第二章

稳恒磁场（一）

§1. 磁现象与磁场

一、基本磁现象

1. 磁性：物质<u>吸引</u>铁、钴、镍等物质的性质.

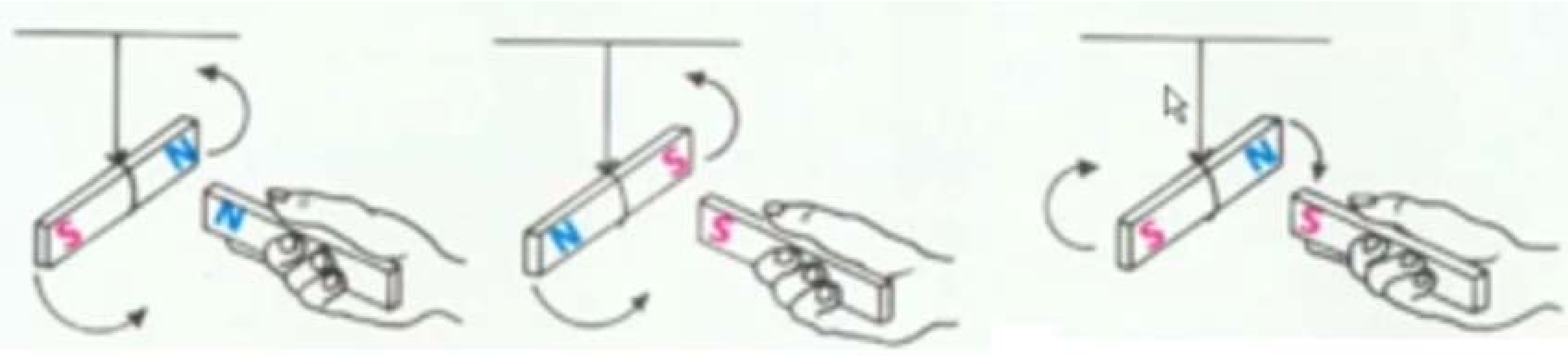
2. 磁体：具有<u>磁性</u>的物体，如磁铁.

东汉王充——司南勺，北宋沈括——指南针

3. 磁极：磁体上磁性<u>最强</u>的区域.

任何磁体都有两个磁极，<u>南极</u>， <u>北极</u>；

同名磁极相互<u>排斥</u>，异名磁极相互<u>吸引</u>.



司南

指南车

秦始皇的阿凡宫北门就是用磁石做成的。（为防刺客）

晋朝的马翁用磁石压道，以阻碍敌人的兵器。

南開大學
Nankai University

【问题】

磁体之间是通过什么发生相互作用的呢?

*磁体之间的相互作用是通过**磁场**发生的*

【联想】

电荷之间是通过什么发生相互作用的呢?

*电荷之间的相互作用是通过**电场**发生的*

电场和磁场都是一种物质

二、磁场

1.磁场:磁体周围空间存在的一种特殊物质.

磁体 ⇄ 磁场 ⇄ 磁体

【问题】是否只有磁铁周围才存在磁场?

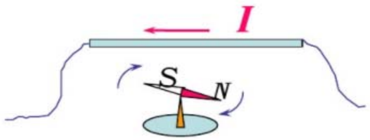
2.电流的磁效应:

电流能在周围空间产生磁场.
磁铁不是磁场的唯一来源.

Hans Christian Oersted
(1777–1851)

奥斯特实验

1、实验装置

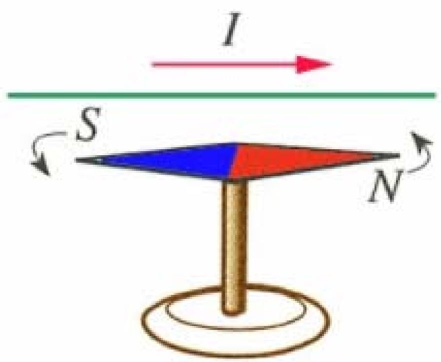


2、实验现象
当给导线通电时, 与导线
平行放置的小磁针发生转动

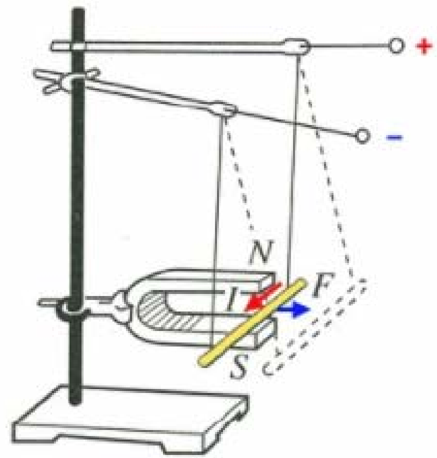
3、注意事项:导线应沿南北方向水平放置

4、实验结论:通电导体对磁体有力的作用

问题:磁体和通电导体之间的相互作用是通过什么发生的呢?



电流产生磁场

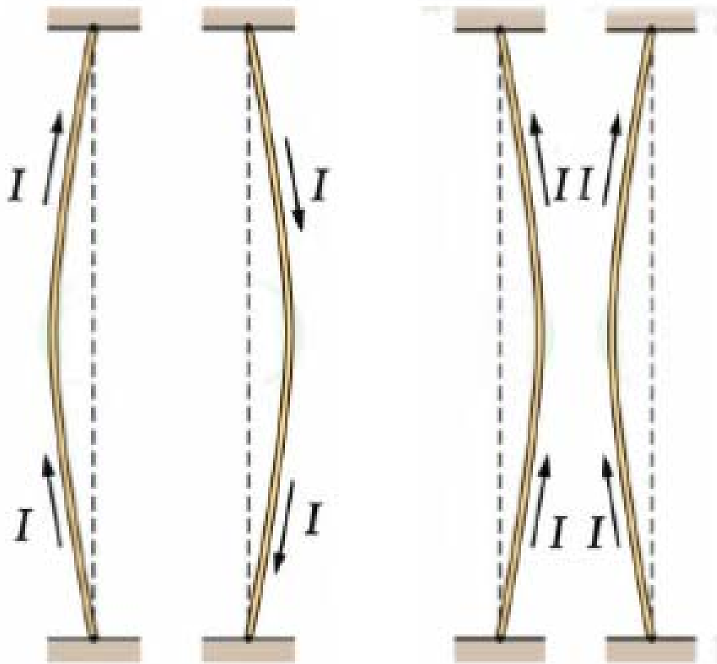


磁场对电流发生作用

电流能在周围空间产生磁场.

问题:电流与电流之间是否有力的作用?

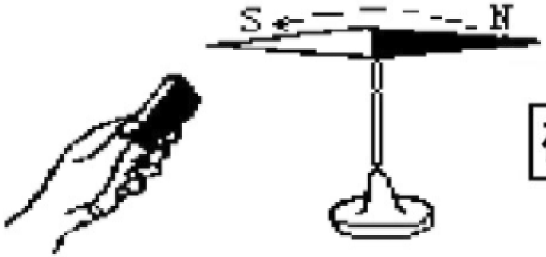
问题:电流与电流之间是否有力的作用?



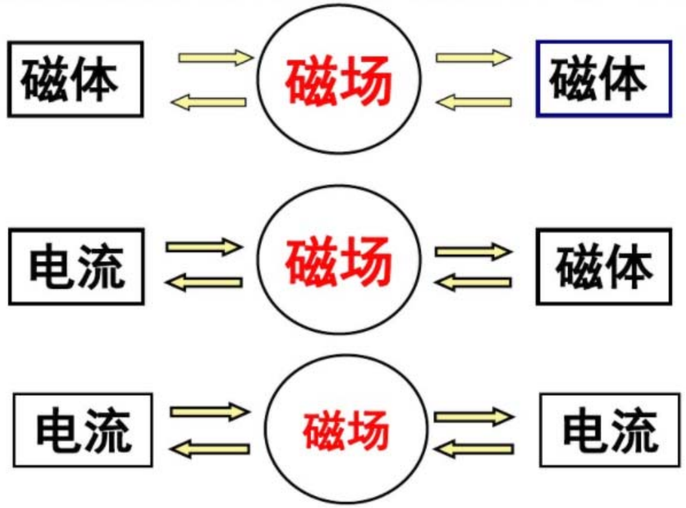
结论:同向电流相互吸引。

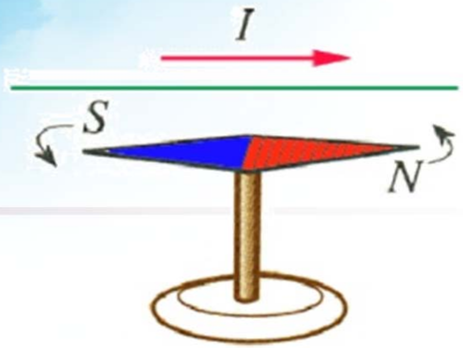
结论:反向电流相互排斥。

问题:电流和电流之间的相互作用是通过什么发生的呢?

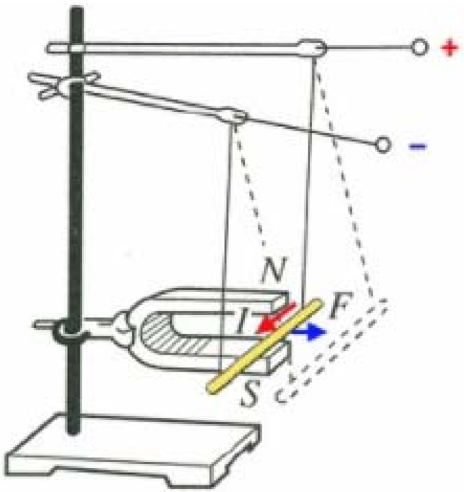


磁场对磁体作用

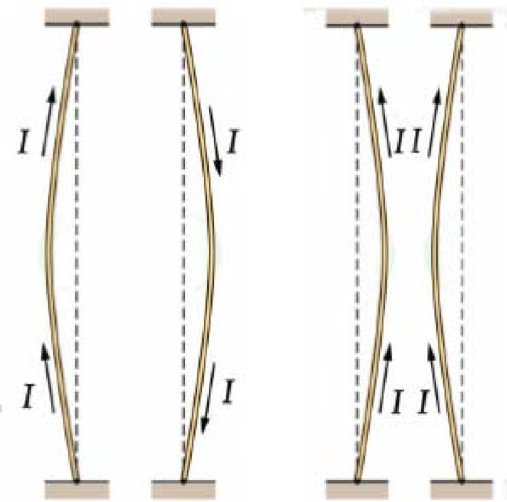


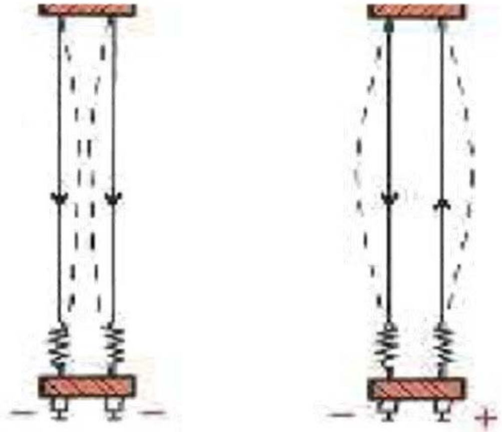


电流产生磁场



磁场对电流发生作用





电流之间通过磁场发生相互作用

3、磁场的性质

磁场对放入其中的磁体或通电导体会产生磁力作用。

（磁体与磁体之间、磁体与通电导体之间、通电导体与通电导体之间的相互作用都是通过磁场发生的）

如何描述磁场的强弱和方向呢?

电场 $\xrightarrow{\text{电荷}q}$ 电场力F → F/q表示电场的强弱 → 电场强度E

磁场 $\xrightarrow[\text{电流}]{\text{磁体}}$ 磁场力F → 磁场的强弱 → 磁感应强度

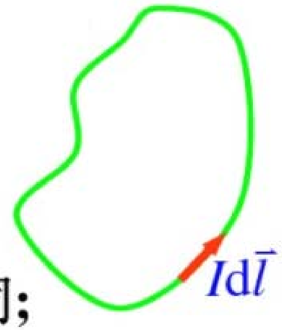
描述磁场的强弱和方向 → 磁感应强度

4、磁感应强度的定义

磁感应强度是描述磁场强弱的物理量。

从电流元角度定义**B**

在闭合回路中取电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

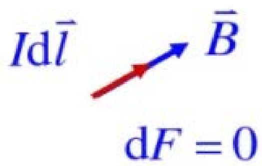


电流元在磁场中的受力特点:

(1) 电流元在磁场中的方向不同，受力也不同;

存在一个方向使 $\mathrm{d}F=0$

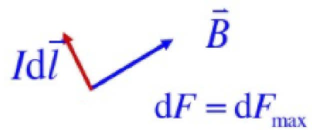
定义该方向为磁感应强度的方向

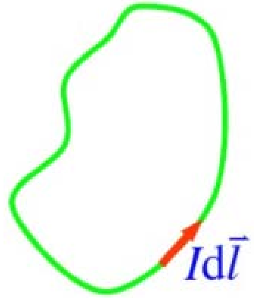


（2） 当电流元的取向与 磁感应强度的方向垂直时，受到的磁场力最 大;

定义磁感应强度的大小

$$\boxed{B=\frac{\mathrm{d}F_{\max}}{I\mathrm{d}l}}$$

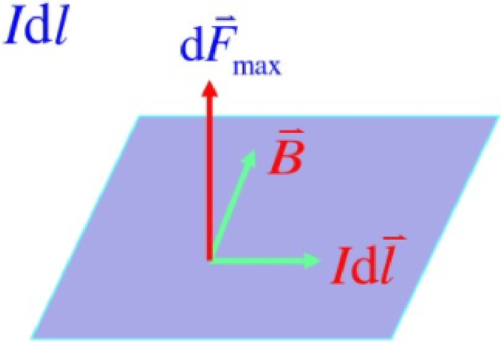




（3）磁场力 $\mathrm{d}\vec{F}_{\max}$ 的方向与电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 和磁感应强度 $\vec{B}$ 满足

右手螺旋关系 $\mathrm{d}\vec{F}=I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$

——安培力公式

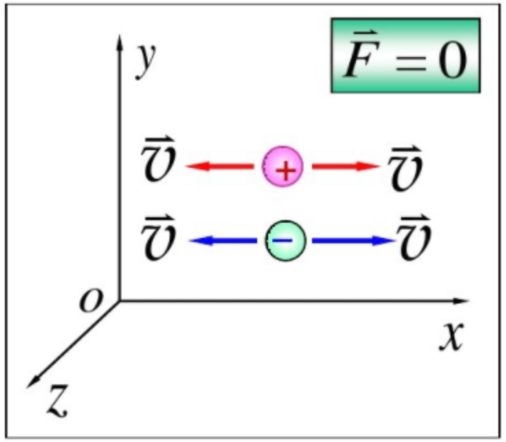


单位: 特斯拉 T $1\mathrm{T}=\dfrac{1\mathrm{N}}{1\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}}$

常用的还有:高斯 G $1\,\mathrm{G}=10^{-4}\mathrm{T}$

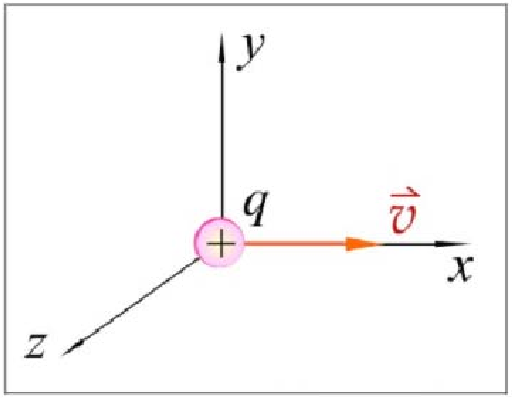
方向: 为小磁针 N 极指向

从电荷运动角度定义B



(1) 带电粒子在磁场中运动所受的力与运动方向有关.

(2)实验发现带电粒子在磁场中沿某一特定直线方向运动时不受力



(3)带电粒子在磁场中沿其他方向运动时 $\vec{F}$ 垂直于$\vec{v}$与特定直线所组成的平面.

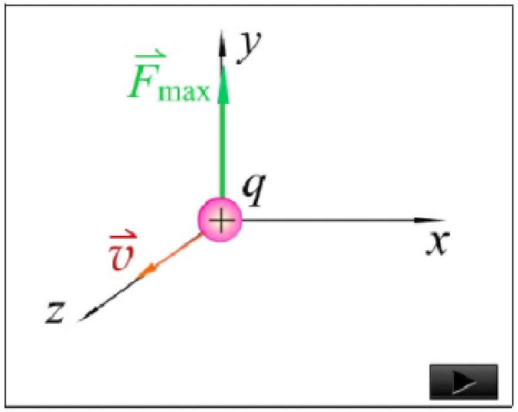
(4)当带电粒子在磁场中垂直于此特定直线运动时受力最大.

$$\vec{F}=\vec{F}_{max}=\vec{F}_{\perp}$$

$$F_{max} \propto q\,v$$

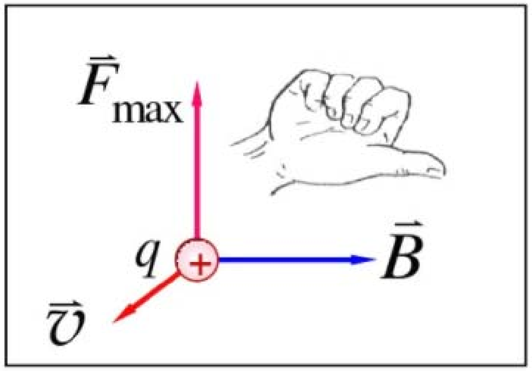
$\boxed{\dfrac{F_{max}}{q\,v}}$大小与 q, v 无关，反应了该点磁场的强弱

磁感应强度大小 $\boxed{B = \dfrac{F_{max}}{qv}}$ 类似电场强度



磁感强度 $\vec{B}$ 的定义：当正电荷垂直于特定直线运动时受力 $\vec{F}_{max}$，将 $\vec{F}_{max} \times \vec{v}$ 方向定义为该点的 $\vec{B}$ 的方向.

右手螺旋法则



磁感强度大小 $\boxed{B = \dfrac{F_{max}}{qv}}$

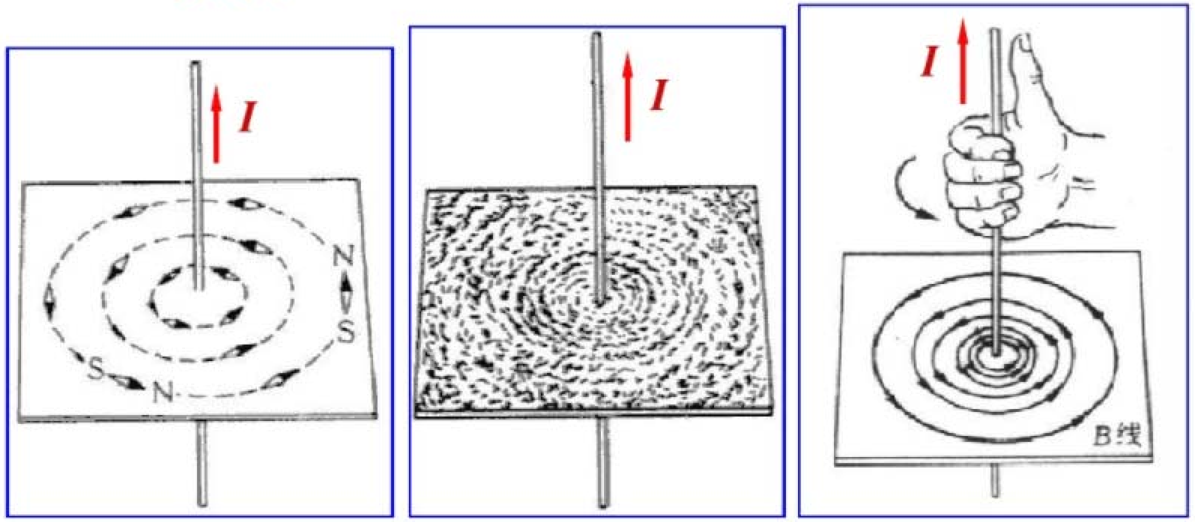
单位 特斯拉 $\boxed{1(\mathrm{T}) = 1\mathrm{N/A \cdot m}}$

运动电荷在磁场中受力

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

5、磁场线

规定：曲线上每一点的**切线**方向就是该点的磁感强度 $\boldsymbol{B}$ 的**方向**，曲线的**疏密**程度表示该点的磁感强度 $\boldsymbol{B}$ 的**大小**.



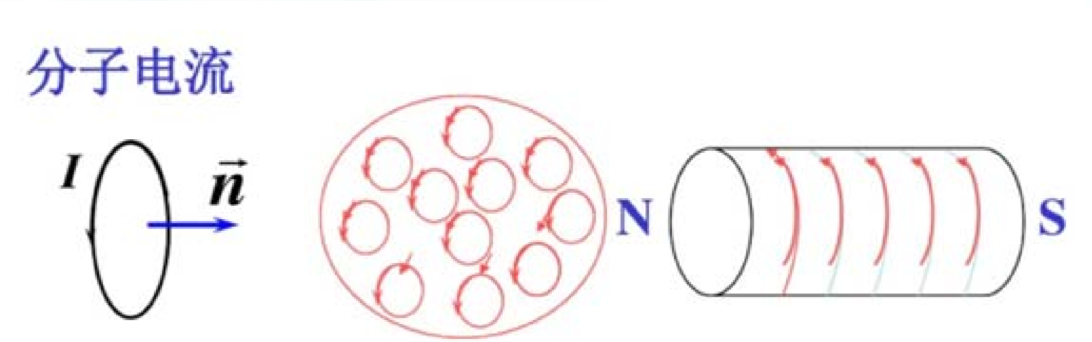
磁感应线都是闭合曲线

电流方向与电流所产生的磁场方向符合右手螺旋法则

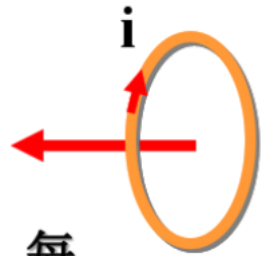
静电场的电场线与磁感线的异同

电场线	磁感线
1. 电场线从正电荷或无限远处出发，终止于负电荷或无限远，电场线是不闭合的曲线。	1. 在磁体外部，磁感线是从北（N）极指向南（S）极，内部是从南（S）极出发从北（N）极进去，磁感线是闭合的曲线。
2. 正电荷在电场中某点受到电场力的方向与该点的电场方向一致，也与该点所在电场线的切线方向一致。	2. 小磁针在磁场中静止时北（N）极的指向或北（N）极的受力方向与该点的磁场方向一致，也与该点所在磁感线的切线方向一致。
相同点	1. 电场线和磁场线都不相交。 2．线上某点的切线方向都表示该处的场的方向。 3. 线的疏密都表示场的强弱。

6、安培假说——磁场的起源



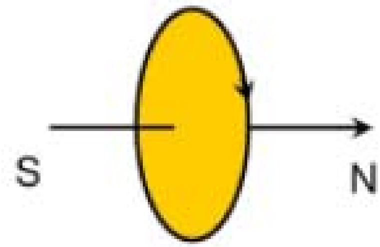
安培分子电流假说（1822年）：



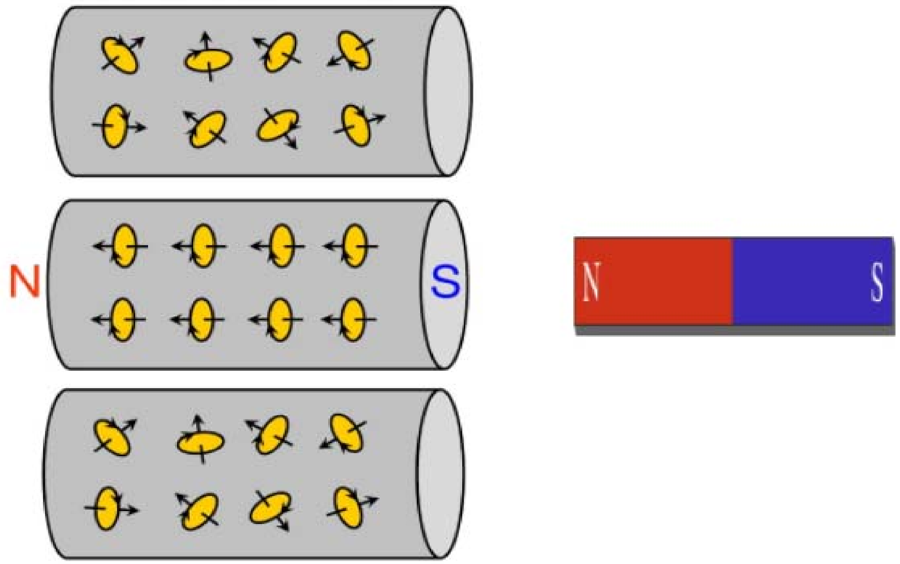
- 一切磁现象起源于电荷的运动。
- 磁性物质的分子中存在着分子电流，每个分子电流相当于一基元磁体。
- 物质的磁性取决于内部分子电流对外界磁效应的总和。
- 说明了磁极不能单独存在的原因。

法国学者安培提出了著名的分子电流假说

在原子、分子等物质微粒的内部,存在着一种电流-分子电流.分子电流使每个物质微粒都成为微小的磁体,它的两侧相当于两个磁极



利用安培的假说解释一些磁现象



安培分子电流假说意义

1.成功的解释了磁化现象和磁体消磁现象

2.安培分子电流假说揭示了电和磁的本质联系

3.安培的分子电流假说揭示了磁性的起源，认识到磁体的磁场和电流的磁场一样，都是由运动的电荷产生的

§2. 毕奥—萨伐尔定律

1、稳恒电流的磁场

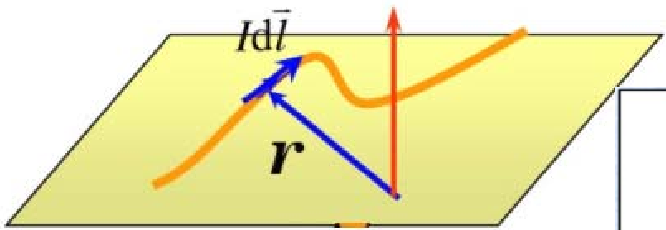
研究一段电流元产生磁感应强度的规律。

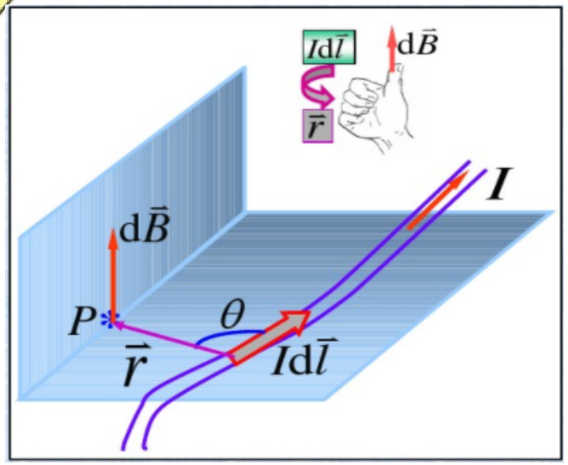
电流元：流过某线元矢量 $d\vec{l}$ 的电流I与 $d\vec{l}$ 的乘积 $Id\vec{l}$

由实验发现一段长为 dl 通有电流为 I 的电流元产生的磁感应强度：

$d\boldsymbol{B}$

$$** \quad d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{\mathbf{l}} \times \vec{\mathbf{r}}}{r^3}$$





dN个电荷的宏观效应！

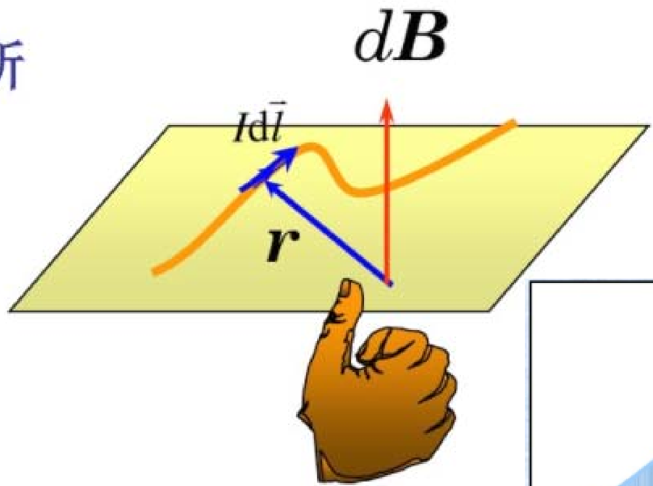
大小： $$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$$

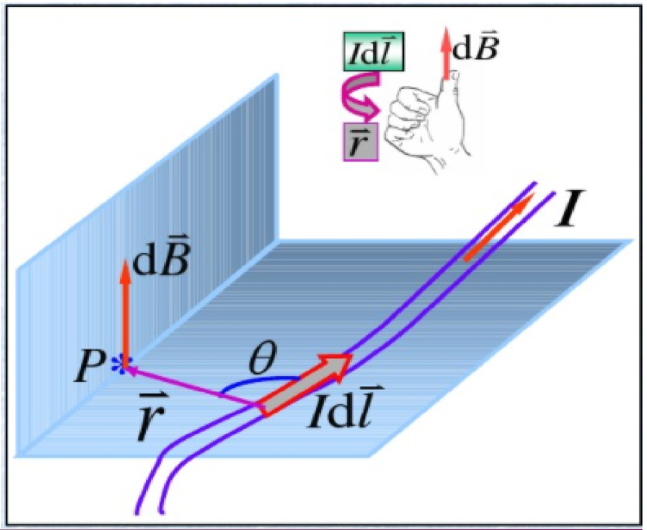
方向：从$d\vec{l}$右旋到$\vec{r}$，磁场方向为大拇指指向

dB 的方向垂直于$d\vec{l}$ 和 $\vec{r}$ 所形成的平面。

真空中的磁导率

$$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m\cdot A^{-1}}$$



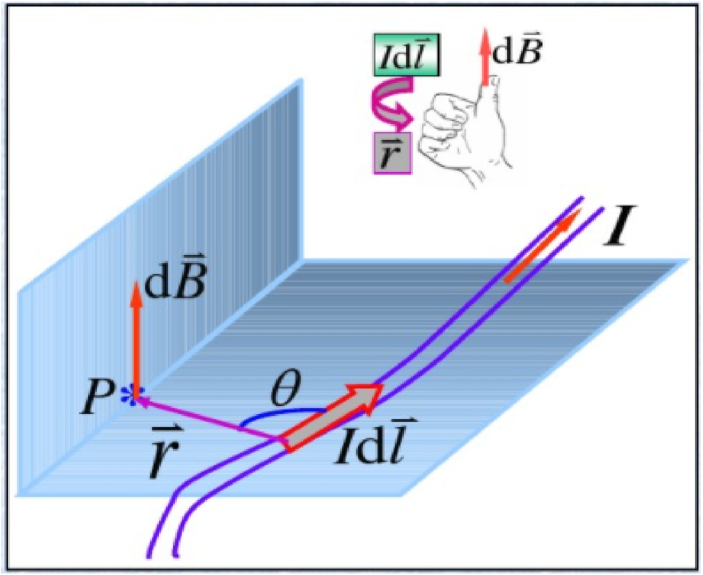


磁场叠加原理

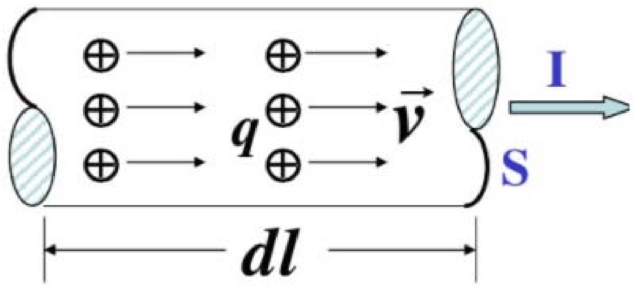
若干个运动电荷或电流在空间某点产生的磁场，等于各运动电荷或电流单独存在时在该点产生的磁场的矢量和

可知一段载流导体的磁场

$$\boxed{\vec{B}=\int \mathrm{d}\vec{B}=\int_l \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}}$$



2、运动电荷的磁场



电流 ⟷ 电荷定向运动

$$I=\frac{dQ}{dt}=\frac{n\cdot sdl\cdot q}{dt}=qnvS$$

电荷 密度 速率 截面积

电流元 $Id\vec{l}$

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}$$

载流子总数

$$dN=ndV=nSdl$$

单个运动电荷的磁感应强度：

$$B=\frac{dB}{dN}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv\sin(\vec{v},\vec{r}_0)}{r^2}$$

也即：

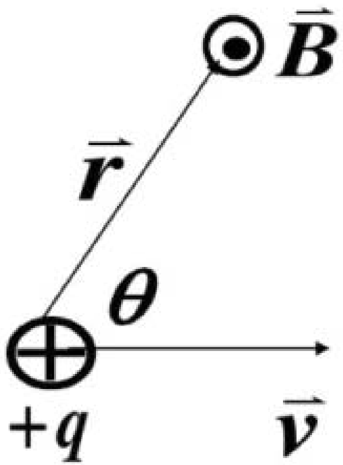
$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}}$$

单个电荷的微观效应！

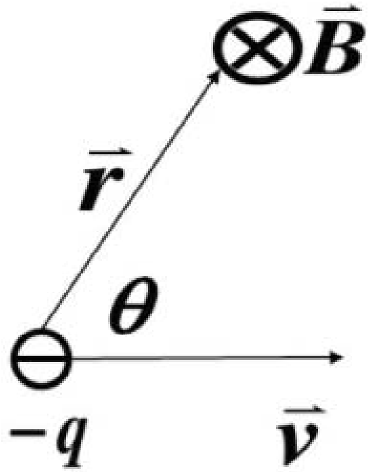
$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$

$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv\sin\alpha}{r^2}$$

若$q>0$，$\vec{B}$与$\vec{v}\times\vec{r}$同向



若$q<0$，$\vec{B}$与$\vec{v}\times\vec{r}$反向



应用毕萨定律解题的方法及应用

1.分割电流元;

2.建立坐标系;

3.确定电流元的磁场; $\mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{\mathbf{r}}}{r^3}$

4.求 B 的分量 B_x 、B_y;

$$\boldsymbol{B}_x = \int \mathrm{d}\boldsymbol{B}_x \qquad \boldsymbol{B}_y = \int \mathrm{d}\boldsymbol{B}_y$$

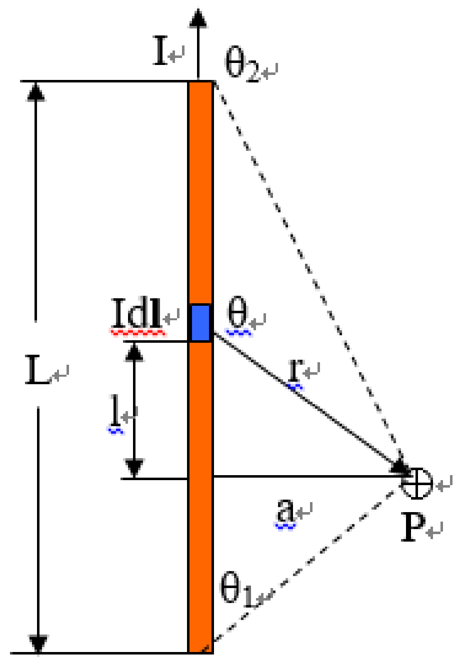
5.由 $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$ 求总场。

注意：应指出**B**的方向。

例题1

长为L的直导线通有恒定电流I。

求：距离直导线为a处一点P的磁感应强度B。



例题1

长为L的直导线通有恒定电流I。

求：距离直导线为a处一点P的磁感应强度B。

解：在直导线上取一电流元Idl，

在P点产生的磁感应强度dB为：

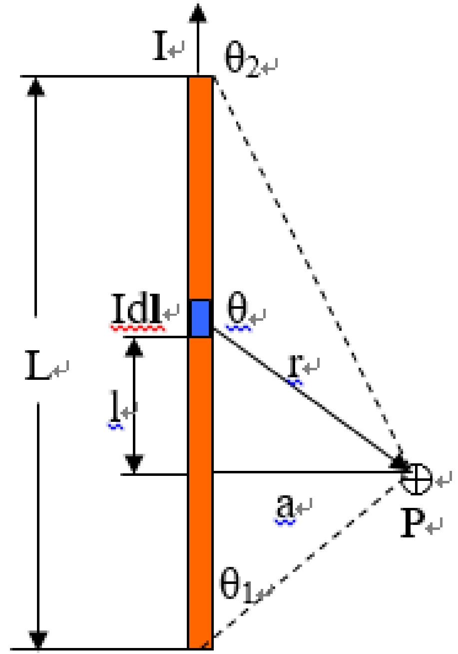
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

方向：右手定则

变量：l，r，θ，三者之间的关系：

a＝rsin(π－θ)＝rsinθ　　r＝a/sinθ

l＝rcos(π－θ)＝－rcosθ　dl＝acsc²θdθ



代入得：

$$B=\int dB=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{\frac{ad\theta}{\sin^2\theta}\sin\theta}{\frac{a^2}{\sin^2\theta}}$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta d\theta=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

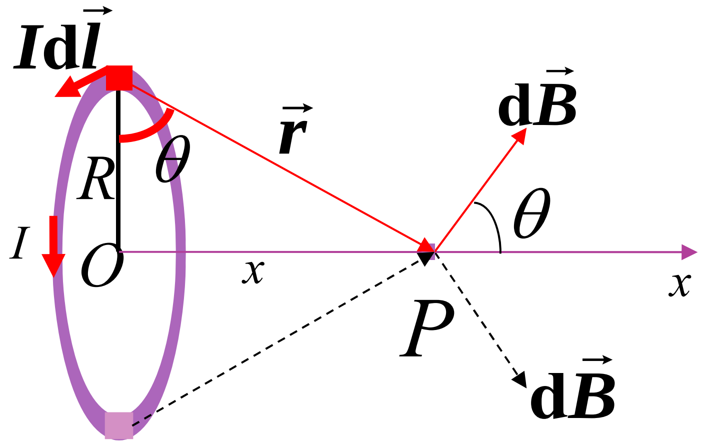
对于无限长直导线：$\theta_1=0$，$\theta_2=\pi$代入得：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

例题2

半径为R的线圈，通有电流I。

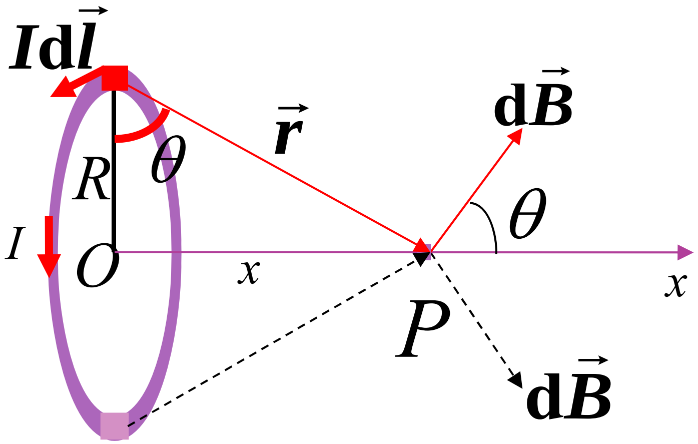
求：通过圆心、垂直圆平面的轴线上，与圆心相距为x处一点P的磁感应强度B。



例题2

半径为R的线圈，通有电流I。

求：通过圆心、垂直圆平面的轴线上，与圆心相距为x处一点P的磁感应强度B。



解：线圈上的电流元Idl总是和r垂直，

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

$$B = \int dB\cos\theta = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{(R^2+x^2)^{1/2}}$$

$$B=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{(R^2+x^2)}\frac{R}{(R^2+x^2)^{1/2}}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{(R^2+x^2)^{3/2}}\int dl$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{(R^2+x^2)^{3/2}}2\pi R=\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

在圆环中心处，x＝0

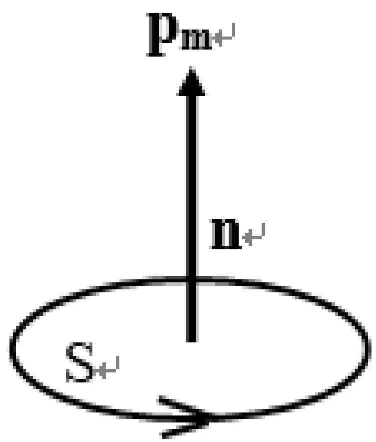
$$B=\frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R}$$

在远处，x>>R

$$B=\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{x^3}=\frac{\mu_0 I\pi R^2}{2\pi x^3}=\frac{\mu_0 IS}{2\pi x^3}$$

定义线圈的磁矩

$$\vec{p}_m = IS\hat{n}$$



用磁矩表示远处磁感应强度：

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{2\pi x^3}$$

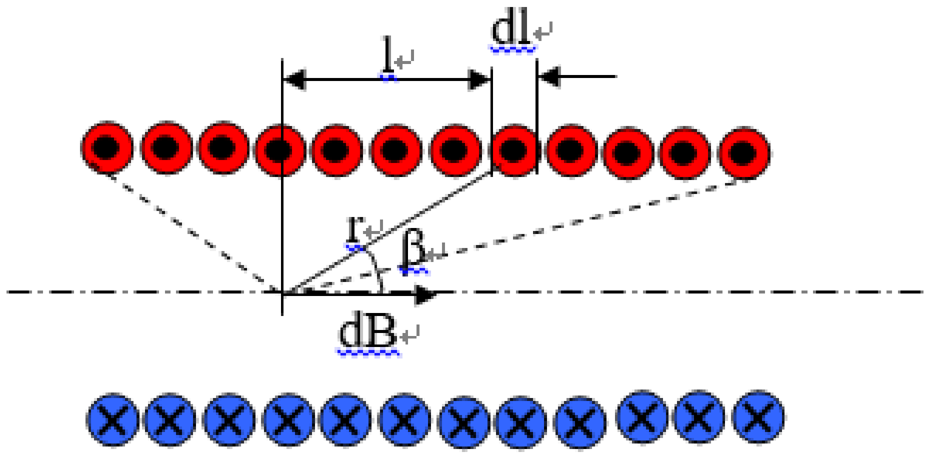
用磁矩表示中心处磁感应强度：

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{2\pi R^3}$$

例题3

均匀密绕的螺线管，半径为R，单位长度上的匝数为n，螺线管通有电流I。

求：螺线管轴线上一点P的磁感应强度B。

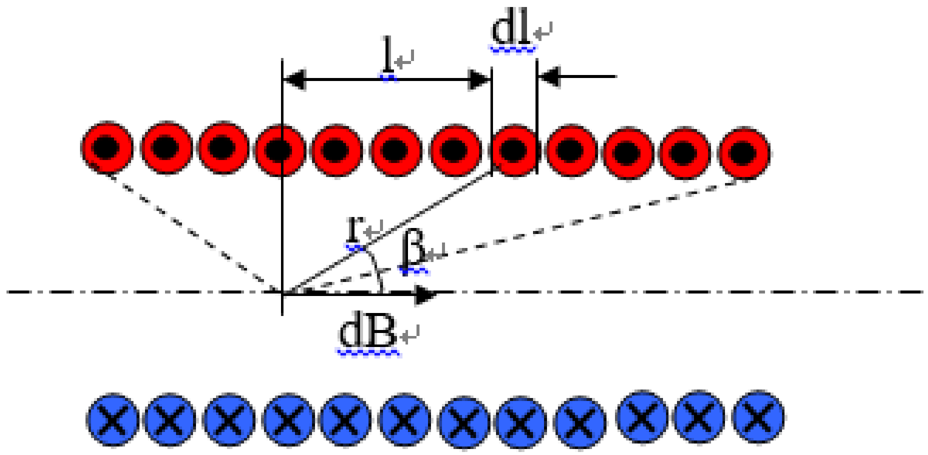


例题3

均匀密绕的螺线管，半径为R，单位长度上的匝数为n，螺线管通有电流I。

求：螺线管轴线上一点P的磁感应强度B。

解：螺线管可看成由许多半径相同的同轴线圈组成，轴线上任意一点磁感应强度的大小，等于各载流圆线圈在该点产生的磁感应强度的叠加。



在螺线管上取一小段dl，在这一小段上有ndl匝线圈，相当于一个通有电流Indl的载流圆线圈，由上题的结论可知：

$$dB = \frac{\mu_0 R^2 dI}{2(R^2 + l^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 R^2 Indl}{2r^3}$$

由图中的几何关系可得到：

$R = r\sin\beta$，$r = R/\sin\beta$，

$l = r\cos\beta = R\cos\beta/\sin\beta$， $dl = -Rd\beta/\sin^2\beta$

$$dB = \frac{\mu_0}{2}\frac{R^2 Indl}{r^3} = -\frac{\mu_0}{2}\frac{R^2 In\frac{R}{\sin^2\beta}d\beta}{\frac{R^3}{\sin^3\beta}} = -\frac{\mu_0}{2}nI\sin\beta d\beta$$

从β1到β2积分：

$$B=\int_{\beta_1}^{\beta_2}-\frac{\mu_0}{2}nI\sin\beta d\beta=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)$$

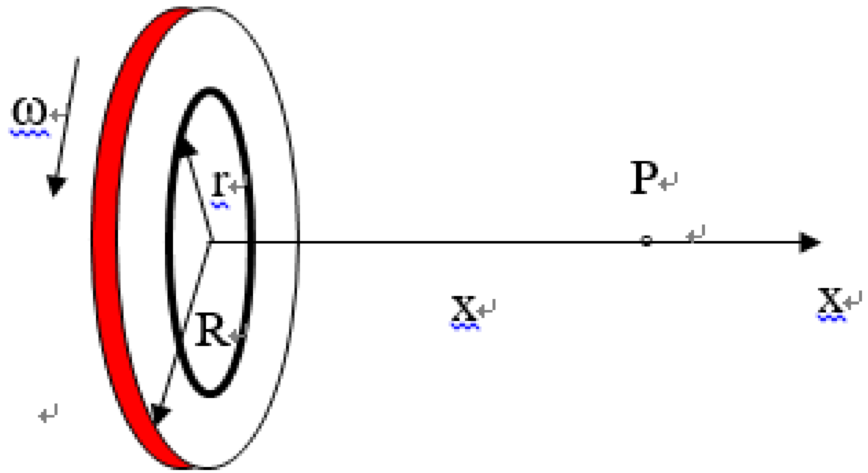
对于无限长螺线管，β1＝π，β2＝0，代入得：B＝μ_0nI

例题4（重点）

半径为R的均匀带电圆盘，带电量为+q，圆盘以角速度ω绕通过圆心垂直于圆盘的轴转动。

求：(1)轴线上任意一点的磁感应强度B。

(2)圆盘的磁矩。

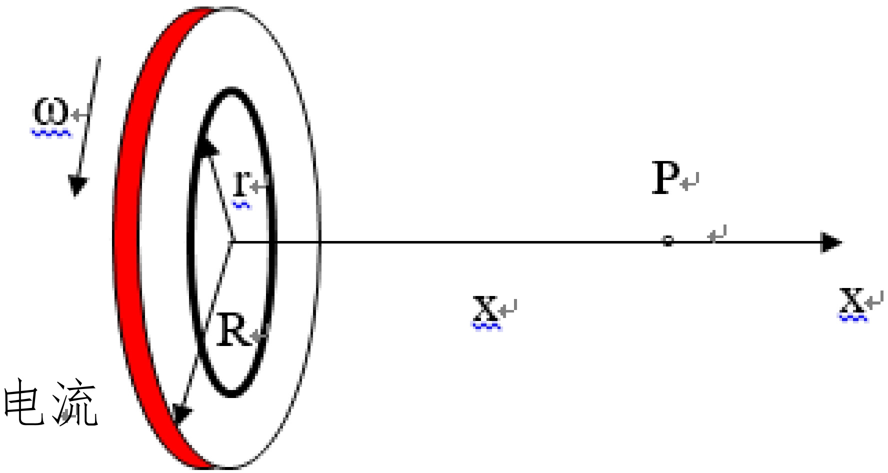


例题4（重点）

半径为R的均匀带电圆盘，带电量为＋q，圆盘以角速度ω绕通过圆心垂直于圆盘的轴转动。

求：(1)轴线上任意一点的磁感应强度B。

(2)圆盘的磁矩。



解：在距圆心为r处

取宽度为dr的圆环，

圆盘每秒钟旋转ω/2π圈，

每一圈转过的电荷为σ2πrdr，圆环的电流为：

$$dI = \omega/2\pi\ \sigma 2\pi r dr = \omega\sigma r dr$$

其中$\sigma = q/\pi R^2$ 为圆盘的电荷密度。

由例题9.2得到的结果，圆环在P点产生的磁感应强度为：

$$dB = \frac{\mu_0 r^2 dI}{2(r^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \sigma \omega r^3 dr}{2(r^2+x^2)^{3/2}}$$

从0到R积分得整个圆盘在P点产生的磁感应强度

$$B = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2}\int_0^R \frac{r^3 dr}{(r^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2}\left[\frac{R^2+2x^2}{\sqrt{x^2+R^2}} - 2x\right]$$

圆盘中心处x＝0的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0\sigma\omega}{2}R$$

(2)根据磁矩的定义pm＝ISn，每个载流dI的线圈的磁矩为：

$$dp_m=\pi r^2 dI\mathbf{n}=\pi r^3\omega\sigma dr\,\mathbf{n}$$

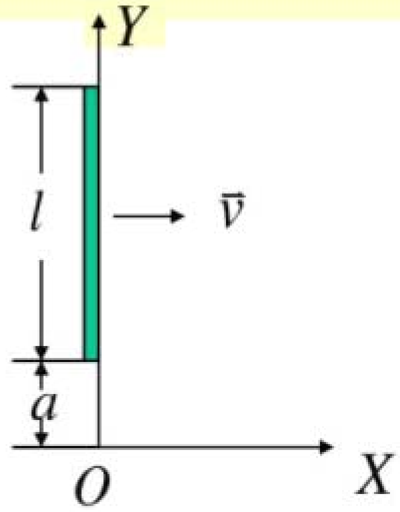
所有dpm都具有相同的方向，从0到R积分即得整个圆盘的磁矩:

$$p_m=\int dp_m=\int_0^R \pi\sigma\omega r^3 dr=\frac{1}{4}\pi\sigma\omega r^4$$

例题5

长为0.1米，带电量$q=1\times10^{-10}$C的均匀带电细棒，以速度$v=1$m/s沿x轴正方向运动。当细棒运动到与y轴重合时，细棒下端与坐标原点o的距离$a=0.1$m 。

求：此时坐标原点处磁感应强度B的大小。



例题5

长为0.1米，带电量q＝1×10^{-10}C的均匀带电细棒，以速度v＝1m/s沿x轴正方向运动。当细棒运动到与y轴重合时，细棒下端与坐标原点o的距离a＝0.1m 。

求：此时坐标原点处磁感应强度B的大小。

解：对于连续分布的电荷，取细棒上一线元dy，带电量为dq＝q/L dy，它在O点产生的磁感应强度的大小为：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dqv\sin 90^0}{y^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qvdy}{Ly^2}$$

从a到a＋L积分，得到整个细棒在O点处产生的磁感应强度：

$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_a^{a+L}\frac{qvdy}{Ly^2}=\frac{\mu_0 qv}{4\pi L}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{a+L}\right)=5.0\times10^{-16}$$

§3. 恒磁场的高斯定理和安培环路定理

一、磁感应线与磁通量

与电场中引入电场线相似，磁场中可引入磁场线（又称磁感应线，磁力线）。

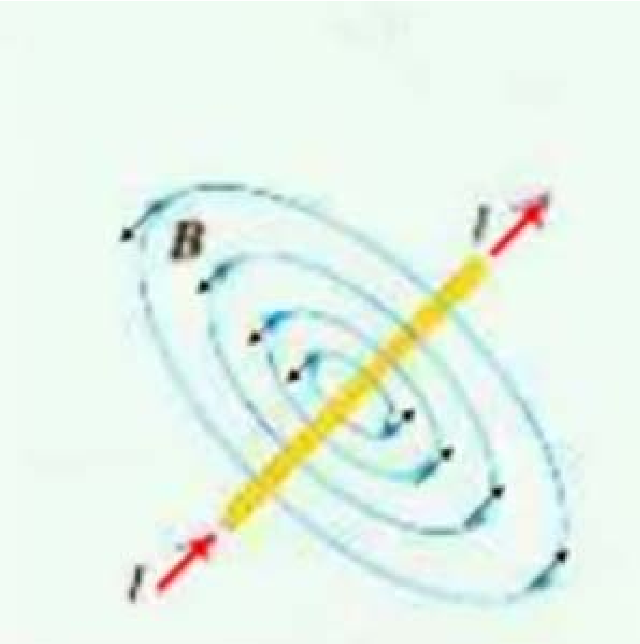
1、磁感应线

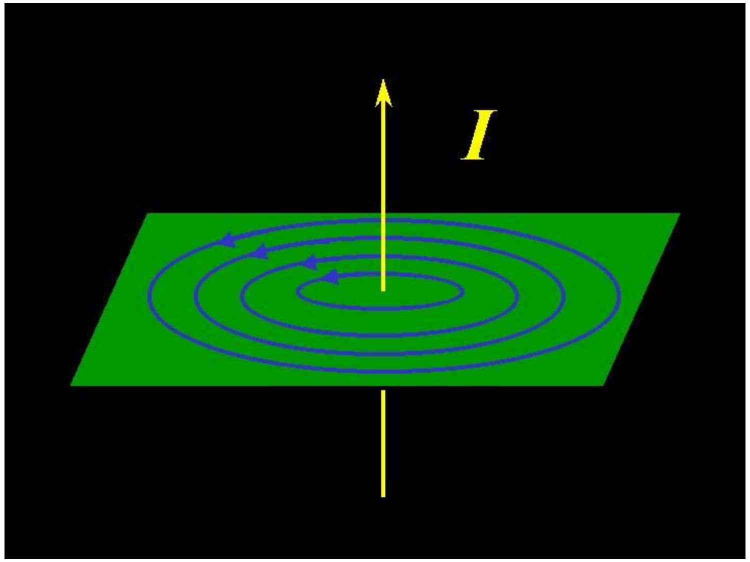
定义：磁感应线即磁场空间中一些有方向的曲线，其上每点的切线方向与该点的磁感应强度方向一致。

为了表达磁场中某点磁感应强度的大小，我们规定，绘图时做到：过该点**垂直于磁感应线的截面的数密度**与磁感应强度成正比，即：

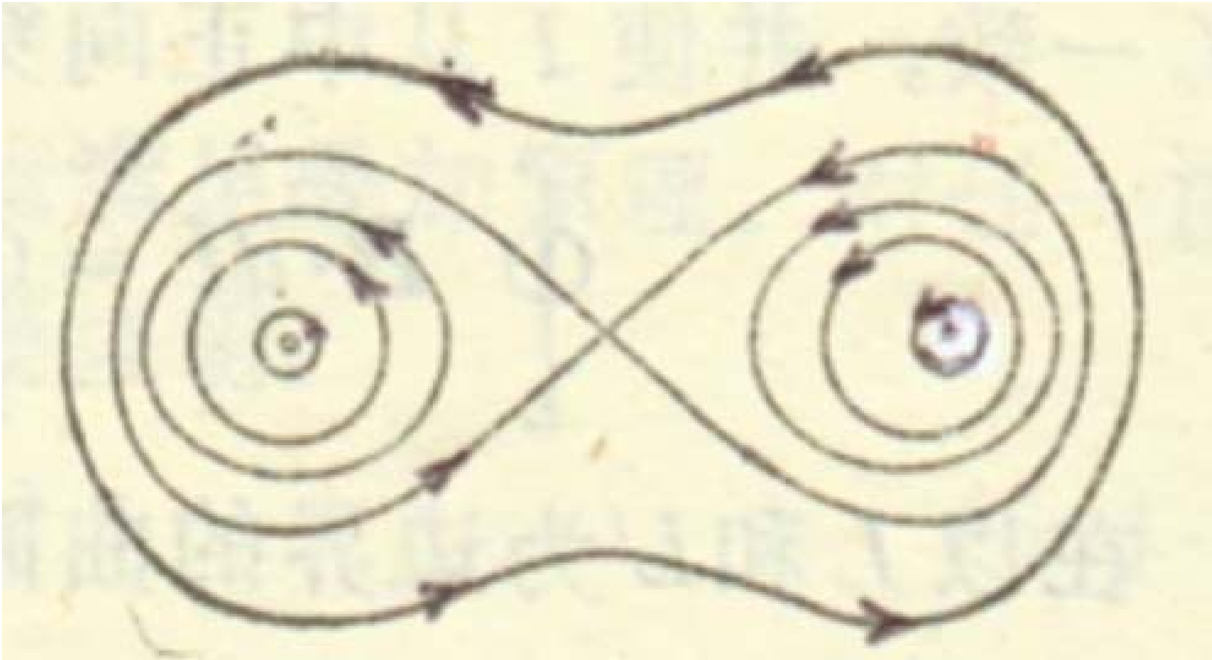
$$|B| = \frac{\Delta N}{\Delta S}$$

(a) 直线电流

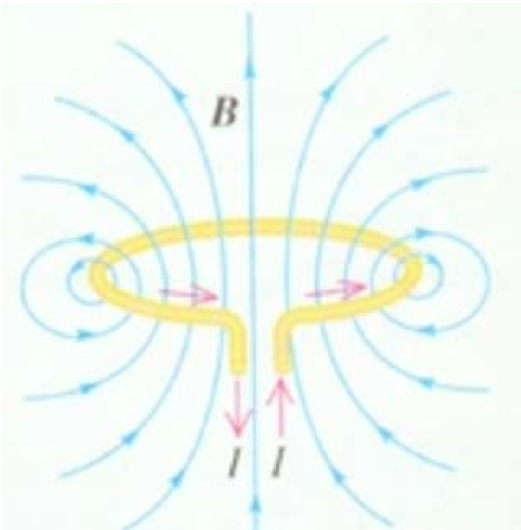


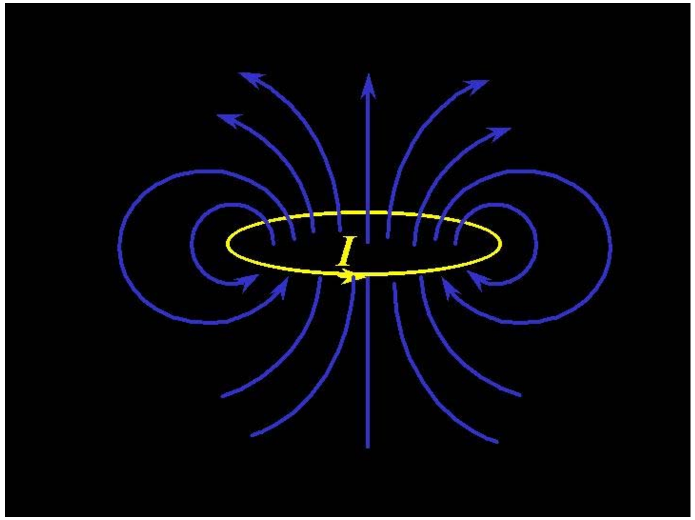


(b) 两根平行直线电流

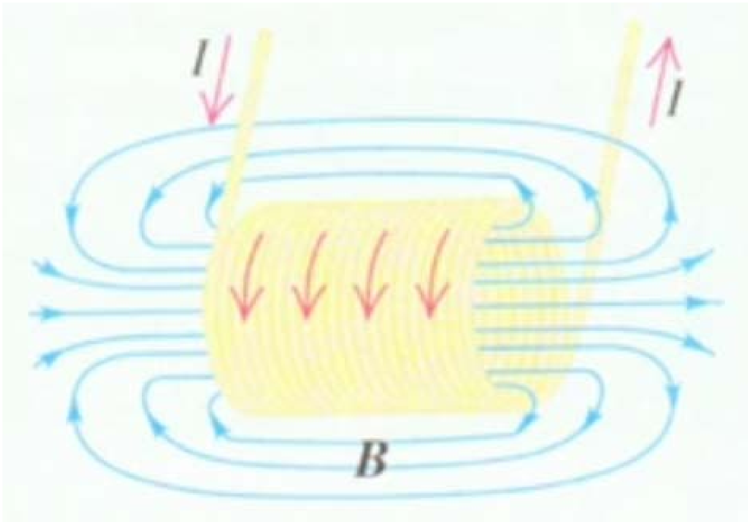


(c) 圆环电流

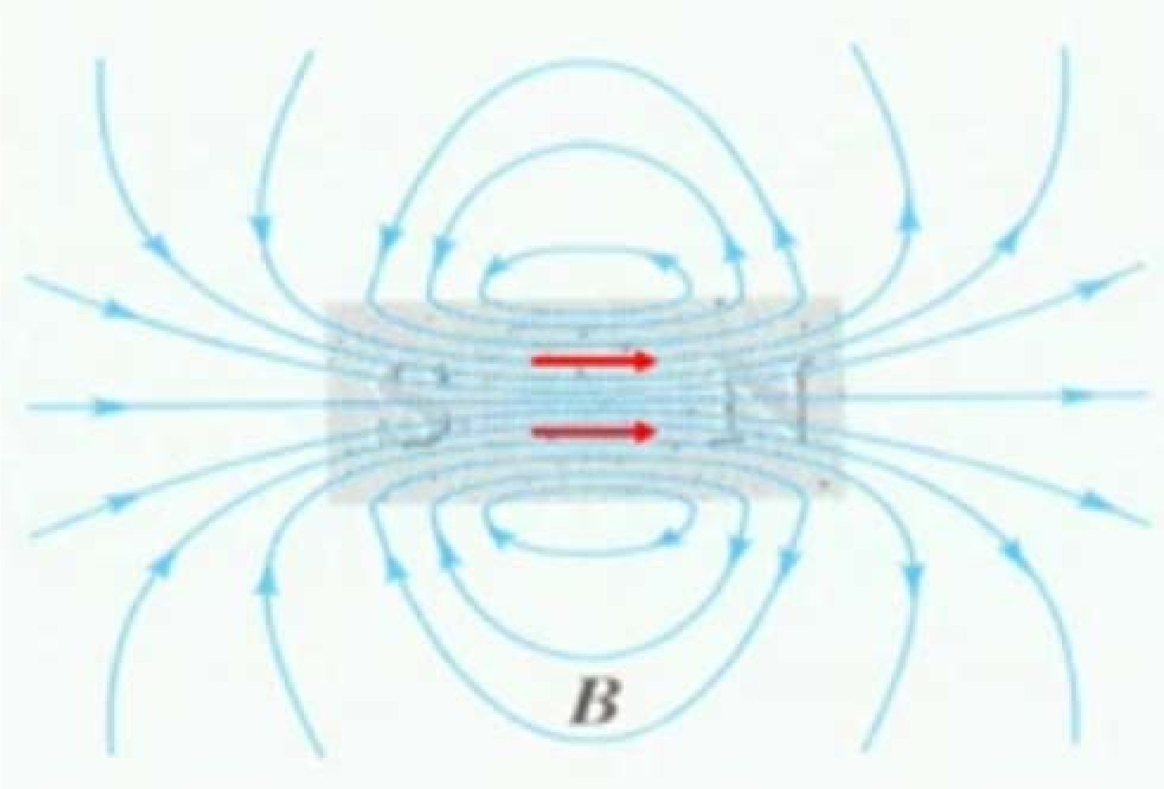




(d) 有限长螺线管电流



磁场线与电场线的区别?



磁力线的性质：在任一点都不会中断（闭合曲线或来自无穷远，终止于无穷远，总是闭合的）。

2、磁通量

用定义电通量相同的方法定义磁通量：

$$\vec{B}\bullet\Delta\vec{S}=\Delta\Phi_B$$

称为通过ΔS的磁通量，形象地说就是垂直通过ΔS 的磁感应线根数。

进一步，可引入通过某曲面S的磁通量：

$$\Phi_B=\iint_S \vec{B}\bullet d\vec{S}$$

- 磁通量的单位为韦伯(**Wb**)，**1 Wb = 1 T m²**，
- 磁通量也和**B**一样满足叠加原理。

二、高斯定理

▲**高斯定理**：通过任意闭合曲面S的磁通量等于零，即

$$\oint\!\!\oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}=0$$

▲**物理意义**：反映了磁场的“无源性”，孤立的磁荷不可能存在，磁场线闭合（一般地说）。

三、安培环路定理

- 安培环路定理：稳恒磁场的磁感矢量$\vec{B}$沿闭合环路的线积分，等于穿过环路的电流代数和的μ_0倍，即

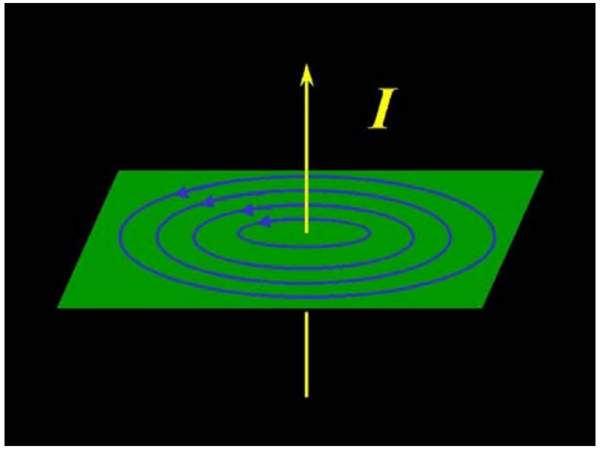
$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o \sum I$$

- 这里的$\vec{B}$是总的$\vec{B}$。
- 式中μ_0为真空的磁导率。
- L叫安培环路，要规定绕行方向。
- 电流有正负之分，需要求代数和，电流正负规定：右手弯曲四指指向环路绕行方向，拇指所指方向为电流的正方向。

- 以无限长载流直导线产生的磁场为例，说明安培环路定理：

真空中一无限长载流直导线产生的磁场：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



（1）取半径为r的磁感应线作为积分回路：

B与dl的夹角 θ ＝0

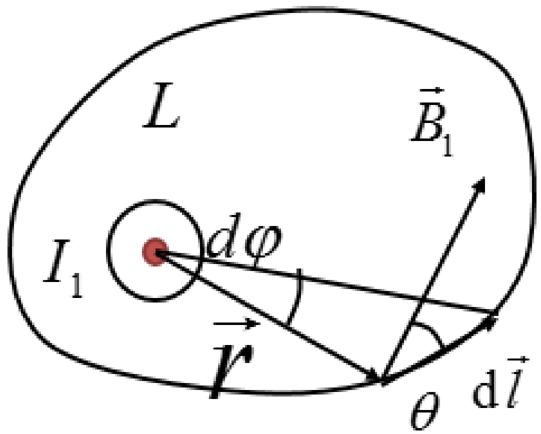
$$\int_L \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \int_L dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$$

（2）如果积分回路为任意回路：

$$r d\varphi = dl\cos\theta \Rightarrow dl = \frac{r d\varphi}{\cos\theta}$$

$$\oint_{(L)} \vec{B}_1 \cdot d\vec{l} = \oint_{(L)} B_1 \cos\theta dl$$

$$\cos\theta dl = r d\varphi\,, \quad B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$



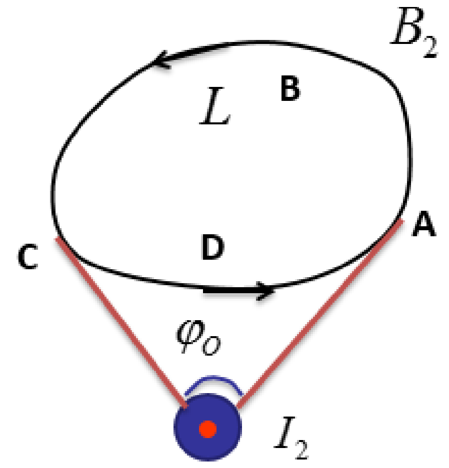
$$\oint_{(L)} \vec{B}_1 \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \cdot r d\varphi = \mu_0 I_1$$

（3）一无限长载流直导线未穿过环路 L ：

$$\oint_{(L)} \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{ABC} \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{CDA} \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

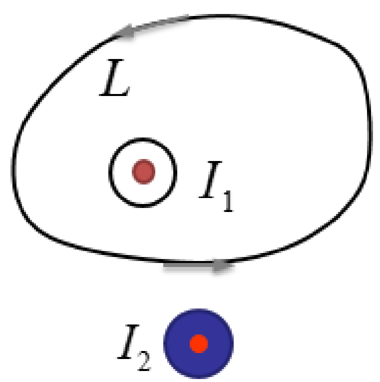
$$= \int_0^{\phi_0} \frac{u_0 I_2}{2\pi r} r d\phi + \int_{\phi_0}^{0} \frac{u_0 I_2}{2\pi r} r d\phi$$

$$= \frac{u_0 I_2}{2\pi}\phi_0 - \frac{u_0 I_2}{2\pi}\phi_0 = 0$$



（4）内外各一支电流：

$$\oint_{L} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{L} (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) \cdot d\vec{l} = u_o I_1$$



注意：穿过回路的电流方向与回路绕行方向复合“右手定则”时取“+”，反之取“—”

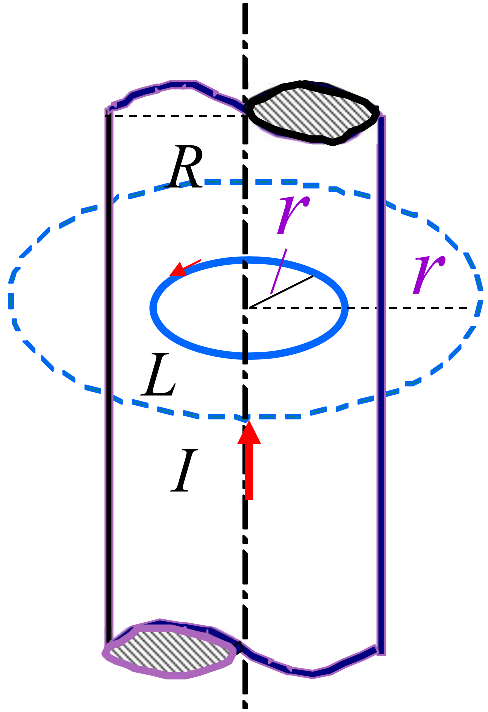
总结：

安培环路定理的应用类似静电场中的高斯定理的应用。其主要应用为：已知电流分布求磁感应强度矢量分布。前面介绍了一种方法，就是利用毕—萨定律求解。但当电流分布具有某种对称性时，利用安培定理求解，会使问题更为简单。

例题

无限长均匀载流圆柱导体的截面半径为R，电流为I沿轴线方向流动。

求：载流圆柱导体内、外的磁感应强度B。

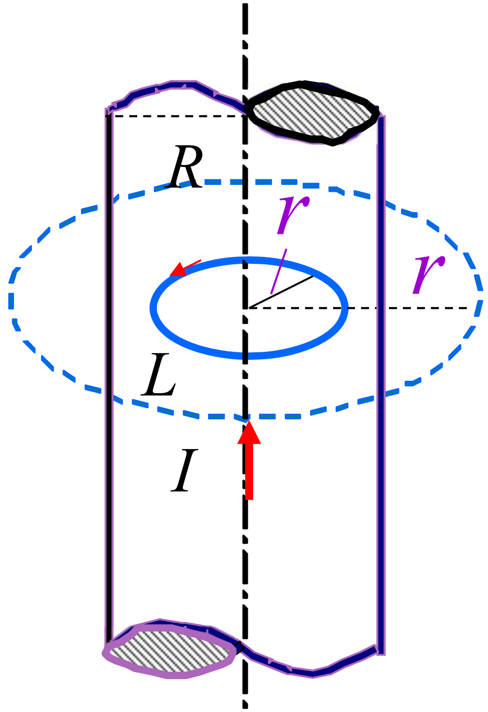


例题

无限长均匀载流圆柱导体的截面半径为R，电流为I沿轴线方向流动。

求：载流圆柱导体内、外的磁感应强度B。

解：无限长导体的磁场以圆柱体轴线为对称轴，以r为半径作一园形安培环路L，在L上B的大小处处相等。



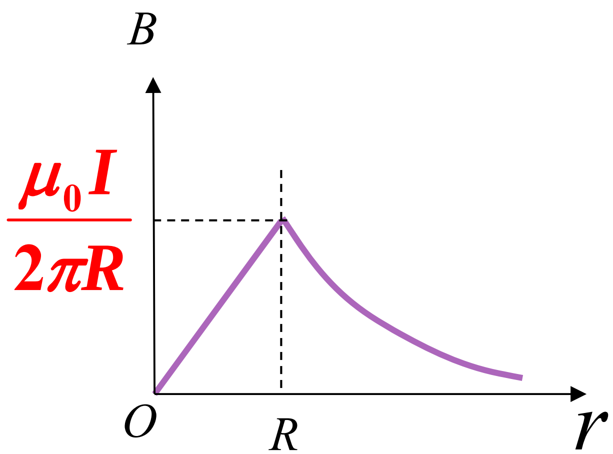
$$\oint_L \vec{B} \bullet d\vec{l} = B\oint_L dl = B2\pi r = \mu_0 I'$$

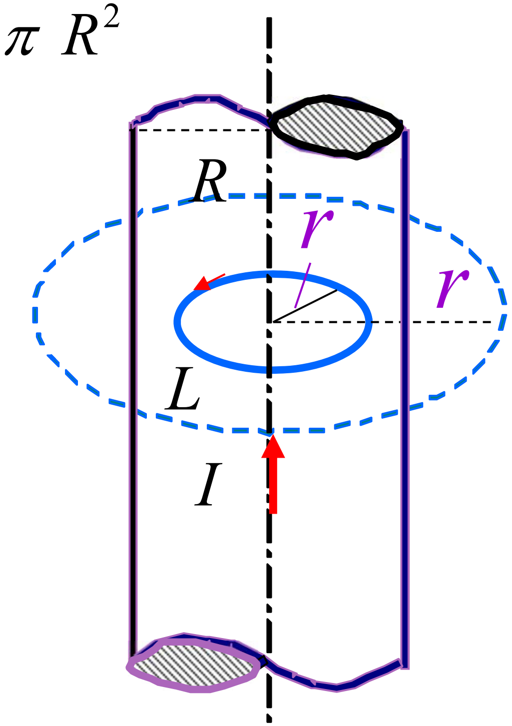
当r<R时，

$$I' = \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2 = I\frac{r^2}{R^2} \qquad B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{rI}{R^2}$$

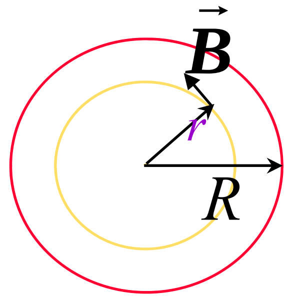
当r>R时，I’＝I

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$





无限长载流圆柱面的磁场分布：

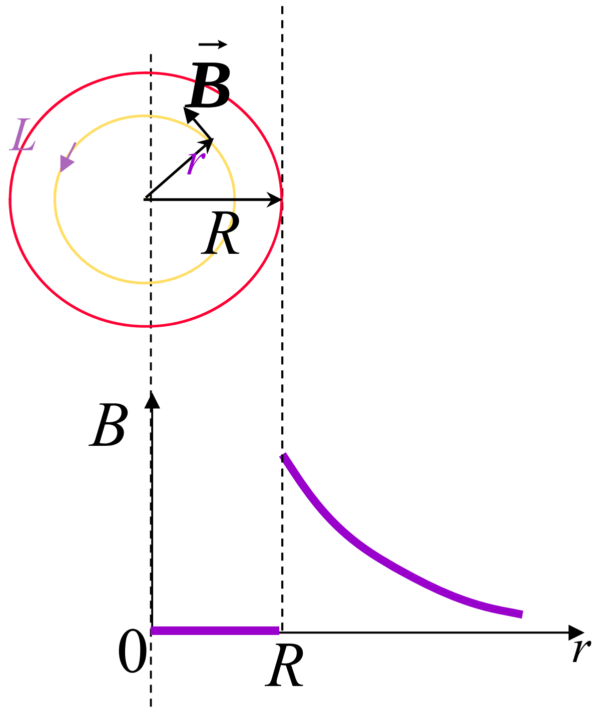


无限长载流圆柱面的磁场分布：

①圆柱面外　　$(r > R)$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B_{外} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

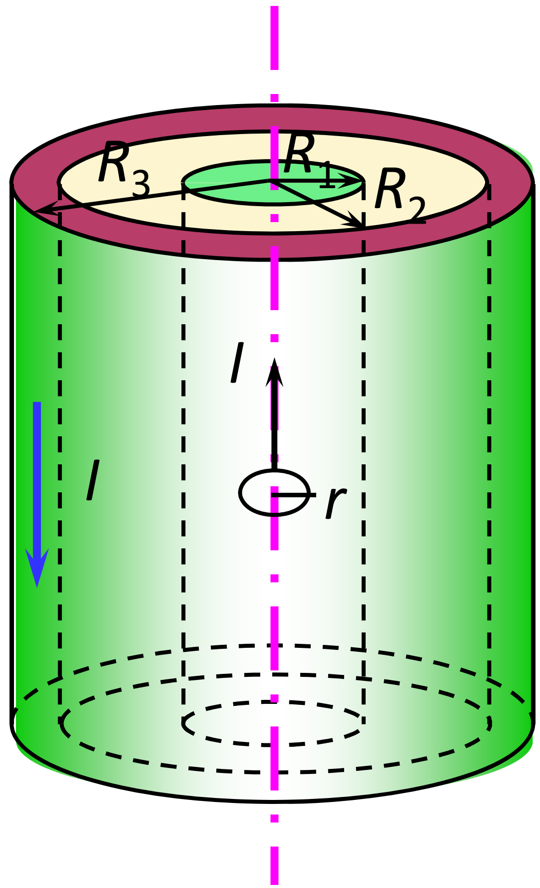


②圆柱面内　　$(r < R)$

$$B_{内} = 0$$

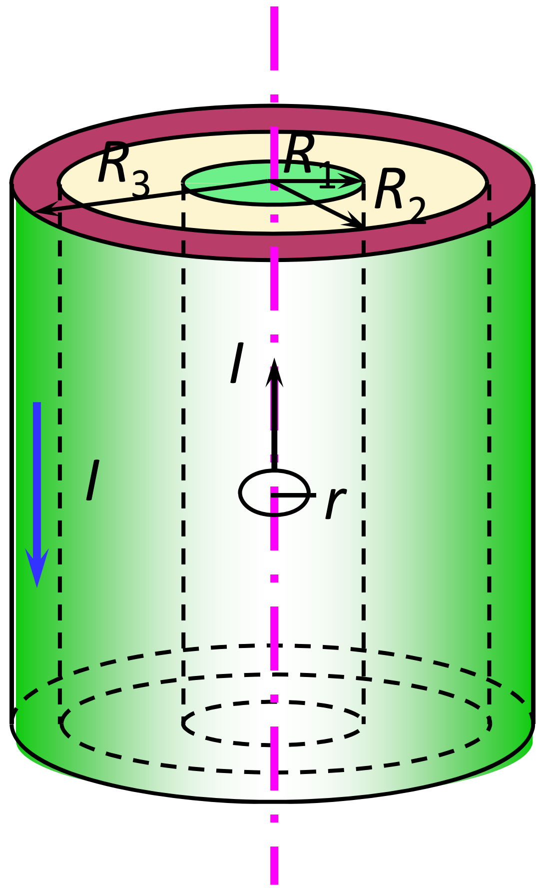
例题

同轴电缆的内导体圆柱半径为R_1，外导体圆筒内外半径分别为R_2、R_3，电缆载有电流I，求磁场的分布。



例题

同轴电缆的内导体圆柱半径为R_1，外导体圆筒内外半径分别为R_2、R_3，电缆载有电流I，求磁场的分布。



解：同轴电缆的电流分布具有轴对称性在电缆各区域中磁力线是以电缆轴线为对称轴的同心圆。

$r < R_1$时, 取沿半径 r 的磁感应线为环路

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

$$B\,2\pi r = \mu_0 \frac{I}{\pi R_1^2} \pi r^2$$

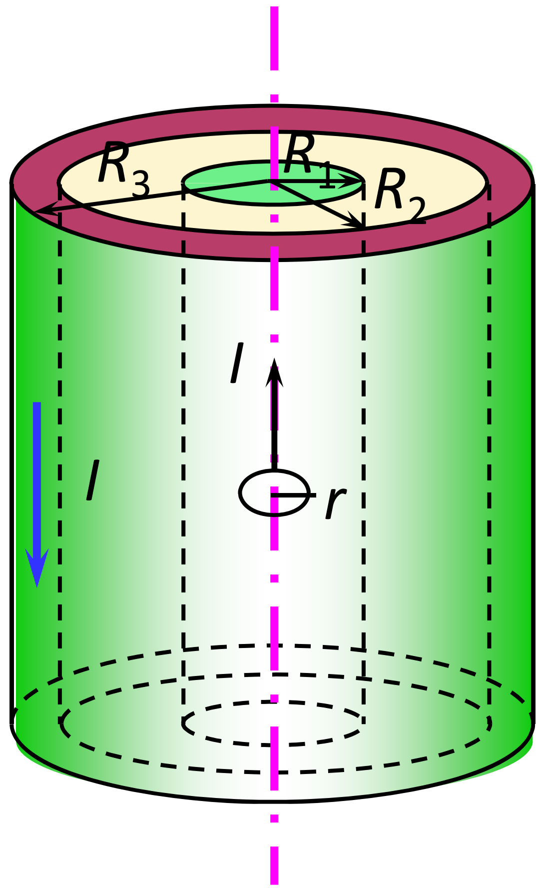
$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$$

$R_1 < r < R_2$，同理

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



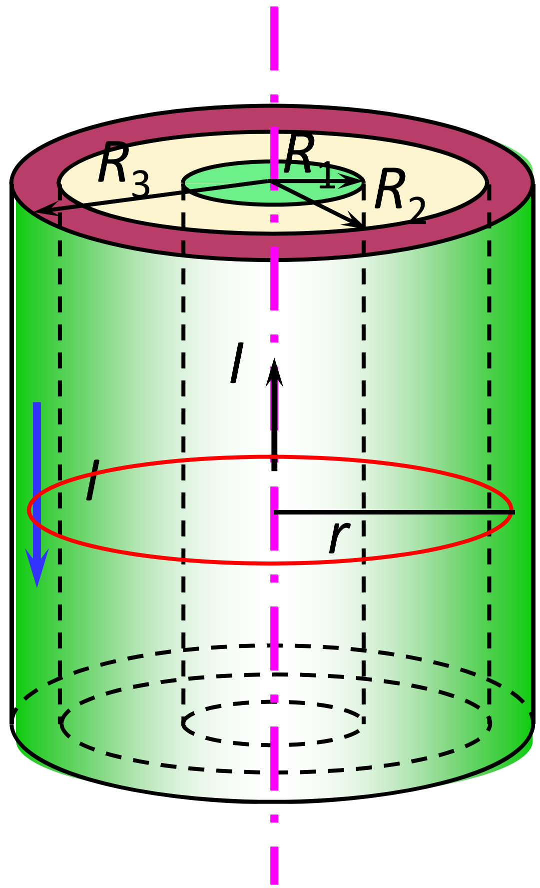
$R_2 < r < R_3$,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

$$B \cdot 2\pi r$$

$$= \mu_0 \left[I - \frac{I\pi(r^2 - R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} \right]$$

$$B = \frac{\mu_0 I (R_3^2 - r^2)}{2\pi r (R_3^2 - R_2^2)}$$

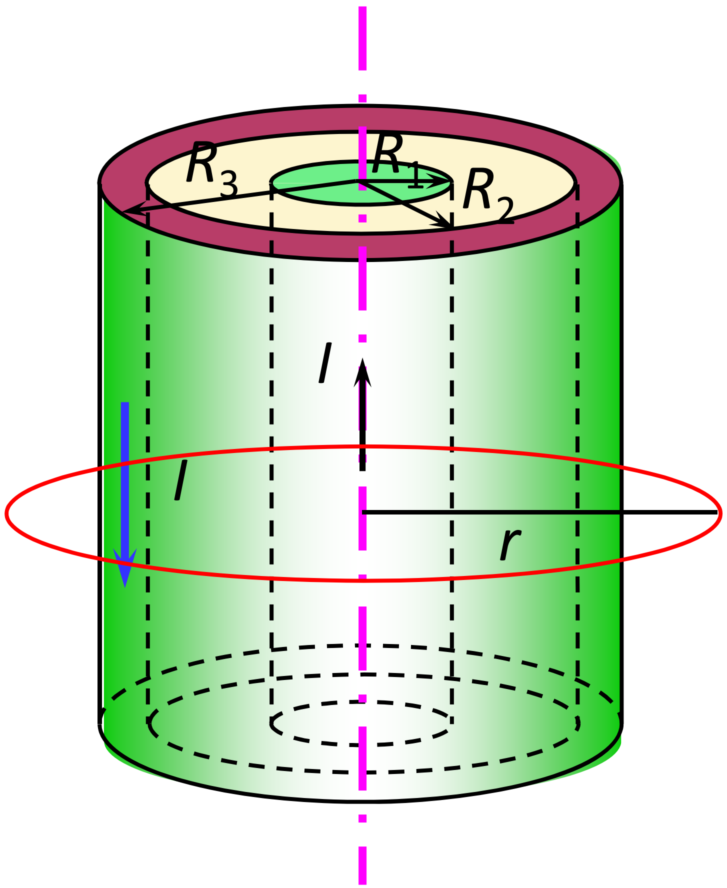


$r > R_3$,

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

$$B \cdot 2\pi r = 0$$

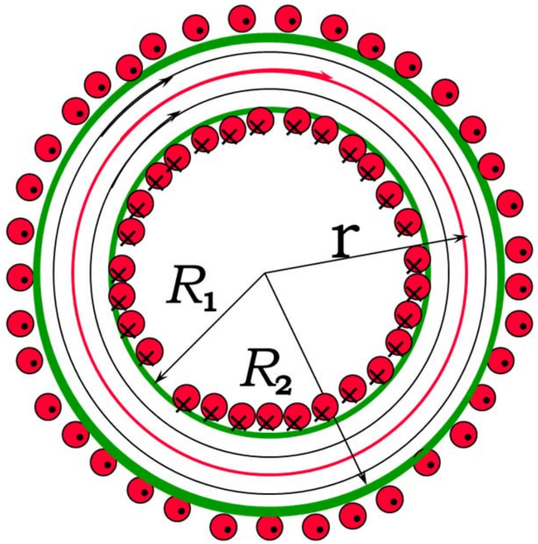
$B = 0$



例题（重点）

螺绕环的总匝数为N，通有电流I，环的中心半径为R。

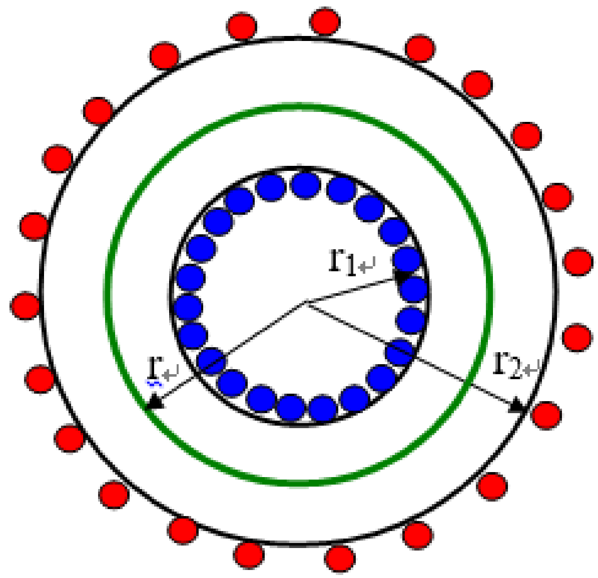
求：螺绕环中心轴线上一点P的磁感应强度B。



例题（重点）

螺绕环的总匝数为N，通有电流I，环的中心半径为R。

求：螺绕环中心轴线上一点P的磁感应强度B。

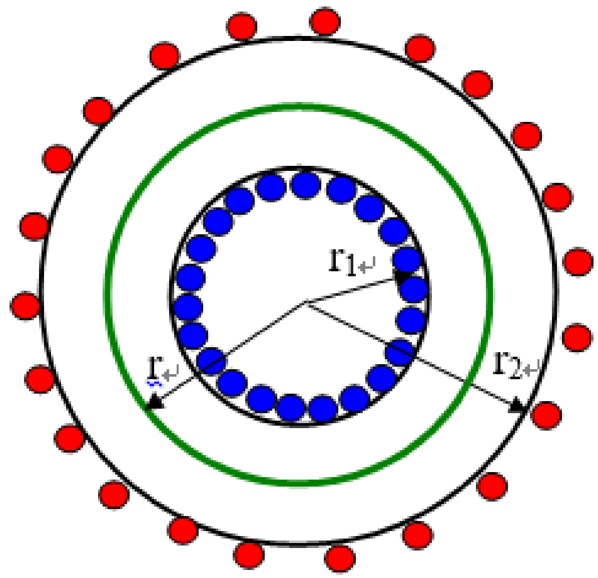


例题（重点）

螺绕环的总匝数为N，通有电流I，环的中心半径为R。

求：螺绕环中心轴线上一点P的磁感应强度B。

解：根据螺绕环的对称性，中心轴线上的磁感应强度B处处相等。选中心轴线为安培环路。中心轴线上



$$\int_L \vec{B} \bullet d\vec{l} = B\int_L dl = B2\pi r = \mu_0 NI$$

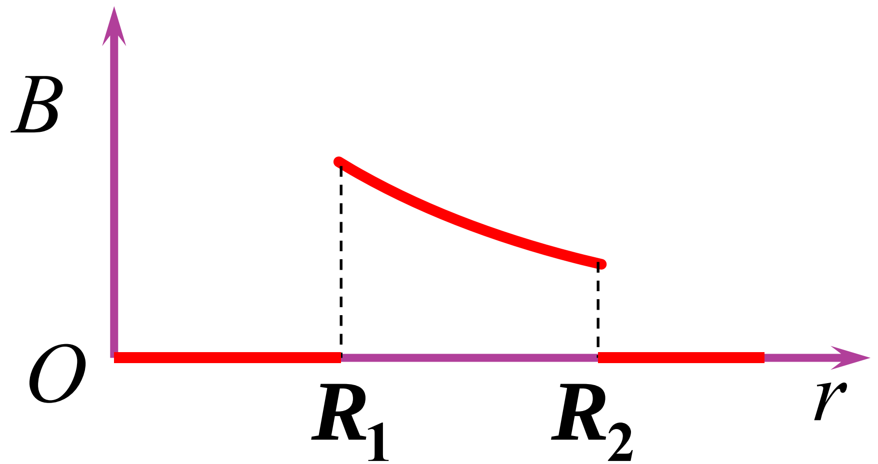
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{NI}{r}$$

如果安培环路选在螺绕环外，则流入流出的电流相等，

$\therefore \quad \sum I_i = 0$

$\therefore \quad B=0$

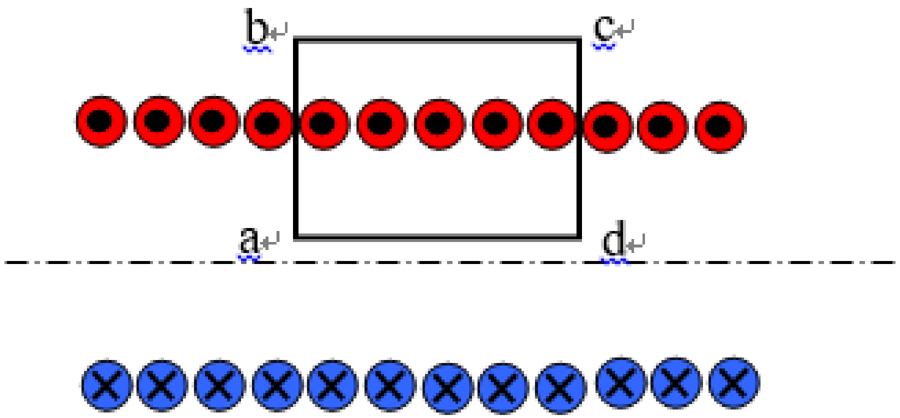
螺绕环外磁感应强度B＝0，磁感应强度只在螺绕环内部存在。



例题

无限长载流螺线管通有电流I，单位长度上的匝数为n。

求：螺线管内外的磁感应强度B。



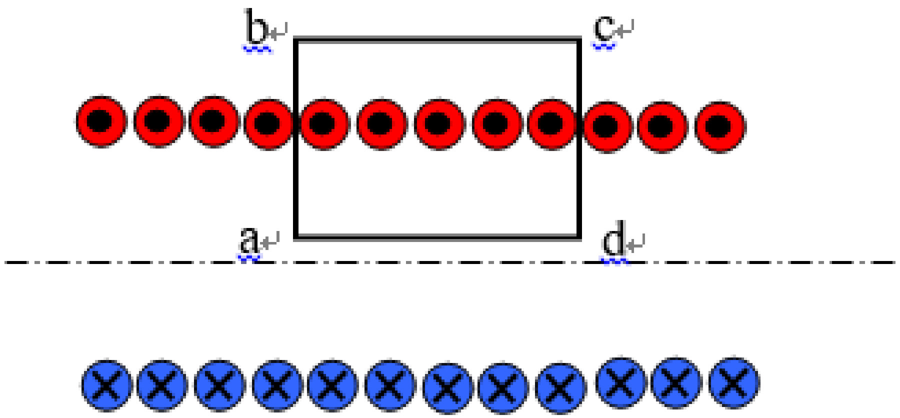
例题

无限长载流螺线管通有电流I，单位长度上的匝数为n。

求：螺线管内外的磁感应强度B。

解：无限长螺线管可看成是无穷大的螺绕环中的一段，有螺绕环外的磁感应强度为0的结论

可知：无限长螺线外的磁感应强度B＝0。



选安培环路abcd，根据安培环路定理：

$$\oint_L \vec{B}\bullet d\vec{l} = \int_a^b \vec{B}\bullet d\vec{l} + \int_b^c \vec{B}\bullet d\vec{l} + \int_c^d \vec{B}\bullet d\vec{l} + \int_d^a \vec{B}\bullet d\vec{l}$$

在ab段，B与dl垂直

$$\int_a^b \vec{B}\bullet d\vec{l} = 0$$

在bc段，B＝0

$$\int_b^c \vec{B}\bullet d\vec{l} = 0$$

在cd段，B与dl垂直

$$\int_c^d \vec{B}\bullet d\vec{l} = 0$$

在da段，B为恒定值

$$\int_d^a \vec{B}\bullet d\vec{l} = B\int_d^a dl$$

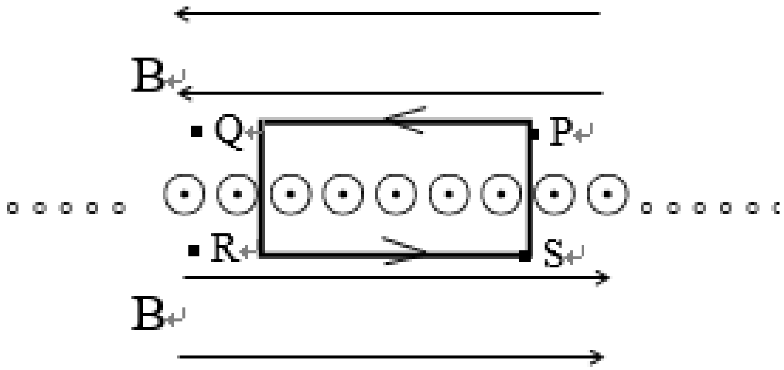
$$\therefore \quad \oint_L \vec{B}\bullet d\vec{l} = BL = \mu_0 nLI \qquad \therefore \quad B = \mu_0 nI$$

例题

无限大导体平板，其厚度可忽略不计，单位长度上通有恒定电流I。

求：无限大载流平板周围的磁感应强度B。

解：



无限大载流平板周围的磁感应强度B一定平行于板面。

选安培环路：PQRS，PQ＝RS＝x

$$\oint_L \vec{B}\bullet d\vec{l}=\int_P^Q \vec{B}\bullet d\vec{l}+\int_Q^R \vec{B}\bullet d\vec{l}+\int_R^S \vec{B}\bullet d\vec{l}+\int_S^P \vec{B}\bullet d\vec{l}$$

＝Bx＋0＋Bx＋0＝2Bx

包围的总电流为Ix，则

$$2Bx=\mu_0 Ix$$

$$B=\frac{1}{2}\mu_0 I$$

作业：**9.4 ; 9.7 ; 9.11 ; 9.12; 9.14**