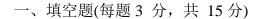
南京信息工程大学第一学期

《高等数学》I-1 期中考试样卷



1、函数
$$y = \frac{\ln(1+x)}{x}$$
 的定义域______.

$$2 \cdot \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{n^2 + 1} + \frac{2}{n^2 + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n} \right) = \underline{\qquad}.$$

3、已知
$$f'(3) = 2$$
,那么 $\lim_{h \to 0} \frac{f(3-h) - f(3+h)}{2h} = \underline{\qquad}$.

4、若当
$$x \to 0$$
时,有 $\ln \frac{1-ax^2}{1+ax^2} \sim \sin^2(\sqrt{6}x)$,则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$

5、已知
$$f(x) = \sin x + \cos x$$
,则 $f^{(n)}(x) =$ _______.

二、选择题(每题3分,共15分)

1、
$$f(x) = 2^{\frac{1}{x}}$$
在 $x = 0$ 处()

- (A) 有定义 (B) 极限存在 (C) 左极限存在 (D) 右极限存在

2、数列
$$\{x_n\}$$
有界是它收敛的()

- (A) 充分但不必要条件 (B) 必要但不充分 (C) 充要条件 (D) 不充分也不必要条件

$$3$$
、当 $x \rightarrow 1$ 时, $1-x$ 是比 $1-x^2$ ()

- A、 高阶的无穷小;
 B、 低阶的无穷小;

 C、 等价无穷小;
 D、 同阶但不等价无穷小.

4、设
$$y = y(x)$$
 由方程 $e^{x+y} - \cos(xy) = e - 1$ 确定,则曲线 $y = y(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为()

A,
$$x+y-1=0$$
 B, $x-y-1=0$

B,
$$x-y-1=0$$

C,
$$-x+y-1=0$$
 D, $x+y+1=0$

D,
$$x+y+1=0$$

5、由
$$F(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0, \\ f(0), & x = 0, \end{cases}$$
 其中 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导, $f'(0) \neq 0$, $f(0) = 0$, 则 $x = 0$ 是 $F(x)$ 的

- (A) 连续点 (B) 第二类间断点 (C) 第一类间断点 (D) 连续点或间断点不能由此决定

三、计算题(每题6分,共30分)

1、求极限
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x}\right)$$
.

$$2 \cdot \lim_{x \to 0} \frac{\arctan x - x}{\sin 2x^3}.$$

3、设
$$f(x) = (x^2 - a^2)g(x)$$
, 其中 $g(x)$ 在 $x = a$ 处连续, 求 $f'(a)$.

4.
$$y = f(x^2)$$
, $f'(x) = \arctan x^2$, $\Re \frac{dy}{dx}\Big|_{x=1}$.

5、求由参数方程
$$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = \sin t \end{cases}$$
 所确定的函数 $y = y(x)$ 的二阶导数.

四、
$$\lim_{x\to+\infty} (\sqrt{x^2+ax+1}-bx+2) = 0$$
, 求 a,b . (8分)

五、**(本题 8 分)** 设曲线 y=f(x) 在原点处与 $y=\sin x$ 相切, a , b 为常数,且 $ab \neq 0$,试求极 限 $\lim_{x\to 0} \frac{f(ax)+f(bx)}{\sin x}$.

六、设
$$f(x) = \begin{cases} e^{x^3}, x \le 1, \\ ax + b, x > 1, \end{cases}$$
 问 a, b 取何值时 $f'(1)$ 存在. (8 分)

七、设函数
$$f(x)$$
 具有二阶连续导数,且 $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = 0$, $f''(0) = 4$, 求 $\lim_{x\to 0} \left[1 + \frac{f(x)}{x}\right]^{\frac{1}{x}}$. (8分)

八、己知函数 f(x) 在 [0,1] 上连续,在 (0,1) 内可导, f(0)=0 , f(1)=1 . 证明:

- (1) 存在 $\xi \in (0,1)$, 使得 $f(\xi) = 1 \xi$.
- (2) 存在两个不同的点 η , $\zeta \in (0,1)$, 使得 $f'(\eta)f'(\zeta) = 1$. (8分)