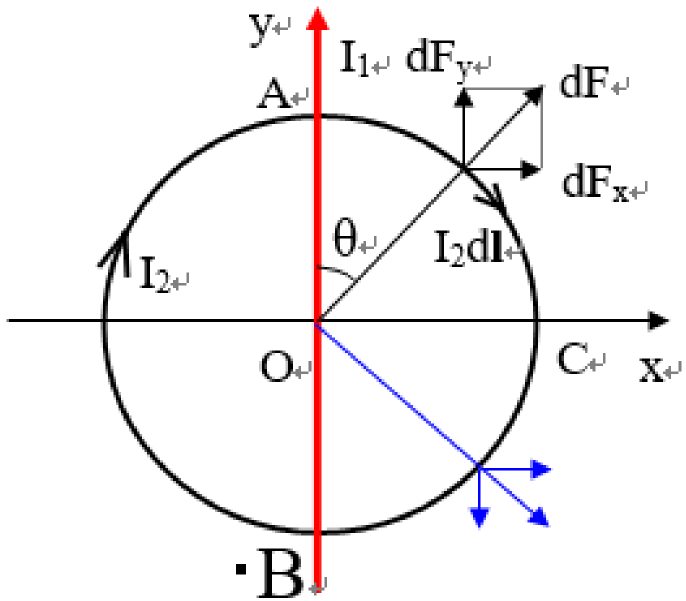
求：（1）半圆弧ACB所受安培力的大小和方向；

（2）整个圆形电流所受安培力的大小和方向。

解：整个圆形电流位于无限长载流直导线产生的非均匀磁场中。

（1）过圆心O取一直角坐标系Oxy，在ACB圆弧上取任一电流元I_2dl，该处磁感应强度的大小为

$$B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$



方向垂直纸面向里。根据安培力公式：

$$d\vec{F} = I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}$$

dl*₂**与B***互相垂直

$$dF = I_2 B \sin 90^0 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi R \sin\theta}$$

将dF分解为x方向和y方向

$$dF_x = dF\sin\theta \qquad dF_y = dF\cos\theta$$

根据圆弧以x轴上下对称，$F_y = \int dF_y = 0$

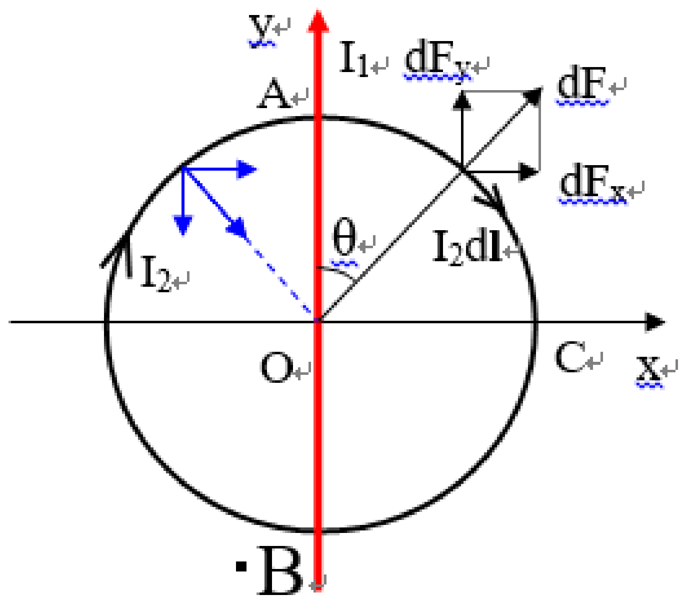
$$F_x = \int dF \sin\theta = \int_0^{\pi R} \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi R \sin\theta} \sin\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \pi R}{2\pi R} = \frac{1}{2}\mu_0 I_1 I_2$$

方向沿x轴的正方向。

（2）左半圆弧处于与右半圆弧对称的磁场中，此处B的方向垂直纸面向外，根据安培力公式，左半圆的安培力也沿x轴的正方向。

∴整个圆环所受的安培力为

$$F = \mu_0 I_1 I_2$$

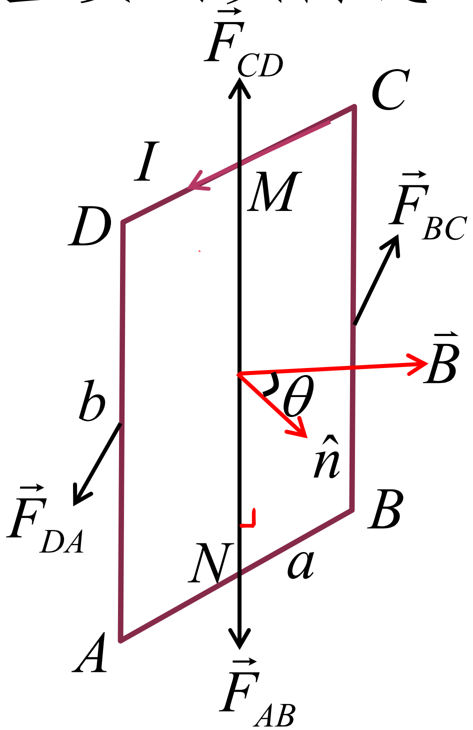


二、均匀磁场对平面载流线圈的作用

各种发动机、电动机以及各种电磁式仪表都涉及载流线圈在磁场中的运动。因此，研究平面载流线圈在磁场中受到的安培力有重要的实际意义。

I为逆时针方向，$\vec{B}$与$\hat{n}$成θ角，

$\vec{F}_{AB}$与 $\vec{F}_{CD}$相等，方向相反，作用线相同，对线圈运动没有贡献。



$\vec{F}_{BC}$ 与 $\vec{F}_{DA}$ 大小相等，方向相反，作用线不同，对线圈不构成加速度，但构成了力矩。

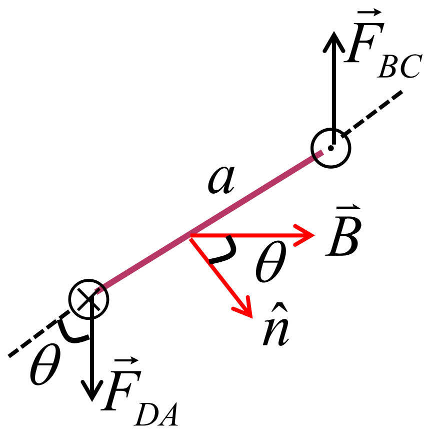
$F_{Bc} = IbB$　方向垂直向里

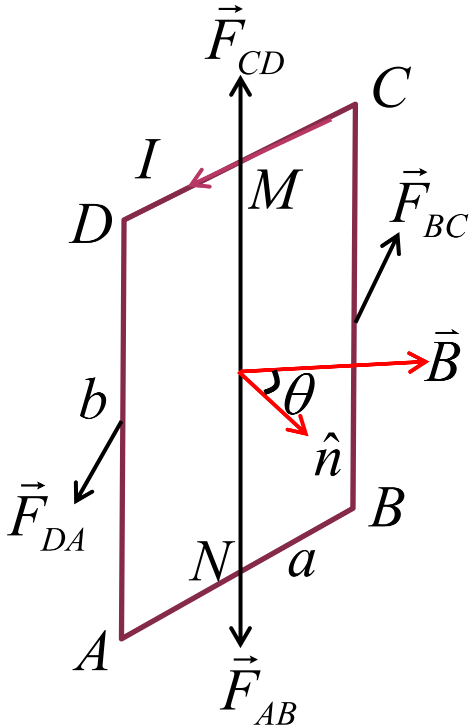
$F_{DA} = IbB$　方向垂直向外

线圈所受力矩：

$$M = F_{BC} \cdot \frac{a}{2} \sin\theta$$

$$+ F_{DA} \cdot \frac{a}{2} \sin\theta = IabB \sin\theta = ISB \sin\theta$$





其中S＝$L_{AD}L_{AB}$是线圈的面积，θ是线圈的正法线方向$\boldsymbol{n}$（由电流方向用右手定则确定）与B间的夹角。

根据线圈磁矩的定义 $\vec{p}_m = IS\hat{n}$ 可将线圈所受到的磁力矩写成矢量的形式：$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$

如果有N匝，则 $\vec{M} = N\vec{p}_m \times \vec{B}$

上式说明均匀磁场对平面载流线圈的磁力矩M与线圈的电流I、线圈的面积S、磁感应强度B以及线圈平面与磁感应强度间的夹角有关。

当$\varphi = \pi/2$（线圈平面与B平行）时，磁力矩M达到最大值

$M_{max} = BIS$

当$\varphi = 0$（线圈平面与B垂直）时，磁力矩$M = 0$

三、磁场力的功

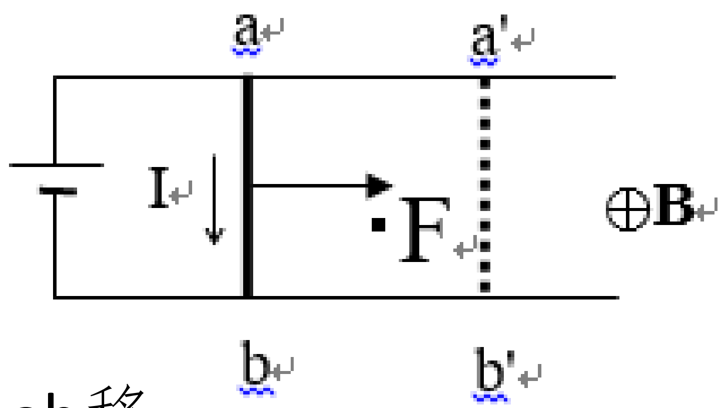
1. 载流导线在磁场中平动时，磁场力的功

导线ab长为L，通有电流I，

可沿导轨无摩擦地滑动。

导线ab所受安培力为：

F＝ILB



在安培力的作用下，导线由ab移到a’b’，这时安培力作的功为：

A＝Faa’＝ILBaa’＝IB△S＝I△Φ

此式说明，磁场力的功等于电流乘以通过回路所包围面积内**磁通量的增量**。

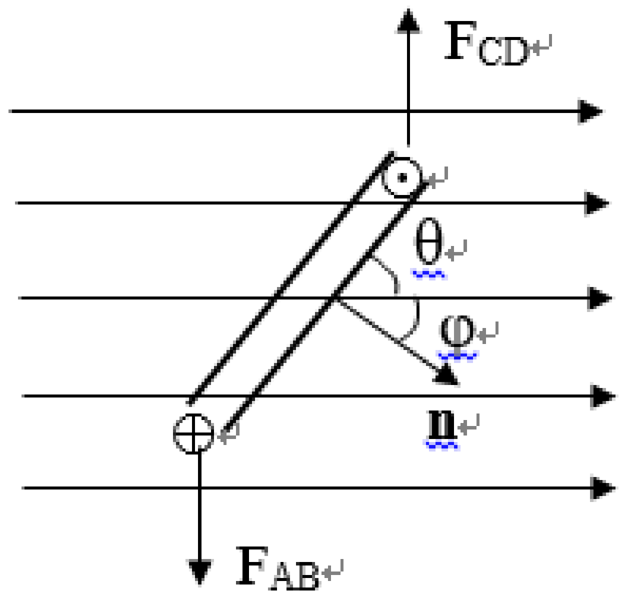
2. 载流线圈在磁场内转动时磁场力所作的功

线圈受到的磁力矩为：

$M = BIS\sin\phi$

当线圈转过$d\phi$角时，磁力作的元功为：

$$dA = -Md\phi = -BIS\sin\phi d\phi$$
$$= Id(BS\cos\phi) = Id\Phi$$



其中负号表示磁力矩作正功时，ϕ角减小，$d\phi$为负值。

当线圈从ϕ_1转ϕ_2到时，由积分得到磁力矩作的功：

$$A=\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} I d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi$$

可以证明，磁力作功的表达式：A＝I△Φ是普遍的表达式。

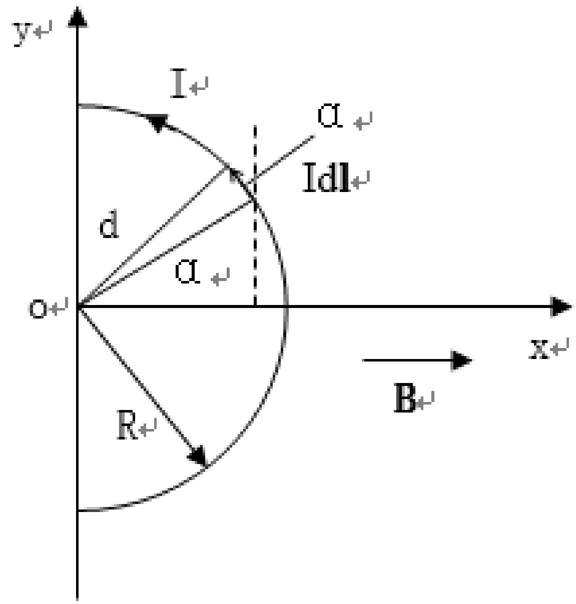
南開大學 Nankai University

例9.15(p.399)

在匀强磁场中，有一半径为R的半圆形平面载流线圈，通有电流I，B的方向与线圈平面平行。

求：（1）线圈所受安培力对y轴之力矩M；

（2）线圈平面转过π/2时，磁力矩M所做的功。



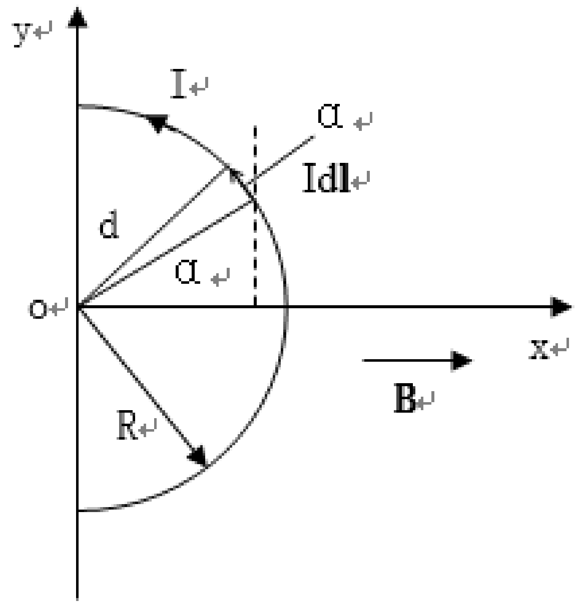
例9.15(p.399)

在匀强磁场中，有一半径为R的半圆形平面载流线圈，通有电流I，B的方向与线圈平面平行。

求：（1）线圈所受安培力对y轴之力矩M；

（2）线圈平面转过π/2时，磁力矩M所做的功。

解：（1）在半圆线圈上取一电流元Idl，它所受到的安培力的大小BIdlsin（π/2＋α）方向指向纸面里，它对y轴的力矩为：



$$dM = xdF = x\, BIdl\sin(\pi/2+\alpha)$$

将x＝Rcosα，dl＝Rdα，代人得

$$dM = BIR^2\cos^2\alpha d\alpha$$

从－π/2到π/2积分得

$$M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} BIR^2 \cos^2 \alpha d\alpha = \frac{\pi}{2} IR^2 B$$

（2）线圈转过π/2，磁通量变化为$\triangle\Phi = 1/2\pi R^2 B$

磁力矩作的功为：

$$A = I\triangle\Phi = 1/2\pi IR^2 B$$

§6. 带电粒子在磁场中的运动（洛伦兹力）

一、洛伦兹力

运动电荷在磁场中受到的磁场力称为洛伦兹力。电荷的速度为$\vec{v}$，电量为q，在磁场$\vec{B}$中受到的力为：

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

标量形式为$F = qvB\sin\theta$，其中θ为$\vec{B}$与$\vec{v}$的夹角，$\vec{F}$的方向不但与$\vec{v}$垂直，而且也垂直于$\vec{B}$，q应该看作代数量，有正、负之分。

洛伦兹力与$\vec{v}$垂直，因此只改变电荷的运动方向，而不做功。

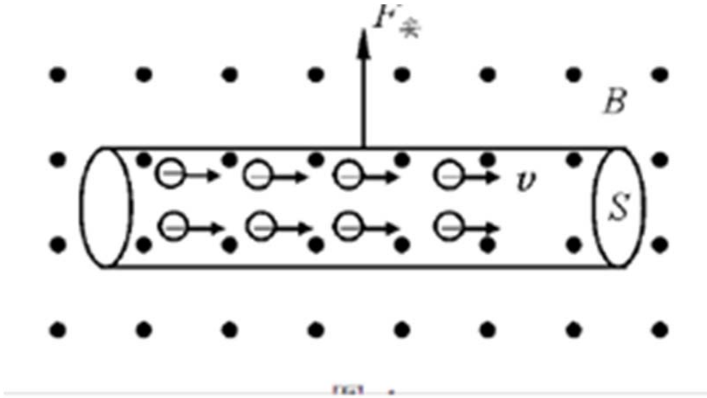
二、洛伦兹力与安培力的关系

安培力是磁场对电流的作用力，洛伦兹力是磁场对运动电荷的作用力。安培力可以看作是作用在每个运动电荷上的洛伦兹力的合力，二者是统一的：

在一段金属导体中，设电子的定向运动速度为$\vec{u}$，导体中自由电子密度为n，则Δt时间内，位移为$u\Delta t$，设导体截面积为S，

则电流强度为：

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{-enu\Delta tS}{\Delta t} = -ensu$$



单个电子在磁场中所受的洛伦兹力：

$$\vec{F}_1 = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

现考虑长为dL，截面积为S的一段导体内电子所受的总的洛伦兹力：

$$\vec{F}_L = nsdL\vec{F}_1 = nsdL(-e\vec{u} \times \vec{B}) = -ensdL\vec{u} \times \vec{B}$$

由于$I = -ensu$，若把$d\vec{L}$矢量化，方向与电流方向相同，则上式可表示为：$\vec{F}_L = Id\vec{L} \times \vec{B}$

洛伦兹力是安培力的微观本质；安培力是洛伦兹力的宏观表象。

三、带电粒子在均匀磁场中的运动

1. $\vec{v} \parallel \vec{B}$ $\vec{f}_L = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB\sin\theta = 0$ 匀速直线运动

2. $\vec{v} \perp \vec{B}$ 匀速圆周运动

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \qquad R = \frac{mv}{qB} \propto \frac{v}{B}$$

当B一定，v越大，R越大；
当v一定，B越大，R越小。

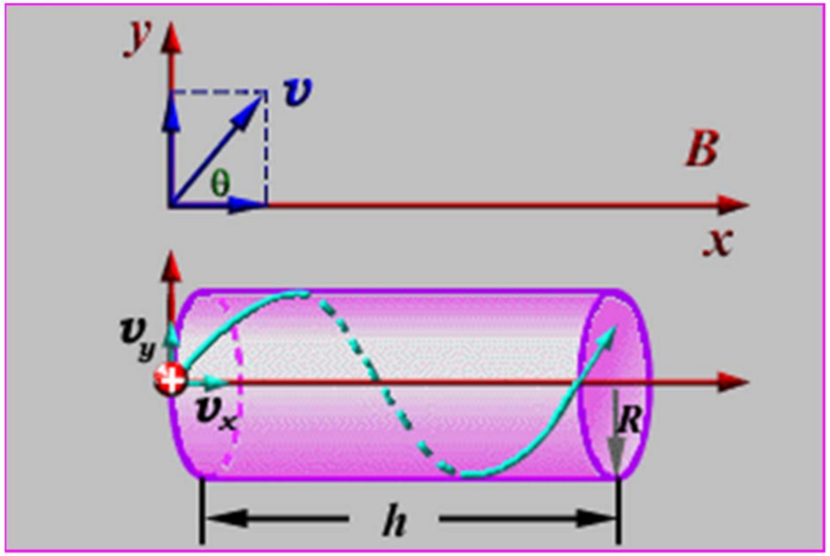
带电粒子绕一圈所需要的时间：$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

上式与速率无关，与荷质比（m/q）有关，与磁场有关。
不同速率的粒子绕一周所需要相同。
（速度快的粒子绕的圈大，速度慢的粒子绕的圈小，但同一时刻发出又同一时刻回到原处）

南開大學 Nankai University

3. $\vec{u}$与$\vec{B}$成θ角

将$\vec{v}$分解成 $v_{\parallel} = v\cos\theta;\quad v_{\perp} = v\sin\theta$



$v_{\parallel}$的情况与（1）相同磁场对粒子没有作用力，匀速直线运动；

$v_{\perp}$的情况与（2）相同，匀速圆周运动。

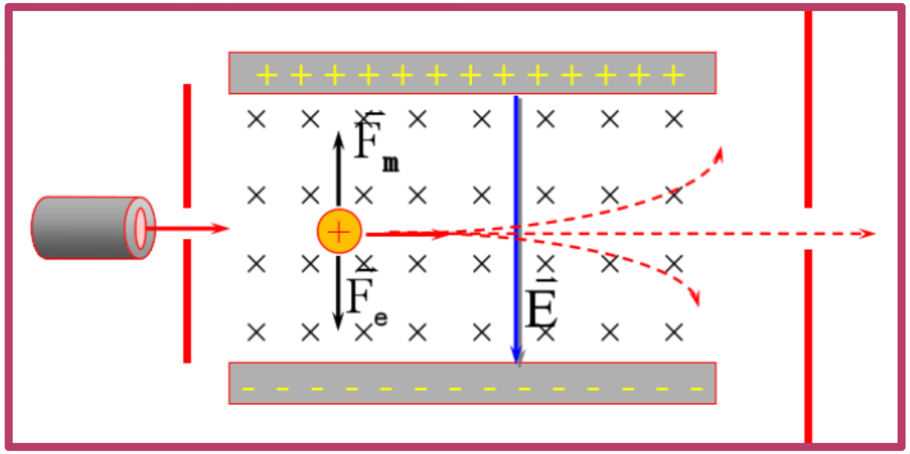
∴粒子的轨迹为一螺旋线，螺旋线的回旋半径*R*、回旋周期*T*、螺距*h*分别为

$$R = \frac{mv\sin\theta}{qB} \qquad T = \frac{2\pi R}{v\sin\theta} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$h = v\cos\theta T = \frac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$$

4. 带电粒子在即有电场又有磁场中运动时：

$$\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}$$



例：滤速器

E与B互相垂直

$$\vec{f}_e = q\vec{E}; \quad \vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

当$f_e = f_m$时，电子不会偏转，可以从AS孔通过。

$\because$ **v**$\perp$**B** $\therefore$ $|$**v**$\times$**B**$|$ = vB

$\therefore$ qE = qvB

$\therefore$ v = E/B

将E = Ud代入得：v = U/Bd

调节U就可使通过AS孔的电子速率不同。

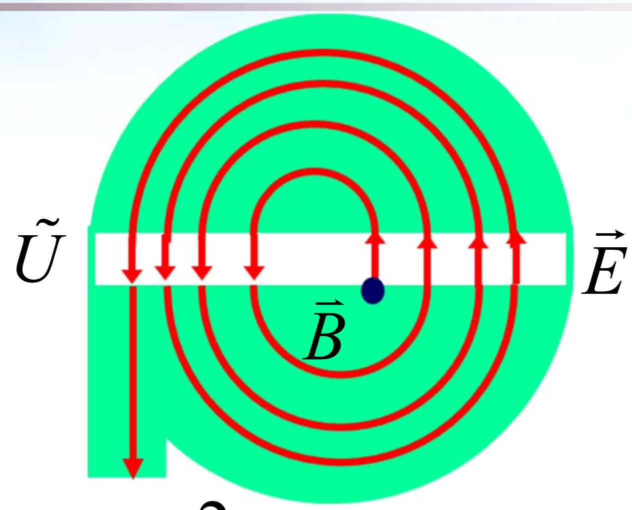
四、应用

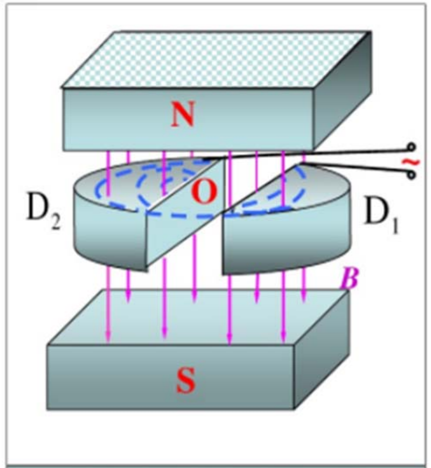
1. 回旋加速器

磁场：回旋作用

电场：加速作用

交变电场的周期等于粒子在磁场中作圆周运动的周期：





回旋加速器原理图

$$T=\frac{2\pi m}{qB}$$

粒子末速度：

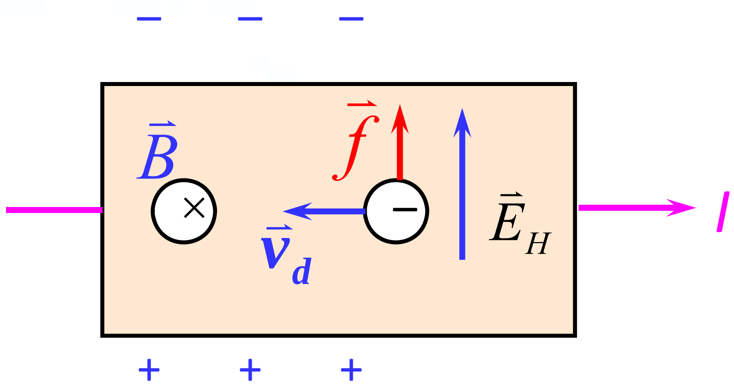
$$\text{由 } R=\frac{mv}{qB} \text{ 得：} \quad v=\frac{qBR}{m}$$

末动能：

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{q^2B^2R^2}{2m}$$

2. 霍尔效应

1879年霍耳发现载流导体放在磁场中，如果磁场方向与电流方向垂直，则在与磁场和电流二者垂直的方向上出现横向电势差，这一现象称之为霍耳效应。相应的电势差称为霍耳电势差。

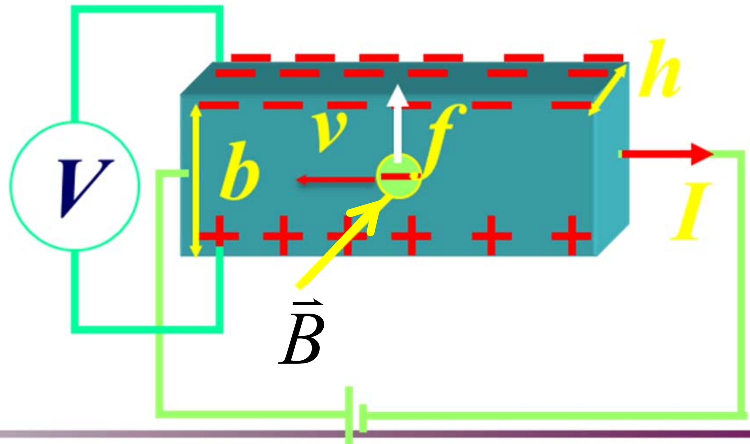


位于磁场中的载流体侧面出现电势差的现象。

平衡时：
$$eE_H = evB$$

$$E_H = vB,\ I = nevs = nevhb$$

$$\therefore E_H = \frac{IB}{nehb}$$

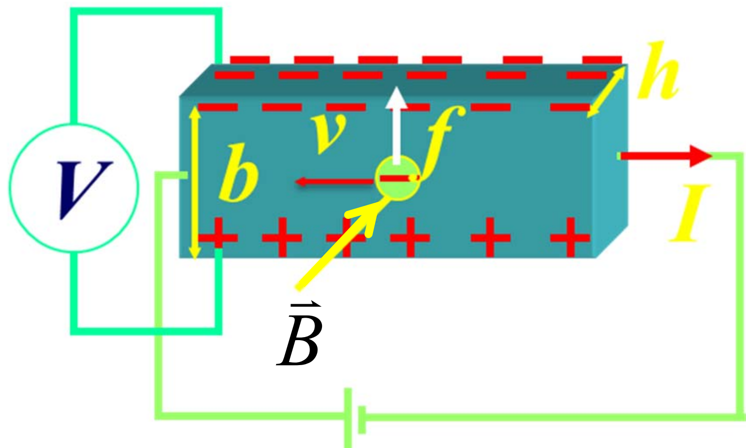


2. 霍尔效应

霍耳电势差为： $U_H = E_H b = \dfrac{IB}{neh} = k_H \dfrac{IB}{h}$ $\quad k_H = \dfrac{1}{ne}$

k_H ：霍耳系数，仅与材料有关，可正可负。

应用：可确定半导体类型，测载流子浓度，磁场（磁传感器），常用半导体材料制作霍尔器件。



小结

一. 基本概念:

磁感应强度，磁通量，磁矩，磁力矩

二. 基本规律:

毕－萨定律 $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$

高斯定理－无源场 $\oiint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$

安培环路定理－有旋场 $\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum_{(\text{穿过L})} I_i$

安培定律 $\vec{F}=\int_L I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$

三.基本计算:

1）$\vec{B}$ 的计算

叠加法

- $Id\vec{l} \rightarrow d\vec{B}$(毕 - 萨定律) $\rightarrow \vec{B}$
- dI(各种典型电流) $\rightarrow d\vec{B} \rightarrow \vec{B}$
- 带电体旋转: $dI = dq\dfrac{\omega}{2\pi}$

安培环路定理（对称性）

磁通量 $\phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

2）磁矩 $\vec{P}_m$ 的计算: $d\vec{P}_m = SdI\vec{n}$; $\vec{P}_m = \int d\vec{P}_m$

3）洛仑兹力 $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$

4）安培力 $d\vec{F}_m = Id\vec{l} \times \vec{B}$; $\vec{F}_m = \int d\vec{F}_m$

5）磁力矩 $\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$

三.部分典型电流磁场公式:

1. 无限长直电流: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$

2. 圆电流轴线上磁场:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2 \vec{i}}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \vec{P}_m}{2\pi(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \overrightarrow{P_m}}{2\pi x^3}, x >> R$$

圆电流圆心处磁场: $B_0 = \dfrac{\mu_0 I}{2R} = \dfrac{\mu_0 \overrightarrow{P_m}}{2\pi R^3}$

3. 无限长载流直螺线管内的磁场: $B = \mu_0 n I$

4. 无限大面电流的磁场: $B = \dfrac{\mu_0 i}{2}$

静电场与稳恒磁场公式比较

点电荷电场	相对于观察者以 $\vec{v}$ 匀速直线运动的点电荷的磁场	电流元 $Id\vec{l}$ 的磁场
$\vec{E}=\dfrac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$	$\vec{B}=\dfrac{\mu_0 q\vec{v}\times\vec{r}}{4\pi r^3}$	$\mathrm{d}\vec{B}=\dfrac{\mu_0 I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{4\pi r^3}$

无限长均匀带电直线的电场	无限长直电流的磁场
$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ （⊥带电直线）	$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ （环绕电流）

§7. 物质的磁性

- 在前面的部分中，我们只研究了真空中的磁场。所谓真空即是说，在研究的空间中不存在其他物质。
- 在实际中，经常会存在一类物质，它在磁场中的作用下要发生变化，这种变化反过来又会影响磁场的分布。这类物质叫作磁介质。
- 这一节就是要研究磁场与磁介质的相互作用：

磁介质 ⟷磁场

一、磁介质的分类

- 磁介质在磁场中要受到磁场的作用，要发生变化，即磁化。磁化后的磁介质反过来又会对磁场产生影响，这种影响表现为产生附加磁场，使总的磁场发生变化。
- 设介质内某点原来的磁感矢量为$\vec{B}_o$（外加磁场），该点存在磁介质，并且被磁化后，产生附加磁场为$\vec{B}'$，则该点总磁场为： $\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}'$。

$$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

μ_r称为磁介质的相对磁导率

对于不同的磁介质来说，$\vec{B}'$与$\vec{B}_o$的关系不同，由此可对磁介质进行分类：

◆ 磁介质的分类

1. 磁场略大于原来的磁场

$B > B_0$，即 $\mu_r > 1$，这类磁介质称为顺磁质（铝、氧、锰等）

2. 磁场略小于原来的磁场，

$B < B_0$，即 $\mu_r < 1$，这类磁介质称为抗磁质（铜、铋、氢等）

以上两类磁介质统称为弱磁物质

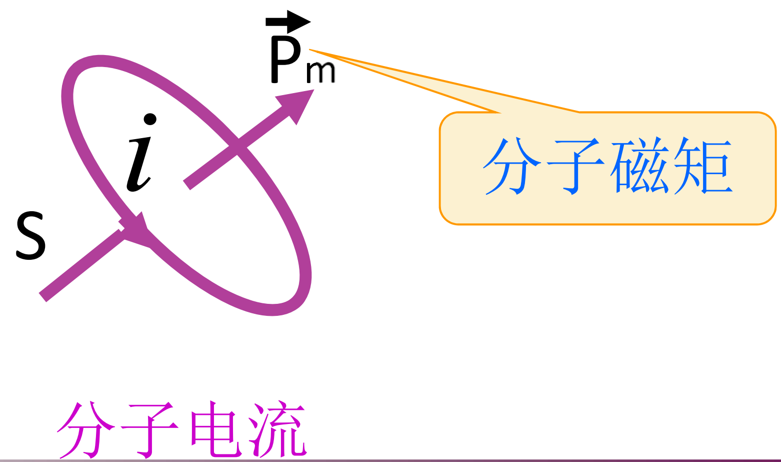
3. 如铁、镍、钴及其合金等，磁化后可以显著地增强外磁场，使 $B >> B_0$，即 $\mu_r >> 1$

这类磁介质称为铁磁质或强磁物质。

铁磁质用途广泛，平常所说的磁性材料主要是指这类磁介质。

二、物质磁性的微观解释与宏观描绘

- 1822年，安培提出：分子环流假说——分子电流理论。它可以从物质的微观结构来解释磁介质的磁化过程。
- 介质分子中电子参与两种运动：自旋及绕核的轨道运动，都可以等效为环状电流，就像一个微小的载流线圈，存在磁矩矢量（轨道磁矩和自旋磁矩）。
- 一个分子中各个电子的轨道磁矩和自旋磁矩的矢量和构成了分子磁矩矢量$\overrightarrow{p_m}$，这是分子固有的。

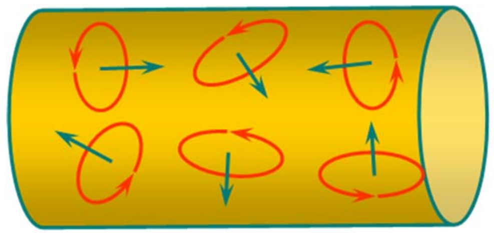


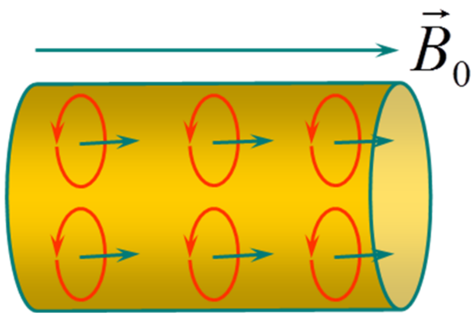
分子磁矩— 分子电流 的磁矩 $\vec{p}_m$，为分子中各电子的轨道磁矩和自旋磁矩的矢量和。

分子磁矩p_m $\begin{cases} p_m \neq 0 & \text{顺磁质} \\ p_m = 0 & \text{抗磁质} \end{cases}$

顺磁质磁化的微观机理：$\vec{p}_m \neq 0$

- 顺磁质的磁化过程：磁介质是由大量分子（或原子）组成。由于分子的热运动，无外场时，分子的磁矩排列杂乱无章，介质内分子磁矩的矢量和$\sum\overrightarrow{p_m}=0$。
- 有外磁场时，这些分子固有磁矩就要受到磁力矩作用，使分子磁矩的方向向外磁场方向转动。
- 各分子磁矩都在一定程度上沿外磁场方向排列起来（由于分子热运动会破坏有序性，因此有序性取决于外磁场的强弱）。这时分子磁矩的矢量和：$\sum\overrightarrow{p_m}\neq 0$。



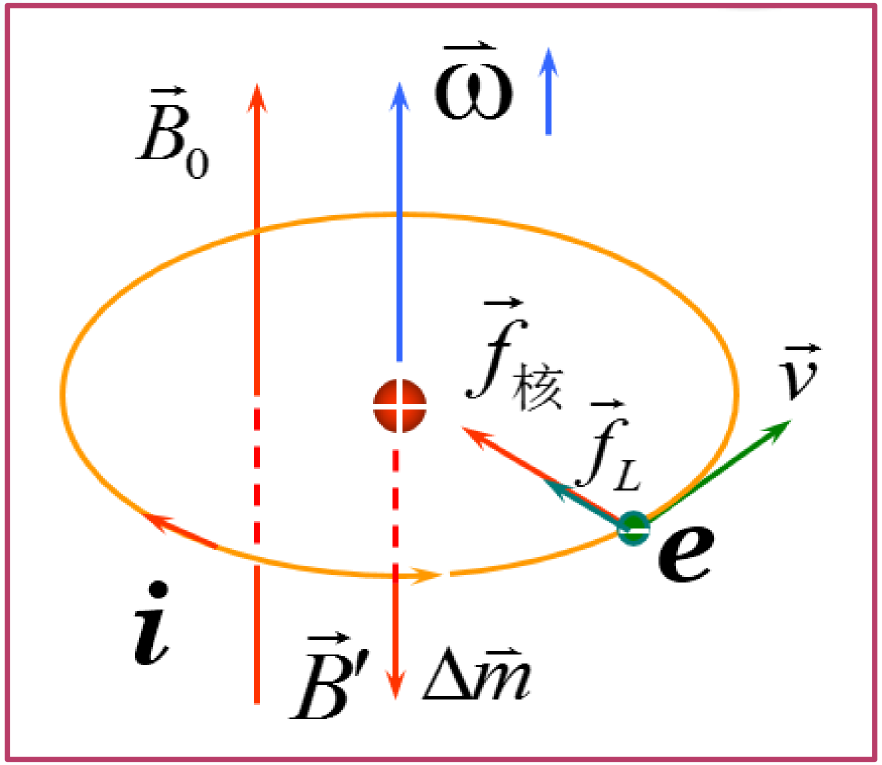


抗磁质磁化的微观机理：附加磁矩

- 加外磁场$\vec{B}_0$后，一个分子中各电子运动情况发生变化。
- 以轨道运动为例，无外磁场时电子的角速度为$\vec{\omega}$，则：

$$f_{电} = mr\omega^2$$

- 外磁场$\vec{B}_0$与$\vec{\omega}$同向：



$\vec{f}_{心} = \vec{f}_{电} + \vec{f}_L$ ⟶ $\vec{\omega}$↑ ⟶ i↑

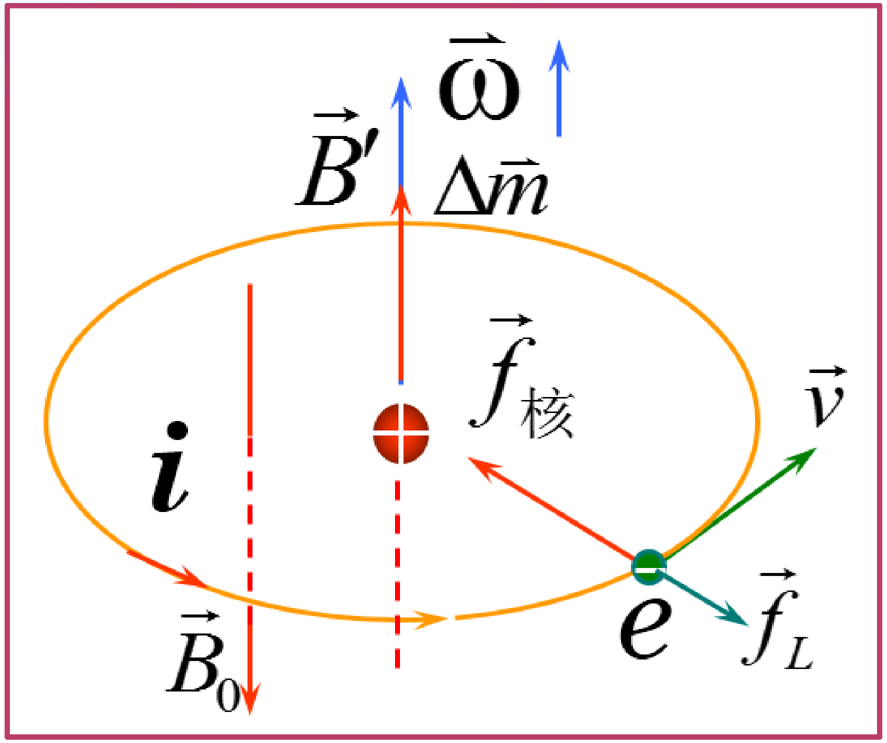
⟶ 产生反向电子附加磁矩 $\Delta\vec{m}$ ⟶ $\vec{B}'$与$\vec{B}_0$反向

➢ 外磁场$\vec{B}_o$与$\vec{\omega}$反向：

$\vec{f}_{心} = \vec{f}_{电} + \vec{f}_L \longrightarrow \vec{\omega}\downarrow \longrightarrow i\downarrow$

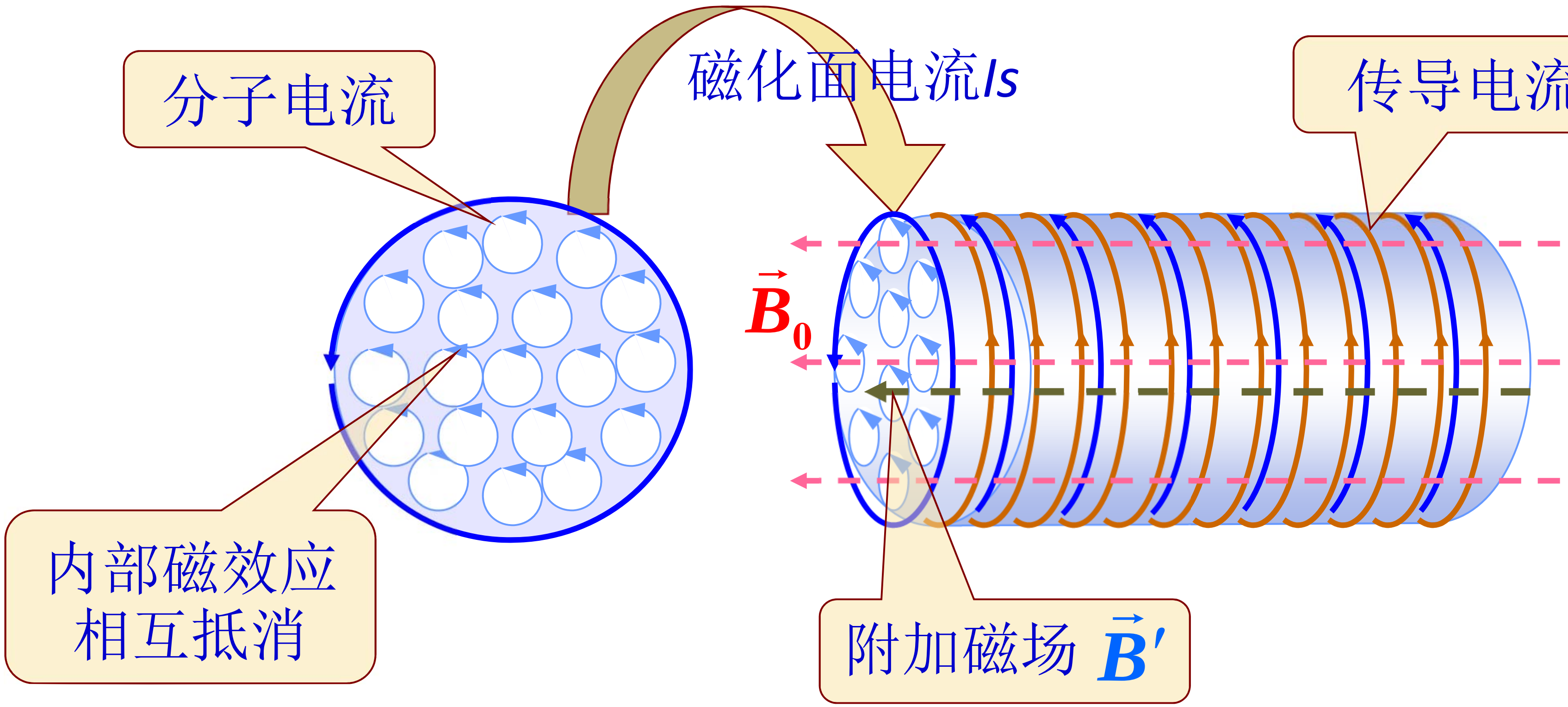
$\longrightarrow$ 产生反向电子附加磁矩 $\Delta\vec{m}$

$\longrightarrow$ $\vec{B}'$与 $\vec{B}_0$反 向



在外场作用下，原子或分子中各个电子因进动而产生附加磁矩，用 $\Delta\vec{P}_m$表示。无论是抗磁物质还是顺磁物质 $\Delta\vec{P}_m$总是与 $\vec{B}_0$反向。只不过顺磁质的附加磁矩比抗磁质的分子磁矩小很多.

以充满均匀顺磁质磁介质的螺线管为例



顺磁质的磁化面电流与传导电流方向相同　　抗磁质的则相反

- 为了描述磁介质磁化的程度，引入磁化强度矢量 $\vec{M}$。它的定义为：磁介质中，单位体积内分子磁矩 $\overrightarrow{p_m}$的矢量和，即：

$$\vec{M}=\frac{\sum\vec{p}_m}{\Delta V}=\frac{I_sS}{SL}=\frac{I_s}{L}=i_s'$$

$\overrightarrow{i_s'}$为面电流密度矢量

关于磁化电流：

（1）分子有序排列的宏观效果，没有带电粒子的宏观定向运动；

（2）对于各向同性的均匀磁介质，磁化电流只分布在磁介质的表面上；

（3）磁化电流可用面电流密度矢量$\overrightarrow{i_s'}$表示：其大小为在磁化电流垂直方向上单位长度的磁化电流，其方向为该点磁化电流方向：

$$\mathrm{i_s}' = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta I_s}{\Delta L}$$

南开大学 Nankai University

三、有磁介质时的高斯定理和安培环路定理

- **高斯定理：**

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

$\vec{B}$是总磁感应强度矢量，包括外磁场与附加磁场。

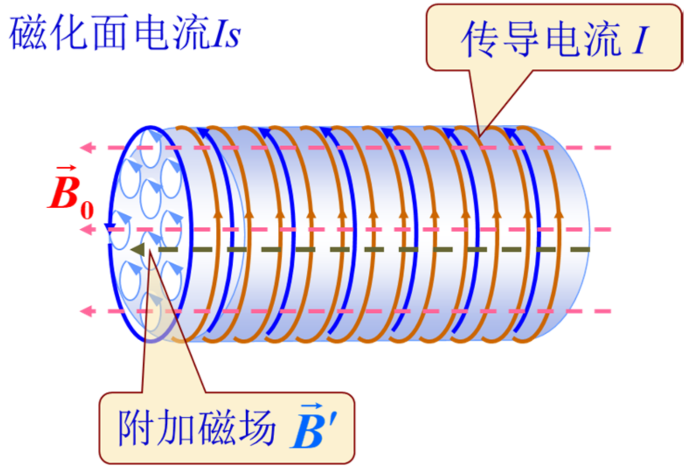
• 安培环路定理：

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o \sum I$$

其中 $\vec{B} = \vec{B}_0 + \overrightarrow{B'}$ 表示外磁场与附加磁场矢量和；

$I = I_o + I_s$ 表示传导电流与磁化电流代数和。

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o \sum (I_o + I_s)$$ （不便使用）



$$\because \oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum I_s \qquad \therefore \quad \frac{1}{\mu_o} \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \sum I_0 + \oint \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

$$\therefore \quad \oint \left(\frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}\right) \cdot d\vec{l} = \sum I_o$$

令$\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}$ --磁场强度矢量，简称磁场矢量。

这一关系经常写作：$\vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M})$

则 $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_o$ --有磁介质时的磁场环路定理。

$\vec{H}$的单位：SI中，A/m；Gauss单位制，奥斯特Oe

$$1Oe = \frac{10^3}{4\pi} A/m$$

各物理量的关系：

$$\vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M})$$

$\vec{M}$与$\vec{H}$的关系：　$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$

χ_m --磁介质的磁化率，无量纲，对于弱磁质，χ_m只与介质有关。

$$\vec{B} = \mu_o(1 + \chi_m)\vec{H}$$

令 $\mu_r = 1 + \chi_m$ --磁介质的相对磁导率

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}$$

令$\mu = \mu_o \mu_r$ --磁介质的绝对磁导率，简称磁导率。

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

χ_m 与 μ_r 均为纯数，描述磁介质特性的物理量。

$\chi_m > 0 \quad \mu_r > 1 \longrightarrow$ 顺磁介质

$\chi_m < 0 \quad \mu_r < 1 \longrightarrow$ 抗磁介质

$\chi_m = 0 \quad \mu_r = 1 \longrightarrow$ 真空

$\chi_m = -1 \quad \mu_r = 0 \longrightarrow$ 超导体

对于真空：

$$\vec{M} = 0$$

$$\therefore \quad \vec{B} = \mu_o \vec{H}$$

$\therefore \quad \mu_o$叫真空磁导率，相当于真空的$\mu_r = 1$

- 应用环路定理解题方法：

$$I_0 \xrightarrow[\vec{\mathrm{H}}\text{与}\vec{\mathrm{B}}\text{成正比，且同向}]{\text{环路定理}} \vec{H}$$

$$\vec{H} \xrightarrow{\vec{B}=\mu\vec{H}} \vec{B}$$

比较磁介质中的磁场与电介质中电场的有关规律

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum_L(I_i+I_i')$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_S(q_i+q_i')$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}\right)\cdot d\vec{l}=\sum_L I_i$$

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum_L I_i$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_S q_i$$

$$\vec{M}=\chi_m\vec{H}$$

$$\vec{B}=\mu_0(1+\chi_m)\vec{H}$$

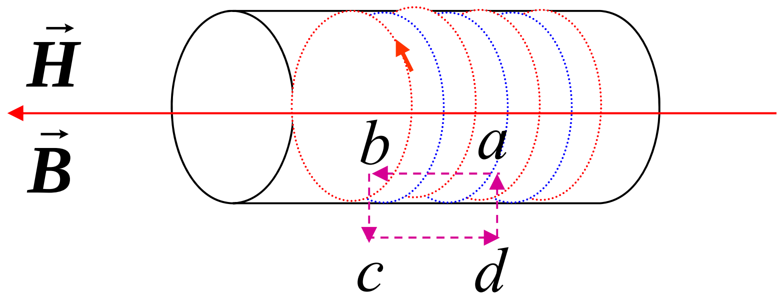
$$\mu_r=(1+\chi_m)$$

$$\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}=\mu\vec{H}$$

$$\vec{D}=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

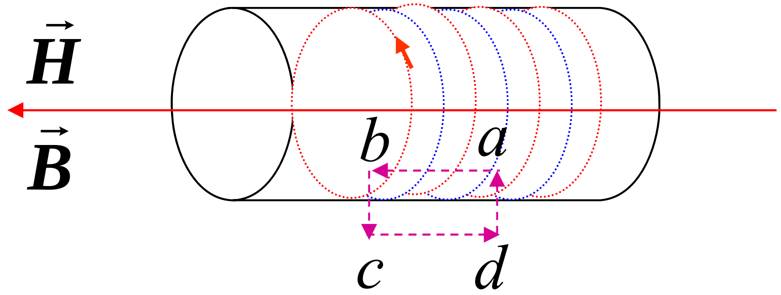
例题：

无限长直螺管，单位长度的线圈匝数为n,导线中通以电流 I，管内充满相对磁导率$\mu_r>1$的均匀磁介质。求管内B和磁介质表面的j_S。



例题：

无限长直螺管，单位长度的线圈匝数为n，导线中通以电流I，管内充满相对磁导率$\mu_r>1$的均匀磁介质。求管内B和磁介质表面的j_S。



解　　①求磁介质中的磁场

作矩形环路$abcda$，　则

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_{ab}\vec{H}\cdot d\vec{l} + \int_{bc}\vec{H}\cdot d\vec{l} + \int_{cd}\vec{H}\cdot d\vec{l} + \int_{da}\vec{H}\cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{ab}\vec{H}\cdot d\vec{l} = H\cdot\overline{ab}$$

由磁介质中的安培环路定律

$$H\cdot\overline{ab}=\sum I=In\cdot\overline{ab} \qquad \therefore \qquad H=nI$$

$$B=\mu H=\mu nI=\mu_r\mu_0 nI$$

②求磁化面电流密度 j_S

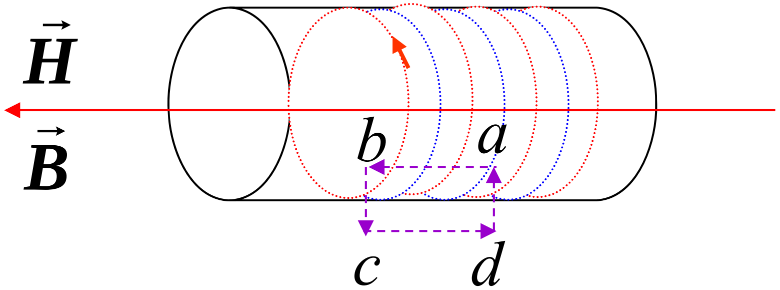
法一： $$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\left(\sum I+\sum I_S\right)$$

$$B\cdot\overline{ab}=\mu_0\left(In\cdot\overline{ab}+j_S\cdot\overline{ab}\right)$$

$$B=\mu_0(In+j_S)$$

又 $$B=\mu_r\mu_0 nI$$

$$\therefore \qquad j_S=(\mu_r-1)nI$$



法二：

传导电流的场 $$B_0 = \mu_0 nI$$

磁化电流的场 $$B' = \mu_0 j_S$$ 顺磁质

总场 $$B = B_0 + B' = \mu_0 nI + \mu_0 j_S$$

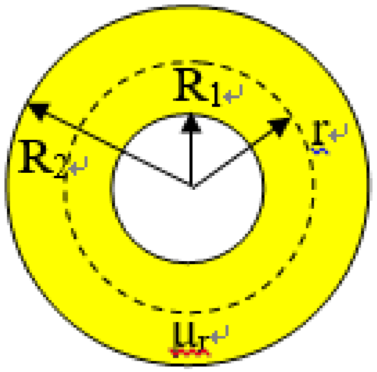
又 $$B = \mu_r \mu_0 nI$$

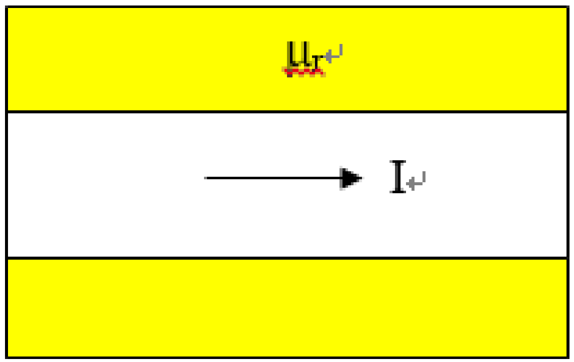
$$\therefore \quad j_S = (\mu_r - 1)nI$$

例题：9.18(p.419)（重点）

无限长圆柱形铜线，外面包一层相对磁导率为μ_r的圆筒形磁介质。导线的半径为R_1，磁介质的外半径为R_2，铜线内均匀分布的电流I，铜线的相对磁导率为1。

求：无限长圆柱形铜线和介质内外的磁场强度H和磁感应强度B。





解：选半径为r的同心圆为安培环路：

（1）当$0\leq r\leq R_1$时，根据安培环路定理

$$\oint_l \vec{H} \bullet d\vec{l} = \sum_L I_{0i}$$

可得：

$$H_1 2\pi r = \frac{I}{\pi R_1^2}\pi r^2$$

由于铜导线的$\mu_r=1$，得

$$B_1 = \mu_0 H_1 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$$

（2）当$R_2 \geq r \geq R_1$时，

$$H_2 2\pi r = I$$

$$H_2 = \frac{I}{2\pi r}$$

磁介质的磁导率$\mu = \mu_0\mu_r$，可得

$$B_2 = \mu H_2 = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$$

（3）当$r > R_2$时，

$$H_3 = \frac{I}{2\pi r}$$

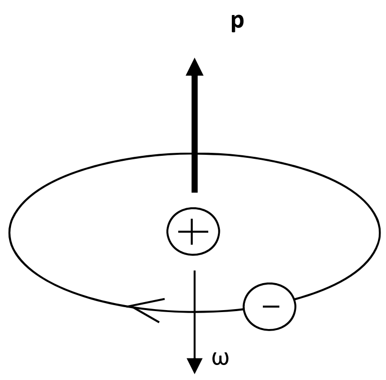
在磁介质外$\mu = \mu_0$，可得

$$B_3 = \mu_0 H_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

南開大學 Nankai University

四、不同类型磁介质的微观解释

I. 顺磁质 （分子具有固有磁矩p_m）



电子绕原子核旋转形成电流环，

电子的旋转半径为r，角速度为ω

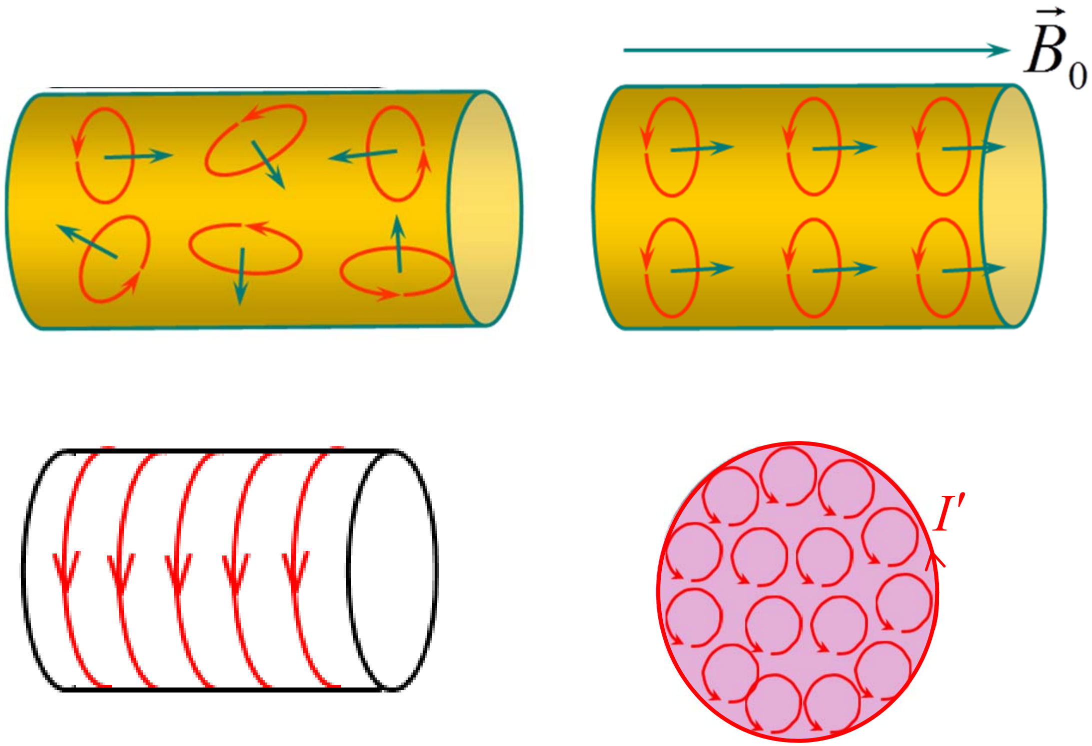
绕一周所需时间 $$T=\frac{2\pi}{\omega}$$

电流环的电流： $$I=\frac{-e}{T}=-\frac{e\omega}{2\pi}$$

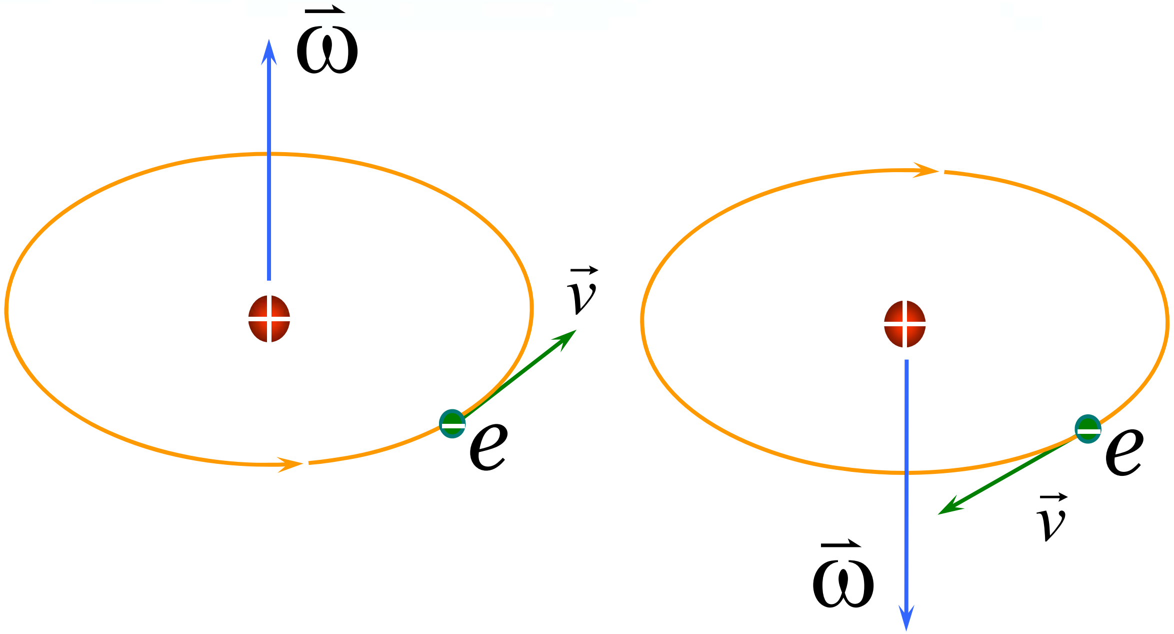
电流环的面积：πr^2

电流环的磁矩： $$\vec{p}=IS\vec{n}=-\frac{e\omega}{2\pi}\bullet\pi r^2=-\frac{er^2}{2}\vec{\omega}$$

分子具有固有磁矩，无外加磁场时，分子磁矩取向无规则，宏观上磁矩为0，当有外加磁场时，p的取向与外磁场一致，表现为顺磁性。



ii. 抗磁质 （分子无固有磁矩）

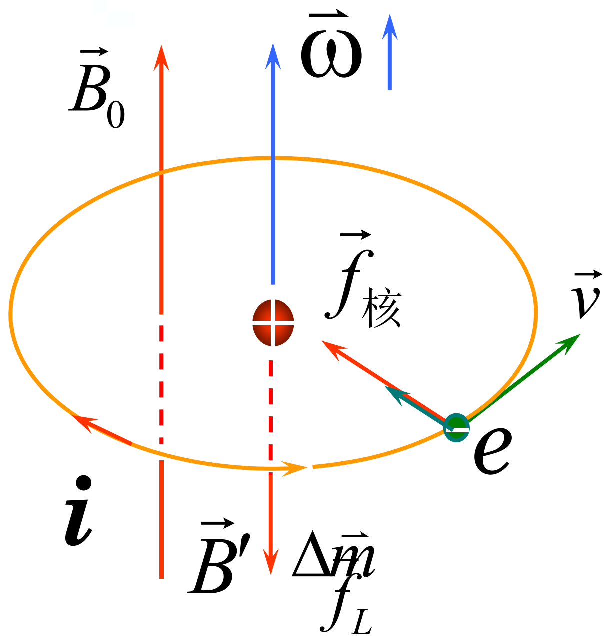


用两个反向的轨道运动代替

在无外磁场时，电子磁矩的总和为0。

- 加外磁场$\vec{B}_o$后，一个分子中各电子运动情况发生变化。
- 以轨道运动为例，无外磁场时电子的角速度为$\vec{\omega}$，则：
- 外磁场$\vec{B}_o$与$\vec{\omega}$同向：

$$f_{电} = mr\omega^2$$



$$\vec{f}_{心} = \vec{f}_{电} + \vec{f}_L \longrightarrow \vec{\omega}\uparrow \longrightarrow i\uparrow$$

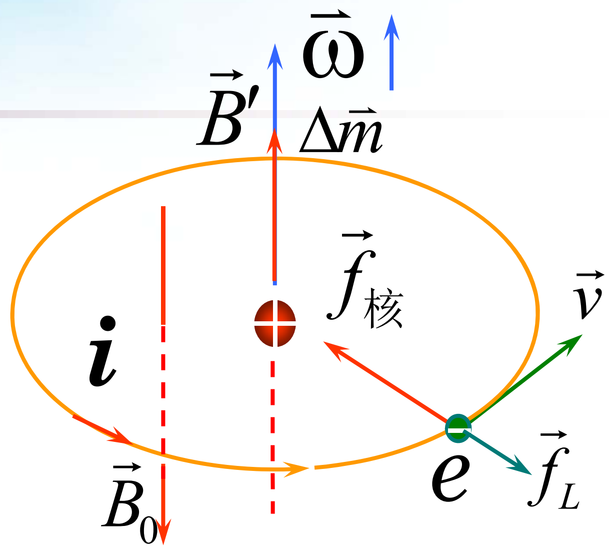
$\longrightarrow$ 产生反向电子附加磁矩 $\Delta\vec{m} \longrightarrow \vec{B}'$与$\vec{B}_0$反向

- 外磁场$\vec{B}_o$与$\vec{\omega}$反向：

$$\vec{f}_{心}=\vec{f}_{电}+\vec{f}_{L} \longrightarrow \vec{\omega}\downarrow \longrightarrow i\downarrow$$

$\longrightarrow$ 产生反向电子附加磁矩 $\Delta\vec{m}$

$\longrightarrow$ $\vec{B}'$与 $\vec{B}_0$反 向



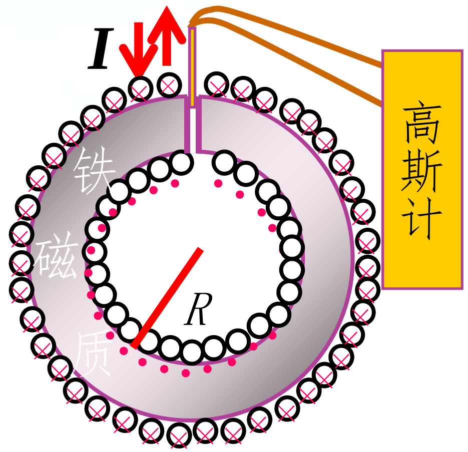
- 综上所述：不论外磁场方向如何，附加磁场总与外场反向。实际上$\vec{B}_o$与$\vec{\omega}$成任意角，都是$\Delta\vec{m}$与$\vec{B}_o$反向，所以附加磁场$\vec{B}'$与$\vec{B}_o$反向，表现为抗磁性；由于分子固有磁矩为零，附加磁矩方向总是与外磁场反向，因此磁化性质与温度无关。这是对抗磁质磁化性质的定性解释。

抗磁性是普遍存在的，但非常弱，在顺磁物质中，被顺磁特性掩盖了。

真正具有完全抗磁性的只有超导体。

铁磁质的磁效应

1. *磁化曲线*



装置：　环形螺绕环，用铁磁质

充满环内空间，并被磁化。

原理：根据安培定理，由传导

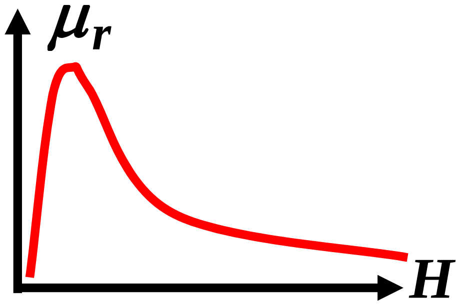
电流得环内的磁场

$$H = \frac{NI}{2\pi R}$$

用高斯计测量螺绕环磁隙处的B

由　　$$\mu_r = \frac{B}{B_0} = \frac{B}{\mu_0 H}$$

得出　　$\mu_r \sim H$ 曲线



（1）铁磁质的μ_r不是个常数，它是H 的函数。

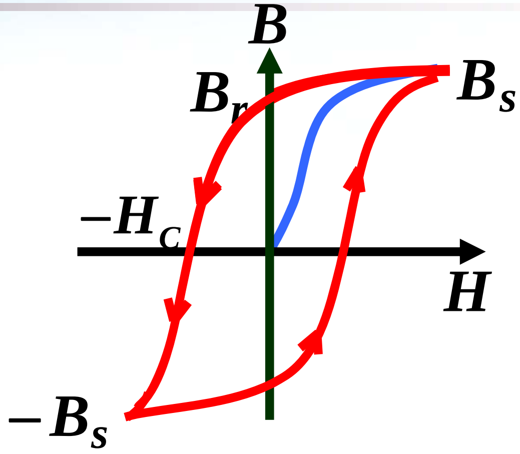
2. *磁滞回线*

1 饱和磁感应强度B_S

2 起始磁化曲线

3 剩磁B_r

4 矫顽力H_C



注： （1）B的变化落后于H，从而具有剩磁——磁滞效应

（2）铁磁的磁化过程是不可逆过程。由于磁滞效应产生的能量损耗——磁滞损耗

磁滞损耗与磁滞回线所包围的面积成正比。

（3）H 与B不是线性关系、非单值，与磁化的历史有关。

（4）铁磁体在交变场作用下，形状随之变化——磁致伸缩

（5）铁磁主要特征：高μ 、非线性、磁滞

（6）当温度升高到一定程度时，每种铁磁介质的高磁导率、磁滞、磁致伸缩等特性全部消失，而变为顺磁性。

不同铁磁质具有不同的转变温度(相变温度Tc)

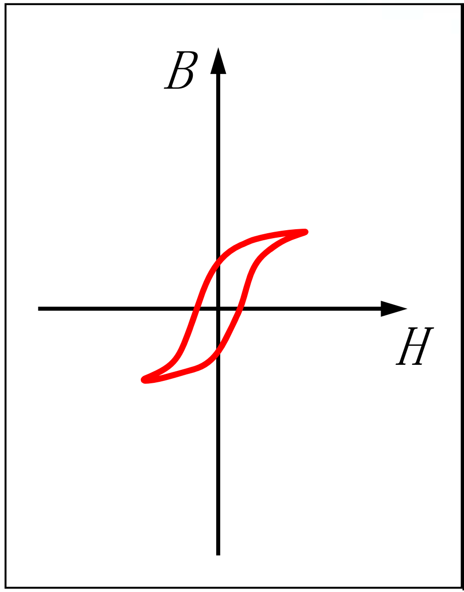
——这个转变温度叫临界温度或称居里点

如：铁为 1040K，钴为 1390K，　镍为 630K

（7）分类：根据矫顽力(H_C) 不同：软磁、硬磁、其他新磁性材料

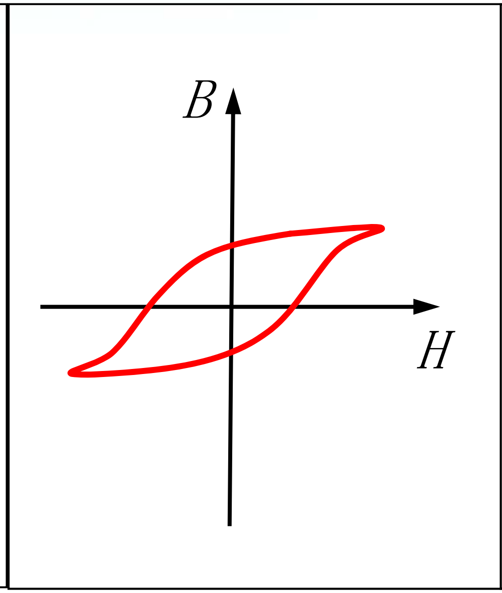
（7）分类：根据矫顽力(H_C)不同：

软磁



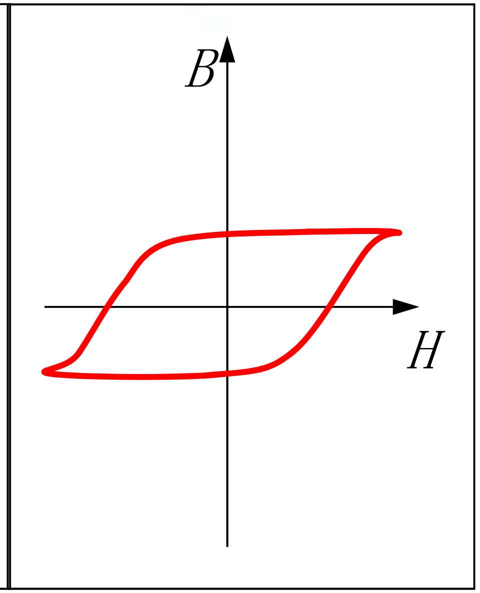
易磁化，易退磁。如制造电机，变压器等的铁心。

硬磁



适合于制造永磁体。

矩磁

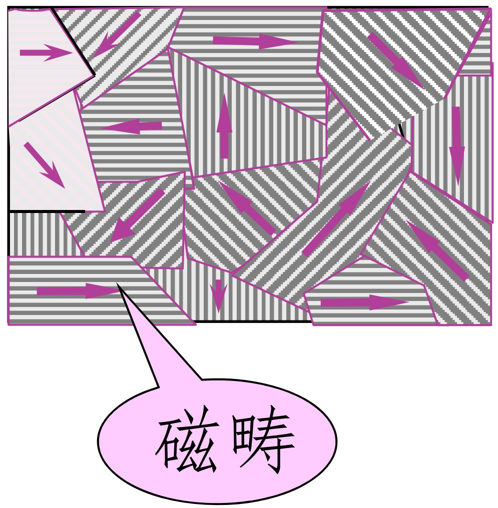


适合于制作记录磁带及计算机的记忆元件。

3. 铁磁质磁化的微观机制

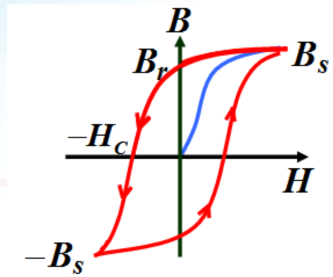
铁磁性主要来源于电子的自旋磁矩！

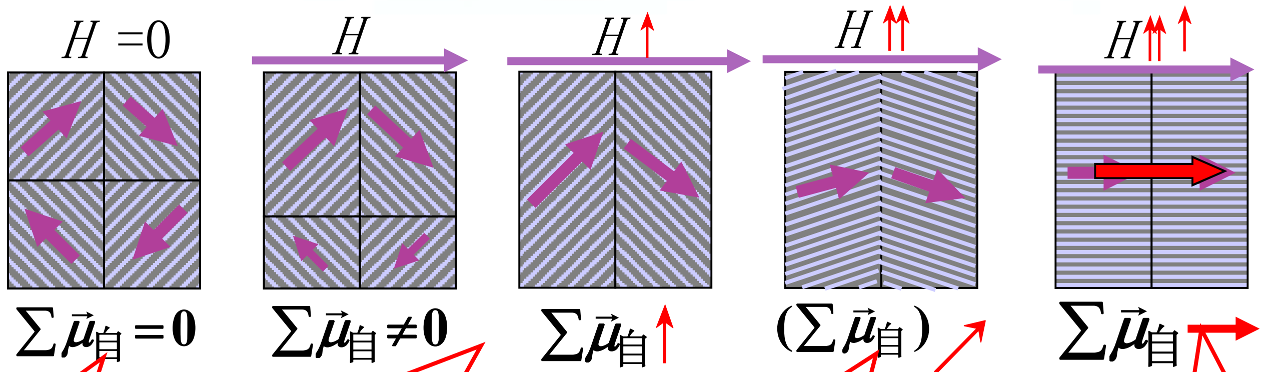
磁畴： 原子间电子交换耦合作用很强，使其自旋磁矩平行排列形成磁畴。 ——自发的磁化区域



交换力：电子之间的交换作用使其在自旋平行排列时能量较低，这是一种量子效应。

磁畴的变化可用金相显微镜观测





各磁畴磁化方向杂乱无章，整体不显磁性

自发磁化方向与外磁场方向相近的磁畴扩大体积，磁畴壁发生移动，铁磁质的磁矩急剧增加

磁畴的自发磁化方向转向外磁场方向，磁矩继续增加

全部磁畴均转向外磁场方向，达到磁饱和.

说明：

1 当全部磁畴都沿外磁场方向时，铁磁质的磁化就达到饱和状态。饱和磁化强度M_S等于每个磁畴中原来的磁化强度，该值很大。

——这就是铁磁质磁性 μ_r大的原因

2 磁滞现象是由于材料有杂质和内应力等的作用，当撤掉外磁场时，磁畴的畴壁很难恢复到原来的形状而表现出来。

作业：9.15；9.16；9.19； 9.30；9.32