컴퓨터애니메이션실습(CAL)

HW9_Natural Cubic Splines

Self-scoring table

	P1	P2	E1	Total
Score	1	1	1	4

2018707068 김경환

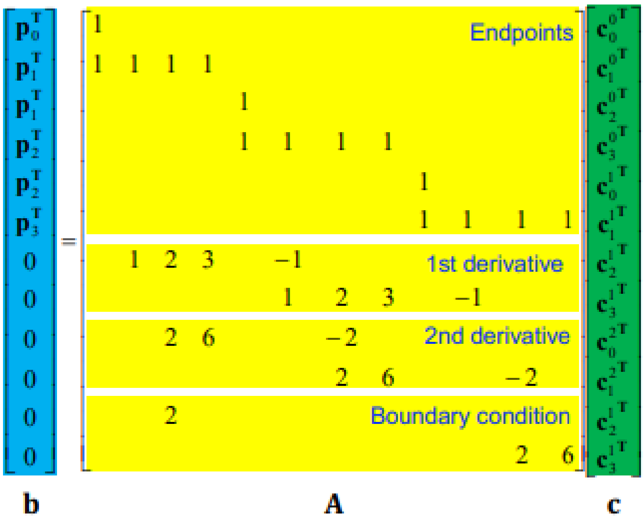
KwangWoon University

Code Analysis:

먼저 이번에는 curve segments를 Cubic polynomial로 표현하는 Natural Cubic Splines을 수행한다.

해당 과제에서는 이를 위해서 먼저 5(n+1=5)개의 data point를 미리 전역변수로 선언해 두었다.

그리고 n+1 point에 대한 n개의 curve segment의 Cubic polynomial coefficient, 총 4n개에 대한 값을 얻기 위해 4n개의 equations을 구하는 과정을 거친다.



4개의 data point에 대한 Linear System

이때 해당 4n개의 equation는 endpoint interpolation에 대한 2n개, tangential continuity에 대한 (n-1)개, second derivative continuity에 대한 (n-1)개, 마지막으로 Natural boundary condition 만족하는 2개로 이루어진다.

이렇게 Cubic polynomial coefficient 4n개를 얻기 위해 $A_{4nx4n}*C_{4nx3}=B_{4nx3}$을 세우고 eigen에서 제공하는 함수를 통해 값을 구해낸다.

4n개의 equation이 A_{4nx4n}, Cubic polynomial coefficient이 C_{4nx}, equation에 대한 답이 B_{4nx3}이 된다.

Curve의 각 point를 구할 때는 위해서 구한 Cubic polynomial coefficient를 사용하여 Cubic polynomial을 완성하고, 해당 equation에서 0에서 1까지 변하는 변수의 값을 대입하여 좌표를 얻는다.

이때 Cubic polynomial coefficient은 x, y, z의 값을 다르게 갖고 있는 크기 3의 vector이므로 좌표를 얻을 때는 해당 좌표 성분에 맞는 coefficient를 적절히 부여해야한다.

그리고 practice에서 sampling을 수행할 때는 curve segment의 길이에 무관하게 모든 curve segment에 동일한 0에서 1까지 일정하게 나눈 변수값을 대입하여 좌표를 구했지만, exercise에서 sampling을 수행할 때는 curve segment의 길이를 Numerical Integration의 Midpoint Rule을 사용하여 curve segment의 길이 별로 다르게 sampling되도록 구현하였다.

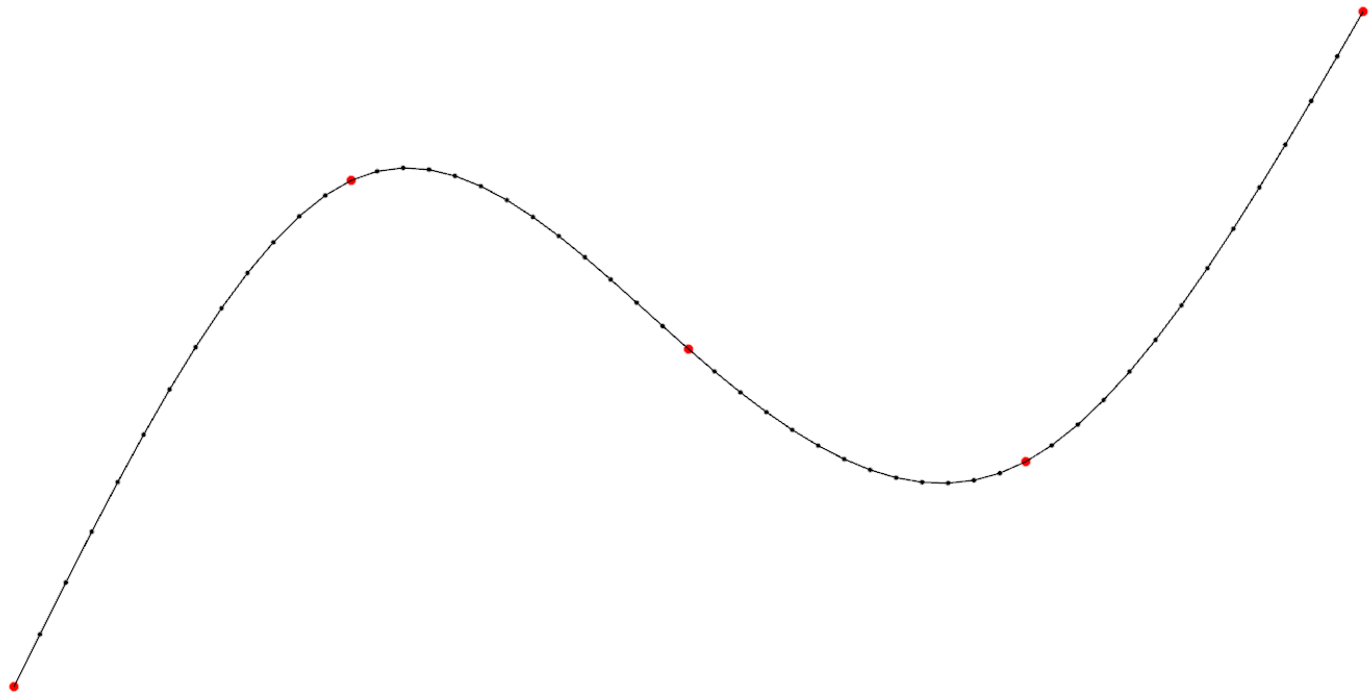
즉 더 긴 curve segment는 더 많은 samping이 이루어지고 더 짧은 curve segment는 더 적은 samping이 이루어진다.

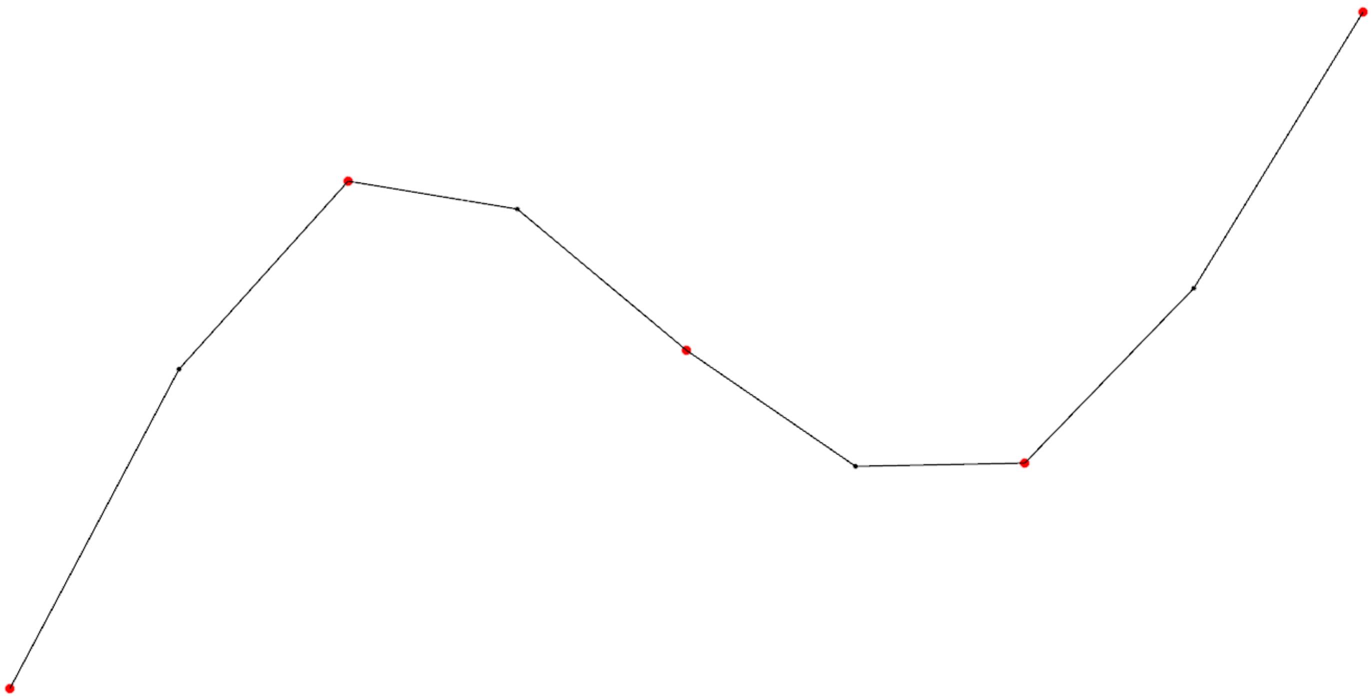
이때 practice, exercise 모두 Cubic polynomial에서 변수를 대입하여 좌표를 얻기 때문에 samping point가 균일하진 않지만 exercise는 curve segment의 길이에 의존하여 samping 개수가 달라진다는 것을 확인할 수 있다.

exercise에서 curve segment의 길이을 구할 때는 기존에 구한 coefficient을 사용해 Cubic polynomial을 1차 미분한 equation을 완성하고, 이를 x, y, z을 갖는 크기 3의 vector로 계산하여 norm을 0~1까지 적분하는데 이를 Numerical Integration의 Midpoint Rule을 사용하여 L= (1-0) * f((1-0)/2)으로 값을 구했다.

Practice 01. Computing/drawing a natural cubic spline:

Practice 02. Increase/decrease of the number of samples:





5개의 data point에 대해 natrual cubic spline이 잘 이루어진 것을 볼 수 있다.

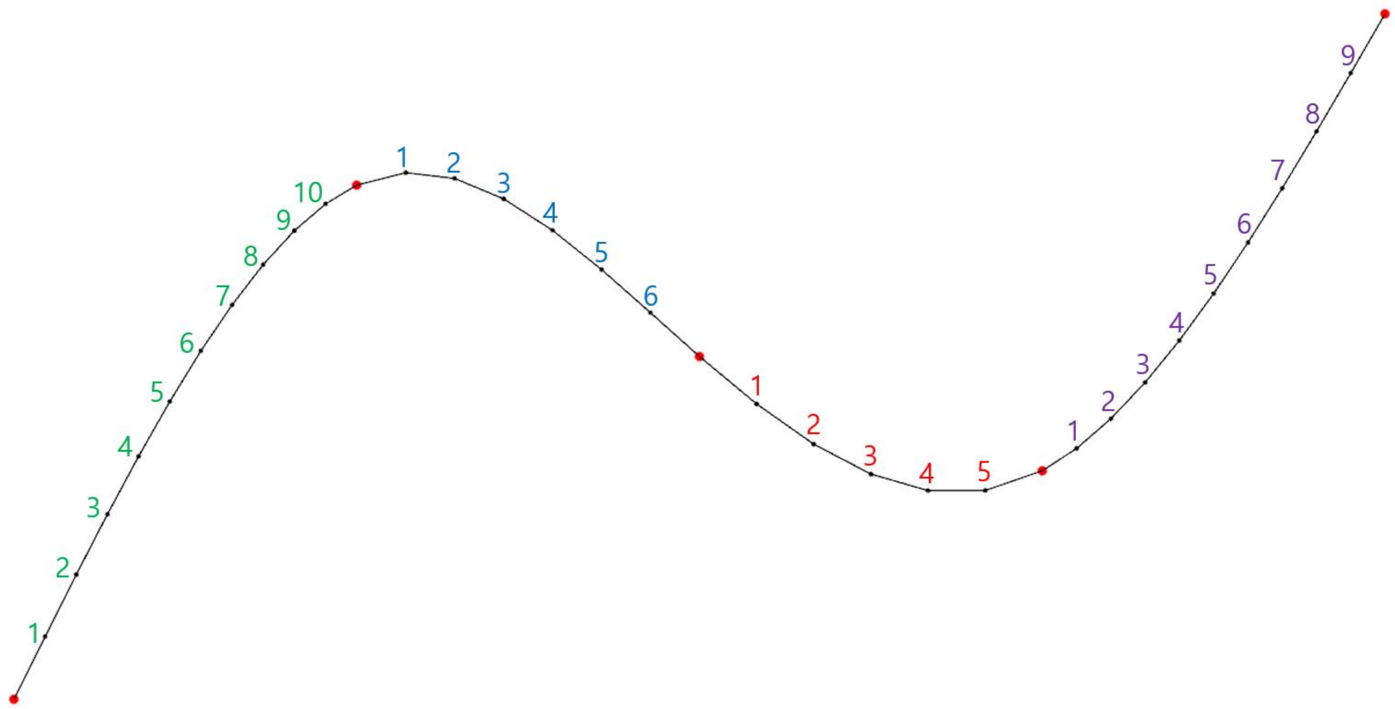
Natrual cubic spine의 matrix assembling이나 drawing의 자세한 내용은 위 code analysis에서 작성하였다.

GL_LINE_STRIP으로 Drawing하므로 samping 개수가 적어지면 만족스럽지 않은 curve를 보인다.

Cubic polynomial에서 변수를 대입하여 좌표를 얻기 때문에 samping point가 균일하지 않고 간격이 넓고 좁은 samping point를 보인다.

exercise와는 다르게 모든 curve segment에서 동일한 개수의 samping을 수행하였다.

Exercise 01. Sampling depending on the length of the curve segment:



Linear System의 계산 결과로 Cubic polynomial의 coefficient을 구해 curve segment의 길이을 구하기 위해 Cubic polynomial을 1차 미분한 equation을 완성하고, 이를 x, y, z을 갖는 크기 3의 vector로 계산하여 norm을 0~1까지 적분한다. 이때는 Numerical Integration의 Midpoint Rule을 사용하여 L= (1-0) * f((1-0)/2)을 통해 값을 구했다.

결과를 보면 5개의 data point에 의해 만들어진 4개의 curve segment의 길이가 서로 달라 samping 개수가 왼쪽부터 10개, 6개, 5개, 9개인 것을 확인할 수 있다.

Practice와 동일하게 Cubic polynomial에서 변수를 대입하여 좌표를 얻기 때문에 samping point가 균일하지 않고 간격이 넓고 좁은 경우들이 있는 것을 확인할 수 있다.