컴퓨터애니메이션실습(CAL)

HW4_Procedural Deformation

Self-scoring table

	P1	P2	E1	Total
Score	**1**	**1**	**1**	**3**

2018707068 김경환

KwangWoon University

Practice 01. Twisting deformer

32x32 planar mesh를 wireframe으로 그린 모습

128x128 planar mesh를 wireframe으로 그린 모습

128x128 planar mesh를 fill하여 그린 모습

CW 방향으로 회전한 모습

Planar는 PlaneFileName[4]에 32x32, 64x64, 128x128, 256x256 총 4가지 file 이름을 저장해놓고 mesh.h에 정의되어 있는 readmesh()를 사용하여 읽어 그린다.

Twist는 원점에서의 거리와 시간에 비례하여 회전하는 각도가 만들어진다. ($\theta = l \cdot t$)

그리고 Planar는 xy평면으로써 z축에 대해 theta만큼 회전을 수행한다.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

따라서 Vertex Position은 왼쪽에 나와있는 z축 회전 행렬에 의하여 (cos(θ)x-sin(θ)y, sin(θ)x+cos(θ)y, z)으로 계산된다.

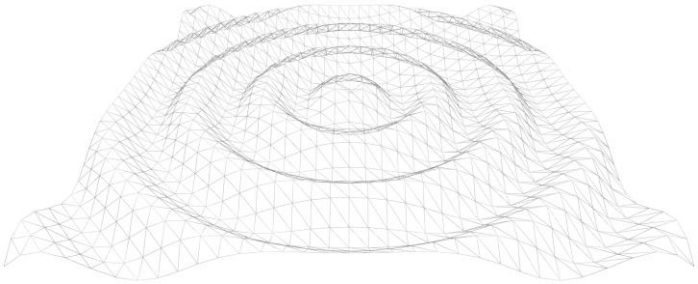
Vertex Position이 회전함에 따라 Vertex Normal 바뀌게 되는데 이는 transformation 행렬의 역전치를 통해 구할 수 있다.

여기서 Vector Normal을 계산할 때 transformation 행렬의 역전치를 사용하는 이유는 translation을 제거하기 위함이다. 이는 (Normal) Vector을 정의할 때 위치가 존재하지 않기 때문에 translation이 수행하지 않기 위함이다.

$$\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}^{-\mathrm{T}} = \begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

위와 같은 과정에 따라 Vertex Normal도 (cos(θ)x-sin(θ)y, sin(θ)x+cos(θ)y, z)으로 계산된다.

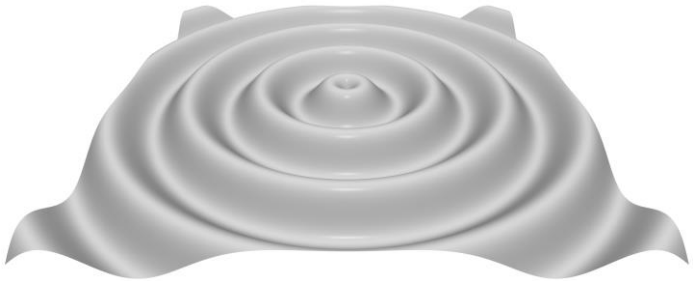
Practice 02. Wave Deformer:



32x32 planar mesh를 wireframe으로 그린 모습

256x256 planar mesh를 wireframe으로 그린 모습

32x32 planar mesh를 fill하여 그린 모습



256x256 planar mesh를 fill하여 그린 모습

Wave는 P(x, y, z)에 대하여 z에 dz만큼 변화시켜 구현할 수 있다.

이때 $dz = Asin(F\sqrt{x^2+y^2}+t)$을 따른다.

따라서 $\text{Vertex Position} = (\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z} + Asin(F\sqrt{x^2+y^2}+t))$으로 계산된다.

이를 점 (x, y, z) 주위에서 Vector를 Approximation하면 아래와 같이 계산된다.

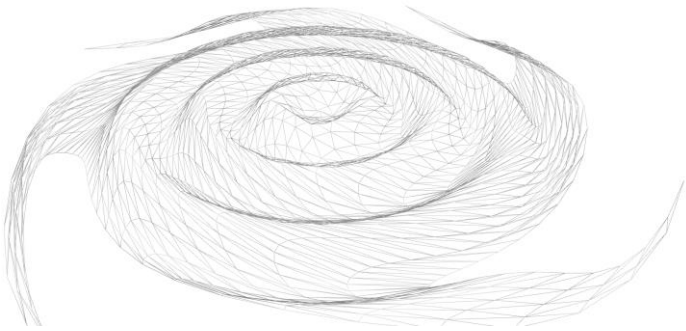
$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix}\frac{\partial \mathbf{f}_x}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{f}_x}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{f}_x}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{f}_y}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{f}_y}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{f}_y}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{f}_z}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{f}_z}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{f}_z}{\partial z}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{A\cos(F\sqrt{x^2+y^2}+t)\,Fx}{\sqrt{x^2+y^2}+\epsilon} & \frac{A\cos(F\sqrt{x^2+y^2}+t)\,Fy}{\sqrt{x^2+y^2}+\epsilon} & 1\end{bmatrix}$$

위와 같이 계산된 Jacobian matrix를 inverse transpose하여 Vertex Normal을 계산할 수 있다.

여기서 주의할점은 glsl의 경우 column major이기 때문에 위 그림처럼 matrix에 값을 대입하면 transpose 된 값이 저장되는 것처럼 된다. 따라서 Vertex Normal을 계산할 때 inverse transpose가 아닌 inverse만 수

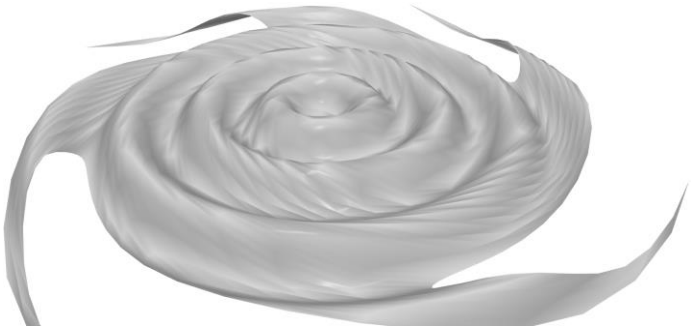
행하여 Vertex Normal을 구할 수 있다.

Exercise 01. Wave + twisting deformer:

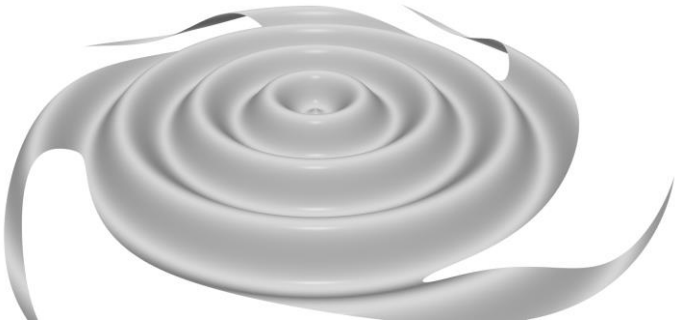


32x32 planar mesh를 wireframe으로 그린 모습

256x256 planar mesh를 wireframe으로 그린 모습



32x32 planar mesh를 fill하여 그린 모습



256x256 planar mesh를 fill하여 그린 모습

Wave + twist의 경우 $\text{Vertex Position} = (\cos(\theta)\text{x} - \sin(\theta)\text{y},\ \sin(\theta)\text{x} + \cos(\theta)\text{y},\ \text{z} + Asin(F\sqrt{x^2+y^2} + t))$으로 계산된다. 위와 같이 계산되기 위해서는 먼저 Wave Deformer를 적용해 x, y을 통해 만들어지는 z′값을 계산하고, Twist Deformer를 적용해 z에 무관한 x′, y′을 계산해야한다.

Vertex Normal의 경우는 위와 같이 만들어진 Vertex Position을 통해 Jacobian matrix의 inverse transpose를 구해 계산하면 된다. 이제 Jacobian matrix를 만들어보면 Jacobian은 practice2에서 설명했던 것처럼 matrix의 element들이 편미분으로 표현된다.

따라서 $(\cos(\theta)\text{x} - \sin(\theta)\text{y},\ \sin(\theta)\text{x} + \cos(\theta)\text{y},\ \text{z} + Asin(F\sqrt{x^2+y^2} + t))$에 대한 Jacobian을 완성해보면

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}_x}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{f}_x}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{f}_x}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{f}_y}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{f}_y}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{f}_y}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{f}_z}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{f}_z}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{f}_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ \frac{A\cos(F\sqrt{x^2+y^2}+t)\,Fx}{\sqrt{x^2+y^2}+\epsilon} & \frac{A\cos(F\sqrt{x^2+y^2}+t)\,Fy}{\sqrt{x^2+y^2}+\epsilon} & 1 \end{bmatrix}$$

과 같이 계산되고 이 또한 practice2처럼 glsl이 column major이기 때문에 inverse transpose가 아닌 inverse만 수행하여 Vertex Normal을 구할 수 있다.

여기서 practice2에서는 설명 안 했지만 위와 같이 구해진 Vertex Normal은 normalize를 꼭 해야한다.

그 이유는 transformation matrix에서 scale이 이루어지면서 normal vector는 unit length가 아니고 방향도 non-uniform scaling 됐기 때문이다.