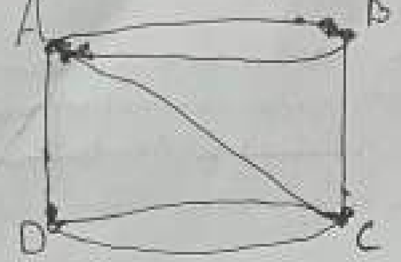
Nama : Zaharra Hartawari
NIM : 11231082
UAS Teori Graf dan Otomata (B)

. Kota Magic memiliki 7 jembatan yang menghubungkan empat pulau. Anda ditugaskan sebagai konsultan transportasi kota untuk memastikan semua jembatan dapat dilalui sekali saja dalam satu rute.

a. Gambarkan representasi graf dari kota tersebut.



- Rute → B → C → A → B → A → D → C → D
- Derajat simpul → A = 4 C = 4 , Genap = A dan C
  B = 3 D = 3 Ganjil = B dan D
- Dimulai dari B, dan diakhiri D

b. Analisis apakah kota ini memiliki lintasan Euler atau sirkuit Euler.

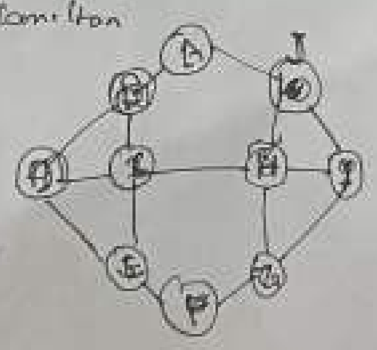
⇒ Berdasarkan analisis pada graf sebelumnya, kita bisa menyimpulkan bahwa graf dari kota ini termasuk pada lintasan Euler. Karena seperti yang kita dapatkan pada analisis sebelumnya bahwa rute dimulai dari simpul B dan diakhiri di simpul D. (simpul awal ≠ simpul akhir) yang dimana itu sudah jelas bukan sirkuit. Dan, jumlah simpul berderajat ganjil nya ada 2 (B dan D) yang sudah jelas ini adalah syarat lintasan Euler.

c. Jika tidak memungkinkan, usulkan minimal jumlah jembatan agar rute Euler dapat terjadi. Jelaskan solusi yang anda punya.

⇒ Agar sirkuit Euler dapat terjadi cukup modifikasi simpul A menjadi simpul berderajat ganjil. Kan sekarang yang ganjil itu B dan D, sedangkan A dan C genap. Cukup tambahkan satu sisi antara A dan D sehingga derajat A menjadi 5 dan D menjadi 4. Sehingga hanya ada 2 simpul ganjil yaitu A dan B. Lalu, rutenya akan seperti ini
B → C → A → B → A → D → C → D → B
(Dimulai dan diakhiri dengan B. Sesuai syarat sirkuit Euler)

2. Seorang penjelajah ingin mengunjungi semua kota di sebuah kerajaan yang direpresentasikan sebagai graf tak berarah terhubung dengan 10 simpul dan 15 sisi, sekali saja dan kembali ke kota awal.

a. Buatlah graf buatan sendiri yang memenuhi kondisi tersebut dan punya sirkuit Hamilton



Analisis → Terdapat 10 simpul (dari A – J)
⇒ Terdapat 15 sisi yang menghubungkan.
⇒ Rutenya kembali ke simpul awal
~~A-B-C-D-E-F~~ I-J
CA – B – C – D – E – F – G – H – I – J

b. Jelaskan langkah-langkah anda menentukan bahwa graf tersebut memang memiliki Sirkuit Hamilton

⇒ Dalam menentukan bahwa suatu graf adalah / memiliki Sirkuit Hamilton, kita harus melakukan langkah-langkah berikut.

⇒ Melakukan Verifikasi Dirac ⇒ yang dimana Teorema ini menyatakan bahwa jika setiap simpul memiliki derajat $\geq \frac{n}{2}$ (dimana ≥ 5) maka graf pasti memiliki Sirkuit Hamilton. Namun graf ini tidak bisa karena derajat simpul paling besar adalah 4, yaitu pada simpul ~~C dan H~~ C dan H.

⇒ Melakukan Verifikasi Ore ⇒ yang dimana Teorema ini menentukan apakah setiap pasang simpul tidak bertetangga. Jumlah derajat mereka $(n) \geq 10$, yang dimana dengan ~~membuktikannya~~ membuktikannya dengan $deg(u) + deg(v) \geq 10$, dan menggunakan simpul D dan J, maka: $deg(u) + deg(v) \geq 10$

$3 + 3 \geq 10$

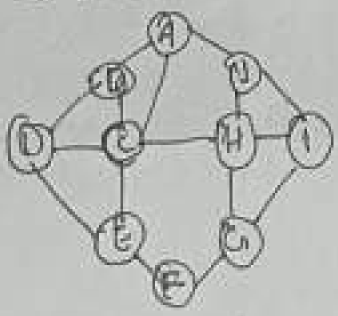
$6 \geq 10$ (salah)

Teorema Dirac dan Ore tidak berlaku.

⇒ Analisis sederhana seperti yang dilakukan tadi, dengan mencari rute dari siklus tertutup yang bisa diperoleh
(A - B - C - D - E - F - G - H - I - J - A)

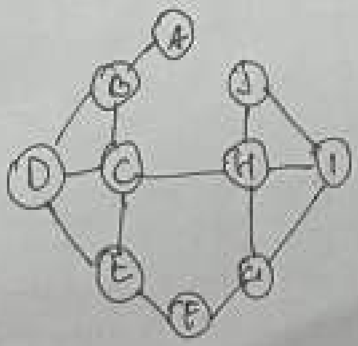
c. Modifikasi graf anda dengan menambah atau menghapus satu sisi, lalu analisis bagaimana perubahan tersebut mempengaruhi sifat Hamiltonian graf tersebut

⇒ Menambahkan 1 sisi (di simpul A dan C)



⇒ Simpul ~~berderajat~~ C berderajat 5 dan sesuai dengan teorema dirac yang membuat graf memiliki sirkuit hamiltonnya.
A - C - B - D - E - F - G - H - I - J - A.

⇒ Menghapus satu sisi (di simpul A dan J)



⇒ karena penghapusan sisi di simpul A dan J menyebabkan graf tersebut bukan Sirkuit Hamilton karena tidak ada yang terhubung ke simpul A sebagai simpul terakhir.

3. Diberikan sebuah DFA berikut ini:

$\Sigma = \{0,1\}$ Transisi ⇒ $A \to 0 \to B$, $A \to 1 \to C$

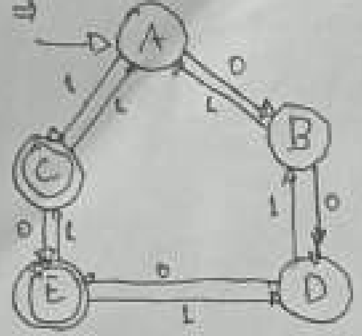
$Q = \{A,B,C,D,E\}$ $B \to 0 \to A$, $B \to 1 \to D$

$S = A$ $C \to 0 \to E$, $C \to 1 \to A$

$F = \{C,E\}$ $D \to 0 \to E$, $D \to 1 \to B$

$E \to 0 \to C$, $E \to 1 \to D$

a. Gambarkan DFA



b. Buat tabel ekivalensi state dan reduksi DFA tersebut.

⇒ Ekivalensi

1. Menandai state final dan non-final

→ $F = \{C,E\}$

→ $\neq F$ ⇒ $\{A,B,D\}$

	A	B	C	D	E
A	-	X	X	X	X
B		-	X	?	X
C			-	X	?
D				-	X
E					-

2. Mengecek pasangan yang belum di mark.

$\delta(p,0)$, $\delta(q,0)$, $\delta(p,1)$ dan $\delta(q,1)$

Untuk (B,D): karena $\delta(B,1) = D$, $\delta(D,1) = B$, maka (B,D) Ekivalen.

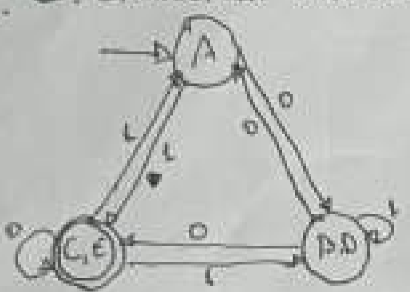
Untuk (C,E): karena $\delta(C,0) = C$, $\delta(E,1) = C$, maka (C,E) Ekivalen.

Sehingga tabel Ekivalensi:

	A	B	C	D	E
A	–	X	X	X	X
B		–	X	✓	X
C			–	X	✓
D				–	X
E					–

karena state (B,D) dan (C,E) ~~dapat~~ ekivalen, maka graphnya dapat direduksi menjadi {A}, {B,D} dan {C,E}.

c. Gambarkan DFA hasil reduksi:



d. Jelaskan mengapa state-state yang digabung tersebut memang ekivalen.

⇒ karena state B dan D ekivalen akibat keduanya akan saling terhubung ke satu sama lain ketika bernilai 1. Sama seperti state C dan E, keduanya akan saling terhubung ke satu sama lain ketika bernilai 0.

4. Diketahui:

$\Sigma = \{a,b\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$

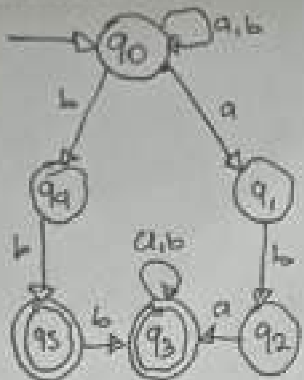
$S = q_0$

$F = \{q_3, q_5\}$

Transisi ⇒

	a	b
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_4\}$
q_1	-	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_3\}$	-
q_3	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$
q_4	-	$\{q_5\}$
q_5	-	$\{q_5\}$

a. Gambarkan NFA



Transisi DFA

$\{q_0, a\} = \{q_0, q_1\}$ ✓

$\{q_0, b\} = \{q_0, q_4\}$ ✓

$\{q_1, a\} = \emptyset$ ✓

$\{q_1, b\} = \{q_2\}$ ✓

$\{q_2, a\} = \{q_3\}$ ✓

$\{q_2, b\} = \emptyset$ ✓

$\{q_3, a\} = \{q_3\}$ ✓

$\{q_3, b\} = \{q_3\}$ ✓

$\{q_4, a\} = \emptyset$ ✓

$\{q_4, b\} = \{q_5\}$ ✓

$\{q_5, a\} = \emptyset$ ✓

$\{q_5, b\} = \{q_3\}$ ✓

$(\{q_0, q_1\}, a) = \{q_0, q_1\}$ ✓

$(\{q_0, q_1\}, b) = \{q_0, q_2, q_4\}$ ✓

$(\{q_0, q_4\}, a) = \{q_0, q_1\}$ ✓

$(\{q_0, q_4\} b) = \{q_0, q_4, q_5\}$ ✓

$(\{q_0, q_2, q_4\} a) = \{q_0, q_1, q_3\}$ ✓

$(\{q_0, q_2, q_4\} b) = \{q_0, q_4, q_5\}$ ✓

$(\{q_0, q_4, q_5\} a) = \{q_0, q_1\}$ ✓

$(\{q_0, q_4, q_5\} b) = \{q_0, q_3, q_4, q_5\}$ ✓

$(\{q_0, q_1, q_3\} a) = \{q_0, q_1, q_3\}$ ✓

$(\{q_0, q_1, q_3\} b) = \{q_0, q_2, q_3, q_4\}$ ✓

$(\{q_0, q_3, q_4, q_5\} a) = \{q_0, q_1, q_3\}$ ✓

$(\{q_0, q_3, q_4, q_5\} b) = \{q_0, q_3, q_4, q_5\}$ ✓

$(\{q_0, q_2, q_3, q_4\} a) = \{q_0, q_1, q_3\}$ ✓

$(\{q_0, q_2, q_3, q_4\} b) = \{q_0, q_3, q_4, q_5\}$ ✓

b. Lakukan Ekivalensi NFA ke DFA

⇒ Tabel DFA

State	A	B
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_4\}$
q_0, q_1	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2, q_4\}$
q_0, q_4	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_4, q_5\}$
q_0, q_1, q_3	$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_2, q_3, q_4\}$
q_0, q_2, q_4	$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_4, q_5\}$
q_0, q_4, q_5	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_3, q_4, q_5\}$
q_0, q_2, q_3, q_4	$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_3, q_4, q_5\}$
q_0, q_3, q_4, q_5	$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_3, q_4, q_5\}$

Grafik DFA :