

සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය

General Certificate of Education (Adv.Level) Examination 2027

Paper No

02

10

S

I,II

Three hours.

සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහාචාර්ය - සංයුක්ත ගණිතය

Instructions

- The paper consists of two parts
- (10 questions of part A and 7 Questions of part B)
- All questions of part A should be answered on the paper itself.
- 5 out of 7 questions should be answered in part B.
Writing paper should be used for this.

Examiner Notes

Part A	
01	
02	
03	
04	
05	
06	
07	
08	
09	
10	
Total(A)	

Part B	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
Total(B)	
Total(A)	
Final Total	
100%	
Final Total	

Part – A

• ANSWER ALL QUESTIONS

01. The position vectors of P, Q, R are $\underline{a} + \underline{b}, 2\underline{a} + 3\underline{b}$ and $5\underline{a} + 9\underline{b}$. Here \underline{a} and \underline{b} are given vectors. Show that P, Q, R are **collinear** and hence show that $PQ:QR = 1:3$

02. Let $f(x) = 4x^3 - 4x^2 + kx - 2, k \in \mathbb{R}$. If $(x - 2)$ is a factor of $f(x)$, find the value of k . For this value of k , express $f(x)$ in the form $(x - 2)(ax + b)^2$. Here a and b are constants to be determined

03. Show that $\frac{\sin 2A - \sin 3A + \sin 4A}{\cos 2A - \cos 3A + \cos 4A} \equiv \tan 3A$. Here $A \neq 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$

04. Find the *locus of the point P* such that $A \equiv (-2, 3), B \equiv (7, 3)$ and $\angle APB = 90^\circ$

05. Find the values of x satisfying $\log_4(x + 3)(x - 2) = \log_4 14$

06. Using the factor theorem, if $(x - 3)$ is a factor of $f(x) = x^3 - 3kx + 6$, find the value of k

07. Show that $2\log_x a + \log_{ax} a + 3\log_{a^2x} a = 0$ for $a > 0, a \neq 1$

08. If $\frac{2x^4 - 3x^2 + x + 1}{x^2 - 1} = ax^2 + bx + c + \frac{dx + e}{x^2 - 1}$
find the value of a, b, c, d, e

09. Find partial fractions for $\frac{x^2 - 2x + 5}{(x - 1)^3}$

10. If $\sin^3 x \cos 3x + \cos^3 x \sin 3x = \frac{3}{8}$ find the value of $8 \sin 4x$

Part-B

- Answer 05 Questions Only

11. (a) $G(x)$ is a polynomial of degree 3. Furthermore when $G(x)$ is divided by $(x^2 - 4)$ and $(3x + 5)$ separately the remainder is 1 and , $(x + 1)$ is a factor of $G(x) - 7$.Factorize $G(x)$ completely and hence solve $G(x) = G(-x)$

- (b) Let $\lambda \in \mathbb{Z} - \{0\}$ and $(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x + \lambda$.

If $(x - \lambda)$ is a factor of $f(x)$,find the value of λ .

For the above value of λ .

Express $f(x)$ as a product of linear factors.

If $(x) = (x - \alpha)(x + 2)(2x - 1) + \beta x + \gamma$,

find the values of α, β and γ

- (c) i. Find partial fractions for $\frac{x^2-2x+3}{x^4+3x^2+2}$

- ii. Where $x \in \mathbb{R}$,let

$$2x^3 - 4x^2 + 3x + 5 \equiv (x^2 + x - 2)(Ax + B) + C(x + 2) + D(x - 1)$$

Find the values of A, B, C and D .**Hence deduce** partial fractions

for $\frac{2x^3-4x^2+3x+5}{x^2+x-2}$

-
12. (a) Show that $\sin A \sin(60^\circ - A) \sin(60^\circ + A) \equiv \frac{1}{4} \sin 3A$

- (b) Show that $4 \sin^3 2A \cos 6A + 4 \cos^3 2A \sin 6A \equiv 3 \sin 8A$

- (c) Show that $\frac{\sin(x+y)-2 \sin x + \sin(x-y)}{\cos(x+y)-2 \cos x + \cos(x-y)} \equiv \tan x$

- d) Using the formula for $\cos(A + B)$ show that $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$.
 Show that $2 \cos^2 \theta - 2 \cos^2 2\theta = \cos 2\theta - \cos 4\theta$. Using a suitable substitution for θ , show that $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2}$. Hence show that $\cos \frac{\pi}{5}$ is a root of $4x^2 - 2x - 1 = 0$. Hence show that $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$. Hence find the value of $\cos \frac{4\pi}{5}$ and $\sin \frac{3\pi}{10}$
-

13. (a) Let $h(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ where $a, b, c \in \mathbb{R}$
 When $h(x)$ is divided by $(x^2 - 1)$ the remainder is $6x - 3$. Show that $b = 4$. When $h(x)$ is divided by $x^2 - 3x$ the remainder is $kx + 4$. Here $k \in \mathbb{R}$. Furthermore show that for the obtained values of a, b, c $h(x)$ can be written in the form $h(x) = (x - p)^2(2x - q)$. Here p and q are constants to be determined. $p, q \in \mathbb{R}$
- (b) Let $f(x) = x^3 + px^2 + qx + p$. Here $p, q \in \mathbb{R}$. The remainder when $f(x)$ is divided by $(x - 2)$ is the remainder is 36 greater than the remainder when $f(x)$ is divided by $(x - 1)$.
 Show that $3p + q = 29$.
 Also $(x + 1)$ is a factor of $f(x)$
 Show that $p = 6$ and $q = 11$. Hence completely factorize $f(x)$.
 Hence solve $f(x) = 3(x + 2)$
-

14. (a) Let $g(x) = x^4 + \lambda x^3 + \mu x^2 - \lambda x(\mu + 1)$
 If $\left(x - \frac{1}{2}\right)$ and $\left(x + \frac{1}{2}\right)$ are factors of $g(x)$ find the values of λ and μ . For those values of λ and μ , obtain the remaining roots of $g(x) = 0$
- (b) Where $x \in \mathbb{R}$, let $f(x) \equiv x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1$; $a, b, c \in \mathbb{Z}$
 If $x^2 + x + 1$ is a factor of $f(x)$
 show that $b = a + 1$ or $b = c + 1$. Furthermore when $f(x)$ is divided by $(x - 2)$ if the remainder is 7, find a, b and c
-

For these values of a, b, c completely factorize $f(x)$

Find partial fractions for $\frac{2x^2-x+2}{f(x)}$

(c) Let $(Ax + B)(x^2 + x + 1) + (Cx + D)(x^2 - x + 1) \equiv x^3 + x^2 + x + 1$

Find the values of A, B, C and D .**Hence or otherwise** find partial

fractions for $\frac{x^3+x^2+x+1}{x^4+x^2+1}$

15. a) If $\sec \theta - \tan \theta = P$,show that $\cos \theta = \frac{2P}{P^2+1}$

b) Write down the expansion for $\sin(A + B)$,show that $\operatorname{cosec} \frac{5\pi}{12} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$

Write down the expansion for $\tan(A + B)$ and hence

Show that $\cot \frac{5\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$.

Show that $\cot \left(\frac{\theta}{2}\right) - 2 \cot \theta = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$.Hence or otherwise show that,

i) $\cot \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} + 1$

ii) $\cot \frac{5\pi}{24} = 2 + \sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$

c) If $2 \tan \alpha = 3 \tan \beta$,show that $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\sin 2\beta}{5 - \cos 2\beta}$

16. a) Let $P(x) \equiv x^4 + ax^3 + bx^2 - 2x - 4$,where $(x - 1)$ and $(x + 2)$ are factors of $P(x)$.

i. Show that $a = 3$ and $b = 2$

ii. Factorize $P(x)$ completely

iii. Find the values of x such that $P(x)$ is positive

- b). Where a, b, c are real numbers, let $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 6$ be a polynomial.

When $f(x)$ divided by $(x + 1)$, $(x + 2)$ and $(2x - 1)$ the remainders are $-30, -84, -\frac{3}{2}$

- i. Find the values of a, b, c
- ii. Hence find factors of $f(x)$

- c). Show that $\log_x y = \frac{1}{\log_y x}$

If $xy = 64$ and

$$\log_x y + \log_y x = \frac{5}{2},$$

find the values of x and y satisfying the equations.

17. a) In terms of $\cos A, \cos B, \sin A$ and $\sin B$ write down $\cos(A + B)$

- i. Write down an expression for $\cos 2x$ in terms of $\cos^2 x$

- ii. Write down an expression for $\cos 3x$ in terms of $\cos x$ and $\cos^3 x$

Using the expression obtained in ii for $\cos 3x$ write down an expression for $\sin 3x$.

Deduce that

$$\sin x + \sin 3x = 2 \sin 2x \cos x \text{ and } \cos x + \cos 3x = 2 \cos 2x \cos x$$

- b) Show that $2\cos^2 \theta - 2\cos^2 2\theta = \cos 2\theta - \cos 4\theta$

$\cos 36^\circ - \cos 72^\circ = \frac{1}{2}$. is given hence find the values of $\cos 36^\circ$ and $\cos 72^\circ$

c) Show that $\cot(\theta - 15^\circ) - \tan(\theta - 15^\circ) = \frac{4 \cos 2\theta}{1 + 2 \sin 2\theta}$.

Using a suitable substitution find the value of $\cot 15^\circ$

සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2027
General Certificate of Education (Adv.Level) Examination 2027

ප්‍රශ්න පත්‍ර අංක
Paper No

02

10

S

I,II

කාලය පැය 3 යි.
Three hours.

සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දූෂ්‍යන්ත මහබදුගේ - සංයුක්ත ගණිතය

උපදෙස්

- ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකි.
 (A කොටස ප්‍රශ්න 10 ක් හා B කොටස ප්‍රශ්න 7 ක්)
- A කොටසේ සියළුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු ලිවිය යුතු අතර එම පිළිතුරු මෙම පත්‍රයේ ම සැපයිය යුතුය.
- B කොටසේ ප්‍රශ්න හතෙන් පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු ය. ඒ සඳහා ලියන කඩදාසි භාවිත කළ යුතුය.

උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂක සටහන්

A කොටසේ ලකුණු විස්තරය	
01	
02	
03	
04	
05	
06	
07	
08	
09	
10	
එකතුව(A)	

B කොටසේ ලකුණු විස්තරය	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
එකතුව(B)	
එකතුව(A)	
මුළු එකතුව	
100%	
සංකේතය	

Part – A

- සියළුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

01. P, Q, R ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\underline{a} + \underline{b}, 2\underline{a} + 3\underline{b}$ හා $5\underline{a} + 9\underline{b}$ වේ. \underline{a} හා \underline{b} දෙක ලද දෛශික දෙකකි. P, Q, R එක රේඛීය බව පෙන්වා, $PQ:QR = 1:3$ බව පෙන්වන්න.

02. $f(x) = 4x^3 - 4x^2 + kx - 2, k \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $(x - 2)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වන පරිදි k හි අගය සොයන්න. k හි මෙම අගය සඳහා $f(x)$ යන්න $(x - 2)(ax + b)^2$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a හා b යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

03. $\frac{\sin 2A - \sin 3A + \sin 4A}{\cos 2A - \cos 3A + \cos 4A} \equiv \tan 3A$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $A \neq 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ වේ.

04. $A \equiv (-2, 3), B \equiv (7, 3)$ වේ. $\hat{APB} = 90^\circ$ වන සේ චලනය වන P ලක්ෂ්‍යයක පථයේ සමීකරණය සොයන්න.

05. $\log_4(x + 3)(x - 2) = \log_4 14$ තෘප්ත වන පරිදි x හි අගය සොයන්න.

06. සාධක ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් $(x - 3)$ යනු $f(x) = x^3 - 3kx + 6$ හි සාධකයක් නම්, k නියත සොයන්න.

07. $2\log_x a + \log_{ax} a + 3\log_{a^2x} a = 0$ සමීකරණය විසඳන්න. මෙහි $a > 0, a \neq 1$ වේ.

08. $\frac{2x^4 - 3x^2 + x + 1}{x^2 - 1} = ax^2 + bx + c + \frac{dx + e}{x^2 - 1}$ වන පරිදි a, b, c, d, e නියත සොයන්න.

09. $\frac{x^2 - 2x + 5}{(x - 1)^3}$ හි හින්න භාග සොයන්න.

10. $\sin^3 x \cos 3x + \cos^3 x \sin 3x = \frac{3}{8}$ වේ. $8 \sin 4x$ හි අගය සොයන්න.

B - කොටස

- ඔබ තෝරාගත් ප්‍රශ්න 05 ක් සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $G(x)$ යනු මාත්‍රය 3 වූ බහුපදයක් යැයි ගනිමු. $G(x)$ යන්න, $(x^2 - 4)$ හා $(3x + 5)$ මගින් වෙන වෙනම බෙදූ විට ශේෂය 1 වන බවත්, $(x + 1)$ යන්න $G(x) - 7$ හි සාධකයක් බවත් දී ඇත්නම් $G(x)$ සොයන්න. තවදුරටත් $G(x) = G(-x)$ සමීකරණය මූලමනින්ම විසඳන්න.

(b) $\lambda \in \mathbb{Z} - \{0\}$ යැයි ගනිමු. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x + \lambda$ යන $f(x)$ බහුපදයේ $(x - \lambda)$ සාධකයක් බව දී ඇත. λ නියතයේ අගය සොයා λ එම අගය ගන්නා විට ඒකජ සාධක වල ගුණිතයක් ලෙස $f(x)$ ප්‍රකාශ කරන්න. $f(x) = (x - \alpha)(x + 2)(2x - 1) + \beta x + \gamma$ වන පරිදි α, β සහ γ නියත සොයන්න.

(c) i. $\frac{x^2-2x+3}{x^4+3x^2+2}$ හින්න භාග වලට වෙන් කරන්න.

ii. සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා

$$2x^3 - 4x^2 + 3x + 5 \equiv (x^2 + x - 2)(Ax + B) + C(x + 2) + D(x - 1)$$

වන පරිදි A, B, C හා D සොයන්න. එනමින් $\frac{2x^3-4x^2+3x+5}{x^2+x-2}$ හි හින්න භාග අපෝහනය කරන්න.

12. (a) $\sin A \sin(60^\circ - A) \sin(60^\circ + A) \equiv \frac{1}{4} \sin 3A$ බව පෙන්වන්න.

(b) $4 \sin^3 2A \cos 6A + 4 \cos^3 2A \sin 6A \equiv 3 \sin 8A$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\frac{\sin(x+y) - 2 \sin x + \sin(x-y)}{\cos(x+y) - 2 \cos x + \cos(x-y)} \equiv \tan x$ බව පෙන්වන්න.

d) $\cos(A + B)$ සඳහා වන සූත්‍රය භාවිතයෙන් $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ බව පෙන්වන්න. $2 \cos^2 \theta - 2 \cos^2 2\theta = \cos 2\theta - \cos 4\theta$ සර්ව සාමාන සාධනය කරන්න. θ සඳහා සුදුසු අගයක් ආදේශයෙන් $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නමින්, $\cos \frac{\pi}{5}$ යන්න $4x^2 - 2x - 1 = 0$ සමීකරණයේ

මූලයක් බව පෙන්වා එම සමීකරණය විසඳීමෙන් $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$ බව පෙන්වන්න. $\cos \frac{4\pi}{5}$ හි අගය හා $\sin \frac{3\pi}{10}$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

13. (a) $h(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. $h(x)$ යන්න $(x^2 - 1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $6x - 3$ නම්, $b = 4$ බව පෙන්වන්න. $h(x)$ යන්න $x^2 - 3x$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $kx + 4$ වේ. මෙහි $k \in \mathbb{R}$ වේ. k, a හා c හි අගයන් සොයන්න. $(x - 2)$ යන්න $h(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න. තවද a, b, c මෙම අගයන් ගන්නා විට $h(x) = (x - p)^2(2x - q)$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. p හා q යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ. $p, q \in \mathbb{R}$ වේ.

- (b) $f(x) = x^3 + px^2 + qx + p$ යැයි ගනිමු. මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ වේ. $f(x)$ යන්න $(x - 2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය, $f(x)$ යන්න $(x - 1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂයට වඩා 36 ක් වැඩි ය. $3p + q = 29$ බව පෙන්වන්න. $(x + 1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව ද දී ඇත. $p = 6$ හි $q = 11$ බව පෙන්වා $f(x)$ සම්පූර්ණයෙන් සාධකවලට වෙන් කරන්න. ඒ නයින්, $f(x) = 3(x + 2)$ විසඳන්න.
-

14. (a) $g(x) = x^4 + \lambda x^3 + \mu x^2 - \lambda x(\mu + 1)$ යැයි දී ඇත. $\left(x - \frac{1}{2}\right)$ හා $\left(x + \frac{1}{2}\right)$ යනු $g(x)$ හි සාධක බව දී ඇති විට, λ හා μ සොයන්න. λ හා μ හි එම අගයන්ට $g(x) = 0$ හි ඉතිරි මූල සොයන්න.

- (b) $x \in \mathbb{R}$ වන පරිදි $f(x) \equiv x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1$; $a, b, c \in \mathbb{Z}$ යැයි ගනිමු. $x^2 + x + 1$ යන්න, $f(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත්නම්, $b = a + 1$ හෝ $b = c + 1$ බව පෙන්වන්න. තවද $f(x)$ යන්න $(x - 2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 7 ක් වන පරිදි a, b හා c අගයන්න. එම a, b, c අගයන් සඳහා $f(x)$ පූර්ණ ලෙස සාධක වලට බිඳින්න. තවදුරටත් $\frac{2x^2 - x + 2}{f(x)}$ හින්න භාග වලට වෙන් කරන්න.
-

- (c) $(Ax + B)(x^2 + x + 1) + (Cx + D)(x^2 - x + 1) \equiv x^3 + x^2 + x + 1$ වන පරිදි A, B, C හා D තාත්වික නියත අගයන්න. එනමින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\frac{x^3+x^2+x+1}{x^4+x^2+1}$ පරිමේය ශ්‍රිතය හිත්ත භාග වලට වෙන් කරන්න.
-

15. a) $\sec \theta - \tan \theta = P$ නම් $\cos \theta = \frac{2P}{P^2+1}$ බව පෙන්වන්න.

b) $\sin(A + B)$ ප්‍රසාරණය සඳහා සූත්‍රය ලියා දක්වා එනමින්, $\operatorname{cosec} \frac{5\pi}{12} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න. $\tan(A + B)$ ප්‍රසාරණය සඳහා සූත්‍රය ලියා දක්වා එනමින්, $\cot \frac{5\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$ බව ද පෙන්වන්න. $\cot\left(\frac{\theta}{2}\right) - 2 \cot \theta = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$ බව සාධනය කරන්න. එනමින් හෝ අන් ක්‍රමයකින්,

i) $\cot \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} + 1$ බව ද

ii) $\cot \frac{5\pi}{24} = 2 + \sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ බව ද,
අපෝහනය කරන්න.

c) $2 \tan \alpha = 3 \tan \beta$ නම් $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\sin 2\beta}{5 - \cos 2\beta}$ බව පෙන්වන්න.

16. a) $P(x) \equiv x^4 + ax^3 + bx^2 - 2x - 4$ බහු පදයට $(x - 1)$ හා $(x + 2)$ යන සාධක තිබෙයි.

i. $a = 3$ හා $b = 2$ බව පෙන්වන්න.

ii. $P(x)$ හි සාධක පූර්ණ ලෙස සොයන්න.

iii. $P(x)$ ධන වන පරිදි x හි අගයන් සොයන්න.

b). a, b, c තාත්වික සංඛ්‍යා තුනක් විට, $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 6$ මගින් බහු පදයක් දක්වේ. $(x + 1), (x + 2)$ හා $(2x - 1)$ යන බහුපද මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂයන් $-30, -84, -\frac{3}{2}$ වේ.

i. a, b, c අගයන් සොයන්න.

ii. $f(x)$ බහුපදයේ සාධක සොයන්න.

c). $\log_x y = \frac{1}{\log_y x}$ බව සාධනය කරන්න.

$$xy = 64$$

$\log_x y + \log_y x = \frac{5}{2}$ වූ සමගමී සමීකරණය තෘප්ත කරන x හා y විසඳුම් සොයන්න.

17. a) $\cos A, \cos B, \sin A$ හා $\sin B$ ඇසුරෙන් $\cos(A + B)$ ලියා දක්වන්න.
එනයිත්,

i. $\cos 2x$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් $\cos^2 x$ ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

ii. $\cos 3x$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් $\cos x$ හා $\cos^3 x$ පද ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

ඉහත ii හි $\cos 3x$ සඳහා ලියන ලද ප්‍රකාශනය භාවිතයෙන් $\sin 3x$ සඳහා එවැනිම ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

$\sin x + \sin 3x = 2 \sin 2x \cos x$ හා $\cos x + \cos 3x = 2 \cos 2x \cos x$ බව අපෝහනය කරන්න.

b) $2\cos^2 \theta - 2\cos^2 2\theta = \cos 2\theta - \cos 4\theta$ බව සාධනය කරන්න.

$\cos 36^\circ - \cos 72^\circ = \frac{1}{2}$ බව දී ඇත. ඒ නයින්, $\cos 36^\circ$ හා

$\cos 72^\circ$ හි අගයන් සොයන්න.

c) $\cot(\theta - 15^\circ) - \tan(\theta - 15^\circ) = \frac{4 \cos 2\theta}{1 + 2 \sin 2\theta}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\cot 15^\circ$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.