සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය

General Certificate of Education (Adv.Level) Examination 2027

Paper No 08

10 **S** **I,II**

Three hours.

Instructions

- **The paper consists of two parts**
- **(10 questions of part A and 7 Questions of part B)**

All questions of part A should be answered on the paper itself.

- **5 out of 7 questions should be answered in part B.**
  Writing paper should be used for this.

Examiner Notes

Part A	
01	
02	
03	
04	
05	
06	
07	
08	
09	
10	
Total(A)	

Part B	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
Total(B)	
Total(A)	
Final Total	
100%	
Grade	

Part – A

- ANSWER ALLL QUESTIONS

01. If $x^4 + 4x^3 - x^2 - ax + \mathrm{b}$ is exactly divisible by $(x^2 - 4\ )$,
find the values of a and b.

---

02. If $\cos x + \cos y = \frac{1}{4}$, $sin x + \sin y = \frac{1}{4}$,show that $tan\left(\frac{x+y}{2}\right) = 1$

---

03. If $x \in Z$, $C \in R - \{0\}$ and $\frac{2x+c}{(x-2c)(x-3c)} = \frac{A}{x-2c} + \frac{B}{x-3c}$,
find the values of A and B

---

04. If $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = \frac{21}{4}$,

find the value of x. $x \in \mathrm{R}^+$

---

05. a and b are two non zero vectors where the angel in between them is θ.

(i) If $\underline{a} \cdot (\underline{a} - \underline{b}) = 0$ and $\sqrt{3}|\underline{b}| = 2|\underline{a}|$,find the value of θ.

(ii) Show that $|\underline{a} - \underline{b}|^2 + |\underline{a}|^2 = |\underline{b}|^2$

(iii) Hence show that $\sin \theta = \frac{|\underline{a}-\underline{b}|}{|\underline{b}|}$

---

06. $x^8 + 2x^7 + ax^2 + bx + c$ is divisible by $x^2 + x - 2$ exactly.

When divided by $(x + 1)$ the remainder is -8 Find the values of a , b , c.

---

07. $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ are three **unit** vectors such that $5\underline{a} + 12\underline{b} + 12\underline{c} = 0$.
Using the **dot product** of vectors find the angle between $\underline{a}$ and $\underline{b}$

---

08. The sum of the vectors $\underline{a}$ and $\underline{b}$ is perpendicular to vector $\underline{a}$.

If $|\underline{b}| = \sqrt{2}|\underline{a}|$ show that the sum of $2\underline{a}$ and $\underline{b}$ is perpendicular to $\underline{b}$

---

09. The position vectors of the points A and B with respect to the origin O are $\underline{a}$ and $\underline{b}$ respectively. C is a point that lies on AB such that $AC : CB = 2 : 3$.

i. If OC and AC are perpendicular to each other show that $\underline{a}.\underline{b} = 3|\underline{a}|^2 - 2|\underline{b}|^2$

ii. If $A\hat{O}B = 60^0$ show that $|\underline{a}| = \left(\frac{\sqrt{97}+1}{12}\right)|\underline{b}|$

---

10. The position vectors of the points A, B and C with respect to the origin O are $5\underline{i} + 7\underline{j},\ \underline{i} + \lambda\underline{j}$ iy $\lambda\underline{i} + 3\underline{j}$ .Here λ is a real contant.If $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ find the value of λ. Here $\underline{i}$ and $\underline{j}$ have their usual meaning.

Part-B

- <u>Answer 05 Questions Only</u>

11. (a) Where a, b, c are real numbers let $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 6$ be a polynomial.

When $f(x)$ is divided by $(x+1), (x+2)$ and $(2x-1)$ the remainders are $-0, -8, -\frac{99}{8}$ respectively.

i. Find the values of a, b, c

ii. Find the factors of the polynomial $f(x)$

(b) Using the remainder theorem show that $(x+2)^2$ is a factor $f(x) = x^4 + 6x^3 + 19x^2 + 36x + 28$.

Find the remaining factors.

(c) Let a be a constant. Find two linear factors of the polynomial $(a-x)^4 + (x-1)^4 - (a-1)^4$.

Hence separate it into factors.

---

12. (a) Show that $log_a b = \frac{1}{log_b a}$.

Hence show that $log_a b . log_b c . \log_c a = 1$

Here $a, b, c \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

Find the value of $log_5 32 . log_4 7 . \log_{49} 125$

b)

Using the factorial theorem find the factors of $4x^3 + 3x^2 - 9x + 2$

c) $f(x) = x^4 + ax^3 + bx + c$ is exactly divisible by $(x-1)(x+1)(x-2)$.

Find the values of the constants a, b, c

Find the remaining factor of the polynomial.

Hence solve $2f(x+1) = x^2 + x - 2$

d) Find partial fractions for $\frac{x^3-1}{x(x+1)(x+2)}$

---

13. a) Without the use of logarithmic tables show that $cos347^0 . sin163\,^0 + sin73^0 . sin167^0$

b) Show that $\sin A . sin(60^0 - A) . \sin(60^0 + A) = \frac{sin3A}{4}$

Hence deduce that $\sin\frac{\pi}{9} \cdot sin\frac{2\pi}{9} \cdot sin\frac{3\pi}{9} \cdot sin\frac{4\pi}{9} = \frac{3}{16}$

c) Express $sin(A+B)$ in terms of sinA. sinB.$cos\ A$ and $cos\ B$

Deduce that $sin2\theta = 2sin\theta \cos\theta$

Let $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ .Express $\cot\theta - 2tan\theta = \sin 2\theta$ in the form

$acos^4\theta + bcos^2\theta + c = 0$ .Here a, b and c are constants to be determined. Hence show that $\theta = cos^{-1}\sqrt{\frac{\sqrt{17}-1}{4}}$

14.

a) State the converse of the factorial theorem.

Let $f(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$ .Using the above theorem find out 04 factors of the polynomial $f(x)$ and express $f(x)$ as a product

of its factors. Hence deduce the remainder when $f(x)$ is divided by $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$

b) When $f(x)$ I divided by $(x-1)(x-2)(x-3)$

the remainder can be given by

$a(x-2)(x-3) + b(x-3)(x-1) + c\,(x-1)(x-2)$

Express a, b, c in terms of $f(1), f(2), f(3)$.

Let k be constant.When $x^5 + kx^2$ is divided by

$(x-1)(x-2)(x-3)$ if the remainder has no x^2 terms find the value of k .

c) If $\frac{\log a}{b-c} = \frac{\log b}{c-a} = \frac{\log c}{a-b}$ show that $a^a b^b c^c = 1$

---

15. a) The position vectors of the points A , B and C with respect to the origin O are $2\underline{a} + 3\underline{b}$, $3\underline{a} - \underline{b}$ and $\frac{1}{2}(7\underline{a} - 6\underline{b})$.

Show that A, B and C are **collinear** and hence find the ratio $AB{:}BC$

b) In the triangle OPQ the position vectors P and Q with respect to O are $\underline{p}$ and $\underline{q}$. R and S lie on OQ

and OP respectively such that $OR{:}RQ = 5{:}2$ and $OS{:}SP = 3{:}4$ PR and QS intersect at X .

Show that $\overrightarrow{OX} = \underline{q} + \lambda\left(\frac{3}{7}\underline{p} - \underline{q}\right)$ .Here λ is a scalar. Build an another similar expression for $\overrightarrow{\mathrm{OX}}$ .Hence $\overrightarrow{\mathrm{OX}}$ find in terms of $\underline{p}$ and $\underline{q}$ only.

---

c) By usual notation let $\underline{a} = -2\underline{i} + \alpha \underline{j}, \underline{b} = 2\underline{i} - 2\underline{j}, \underline{c} = (1+\alpha)\underline{i} + \underline{j}$ Here $\alpha(\neq 0)$ is a real constant. If the angle between $\underline{a}$ and $\underline{c}$ is equal to the angle between $\underline{a}$ and $\underline{b}$,find the value of α

---

16. a) In the quadrilateral $ABCD$,let $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$,$\overrightarrow{AD} = \underline{b}$ and $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{3}\underline{a}$.

Here $\underline{a}$ and $\underline{b}$ are non zero non parallel vectors.

Point E lies on CD such that $CE:ED = 1:3$ while AE and BD intersect at F.Where λ and μ are two scalars show that $\overrightarrow{AF} = \lambda\left(\frac{1}{4}\underline{a} + \underline{b}\right)$ and $\overrightarrow{AF} = \mu\underline{a} + (1-\mu)\underline{b}$ .Find the values of λ and μ. Here $\underline{a} = \underline{i}$ and $\underline{b} = \underline{j}$

Show that the angle between $\overrightarrow{AF}$ and $\overrightarrow{DF}$ is $\cos^{-1}\left(-\frac{3}{\sqrt{34}}\right)$

c) The position vectors of the points A and B ,with respect to O are $\underline{\boldsymbol{a}}$ and $\underline{\boldsymbol{b}}$ .The midpoint of OA is D .Point E lies on OB such that $OE:EB = \mathbf{2}:\mathbf{1}$ .AE and BD intersect at F .If $\overrightarrow{AF} = \lambda\overrightarrow{AE}$ and $\overrightarrow{BF} = \mu\overrightarrow{BD}$ express $\overrightarrow{OF}$,

i. In terms of $\lambda,, \underline{\boldsymbol{a}}, \underline{\boldsymbol{b}}$.

ii. In terms of μ, $\underline{\boldsymbol{a}}, \underline{\boldsymbol{b}}$. Hence find the values of λ□and μ□,and show that

$\overrightarrow{AF}:\overrightarrow{FE} = 3:1$ and find the ratio $BF:FD$ .Express

$\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{BF}$ in terms of $\underline{\boldsymbol{a}}$ and $\underline{\boldsymbol{b}}$.If $\overrightarrow{OF}$ and $\overrightarrow{AF}$

are perpendicular to each other show that $\cos A\hat{O}B = \frac{4|\underline{b}|^2 - 3|\underline{a}|^2}{4|\underline{a}||\underline{b}|}$

17. a) If $cos\ \alpha + \cos\beta = 1$ and $\sin\alpha + \sin\beta = k$,

find the values of $cos(\alpha - \beta)$ and$sin(\alpha + \beta)$.

Hence for all values of α, β **deduce** that$-\sqrt{3} \leq k \leq \sqrt{3}$

b) Show that $\frac{\sin 2x + \sin 2y}{\cos 2x + \cos 2y} = \tan(x + y)$.

Deduce that $\tan\frac{7\pi}{24} = \sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{2} + 2$

c) Show that $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$.Using the above

Formula repeatedly and considering that $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$,

show that $\cos\frac{\pi}{16} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$

සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2027

General Certificate of Education (Adv.Level) Examination 2027

ප්‍රශ්න පත්‍ර අංක **08**
Paper No

10 **S** **I,II**

කාලය පැය 3 යි.
Three hours.

සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂ්‍යන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය

උපදෙස්

- ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකි.
  (A කොටස ප්‍රශ්න 10 ක් හා B කොටස ප්‍රශ්න 7 ක්)
- A කොටසේ සියළුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු ලිවිය යුතු අතර එම පිළිතුරු මෙම පත්‍රයේ ම සැපයිය යුතුය.
- B කොටසේ ප්‍රශ්න හතෙන් පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු ය. ඒ සඳහා ලියන කඩදාසි භාවිත කළ යුතුය.

උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂක සටහන්

A කොටසේ ලකුණු විස්තරය	
01	
02	
03	
04	
05	
06	
07	
08	
09	
10	
එකතුව(A)	

B කොටසේ ලකුණු විස්තරය	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
එකතුව(B)	
එකතුව(A)	
මුළු එකතුව	
100%	
සංකේතය	

Part – A

- සියළුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

01. $x^4+4x^3-x^2-ax+\text{b}$ හි $(x^2-4\,)$සාධකයකි. a හා b සොයන්න.

---

02. $\cos x+\cos y=\frac{1}{4}$, $sinx+\sin y=\frac{1}{4}$ නම් $tan\left(\frac{x+y}{2}\right)=1$ බව පෙන්වන්න.

---

03. $x\in Z$, $C\in R-\{0\}$ නම් $\frac{2x+c}{(x-2c)(x-3c)}=\frac{A}{x-2c}+\frac{B}{x-3c}$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න.

---

04. $\log_2 x+\log_4 x+\log_{16} x=\frac{21}{4}$ නම් x සොයන්න. මෙහි $x\in \text{R}^+$වේ.

---

05. a හා b යනු නිශ්ශූන්‍ය දෛශික දෙකකි. එම දෛශික දෙක අතර කෝණය θ වේ.

(i) $\underline{a}\cdot(\underline{a}-\underline{b})=0$ හා $\sqrt{3}|\underline{b}|=2|\underline{a}|$ වන විට θ හි අගය සොයන්න.

(ii) $|\underline{a}-\underline{b}|^2+|\underline{a}|^2=|\underline{b}|^2$ බව පෙන්වන්න.

(iii) එනයින් $\sin\theta=\frac{|\underline{a}-\underline{b}|}{|\underline{b}|}$ බව පෙන්වන්න.

---

06. $x^8+2x^7+ax^2+bx+c$ ප්‍රකාශනය x^2+x-2 න් හරියටම බෙදේ. ප්‍රකාශනය $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -8 ක් වේ. $a\,,b\,,c$ සොයන්න.

---

07. $\underline{a},\underline{b},\underline{c}$ යනු ඒකක දෛශික තුනකි. $5\underline{a}+12\underline{b}+12\underline{c}=0$ වෙයි. **දෛශික තිත් ගුණිතය** පිළිබඳව **මූලධර්ම භාවිතා කරමින්**, $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ අතර කෝණය සොයන්න.

---

08. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ගේ දෛශික ඓක්‍යය $\underline{a}$ ට ලම්භ වේ $|\underline{b}|=\sqrt{2}|\underline{a}|$ නම්, $2\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ හි දෛශික ඓක්‍යය $\underline{b}$ ට ලම්භ බව පෙන්වන්න.

---

09. O මූල ලක්ෂ්‍යකට සාපේක්ෂව A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. C යනු AB මත, AB අභ්‍යන්තරව බෙදෙන ලක්ෂ්‍යයක් වේ. $AC\ :\ CB\ =\ 2\ :\ 3$ වේ.

i. OC සහ AC එකිනෙක ලම්භක වේ නම්, $\underline{a}.\underline{b}=3|\underline{a}|^2-2|\underline{b}|^2$ බව පෙන්වන්න.

ii. $A\hat{O}B=60^0$ නම්, $|\underline{a}|=\left(\frac{\sqrt{97}+1}{12}\right)|\underline{b}|$ බව පෙන්වන්න.

---

10. O මුල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $5\underline{i} + 7\underline{j}$, $\underline{i} + \lambda\underline{j}$ සහ $\lambda\underline{i} + 3\underline{j}$ වේ. මෙහි λ යනු නියතයකි. $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ නම්, λ නියතයේ අගය සොයන්න. මෙහි $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ යනු සුපුරුදු ඒකක දෛශික වේ.

B -කොටස

- ඔබ තෝරාගත් ප්‍රශ්න 05 ක් සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) a, b, c තාත්ත්වික සංඛ්‍යා තුනක් විට $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 6$ මඟින් බහුපදයක් දක්වේ. $(x+1), (x+2)$ හා $(2x-1)$ යන බහුපද මඟින් $f(x)$ බෙදූවිට ශේෂයන් $0, -8, -\frac{99}{8}$ වේ.

i. a, b, c අගයන් සොයන්න.

ii. $f(x)$ බහුපදයේ සාධක සොයන්න.

(b) ශේෂ ප්‍රමේය නැවත නැවත යෙදීමෙන් $f(x) = x^4 + 6x^3 + 19x^2 + 36x + 28$ ප්‍රකාශනයේ $(x+2)^2$ සාධකයක් බව පෙන්වන්න. ඉතිරි සාධක සොයන්න.

(c) a නියතයක් වේ. $(a-x)^4 + (x-1)^4 - (a-1)^4$ ප්‍රකාශනයේ එකජ සාධක 2 ක් ලබාගෙන, එනයින් එය සාධකවලට වෙන් කරන්න.

---

12. (a) $log_a b = \frac{1}{log_b a}$ සහ $log_a b . log_b c . \log_c a = 1$ බව සාධනය කරන්න.

මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ වේ.

$log_5 32 . log_4 7 . \log_{49} 125$ හි අගය සොයන්න.

b) සාධක ප්‍රමේයයේ විලෝමය ද භාවිතා කරමින්, $4x^3 + 3x^2 - 9x + 2$ හි සාධක සොයන්න.

c) $f(x) = x^4 + ax^3 + bx + c$ යන්න $(x-1)(x+1)(x-2)$ මගින්

හරියටම බෙදේ. a, b, c නියත සොයන්න.

ඉතිරි සාධකය ද ලබාගන්න.

ඒනයින්, $2f(x+1) = x^2 + x - 2$ සමීකරණය විසඳන්න.

d) $\frac{x^3-1}{x(x+1)(x+2)}$ භින්න භාග වෙන් කරන්න.

---

13. a) වගු භාවිතයෙන් තොරව $cos347^0 . sin163\,^0 + \ sin73^0 . sin167^0$ අගයන්න.

b) $\sin A . sin(60^0 - A) . \sin(60^0 + A) = \frac{sin3A}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$\sin\frac{\pi}{9} \cdot sin\frac{2\pi}{9} \cdot sin\frac{3\pi}{9} \cdot sin\frac{4\pi}{9} = \frac{3}{16}$ බව අපෝහනය කරන්න.

c) $\text{sinA}.\text{sinB}.cos\ A$ හා $cos\ B$ ඇසුරෙන් $\sin(A+B)$ ලියා දක්වන්න.

$sin2\theta = 2sin\theta\cos\theta$ බව අපෝහනය කරන්න.

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. $\cot\theta - 2tan\theta = \sin 2\theta$ සමීකරණය $acos^4\theta + bcos^2\theta + c = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a, b හා c තාත්ත්වික නියත වේ. ඒ නයින්, $\theta = cos^{-1}\sqrt{\frac{\sqrt{17}-1}{4}}$ බව පෙන්වන්න.

14.

a) සාධක ප්‍රමේයයේ විලෝමය ප්‍රකාශ කරන්න.

$f(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි රේඛීය සාධක 04ක් ඉහත ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් නිර්ණය කරන්න. $f(x)$ හි සාධක සියල්ල ලබා ගන්න.

එනයින්, $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය අපෝහනය කරන්න.

b) $f(x)$ බහුපදය $(x-1)(x-2)(x-3)$ න් බෙදූවිට ශේෂය, $a(x-2)(x-3) + b(x-3)(x-1) + c\,(x-1)(x-2)$ මගින් දෙනු ලැබේ. a, b, c නියත පද $f(1), f(2), f(3)$ ඇසුරෙන් දෙන්න.

k නියතයක් විට, $x^5 + kx^2$ බහුපදය $(x-1)(x-2)(x-3)$ න් බෙදූවිට ශේෂයේ x^2 පද නොමැති නම්, k හි අගය සොයන්න.

c) $\frac{\log a}{b-c} = \frac{\log b}{c-a} = \frac{\log c}{a-b}$ නම්, $a^a b^b c^c = 1$ බව පෙන්වන්න.

---

15. a) O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යයන්හි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\underline{a} + 3\underline{b}$, $3\underline{a} - \underline{b}$ සහ $\frac{1}{2}(7\underline{a} - 6\underline{b})$ බව දී ඇත. A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය **ඒක රේඛීය** බව පෙන්වන්න. $AB : BC$ අනුපාතය ද සොයන්න.

b) OPQ ත්‍රිකෝණයේ O ට සාපේක්ෂව P හා Q වල පිහිටුම් දෛශික $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ වේ. $OR : RQ = 5 : 2$ සහ $OS : SP = 3 : 4$ වන සේ OQ සහ OP මත පිළිවෙළින් R හා S ලක්ෂ්‍යයන් පිහිටා ඇත. PR හා QS රේඛා X හි දී ඡේදනය වේ.

$\overrightarrow{OX} = \underline{q} + \lambda\left(\frac{3}{7}\underline{p} - \underline{q}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු අදිශයකි. $\overrightarrow{OX}$ සඳහා තවත් මෙවැනිම ප්‍රකාශනයක් ගොඩනගන්න. එනයින් $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ ඇසුරින් පමණක් $\overrightarrow{OX}$ සොයන්න.

c) සුපුරුදු අංකනයෙන් $\underline{a} = -2\underline{i} + \alpha\underline{j}, \underline{b} = 2\underline{i} - 2\underline{j}, \underline{c} = (1+\alpha)\underline{i} + \underline{j}$ යයි ගනිමු. මෙහි $\alpha(\neq 0)$ තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකි. $\underline{a}$ හා $\underline{c}$ අතර කෝණයට $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය සමාන වේ නම්, α හි අගය සොයන්න.

---

16. a) $ABCD$ චතුරස්‍රයක $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$ ද, $\overrightarrow{AD} = \underline{b}$ ද, $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{3}\underline{a}$ ද වේ. මෙහි $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ යනු අභිශුන්‍ය නොවන සමාන්තර ද නොවන දෛශික දෙකකි. CD මත E ලක්ෂ්‍යටක් පිහිටා ඇත්තේ $CE{:}ED = 1{:}3$ වන අන්දමිනි. AE සහ BD රේඛා F ලක්ෂ්‍යයකදී ඡේදනය වෙයි. λ සහ μ යනු අදිශ දෙකක් වන විට,
$\overrightarrow{AF} = \lambda\left(\frac{1}{4}\underline{a} + \underline{b}\right)$ සහ $\overrightarrow{AF} = \mu\underline{a} + (1-\mu)\underline{b}$ බව පෙන්වන්න. λ සහ μ සොයන්න. $\underline{a} = \underline{i}$ සහ $\underline{b} = \underline{j}$ වන බව දී ඇත්නම්, $\overrightarrow{AF}$ සහ $\overrightarrow{DF}$ අතර කෝණය $\cos^{-1}\left(-\frac{3}{\sqrt{34}}\right)$ බව පෙන්වන්න.

c) O මූල ලක්ෂ්‍යයකට සාපේක්ෂව A සහ B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\boldsymbol{\underline{a}}$ සහ $\boldsymbol{\underline{b}}$ වෙයි. OA හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D ද OB මත $OE{:}EB = \mathbf{2{:}1}$ වන සේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යය E ද වෙයි. AE සහ BD රේඛා F ලක්ෂ්‍යයකදී ඡේදනය වෙයි. $\overrightarrow{AF} = \lambda\overrightarrow{AE}$ ද $\overrightarrow{BF} = \mu\overrightarrow{BD}$ ලෙස දී තිබෙයි නම්, $\overrightarrow{OF}$ යන්න,

i. $\lambda,, \boldsymbol{\underline{a}}, \boldsymbol{\underline{b}}$ ඇසුරින්

ii. (ii) μ, $\boldsymbol{\underline{a}}, \boldsymbol{\underline{b}}$ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න. **ඒ නයින්,** λ සහ μ සොයා $\overrightarrow{AF}{:}\overrightarrow{FE} = 3{:}1$ බව පෙන්වා $BF{:}FD$ ද සොයන්න.

$\boldsymbol{\underline{a}}$ සහ $\boldsymbol{\underline{b}}$ ඇසුරින් පමනක් $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{BF}$ ප්‍රකාශ කරන්න. $\overrightarrow{OF}$ සහ $\overrightarrow{AF}$ ලම්බක වෙයි නම්, $\cos A\hat{O}B = \frac{4|\underline{b}|^2 - 3|\underline{a}|^2}{4|\underline{a}||\underline{b}|}$ බව පෙන්වන්න.

---

17. a) $cos\,\alpha + \cos\beta = 1$ සහ $\sin\alpha + \sin\beta = k$ නම් $cos(\alpha - \beta)$ හා $sin(\alpha + \beta)$ සොයන්න. **ඒ නයින්,** සියලු α, β අගයන් සඳහා $-\sqrt{3} \leq k \leq \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

b) $\frac{\sin 2x + \sin 2y}{\cos 2x + \cos 2y} = \tan(x + y)$ බව පෙන්වන්න.

$\tan\frac{7\pi}{24} = \sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{2} + 2$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

c) $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ බව පෙන්වන්න. ඉහත සූත්‍රය නැවත නැවත යෙදීමෙන් හා $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ලෙස ගැනීමෙන් $\cos\frac{\pi}{16} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$ බව පෙන්වන්න.