

回归

$x_1 \dots x_n \rightarrow$ 说明变数
 $\hat{y} \rightarrow$ 目的变数
 $w_1 \dots w_n \rightarrow$ 回归系数
 $w_0 x_0 \rightarrow$ 切点

$$\hat{y} = w_0 x_0 + w_1 x_1 \dots w_n x_n$$

($x_0 = 1$)

↓

$$\hat{y} = (x_0 \dots x_n) \begin{pmatrix} w_0 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}$$

↓

$$\hat{y} = X^T W$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_{01} & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{m1} \\ x_{02} & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{0n} & \dots & \dots & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w_0 \\ \vdots \\ w_m \end{pmatrix}$$

↓

$$\hat{y} = X W$$

→

損失関数

$$L = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$= (y_1 - \hat{y}_1, y_2 - \hat{y}_2, \dots, y_n - \hat{y}_n)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 - \hat{y}_1 \\ \vdots \\ y_n - \hat{y}_n \end{pmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$(y - \hat{y})^T (y - \hat{y})$$

$$\downarrow$$

$$(y - Xw)^T (y - Xw)$$

$$y^T - X^T w^T (y - Xw)$$

$$y^T y - y^T Xw - X^T w^T y + X^T w^T Xw$$

行列対称 行列対称
 \parallel
 スカラー スカラー^T

\parallel
 スカラー

$$y^T y - 2y^T Xw + X^T w^T Xw$$

これを最小化する w

、

$$y^T y - 2y^T X w + X^T w^T w X$$

$$0 - 2X^T y + 2X^T X w = 0$$

$$2X^T X w = 2X^T y$$

$$w = \frac{2X^T y}{2X^T X}$$

$$= \underline{X^T y (X^T X)^{-1}}$$