සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය
සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය - දුෂාන්ත මහබඩුගේ - සංයුක්ත ගණිතය

General Certificate of Education (Adv.Level) Examination 2027

Paper No 01

10 **S** **I,II**

Three hours.

Instructions

- **The paper consists of two parts**
- **(10 questions of part A and 7 Questions of part B)**
- **All questions of part A should be answered on the paper itself.**
- **5 out of 7 questions should be answered in part B.**
  Writing paper should be used for this.

Examiner Notes

Part A	
01	
02	
03	
04	
05	
06	
07	
08	
09	
10	
Total(A)	

Part B	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
Total(B)	
Total (A)	
Final Total	
100%	
Grade	

Part – A

- ANSWER ALL QUESTIONS

01. Find the value of $\frac{8.0\dot{5}\times 18.\dot{0}8\dot{1}}{1.6\dot{7}4\dot{1}}$

02. Find partial fractions for $\frac{x^2-10x+13}{(x-2)(x^2-5x+6)}$

03. Solve $\frac{4^{3+x}}{8^{3x}} = \frac{2^{10-3x}}{64^x}$

04. *Find the locus of the point P such that* $A = (2,5), B = (7,5)$ and $A\hat{P}B = 90°$

05. *Let* $f(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6$

   i. *Show that* $(x-2)$ *is a factor of* $f(x)$

   ii. Hence completely factorize $f(x)$ into its linear factors

06. Show that $cos\ 4A \equiv 8\ cos^4 A - 8\ cos^2 A + 1$

07. *Rationalize the denominator of* $\frac{1}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

08. Using a suitable method show that $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}} = 3$

09. If $\sin\alpha = \frac{12}{13}, \sin\beta = -\frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ and $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$,find the values of $\sin 2\alpha$ and $\cos(\alpha+\beta)$

10. Express x^3 as a polynomial of $(x - 1)$.

    Hence deduce partial fractions for $\frac{x^3}{(x-1)^{2025}}$

Part-B

- Answer 05 Questions Only

11. a). If $\tan A + \tan B = a$ and $\cot A + \cot B = b$

show that $\cot(A + B) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

b). Show that $\frac{1}{cosec\ A - \cot A} - \frac{1}{sinA} = \frac{1}{sinA} - \frac{1}{cosec\ A + \cot A}$

c) Show that $8[cos^6 x + sin^6 x] \equiv 5 + 3\ cos\ 4x$

d) Show that $sin(A + B) \equiv sin\ A\ cos\ B + cos\ A\ sin\ B$

---

12. a). When $x^4 - ax^2 + b$ is divided by $(x + 1)^2$

if the remainder is $5x - 2$,

Find the values of a and b (Do not use long division)

b) Let $p(x) = x^4 - (1 - a)x^3 + bx + 2$ .When $p(x)$ is divided by $x^2 - x - 2$ if the remainder is $10(x + 1)$,find a and b . For those values of a and b show that $(x + 1)$ is a factor of $p(x)$ and show that $p(x)$ can be expresses in the form $p(x) \equiv (x - k)(x^3 - l)$.

Here k and l are constants to be determined.

c) Express $\frac{1}{(x-1)(x+1)}$ in terms of partial fractions. Express $(x + 2)^2$ as a polynomial of $(x - 1)$. Using the above results express $\frac{(x+2)^2}{(x-1)^2(x+1)}$ in terms of partial fractions.

13. (a) Prove the following identities

(i) $sec^4\theta - sec^2\theta = tan^4\theta + tan^2\theta$

(ii) $(1 + cot\,\theta - cosec\,\theta)(1 + tan\,\theta + sec\,\theta) = 2$

(b) Show that $cosec\,A - 2\,cot\,2A\,cos\,A \equiv 2\,sin\,A$

(c) Show that $sin\,3A \equiv 3\,sin\,A - 4\,sin^3 A$

(d) Show that $\sqrt{sin^4 A + 4\,cos^2 A} - \sqrt{cos^4 A + 4\,sin^2 A} \equiv cos\,2A$

---

14. a) Let $h(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$.$h(x)$ is divisible by $(x - 2)$ and when $h(x)$ is divided by $(x + 2)$ the remainder is -20 .Find a and b.For those values of a and b find $h(x)$ .Find the remainder when $h(x)$ is divided by $(x^2 - 4)$

b) When the polynomial $H(x)$ is divided by $(x - \alpha)$
show that the remainder is $H(\alpha)$.
Here $\alpha \in \mathbb{R}$
Let $I(x) \equiv ax^4 + bx^3 + 62x^2 + bx + a$.
Here $a, b \in \mathbb{R}$ and $a \neq 0$
If $(x^2 - 5x + 6)$ is a factor of $I(x)$ find the values a and b .
Hence solve the inequality $I\left(\frac{1}{x}\right) \geq 0$

c) $f(x)$ is a polynomial of degree two or more. Show that when $f(x)$ is divided by $(x - a)(x - b)$ the remainder is
$[\frac{f(a)-f(b)}{a-b}]\,x + [\frac{af(b)-bf(a)}{a-b}]$. Here $(a \neq b)$

Hence if given that when $x^6 + px + q$ is divided by $(x - 1)(x + 2)$ the remainder is $2x + 1$,find the values of p and q.

---

15. a) Let $f(x) = ax^4 + bx^3 + x^2 + cx + 10$.
When divided by $(1 + x)$ and $(3 - x)$ the remainders of $f(x)$ are 2,10 respectively. If $f(2) = 26$ find the values of a, b, c .Find the quotient and remainder when $f(x)$ is divided by $(1 + x)(3 - x)$ .Deduce the remainder when $f(x + 2)$ is divided by $x^2 + 4x + 6$

b) Let $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 8x - a$ and $a \in \mathbb{R}$
For $a \neq 0$ if $(2x - a)$ is a factor of $f(x)$ show that $a = 3$ or $a = 4$.Furthermore when $f(x)$ is divided by $(x - 1)$ for which value of a does the remainder become -1

c) Find partial fractions for $\frac{x^4-3x^3+9}{x^2-1}$ $x \neq \pm 1$

---

16. (a) Evaluate λ and k such that $\frac{2\cos 3x-4\cos^5 x+3\cos^3 x}{\cos x\,(1+\sin^2 x)} = \lambda \cos 2x + k$.

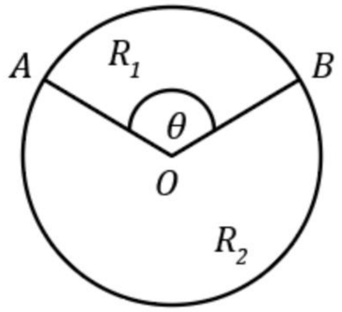
(b) Show that $\tan 4A = \frac{4\tan A(1-\tan^2 A)}{1-6\tan^2 A+\tan^4 A}$

(c) Show that $3(\sin x - \cos x)^4 + 6(\sin x + \cos x)^2 + 4(\sin^6 x + \cos^6 x)$ is independent of x.

(d) Show that $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = (1 + 2\cos 2x)\sin 4x$.
Hence show that $\sin x\,(\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x) = \sin 3x \sin 4x$.

17. a) The figure shows a circle of center O .

The circle is divided into two portions R_1, R_2 using the radii OA and OB .Here $A\hat{O}B = \theta \ (0 < \theta < \pi)$.



The perimeter of R_1 is eual to the arc length of R_2

(i) Show that $\theta = (\pi - 1)$

(ii) The area of R_1 is given as 30 square units.

Show that the area of R_2 is $\frac{30(\pi+1)}{(\pi-1)}$

b) Show that if $2\,cos(\theta + \alpha) = cos(\theta - \alpha)$ that $3\,tan\,\theta\,tan\,\alpha = 1$

c) Show that $sin\,16A = 16\,sin\,A\,cos\,A\,cos\,2A\,cos\,4A\,cos\,8A$

d) Show that $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2cos\,8\theta}}} = 2cos\theta$

[Here $2n\pi - \frac{17\pi}{8} \leq \theta \leq 2n\pi - \frac{15\pi}{8}$ and $n \in \mathbb{Z}$ fõ']

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2027

General Certificate of Education (Adv.Level) Examination 2027

ප්‍රශ්න පත්‍ර අංක **01**
Paper No

10 **S** **I,II**

කාලය පැය 3 යි.
Three hours.

උපදෙස්

- ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකි.
  (A කොටස ප්‍රශ්න 10 ක් හා B කොටස ප්‍රශ්න 7 ක්)
- A කොටසේ සියළුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු ලිවිය යුතු අතර එම පිළිතුරු මෙම පත්‍රයේ ම සැපයිය යුතුය.
- B කොටසේ ප්‍රශ්න හතෙන් පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු ය. ඒ සඳහා ලියන කඩදාසි භාවිත කළ යුතුය.

උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂක සටහන්

A කොටසේ ලකුණු විස්තරය	
01	
02	
03	
04	
05	
06	
07	
08	
09	
10	
එකතුව(A)	

B කොටසේ ලකුණු විස්තරය	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
එකතුව(B)	
එකතුව(A)	
මුළු එකතුව	
100%	
සංකේතය	

Part – A

- සියළුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

01. $\frac{8.0\dot{5}\times18.\dot{0}8\dot{1}}{1.6\dot{7}4\dot{1}}$ හි අගය සොයන්න.

---

02. $\frac{x^2-10x+13}{(x-2)(x^2-5x+6)}$ භින්න භාග සොයන්න.

---

03. $\frac{4^{3+x}}{8^{3x}}=\frac{2^{10-3x}}{64^x}$ සමීකරණය විසඳන්න.

---

04. $A = (2,5), B = (7,5)$ වේ. $A\hat{P}B = 90^\circ$ වන සේ චලනය වන P ලක්ෂ්‍යයක පථයේ සමීකරණය සොයන්න.

---

05. $f(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6$ වේ.

i. $(x-2)$ යනු $f(x)$ හි **සාධකයක්** බව පෙන්වන්න.

ii. එනයින්, $f(x)$ හි **ඒකජ සාධක** සියල්ල සොයන්න.

---

06. $cos\ 4A \equiv 8\,cos^4 A - 8\,cos^2 A + 1$ සර්වසාම්‍යය සාධනය කරන්න.

---

07. $\frac{1}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ හි හරය පරිමේය කරන්න.

---

08. සුදුසු සාධන ක්‍රමයක් උපයෝගී කර ගනිමින්, $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}} = 3$ බව සාධනය කරන්න.

---

09. $\sin\alpha = \frac{12}{13}, \sin\beta = -\frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ හා $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ වේ. $\sin 2\alpha$ හා $\cos(\alpha+\beta)$ සොයන්න.

---

10. x^3 යන්න, $(x - 1)$ හි ශ්‍රිතයක් ලෙස දෙන්න. **එනයින්** $\frac{x^3}{(x-1)^{2025}}$ හි භින්න භාග **අපෝහනය** කරන්න.

B -කොටස

- <u>ඔබ තෝරාගත් ප්‍රශ්න 05 ක් සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.</u>

11. a). $\tan A + \tan B = a$ සහ $\cot A + \cot B = b$ නම්, $\cot(A+B) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ බව පෙන්වන්න.

b). $\frac{1}{cosec\, A - \cot A} - \frac{1}{sin A} = \frac{1}{sin A} - \frac{1}{cosec\, A + \cot A}$ සර්වසාම්‍ය සාධනය කරන්න.

c) $8[cos^6\, x + sin^6\, x] \equiv 5 + 3\, cos\, 4x$ බව පෙන්වන්න.

d) $\sin(A + B) \equiv sin\, A\, cos\, B + cos\, A\, sin\, B$ බව පෙන්වන්න.

---

12. a). $x^4 - ax^2 + b$ බහුපදය $(x+1)^2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $5x - 2$ වන පරිදි a හා b සොයන්න.
[දීර්ඝ බෙදීම භාවිතා කළ නොහැක.]

b) $p(x) = x^4 - (1-a)x^3 + bx + 2$ මගින් දෙනු ලබන $p(x)$ බහුපදය $x^2 - x - 2$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $10(x+1)$ කි. a හා b සොයන්න. එම a හා b අගයන් සඳහා $(x+1)$ යනු $p(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වා එවිට $p(x)$ යන්න $p(x) \equiv (x-k)(x^3 - l)$ ආකාරයෙන් දක්වන්න. මෙහි k හා l නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

c) $\frac{1}{(x-1)(x+1)}$ භින්න භාග වලින් ප්‍රකාශ කරන්න. $(x+2)^2$ යන්න $(x - 1)$ හි බහුපදයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න. ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් $\frac{(x+2)^2}{(x-1)^2(x+1)}$ භින්න භාග වලින් ප්‍රකාශ කරන්න.

13. (a) පහත සර්වසාම්‍යයන් සාධනය කරන්න.

(i) $sec^4\theta - sec^2\theta = tan^4\theta + tan^2\theta$

(ii) $(1 + cot\,\theta - cosec\,\theta)(1 + tan\,\theta + sec\,\theta) = 2$

(b) $cosec\,A - 2\,cot\,2A\,cos\,A \equiv 2\,sin\,A$ සර්වසාම්‍යය සාධනය කරන්න.

(c) $sin\,3A \equiv 3\,sin\,A - 4\,sin^3 A$ බව ඔප්පු කරන්න.

(d) $\sqrt{sin^4 A + 4\,cos^2 A} - \sqrt{cos^4 A + 4\,sin^2 A} \equiv cos\,2A$ බව පෙන්වන්න.

---

14. a) $h(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$ යැයි ගනිමු. $h(x)$; $(x - 2)$ න් බෙදෙන අතර $(x + 2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -20 ක් වේ. a හා b හි අගයන් සොයන්න. a හා b එම අගයන් ගන්නා විට $h(x)$ හි සියලු සාධක සොයන්න. එනයින් $h(x)$; $(x^2 - 4)$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

b) $H(x)$ බහුපද ශ්‍රිතය $(x - \alpha)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $H(\alpha)$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\alpha \in \mathbb{R}$ වේ.

$I(x) \equiv ax^4 + bx^3 + 62x^2 + bx + a$ යැයි ගනිමු. $a, b \in \mathbb{R}$ සහ $a \neq 0$ වේ.

$(x^2 - 5x + 6)$ යන්න $I(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත්නම් a හා b අගයන්න.

තවදුරටත් $I\left(\frac{1}{x}\right) \geq 0$ අසමානතාව විසඳන්න.

c) $f(x)$ යන්න මාත්‍රය දෙවන හෝ ඊට වැඩි බහුපදයකි.

එය $(x - a)(x - b)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය

$[\frac{f(a)-f(b)}{a-b}]\,x + [\frac{af(b)-bf(a)}{a-b}]$ බව පෙන්වන්න. $(a \neq b)$ එනයින් $x^6 + px + q$ යන්න $(x-1)(x+2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $2x + 1$ නම්, p හා q සොයන්න.

---

15. a) $f(x) = ax^4 + bx^3 + x^2 + cx + 10$ යැයි දී ඇත. $(1+x)$ හා $(3-x)$ මගින් $f(x)$ බහුපදය බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙළින් $2{,}10$ වේ. $f(2) = 26$ ද වේ. a, b, c තාත්වික නියත සොයා $f(x)$ යන්න $(1+x)(3-x)$ මගින් බෙදූ විට ලබ්ධිය හා ශේෂය සොයන්න. තවද $f(x+2)$ බහුපදය $x^2 + 4x + 6$ මගින් බෙදූ විට ලබ්ධිය හා ශේෂය අපෝහනය කරන්න.

b) $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 8x - a$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a \in \mathbb{R}$ සහ $a \neq 0$ වේ. $(2x - a)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ නම් $a = 3$ හෝ $a = 4$ වන බව පෙන්වන්න. තවද $f(x), (x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -1 වන්නේ a හි කුමන අගය සඳහා දැයි දක්වන්න.

c) $\frac{x^4-3x^3+9}{x^2-1}$ භින්න භාග වෙන් කරන්න. (මෙහි $x \neq \pm 1$ වේ.)

---

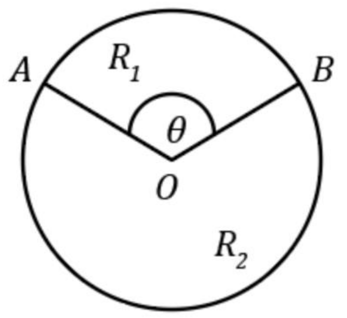
16. (a) $\frac{2\cos 3x - 4\cos^5 x + 3\cos^3 x}{\cos x\,(1+\sin^2 x)} = \lambda \cos 2x + k$ වන පරිදි λ හා k අගයන්නන.

(b) $\tan 4A = \frac{4\tan A(1-\tan^2 A)}{1 - 6\tan^2 A + \tan^4 A}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $3(\sin x - \cos x)^4 + 6(\sin x + \cos x)^2 + 4(\sin^6 x + \cos^6 x)$ යන්න x වලින් **ස්වායක්ත** බව පෙන්වන්න.

(d) $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = (1 + 2\cos 2x)\sin 4x$ බව පෙන්වන්න.
ඒ නයින් $\sin x\,(\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x) = \sin 3x \sin 4x$
බව පෙන්වන්න.

17. a) රූපයේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රය O වූ වෘත්තයකි. වෘත්තය R_1, R_2 ලෙස කොටස් දෙකකට වෙන් කර ඇත්තේ OA හා OB අරයන් දෙක මගිනි. මෙහි $A\hat{O}B = \theta$ බව දී ඇත. $(0 < \theta < \pi) R_1$ පෙදෙසේ පරිමිතිය R_2 කොටසේ චාප දිගට සමාන වේ.



(i) $\theta = (\pi - 1)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) R_1පෙදෙසේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 30 ක් බව දී ඇත. R_2 පෙදෙසේ වර්ගඵලය $\frac{30(\pi+1)}{(\pi-1)}$ බව පෙන්වන්න.

b) $2\cos(\theta + \alpha) = \cos(\theta - \alpha)$ නම්, $3\tan\theta\tan\alpha = 1$ බව පෙන්වන්න.

c) $\sin 16A = 16\sin A\cos A\cos 2A\cos 4A\cos 8A$ බව පෙන්වන්න.

d) $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 8\theta}}} = 2\cos\theta$ බව පෙන්වන්න.

[මෙහි $2n\pi - \frac{17\pi}{8} \leq \theta \leq 2n\pi - \frac{15\pi}{8}$ හා $n \in \mathbb{Z}$ වේ.]